

**CONEM 2016**  
CONGRESSO NACIONAL DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

**21-25**  
**AGOSTO DE 2016**  
**FORTALEZA - CEARÁ**

## **ESTUDO COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS EM PROBLEMAS DE DETECÇÃO DE DANOS ESTRUTURAIS**

Jean Michel Carvalho Suveges, suveges@unifei.edu.br<sup>1</sup>  
Guilherme Ferreira Gomes, guilhermefergom@unifei.edu.br<sup>1</sup>  
Alício Mendonça Souza, aliciomsouza@unifei.edu.br<sup>3</sup>  
Sebastião Simões Cunha Jr, sebas@unifei.edu.br<sup>4</sup>  
Patrícia da Silva Lopes, patty\_lauer@unifei.edu.br<sup>5</sup>

<sup>1, 2, 3, 4, 5</sup>Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Av. BPS, 1303, Itajubá, Brasil

**Resumo:** Os danos nas estruturas podem ser causados por inúmeros fatores e, em muitas vezes, a detecção e identificação do dano estrutural pode ser difícil, por exemplo, devido à dificuldade de acesso a localização do dano. Neste trabalho, um problema inverso de detecção de danos em placas foi resolvido por meio de diferentes heurísticas de otimização global acopladas com o método de elementos de contorno. As heurísticas selecionadas para resolver o problema inverso foram o algoritmo genético, a otimização por colônias de formigas, a otimização por enxame de partículas e a evolução diferencial. Resultados comparativos são apresentados para a identificação de um furo elíptico em uma placa fina quadrada com carregamento biaxial. Três casos distintos foram investigados, variando-se a posição e dimensão do dano. Nos casos investigados, as heurísticas de otimização produziram resultados satisfatórios, identificando todos os parâmetros do furo elíptico com boa precisão e repetitividade. As vantagens e desvantagens de cada heurística na solução do problema de detecção são apresentadas, destacando a precisão das estimativas e tempo computacional.

**Palavras-chave:** Detecção de Danos, Otimização, Algoritmo Genético, Colônia de Formigas, Enxame de Partículas, Evolução Diferencial.

### **1. INTRODUÇÃO**

Garantir a integridade de uma estrutura é de suma importância para se garantir a segurança dos trabalhadores, do meio ambiente e do público em geral, já que muitos equipamentos e estruturas fazem parte do nosso dia a dia. Para isto, deve-se avaliar a estrutura como um todo na tentativa de detectar possíveis danos e realizar as devidas ações de manutenção, de forma rápida, eficaz e economicamente viável. Dentre os diversos mecanismos geradores de danos, citam-se fadiga, sobrecargas, impactos, corrosão e até mesmo danos naturais, como maremotos, ventos, terremotos, entre outros (Alves, 2012).

De acordo com Friswell (2008), os danos estruturais podem ser modelados como mudanças nas propriedades físicas e/ou geométricas da estrutura. Sendo que, a escolha do modelo de dano vai depender do tipo de estrutura em análise (treliças, vigas, placas e outros), do tipo de material, dos modos de falha e dos objetivos da avaliação do dano. Por exemplo, em comparação aos modelos simplificados baseados na redução local da rigidez, os modelos mais detalhados que associam uma dada forma geométrica ao dano (furos, cavidades, inclusões, trincas e outros) podem fornecer mais informações para a predição da vida útil remanescente da estrutura. O método de detecção de danos utilizado neste trabalho concentra-se na localização e quantificação do dano. Entretanto, pretende-se acoplar este método de detecção a técnicas de predição em trabalhos futuros. Sendo assim, o dano foi modelado como um furo elíptico nos exemplos numéricos apresentados neste artigo. Segundo Lopes et al. (2010), a identificação de furos elípticos apresenta relevância, visto que uma trinca pode ser aproximada por uma elipse “fina” e, consequentemente, o modelo de furos elíptico pode ser útil para avaliação da integridade de estruturas que costumam falhar por propagação de trincas.

Rus e Gallego (2002) dizem que o problema de detecção de danos pode ser inserido no contexto maior dos problemas inversos de identificação, no quais se deseja identificar uma parte desconhecida da geometria ou domínio do problema. Portanto, os parâmetros de um modelo paramétrico assumido para o dano podem ser identificados por meio de técnicas de solução de problemas inversos, avaliando-se as respostas experimentais da estrutura (campo de temperatura, deslocamento, deformação/tensão e outros) submetida a carregamentos externos conhecidos (calor, forças de superfície, forças de corpo e outros). Segundo Alves (2012), a grande vantagem dos métodos inversos de detecção de

danos é que estes permitem diagnosticar as condições físicas de equipamentos e estruturas por meio de ensaios não-destrutivos. Além disso, estes métodos apresentam potencial para serem utilizados na avaliação da integridade estrutural, de forma remota, podendo ser empregados como uma solução alternativa à inspeção visual em estruturas de difícil acesso. Os primeiros métodos inversos de detecção de danos empregavam métodos de otimização baseados em gradientes da função objetivo (Schnur e Zabaras, 1992; Bezerra e Saigal, 1993; Hsieh e Mura, 1993; Mellings e Aliabadi, 1993; Soeiro e Hajela, 1993; Kassab et al, 1994; Mellings e Aliabadi, 1995; Mellings e Aliabadi, 1996). Abordagens alternativas também foram propostas baseadas nas teorias de filtragem (Tosaka et al., 1995) e no método de Hooke-Jeeves (Ulrich et al., 1996).

De acordo com Stavroulakis e Antes (1998), geralmente, as funções objetivos envolvidas no problema de detecção de danos são não-convexas e o problema de minimização é um problema de otimização global com múltiplos mínimos locais, cuja a solução requer o emprego de métodos mais robustos de otimização. Recentemente, diversas heurísticas de otimização global e técnicas de identificação de parâmetros foram empregadas para resolver problemas de detecção de danos. Cita-se, por exemplo, os seguintes trabalhos realizados pelos presentes autores e colegas do grupo de pesquisa em mecânica computacional da Universidade Federal de Itajubá: Lopes (2007); Lopes et al. (2008); Jorge et al. (2008); Lopes et al. (2010); Lopes (2009); Lopes (2010); Vieira et al. (2011); Vieira (2011); Suveges et al. (2013) e Suveges (2014). Nestes trabalhos, utilizou-se um método inverso de detecção de danos baseado no acoplamento do método de elementos de contorno com os seguintes métodos: algoritmo genético (GA), redes neurais artificiais (ANN), filtro de Kálman (KF) e evolução diferencial (DE).

Santos (2009) resolveu um problema de detecção de danos em treliças, com um modelo de dano baseado na redução da rigidez dos elementos da treliça, por meio do acoplamento do FEM com as seguintes heurísticas: GA, DE, enxame de partículas (*particle swarm optimization* – PSO), colônia de formiga (*ant colony optimization* – ACO) e recozimento simulado (*simulated annealing* – SA). Resultados comparativos foram apresentados e a heurística DE produziu resultados mais precisos com um menor número de iterações. Destaca-se que os presentes autores não encontraram trabalhos comparando as diferentes heurísticas de otimização global na solução de problemas de detecção de danos em estruturas com domínio bidimensional. Sendo assim, no presente trabalho, apresenta-se um estudo comparativo entre quatro heurísticas de otimização global, que têm demonstrado bons resultados em problemas complexos de otimização: GA, DE, ACO e PSO. Estas heurísticas foram acopladas com o BEM para identificar um dano modelado como um furo elíptico em uma placa isotrópica fina. Exemplos numéricos foram formulados, variando-se a posição, dimensão e inclinação do furo elíptico, com o intuito de avaliar a eficácia das heurísticas em diferentes situações. Resultados comparativos são apresentados, informando parâmetros tais como precisão e tempo computacional, de modo a auxiliar nas escolhas futuras relativas ao emprego de heurísticas de otimização global nos problemas de detecção de danos em estruturas bidimensionais. Por fim, os presentes autores consideram que a investigação por meio de simulações numéricas é válida. Segundo Friswell (2008), embora os métodos de detecção de danos devam ser validados com resultados experimentais, as simulações numéricas são muito úteis para investigar as características de novos métodos, pois diferentes situações podem ser rapidamente simuladas com a vantagem de se conhecer a solução exata do problema. Além disso, os custos relativos à aquisição de matéria-prima e à realização dos experimentos laboratoriais também são eliminados.

## 2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE DETECÇÃO DE DANOS

De acordo com Lopes et al. (2010), o problema de detecção de danos pode ser formulado como um problema inverso e solucionado via métodos de otimização. Nesta abordagem, se deseja minimizar uma função objetivo que expressa os resíduos entre as respostas preditas e experimentais. As variáveis de projeto são os parâmetros do modelo paramétrico assumido para o dano e uma vez que a solução ótima tenha sido encontrada, assume-se que o dano real foi identificado. Neste trabalho, formulou-se o problema de minimização descrito pela seguinte equação,

$$\min_X J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^S \left[ (\sigma_{xx}^i - \hat{\sigma}_{xx}^i)^2 + (\sigma_{yy}^i - \hat{\sigma}_{yy}^i)^2 \right] \quad (1)$$

sujeito as seguintes restrições:

$$x_k^{inf} \leq x_k \leq x_k^{sup} \quad (2)$$

em que,  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  é o vetor que contém as variáveis de projeto;  $\sigma_{xx}^i$  e  $\sigma_{yy}^i$  são as tensões normais preditas nas direções  $x$  e  $y$  de um sistema cartesiano de coordenadas;  $\hat{\sigma}_{xx}^i$  e  $\hat{\sigma}_{yy}^i$  são as tensões normais nas direções  $x$  e  $y$  obtidas de medições experimentais;  $S$  representa o número de sensores distribuídos na estrutura; e  $x_k^{inf}$  e  $x_k^{sup}$  são as restrições laterais para  $k$ -ésima variável de projeto ( $k = 1, 2, \dots, n$ ). Destaca-se que a função objetivo foi definida com base em medições da tensão normal, pois as mesmas demonstram bons resultados nos trabalhos de Lopes et al. (2008); Jorge et al. (2008), Lopes et al. (2010), Lopes (2010), Suveges et al. (2013) e Suveges (2014). Além disso, as tensões também podem ser facilmente obtidas das deformações medidas por *strain gauges*.

Geralmente, as respostas estruturais preditas são obtidas da solução de um problema direto por meio de métodos numéricos convencionais, tais como o método das diferenças finitas, o método dos elementos finitos ou o método dos elementos de contorno. Neste trabalho, utilizou-se o BEM devido as suas características vantajosas, tais como: (i) somente os contornos ao invés de todo o domínio precisam ser discretizados, facilitando a remodelagem da placa nas diferentes estimativas de dano realizadas pelo algoritmo de otimização; (ii) a representação integral é uma formulação exata, de modo que os erros numéricos são relativos apenas à discretização dos contornos; (iii) o BEM permite a avaliação da solução e de suas derivadas em qualquer ponto do domínio ao invés de estar restrito apenas aos pontos nodais; (iv) o BEM é particularmente efetivo no cálculo das derivadas da função de campo (deformações, tensões e outros), sendo que as tensões normais são as quantidade de interesse neste trabalho; e (v) o BEM é uma poderosa alternativa ao FEM nos casos em que uma melhor precisão é necessária devido à concentração de tensões (Brebbia e Dominguez, 1992; Katsikadelis, 2002; Lopes et al., 2010).

## 2.1. Método dos Elementos de Contorno

Segundo Katsikadelis (2002), o BEM constitui uma técnica para analisar o comportamento de sistemas mecânicos e, especialmente, estruturas de engenharia submetidas a carregamentos externos. De acordo com Lopes et al. (2010), o BEM é um procedimento numérico bem adaptado para a modelagem de uma estrutura com dano. Neste método, a distribuição das quantidades de interesse no domínio é obtida das informações da distribuição de certas quantidades no contorno. Para efeito de completude, uma breve introdução à abordagem elastostática do método de elementos de contorno é apresentada no restante da seção, adaptada de Brebbia e Dominguez (1994).

Considere a equação integral que permite resolver o problema geral de valor de contorno da elastostática, isto é,

$$\mathbf{c}^i \mathbf{u}^i + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} \, d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} \, d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} \, d\Omega \quad (3)$$

em que,

$$\mathbf{u}^i = \begin{Bmatrix} u_1^i \\ u_2^i \\ u_3^i \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{u}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* & u_{13}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* & u_{23}^* \\ u_{31}^* & u_{32}^* & u_{33}^* \end{bmatrix}; \quad \mathbf{p}^* = \begin{bmatrix} p_{11}^* & p_{12}^* & p_{13}^* \\ p_{21}^* & p_{22}^* & p_{23}^* \\ p_{31}^* & p_{32}^* & p_{33}^* \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c}^i = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde  $\mathbf{u}^i$  é o deslocamento em um ponto  $i$  qualquer do contorno;  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{p}$  são os deslocamentos e trações no contorno;  $\mathbf{b}$  são as forças de campo que atuam através do domínio;  $\mathbf{u}^*$  e  $\mathbf{p}^*$  são as conhecidas soluções fundamentais da elastostática (disponíveis em Brebbia e Dominguez (1992)); e  $\mathbf{c}^i$  é uma matriz cujo os elementos dependem do tipo de ponto  $i$  em consideração, isto é, se o ponto  $i$  é um ponto de contorno em uma superfície suave ( $\mathbf{c}^i$  assume a forma de uma matriz diagonal com  $\frac{1}{2}$  na diagonal) ou um ponto de “quina” ( $\mathbf{c}^i$  é uma matriz completamente preenchida, cujos os elementos podem ser calculados assumindo considerações de movimento de corpo rígido).

A solução numérica da Eq. (3) requer a discretização do contorno. Então, os deslocamentos e trações,  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{p}$ , poderão ser definidos no  $j$ -ésimo elemento do contorno, por meio das seguintes funções,

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{\Phi} \mathbf{u}^j; \quad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{\Phi} \mathbf{p}^j; \quad \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2 & 0 & 0 & \dots & \Phi_Q & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2 & 0 & \dots & 0 & \Phi_Q & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2 & \dots & 0 & 0 & \Phi_Q \end{bmatrix} \quad (6)$$

em que,  $\mathbf{u}^j$  e  $\mathbf{p}^j$  são os deslocamentos e trações nos pontos nodais (ou nós) do elemento  $j$ ;  $\mathbf{\Phi}$  é a matriz de funções de interpolação, disponíveis em Brebbia e Dominguez (1992); e  $Q$  representa a quantidade de nós no elemento  $j$ .

Se as forças de campo forem desprezadas, a seguinte equação pode ser obtida,

$$\mathbf{c}^i \mathbf{u}^i + \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma_j} \mathbf{p}^* \mathbf{\Phi} \, d\Gamma \right) \mathbf{u}^j = \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma_j} \mathbf{u}^* \mathbf{\Phi} \, d\Gamma \right) \mathbf{p}^j \quad (7)$$

em que,  $\Gamma_j$  representa o  $j$ -ésimo elemento do contorno; e os somatórios indicam que as integrais de todos os elementos do contorno devem ser avaliadas e depois somadas entre si ( $j = 1, 2, \dots, N$ ).

Por conveniência, considere que o contorno do problema será discretizado em elementos constantes, isto é, elementos que contêm um único ponto nodal centralizado. Então, a quantidade de pontos nodais no contorno será igual

à quantidade de elementos e o nó de um determinado elemento não é compartilhado com outros, como acontece com os elementos lineares e quadráticos. Destaca-se também que a matriz de interpolação  $\Phi$  do elemento constante é igual à matriz identidade. Então, após estas considerações, a seguinte equação pode ser obtida,

$$\sum_{j=1}^N \mathbf{H}^{ij} \mathbf{u}^j = \sum_{j=1}^N \mathbf{G}^{ij} \mathbf{p}^j \quad (8)$$

em que,  $\mathbf{H}^{ij}$  e  $\mathbf{G}^{ij}$  são as matrizes de influência obtidas das seguintes expressões, válidas para elementos constantes,

$$\mathbf{H}^{ij} = \begin{cases} \int_{\Gamma_j} \mathbf{p}^* d\Gamma & \text{se } i \neq j \\ \int_{\Gamma_j} \mathbf{p}^* d\Gamma + \mathbf{c}^i & \text{se } i = j \end{cases} \quad \mathbf{G}^{ij} = \int_{\Gamma_j} \mathbf{u}^* d\Gamma \quad (9)$$

Se a Eq. (8) for aplicada em cada um dos nós do contorno, a seguinte equação pode ser obtida,

$$\mathbf{H}\mathbf{U} = \mathbf{G}\mathbf{P} \quad (10)$$

Note que a Eq. (10) não inclui as condições de contorno (isto é, os deslocamentos e/ou trações prescritas). Então, após introduzir as condições de contorno, as colunas das matrizes podem ser rearranjadas de modo a isolar todas as incógnitas do problema em um único vetor  $\mathbf{X}$ , isto é,

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (11)$$

Destaca-se que a Eq. (11) representa um sistema linear de equações algébricas, que pode ser solucionado por métodos convencionais de solução, tais como a eliminação de Gauss. Após resolver a Eq. (11), o problema de valor de contorno estará completamente resolvido e, então, a Eq. (3) poderá ser reutilizada para determinar o deslocamento em qualquer ponto interno  $i$ , substituindo a matriz  $\mathbf{c}^i$  pela matriz identidade. Por fim, para um material isotrópico, as tensões em pontos internos podem ser determinadas por meio da diferenciação dos deslocamentos nos pontos internos, seguida da introdução das correspondentes deformações na relação de tensão-deformação. De maneira específica, as tensões em um dado ponto interno podem ser determinadas por meio da seguinte equação integral, escrita na forma discretizada,

$$\sigma_{kl} = \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma_j} \mathbf{D}_{kl} d\Gamma \right) \mathbf{p}^j - \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma_j} \mathbf{S}_{kl} d\Gamma \right) \mathbf{u}^j \quad (12)$$

em que,  $\sigma_{kl}$  são os componentes do tensor de tensão ( $k, l = 1, 2, 3$ ); e integrandos  $\mathbf{D}_{kl} = [D_{1kl}, D_{2kl}, D_{3kl}]$  e  $\mathbf{S}_{kl} = [S_{1kl}, S_{2kl}, S_{3kl}]$  estão disponíveis em Brebbia e Dominguez (1992).

## 2.2. Heurísticas de Otimização

Segundo Costa (2011), as heurísticas podem ser entendidas como métodos gerais de solução para diversos tipos de problema. As heurísticas de otimização procuram solucionar o problema de otimização por meio de uma busca local ou populacional. De acordo com Puchinger *et al.* (2005), na busca local, o espaço de projeto é avaliado através de movimentos que buscam tentar encontrar um vizinho com uma solução melhor que a solução corrente. Citam-se, por exemplo, as seguintes heurísticas: a busca tabu; o procedimento de busca adaptativa gulosa e randômica (GRASP); o algoritmo de Nelder-Mead; entre outros. Já na busca populacional, o espaço de projeto é avaliado por um conjunto de soluções, de modo que as soluções de um conjunto inicial são combinadas entre si na tentativa de formar novos conjuntos com melhores soluções. Citam-se, por exemplo, as heurísticas de otimização global investigadas neste trabalho: o algoritmo genético; a colônias de formigas; o enxame de partículas; e a evolução diferencial.

### 2.2.1. Algoritmo Genético

O algoritmo genético (*genetic algorithm* – GA) é uma heurística de busca populacional, proposta originalmente por John Holland durante os anos setenta, baseada na seleção natural da teoria de Darwin e na genética. Portanto, os

indivíduos que possuem as melhores características têm as maiores chances de sobrevivência e de reprodução, gerando filhos cada vez mais aptos e os indivíduos com características inferiores tendem a desaparecer da população (Coley, 1999).

Por se tratar de uma heurística de busca populacional, os algoritmos genéticos são métodos que não dependem da escolha de um único ponto inicial, de modo que as chances de se obter o ótimo global do sistema são maiores. A essência dos algoritmos genéticos envolve a codificação das variáveis de projeto em vetores de bits ou cadeias de caracteres, a manipulação destas cadeias por meio de operadores genéticos e a seleção das melhores soluções, de acordo com a sua aptidão. Isso geralmente é feito através do seguinte procedimento: (i) geração de uma população inicial aleatória de indivíduos (candidatos para a solução do problema) codificados em uma cadeia de cromossomos de  $l$ -bits; (ii) calcular a função aptidão (fitness)  $f(x)$  de cada indivíduo da população; (iii) criação de uma nova população de acordo com os operadores genéticos de mutação (uma parcela dos indivíduos sofrerão mutação em seu código genético) e reprodução ou *crossover* dos cromossomos; (iv) evolução da população até que se cumpram determinados critérios de parada; e (v) decodificar os resultados para obter a solução para o problema (Melaine, 1999).

O operador de seleção é uma versão artificial do processo de seleção natural. Neste tipo de operador há a seleção dos indivíduos mais aptos da geração atual que são escolhidos para a próxima geração. A função que calcula a aptidão de cada indivíduo na população é conhecida como função de avaliação ou função fitness. Cada indivíduo da população atual de cromossomos é avaliado quanto sua aptidão e um subconjunto de cromossomos é selecionado para ser usado como pais das próximas gerações. Agregado ao processo de seleção, existe a estratégia de elitismo controlado, que auxilia na melhora da convergência do GA. Isto significa que pelo menos uma cópia sem alterações da melhor solução da geração é passada para a nova população, de forma que a melhor solução possa sobreviver às sucessivas gerações. O cruzamento é considerado o operador genético dominante, é utilizado para gerar uma nova população por meio da recombinação de soluções. Um par de indivíduos é dividido em locais escolhidos aleatoriamente e seus materiais genéticos são recombinados formando novos indivíduos, que novamente são avaliados e recebem um novo valor de aptidão individual (Figura 1). O terceiro operador é a mutação, que é utilizado para fornecer novas informações para as populações, ou seja, a mutação promove uma diversidade genética (Yang, 2000).

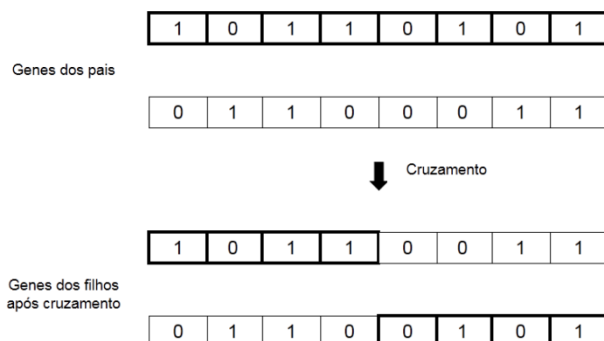


Figura 1. Cruzamento de indivíduos e recombinação de código genético. (Adaptado, Yang, 2000)

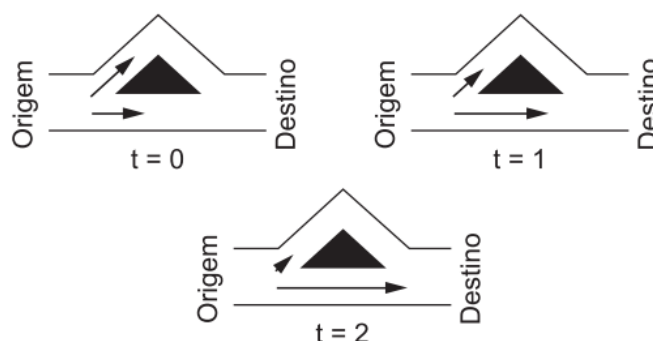
### 2.2.2. Otimização por Colônia de Formigas

O comportamento de coleta de alimentos de muitas sociedades de formigas baseia-se na comunicação indireta mediada por feromônios. Esse tipo de comunicação através de marcas ou signos é chamado estigmergia. Enquanto caminham do formigueiro para as fontes de alimento e vice-versa, as formigas depositam feromônios no chão, formando uma trilha química. As formigas são capazes de liberar a substância e tendem a escolher caminhos onde haja maior concentração química. A trilha química é uma estrutura emergente e auto-organizada e resulta de um *feedback* positivo (Serapião, 2009).

Este comportamento das formigas inspirou Marco Dorigo a criar um algoritmo de colônia de formigas em 1992 (Dorigo e Stützle, 2004), que cria formigas artificiais com o objetivo de encontrar a solução do problema proposto. As formigas vão construindo as soluções de forma probabilística. O algoritmo proposto por Dorigo, denominado otimização por colônia de formigas (*ant colony optimization* – ACO), usa uma abordagem de inteligência coletiva para resolver o conhecido problema do caixeiro viajante (*travelling Salesman problem* - TSP). Neste problema, um conjunto de cidades deve ser visitado por um único vendedor ambulante, por meio do menor percurso da viagem. Para resolver o TSP, o algoritmo ACO busca imitar o comportamento de formigas reais indo do ninho até a fonte de alimento. Para isso, agentes computacionais ou “formigas” são posicionados em um grafo e forçados a se movimentar pelos nós até que uma condição de parada seja satisfeita. O caminho feito pela formiga é uma solução do problema (Neto, 2013).

Segundo Colnari, Dorigo e Maniezzo (1991), o comportamento do ACO pode ser exemplificado por meio da Figura 2. Como se pode notar, no instante  $t = 0$ , uma formiga escolhe de forma aleatória qualquer um dos caminhos disponíveis. Quando se chega no objetivo, uma função definida previamente analisa o caminho realizado, e se obtém a qualidade da solução gerada. De acordo com esta análise, é realizado um depósito de feromônio artificial. Este feromônio faz parte da estratégia de reforço positivo do algoritmo, que busca privilegiar as melhores soluções. Para

evitar saturação nos valores de feromônio (ou seja, que os níveis de feromônio depositados se tornem tão grandes que novos depósitos não sejam significativos), Colomni, Dorigo e Maniezzo (1991) desenvolveram também uma estratégia de reforço negativo, chamada evaporação dos feromônios. Esta estratégia normalmente é modelada como um decaimento linear do nível atual de feromônio existente. Com este ciclo de depósito-evaporação aplicado em cada trecho de um caminho, consegue-se que os melhores caminhos sejam escolhidos com mais frequência que os demais.



**Figura 2. O comportamento básico da ACO em diferentes momentos do tempo. O tamanho das setas indica a probabilidade da escolha de um caminho. (Adaptado, Neto, 2013)**

### 2.2.3. Otimização por Enxame de Partículas

O algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO, *Particle Swarm Optimization*) é um algoritmo estocástico para otimização de funções não-lineares de alta dimensionalidade e com variáveis contínuas. O PSO foi proposto por Kennedy e Eberhart em 1995, e foi inspirado no comportamento social de organismos biológicos, mais especificamente na habilidade de algumas espécies de animais de trabalhar em conjunto para localizar boas regiões com fontes de alimento, assim como ocorre em cardumes e em bandos de pássaros. Desde a sua publicação, o PSO vem sendo aplicado com sucesso na solução de problemas da ciência e da engenharia devido à sua simplicidade, eficácia e robustez (Figueiredo, 2013).

De acordo com Serapião (2009), assim como as outras abordagens de inteligência coletiva, o PSO está baseado em uma população de indivíduos capazes de interagir entre si e com o meio ambiente. Segundo Kennedy et al. (2001), os três princípios envolvidos no processo de adaptação cultural são: (i) o princípio da avaliação, que diz que o indivíduo é capaz de se auto avaliar, observando a melhor solução encontrada por ele próprio; (ii) o princípio da comparação que diz que cada indivíduo compara a sua solução com a solução encontrada por um indivíduo próximo; e (iii) o princípio da imitação que diz que o indivíduo consegue melhorar a sua posição obtendo informações das posições de toda a população. Com base nos princípios de avaliação, comparação e imitação, os indivíduos são capazes de lidar com as diferentes situações que o ambiente lhes apresenta. Sendo que, os comportamentos globais são resultados emergentes dessas interações.

Na versão clássica do PSO, as partículas do enxame são inicializadas em posições aleatórias no espaço de busca segundo uma distribuição de probabilidade uniforme, assim como ocorre em muitos algoritmos evolucionários. Em seguida, a posição  $x_i(t)$  de cada partícula  $i$  na iteração  $t$  é modificada por uma velocidade estocástica  $v_i(t)$  que depende da distância que a partícula está da sua melhor solução conhecida e da distância para melhor solução conhecida dentro de sua vizinhança. O vetor velocidade é o responsável por guiar o processo de otimização, e para isso ele utiliza tanto o conhecimento adquirido individualmente pela partícula quanto o conhecimento adquirido pela partícula a partir da comunicação com sua vizinhança. Um exemplo de movimento de uma partícula em um espaço de busca bidimensional está apresentado na Figura 3. Como se observa, o vetor velocidade consiste basicamente de uma soma vetorial das componentes cognitiva e social com a inércia da partícula. A inércia (velocidade anterior da partícula) funciona como uma memória da direção da velocidade anterior da partícula. Esta componente é importante, pois ela evita que a partícula sofra alterações bruscas na direção de sua velocidade. Desta forma, se a partícula se movimentava em direção a uma boa região, essa direção não é completamente modificada em virtude da descoberta de um novo líder social. A componente cognitiva é importante, pois ela atrai a partícula na direção da melhor posição encontrada por ela desde o início da busca. Com isso, espera-se que a partícula encontre uma boa posição que possivelmente esteja próximo do seu líder cognitivo atual. A componente social, por sua vez, é a principal componente na equação da velocidade das partículas, pois é por meio dela que as partículas compartilham informação a respeito das melhores posições encontradas por elas desde o início do processo de busca (Figueiredo, 2013).

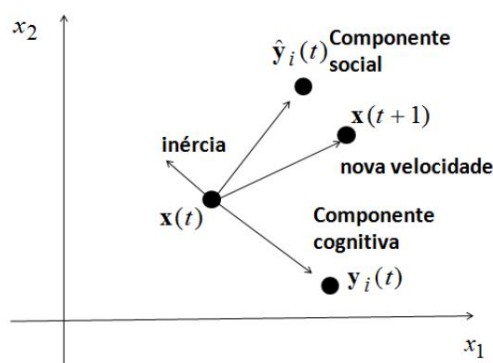


Figura 3. Exemplo de movimento de uma partícula em um espaço de busca com 2 dimensões. (Figueiredo, 2013)

## 2.2.4. Evolução Diferencial

De acordo com Babu e Angira (2008), a evolução diferencial é um algoritmo evolucionário muito competitivo com ótimos resultados em problemas de otimização aplicados a problemas de engenharia, tais como: projeto de filtros digitais; projeto ótimo de trocadores de calor; síntese e otimização de sistemas integrados de destilação; otimização de reações de alcalinização; otimização de sistemas de bombeamento de água; otimização de pirólise de biomassa e outros. Storn e Price (1997) destacam as seguintes vantagens da DE: (i) o algoritmo da DE é simples e de fácil utilização com apenas três parâmetros de controle, que podem ser selecionados de intervalos bem definidos; (ii) o método foi desenvolvido para problemas de otimização global em espaços contínuos e, portanto, diferentemente do GA, não exigem a codificação das variáveis em números binários; (iii) apresenta boas propriedades de convergência; e (iv) pode ser facilmente adaptado para o uso em computação paralela.

O algoritmo da DE envolve basicamente quatro etapas: (i) criação da população inicial; (ii) mutação diferencial; (iii) cruzamento; e (iv) seleção. Na primeira etapa, uma população inicial de indivíduos (vetores com as variáveis de projeto) é criada aleatoriamente dentro de determinados limites pré-estabelecidos para as variáveis de projeto. A segunda etapa consiste em gerar novos indivíduos por meio da mutação diferencial, na qual vetores mutantes são criados para competir com vetores alvos da população atual. Sendo que, os vetores alvos são selecionados aleatoriamente até que seja criado um vetor mutante para cada indivíduo da população. Na terceira etapa ocorre o cruzamento ou *crossover*, cujo objetivo é manter a diversidade da população. Nesta etapa os vetores alvos são combinados com os vetores mutantes correspondentes, por meio de uma regra probabilística. Sendo que, os vetores resultantes do cruzamento passam a ser chamados de vetores candidatos. Na quarta e última etapa, os melhores indivíduos são selecionados por meio de torneio, isto é, o vetor alvo compete com o vetor candidato correspondente. Se o vetor candidato gerar um valor menor ou igual de função objetivo, ele substitui o vetor alvo na próxima geração. No caso contrário, o vetor candidato é descartado e o vetor alvo é mantido. Destaca-se ainda que, ao final da etapa de mutação diferencial a população dobra de tamanho, porém após a etapa de seleção ela retorna ao tamanho original. Por fim, as três últimas etapas (mutação, cruzamento e seleção) se repetem até que seja atingida a convergência definida por um determinado critério de parada.

## 3. EXEMPLOS NUMÉRICOS E RESULTADOS

Três exemplos numéricos foram formulados para investigar a eficácia do acoplamento do BEM com as heurísticas de otimização global, GA, ACO, PSO e DE, na solução de problemas de detecção de danos em estruturas bidimensionais, produzindo resultados comparativos para três combinações de posição e dimensão do dano. Em todos os exemplos, o dano foi modelado como um furo elíptico descrito por cinco parâmetros geométricos: coordenadas cartesianas do centro do furo ( $x, y$ ); semi-eixo maior ( $a$ ); semi-eixo menor ( $b$ ); e inclinação do semi-eixo maior com relação à horizontal ou simplesmente inclinação ( $\theta$ ). Entretanto, no procedimento de otimização, adotou-se uma razão fixa entre o semi-eixo maior e menor,  $a/b = 5$ , de modo a reduzir a quantidade de variáveis de projeto de cinco para quatro, ou seja,  $\mathbf{x} = [x, y, a, \theta]$ . Os presentes autores acreditam que a determinação de todos os cinco parâmetros do furo elíptico não é realmente necessária, sendo que a redução das variáveis é, particularmente, válida quando se almeja aproximar uma trinca aberta linear por uma elipse e reduzir o custo/tempo computacional.

### 3.1. Modelagem da estrutura

A estrutura bidimensional investigada neste trabalho foi uma placa fina quadrada com dimensão  $6 \times 6$  (cm). Nas simulações, adotaram-se as seguintes hipóteses, propriedades e condições de contorno: (i) material homogêneo, uniforme e isotrópico; (ii) estado plano de tensões; (iii) módulo de cisalhamento  $G = 94,50$  GPa e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,10$ ; (iv) trações de superfície prescritas nas quatro bordas da placa  $p = 100$  MPa; e (v) trações de superfície nulas no contorno do dano. Reitera-se que, neste método inverso, as respostas “experimentais” (simuladas)

avaliadas foram as componentes do tensor de tensão. Sendo que, estas respostas foram avaliadas apenas em alguns pontos internos, uniformemente distribuídos ao longo da superfície da placa, de modo a simular uma possível distribuição de sensores. O contorno externo da placa e o furo elíptico (contorno interno) foram discretizados em 60 e 12 elementos constantes, respectivamente. A geometria e as condições de contorno estão esquematizadas na Fig. 4.

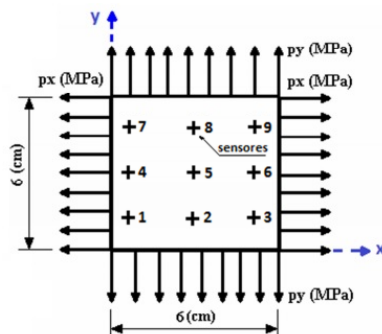


Figura 4. Condições geométricas e de contorno da placa

### 3.2. Resultados da Detecção do Dano

A configuração assumida para os parâmetros de controle das heurísticas está apresentada na Tab. 1. Para todos os casos, adotou-se o número máximo de iterações como critério de parada. Os resultados numéricos obtidos estão apresentados nas Tab. 2-4. Observando os resultados, verifica-se uma certa objeção à convergência do PSO, mesmo considerando as médias dos parâmetros analisados, concentrando as elipses identificadas afastadas da solução real. O algoritmo genético e a ED obtiveram bons resultados nos casos 1 e 3, porém mostraram menores eficiências no caso 2. Na ED, a elipse identificada ficou inclusive longe da convergência esperada. Por fim, para o problema de detecção em placas finas, o ACO mostrou-se o mais estável e com melhor convergência, apresentando resultados bem homogêneos.

Tabela 1. Parâmetros de controle das heurísticas de otimização global

|                                  |                 |      |                                   |                         |      |
|----------------------------------|-----------------|------|-----------------------------------|-------------------------|------|
| <b>Algoritmo Genético (GA)</b>   | População       | 50   | <b>Enxame de Partículas (PSO)</b> | População               | 30   |
|                                  | Gerações        | 80   |                                   | Iterações               | 50   |
|                                  | Mutação         | 0.05 |                                   | Princípio de avaliação  | 1.50 |
|                                  | Cruzamento      | 0.60 |                                   | Princípio de comparação | 2.00 |
| <b>Evolução Diferencial (DE)</b> | População       | 40   | <b>Colônia de Formigas (ACO)</b>  | Princípio de imitação   | 3.50 |
|                                  | Iterações       | 100  |                                   | Tamanho da colônia      | 30   |
|                                  | Fator de escala | 0.80 |                                   | Iterações               | 30   |
|                                  | Cruzamento      | 0.90 |                                   | Taxa de evaporação      | 1.25 |

Tabela 2. Resultados com dano na posição 1.

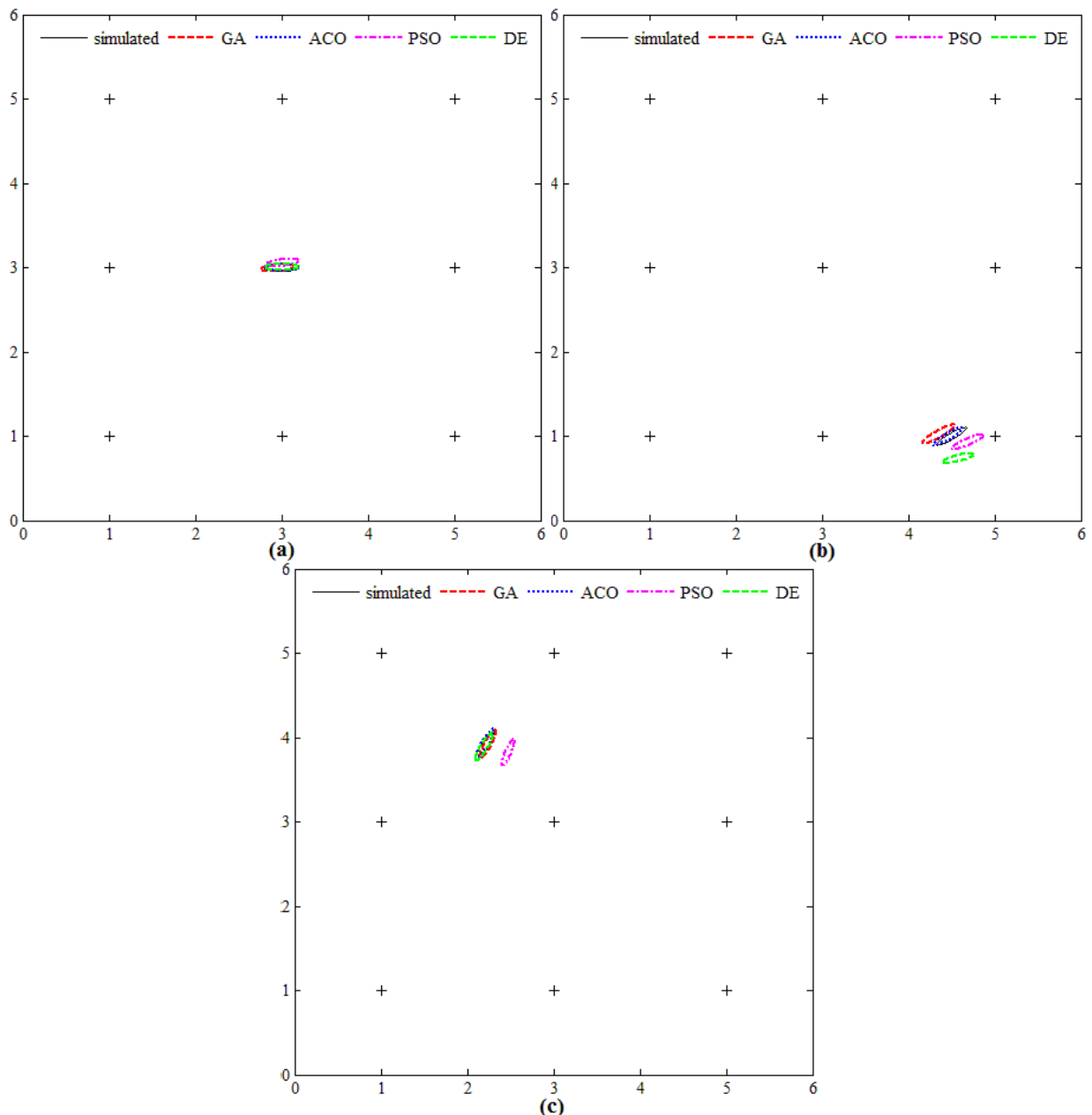
| Objetivo 1 | $x$    | $y$    | $a$    | $b$    | $\theta$ |
|------------|--------|--------|--------|--------|----------|
|            | 3.0    | 3.0    | 0.20   | 0.04   | 0°       |
| GA         | 2.9506 | 2.9948 | 0.1956 | 0.0391 | 3.35°    |
| ACO        | 2.9999 | 3.0000 | 0.2000 | 0.0400 | -0.06°   |
| PSO        | 3.0040 | 3.0564 | 0.2002 | 0.0400 | 7.44°    |
| DE         | 2.9999 | 3.0072 | 0.2001 | 0.0400 | 0.05°    |

Tabela 3. Resultados com dano na posição 2.

| Objetivo 2 | $x$    | $y$    | $a$    | $b$    | $\theta$ |
|------------|--------|--------|--------|--------|----------|
|            | 4.5    | 1.0    | 0.20   | 0.04   | 30°      |
| GA         | 4.3464 | 1.0237 | 0.2190 | 0.0438 | 29.34°   |
| ACO        | 4.4567 | 0.9989 | 0.1999 | 0.0399 | 29.78°   |
| PSO        | 4.6850 | 0.9316 | 0.2021 | 0.0404 | 22.82°   |
| DE         | 4.5773 | 0.7391 | 0.1905 | 0.0381 | 13.37°   |

**Tabela 4. Resultados com dano na posição 3.**

| Objetivo 3 | $x$    | $y$    | $a$    | $b$    | $\theta$ |
|------------|--------|--------|--------|--------|----------|
|            | 2.2    | 3.9    | 0.20   | 0.04   | 60°      |
| GA         | 2.2419 | 3.9257 | 0.1948 | 0.0389 | 61.32°   |
| ACO        | 2.2103 | 3.9349 | 0.1954 | 0.0391 | 59.83°   |
| PSO        | 2.4736 | 3.8248 | 0.1742 | 0.0348 | 66.39°   |
| DE         | 2.1991 | 3.8968 | 0.2001 | 0.0400 | 59.97°   |

**Figura 5. Resultados obtidos para o problema de detecção de danos, modelados como elipses em diferentes posições na placa: posição 1 (a), posição 2 (b) e posição 3 (c).**

Os resultados demonstram que o algoritmo é capaz de identificar um dano modelado como furo elíptico, com baixos erros nas estimativas. Não se notou diferenças significativas entre o dano centralizado e descentralizado.

#### 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho um problema inverso de detecção de danos, em placas finas, foi resolvido utilizando várias técnicas heurísticas de otimização global em associação com o método dos elementos de contorno. O método dos elementos de contorno foi utilizado na análise direta para obtenção do campo de tensões da estrutura danificada, porém apenas a

informação de um número limitado de pontos (sensores simulados), distribuídos uniformemente ao longo da placa, foi utilizada para identificar os parâmetros geométricos do modelo adotado para o dano. Então, nas análises inversas, as tensões obtidas na simulação da placa danificada foram comparadas às tensões calculadas para diferentes estimativas do dano, por meio de uma função objetivo

Os resultados das simulações numéricas demonstraram que a metodologia de detecção de danos apresentada conseguiu identificar o dano com grande eficácia em posições distintas ao longo da placa, quando se avaliou a elipse como modelo de dano adotado. A importância atribuída ao estudo de um modelo de dano na forma de um furo elíptico se deve também ao fato deste poder ser utilizado como um modelo de aproximação para trinca abertas e lineares e desta forma, estar-se-ia caminhando na direção da detecção de trincas, um caso mais complexo e de difícil identificação.

Analisando os resultados de todos os algoritmos, observou-se que o ACO é o que apresenta melhor convergência na solução desejada para este tipo de problema específico, obtendo-se resultados homogêneos para os casos estudados. Em suma, os resultados das simulações numéricas demonstraram que a metodologia de detecção de danos apresentada conseguiu identificar o dano com grande eficácia em posições distintas ao longo da placa.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais pelo apoio financeiro recebido.

## 6. REFERÊNCIAS

- Alves, V. N., 2012, “Estudo de novas estratégias para identificação de danos estruturais a partir de dados vibracionais”, Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Coley, D. A., 1999, “An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers”, World Scientific Pub. Co, Singapura.
- Coloni, A.; Dorigo, M.; Maniezzo, V. Distributed optimization by ant colonies. In: EUROPEAN Conference Of Artificial Life, 1991, Paris.
- Costa, C. R., 2011, “Condução de Experimentos Computacionais com Métodos Heurísticos”, Dissertação (Mestrado em Computação) – Instituto de Informática, Universidade Federal de Goiás. Goiânia.
- Dorigo, M.; Stützle, T., 2004, “Ant Colony Optimization”. Massachusetts Institute of Technology. Cambridge.
- Kennedy, J. e Mendes, R., 2002, “Population structure and particle swarm performance”. In Congress on Evolutionary Computation, v.2, p. 1671-1676. Piscataway, NJ, IEEE Service Center.
- Koide, R. M., 2010, “Algoritmo de colônia de formigas aplicado à otimização de materiais compostos laminados”, Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba.
- Jorge, A. B.; Lopes, P. S.; Lopes, M. E., 2008, “On the use of boundary element methods for inverse problems of damage detection in structures”, Advances in Boundary Element Techniques IX – BeTeq, p. 301-307.
- Lopes, P. S., 2010, “Modelagem de problema inverso de detecção de danos por técnicas de identificação de parâmetros e de otimização”, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá. Itajubá.
- Lopes, P. S.; Jorge, A. B.; Cunha Jr, S. S.; 2010, “Detection of holes in a plate using global optimization and parameter identification techniques”, Inverse Problems in Science and Engineering, v. 18, n. 4, p. 439-463.
- Lucas, D. C., 2002, “Algoritmos Genéticos: uma Introdução”, Apostila, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Neto, R. F. T., Godinho, M., 2013. Otimização por Colônia de Formigas para o Problema de Sequenciamento de Tarefas em uma única máquina com terceirização permitida. Gest. Prod., São Carlos, v. 20, n. 1, p. 76-86.
- Puchinger, J. e Raidl, G. R., 2005, “Combining Metaheuristics and Exact Algorithms in Combinatorial Optimization: A survey and Classification”, Artificial Intelligence and Knowledge Engineering Applications: A Bioinspired Approach, p. 41-53.
- Rus, G.; Gallego, R., 2002, “Optimization algorithms for identification inverse problems with the boundary element method”, Engineering Analysis with Boundary Elements, v. 26, p. 315-327.
- Serapião, A. B. S., 2009. Fundamentos de Otimização por Inteligência de Enxames: Uma Visão Geral Revista Controle & Automação/Vol.20 no.3.
- Storn, R.; Price, K., 1997, “Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces”, Journal of Global Optimization, v. 11, p-341-359.
- Swagatam, D.; Suganthan, P. N., 2011, “Differential Evolution: A Survey of the State of the Art”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v. 15, n. 1, p. 4-31.
- Suveges, J. M. C., 2014, “Estudo Acerca de Detecção de Danos em Estruturas via Método de Otimização”, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá.
- Yang, X. S. An Introduction with Metaheuristic Applications. John Wiley & Sons. 2010.

## 7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

“Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

# COMPARATIVE STUDY OF OPTIMIZATION TECHNIQUES APPLIED IN STRUCTURAL DAMAGE DETECTION PROBLEMS

Jean Michel Carvalho Suveges, suveges@unifei.edu.br<sup>1</sup>

Guilherme Ferreira Gomes, guilhermefergom@unifei.edu.br<sup>1</sup>

Alício Mendonça Souza, aliciomsouza@unifei.edu.br<sup>3</sup>

Sebastião Simões Cunha Jr, sebas@unifei.edu.br<sup>4</sup>

Patrícia da Silva Lopes, patty\_lauer@unifei.edu.br<sup>5</sup>

<sup>1, 2, 3, 4, 5</sup>Mechanical Engineering Institute, Federal University of Itajubá, Av. BPS, 1303, Itajubá, Brazil

**Abstract.** Damage to the structure can be caused by numerous factors and a lot of time has difficult location for carrying out maintenance or repair of the damage. In this work, an inverse problem is solved to damage detection using different optimization metaheuristics order to locate and identify a hole in the structure. The algorithms studied were: Genetic Algorithms (GA), Ant Colony Optimization (ACO) and Particle Swarm Optimization (PSO). These methods were used in order to compare results between them and the optimization by Differential Evolution (DE). The problem that was studied is square thin plate and bi-directional load and the damage in the form of an elliptical hole into three distinct cases. The Genetic Algorithms, Ant Colony and Differential Evolution produced very satisfactory results identifying the geometric parameters of the ellipse with good accuracy in different positions of the ellipse. The Particle Swarm turn struggled to converge to the expected result. In general, the results obtained were very satisfactory since it permitted a comparison of various algorithms, showing the strength of each method.

**Keywords:** Damage Detection, Optimization, Genetic Algorithm, Ant Colony Optimization, Particle Swarm Optimization