

CONEM 2016
CONGRESSO NACIONAL DE
ENGENHARIA MECÂNICA

21-25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

ANÁLISE DE SISTEMA ESTRUTURAL DO TIPO PÓRTICO ATRAVÉS DA FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF) USANDO O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Yuri Jose Oliveira Moraes, yurijmoraes@gmail.com¹
Andersson Guimarães Oliveira, anderssonoliveira@gmail.com²
Antônio Almeida Silva, antonio.almeida@ufcg.edu.br³
Pedro Igor Costa Moreira, pedro_igor_moreira@hotmail.com⁴

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica (UAEM), Avenida Aprígio Veloso, 882 – Bairro Universitário – CEP: 58.429-900 – Telefone: (83) 2101-1126, Campina Grande - PB.

Resumo: A maioria das atividades de engenharia envolve algum tipo de vibração ou perturbação, percebidos geralmente nas aplicações em projetos estruturais, motores, sistemas de controle entre outros. Na concepção de um projeto estrutural deve-se considerar além das solicitações provenientes da massa, também aquelas oriundas dos fenômenos externos como abalos sísmicos e intemperes naturais. Para garantir um melhor desempenho estrutural e de segurança em sistemas deste tipo, como edifícios e pórticos metálicos, faz-se necessário o estudo e identificação do sistema e de seus parâmetros com o objetivo de prever o comportamento dinâmico de tais construções quando submetidos a condições críticas de excitação pela base que possam levá-lo ao colapso. Neste sentido, este trabalho tem como objetivo principal analisar as frequências naturais e modos de vibração em termos de amplitudes de deslocamento, bem como identificar parâmetros como rigidez e amortecimento de um modelo de edifício com dois graus de liberdade (2GDL), sujeito a excitação pela base por meio de uma mesa vibratória (ShakeTable). A partir das suas funções de resposta em frequência (FRF) experimentais, foram identificados os parâmetros pelo método de estimação dos mínimos quadrados tendo-se obtido resultados coerentes com a modelagem.

Palavras-chave: Estruturas de Engenharia, Função de Resposta em Frequência (FRF), Estimação de Parâmetros, Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

1. INTRODUÇÃO

Em todo o mundo, cada vez mais necessita-se de projetos otimizados, e no caso de estruturas prediais não é diferente, atualmente vários estudos estão sendo realizados com o intuito de atenuar as amplitudes de vibração dessas estruturas e aumentar o amortecimento estrutural a partir do uso de técnicas de controle de vibração, garantindo um melhor desempenho e segurança.

Segundo Rao (2008), a teoria da vibração se encarrega de estudar esses movimentos oscilatórios dos corpos e as forças a eles associadas. Em geral, um sistema vibratório alterna a transferência de sua energia potencial para energia cinética e vice-versa. O sistema contém geralmente um meio de armazenar energia potencial, uma mola por exemplo, outro para energia cinética como uma massa e um meio de perda gradual de energia através de um amortecedor.

Com base nesse conceito e considerando as aplicações que envolvem o controle de vibrações observamos que estas solicitações provenientes de tais oscilações devem ser minimizadas ao máximo e daí surge a necessidade do estudo mais aprofundado e suas possíveis consequências que podem ser danosas em estruturas deste tipo.

Neste artigo, exploramos a aplicação do método de estimação dos mínimos quadrados como forma de identificação e estimação de parâmetros estruturais de um sistema tipo pórtico com dois graus de liberdade através da função resposta em frequência, para fins de análise e comparação com a modelagem analítica.

Segundo Ljung (1999), nos métodos para estimação de parâmetros de modelos discretos é dada uma maior ênfase ao método dos mínimos quadrados, uma vez que é a base para o desenvolvimento de outros métodos de identificação. As principais características que motivam a utilização do estimador (MQ) podem ser vistas no teste de resposta a entrada do tipo degrau, onde as medidas são obtidas a partir da mudança de um ponto de operação para outro ponto, sendo adequado se o processo sob avaliação contém um baixo nível de ruído (variância reduzida), o que muitas vezes

não acontece em condições práticas reais, e de uma forma diferente do teste da resposta ao degrau, onde não necessariamente a magnitude da variável do processo medida “domina” o nível de ruído, o estimador dos mínimos quadrados pondera as medidas de entrada e saída nas formas não iterativa e iterativa através de algoritmos não recursivo e recursivo.

A finalidade desse estudo foi de identificar e ajustar os parâmetros estruturais de um sistema contendo massa, rigidez e amortecimento com o auxílio do método de estimação dos mínimos quadrados, através da análise da resposta em frequência (FRF). A estrutura usada é do tipo pórtico que simula um edifício de dois graus de liberdade (2GDL). Com uma mesa vibratória (*ShakeTable*) como elemento de excitação foram gerados os sinais de entrada em determinada faixa de frequências e obtidos os sinais de saída capturado por um sensor de medição de deslocamento linear (LVDT), fixado na estrutura. Posteriormente, tais dados foram tratados usando o software *Matlab*® para obtenção dos valores estimados a fim de comparação com os valores teóricos e experimentais.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Identificação de Sistemas

Supondo que estejam disponíveis os sinais de entrada $F(\omega)$ e de saída $X(\omega)$, de um sistema real qualquer, conforme mostrado na Fig. 1, é possível obter a FRF no domínio da frequência.

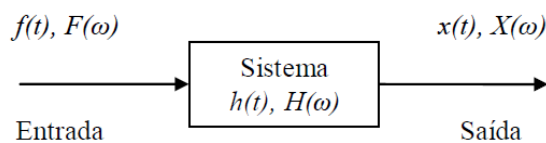


Figura 1. Diagrama de bloco para um sistema linear.

Segundo Aguirre (2007), a identificação de sistemas se propõe a obter um modelo matemático que explique de forma aproximada a relação de causa e efeito presente nos dados. Que modelo há que, ao ser excitado por $F(\omega)$, resulta em $X(\omega)$? A pergunta acima restringe-se a busca de modelos ou famílias de modelos relativamente pequenas, e como consequência dessa restrição a busca poderá não ser a mais adequada. Há vários aspectos importantes envolvidos em problemas reais de identificação, as principais etapas são:

1. *Testes dinâmicos e coleta de dados*: Uma vez que a identificação se propõe a obter modelos a partir de dados, é necessário gerar tais dados. Em outras situações será possível efetuar testes de forma a extrair informações dinâmicas do sistema, como a escolha dos sinais de excitação, a execução do teste e o tempo de amostragem.

2. *Representação matemática e estrutura do modelo*: Poderá ser usada diversas representações de modelos lineares, dentre elas a função de transferência em tempo contínuo usadas em problemas de identificação determinística. A escolha da estrutura se restringe, basicamente ao número de polos e zeros, e a determinação do atraso puro do tempo.

3. *Estimação de parâmetros*: Esta etapa começa com a escolha do algoritmo a ser utilizado, sendo a maioria deles variante do método clássico de mínimos quadrados, desde que a representação escolhida seja linear nos parâmetros.

4. *Validação do modelo*: É necessário verificar se os modelos incorporam ou não as características de interesse do sistema original, sendo interessante a comparação entre si e a decisão se há algum melhor que os demais.

O princípio dos mínimos quadrados estabelece que o valor mais provável das grandezas desconhecidas é a que minimiza a soma dos quadrados da diferença entre os valores atualmente observados e os valores calculados multiplicados por números que medem o grau de precisão, onde quanto mais precisa a medida, maior a sua ponderação. Os parâmetros estimados devem satisfazer as observações (experimental) da forma mais exata possível, e a diferença entre observação e cálculo (usando os parâmetros estimados) deve ser mínima.

2.1.1. Conceitos de Resposta em Frequência (FRF)

Segundo Felício (2010), quando uma entrada $q_i(t)$ excita um sistema linear em repouso ou equilíbrio, a resposta do sistema tem 2 trechos, como observado na Fig. 2. Se a entrada for senoidal, a resposta permanente $q_{op}(t)$ também será, e com oscilação na mesma frequência. Em geral podemos fazer a superposição da entrada com a resposta permanente, e desta forma colocando os gráficos de $q_i(t)$ e $q_{op}(t)$ juntos, podemos determinar a relação de amplitudes (A_o/A_i) e ângulo de fase φ .

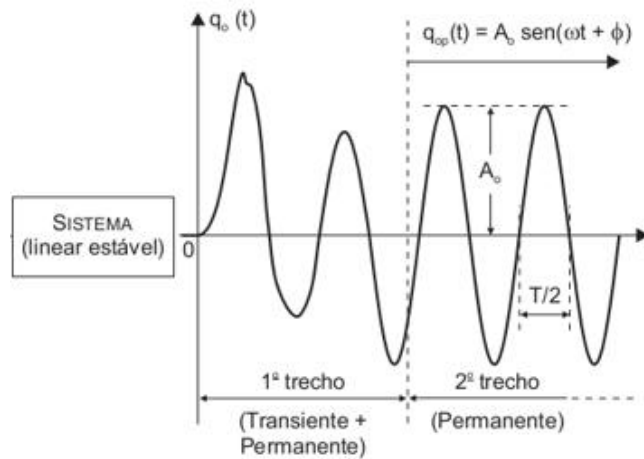


Figura 2. Visualização dos trechos da resposta de um sistema quando a entrada é senoidal.

Análises teóricas e experimentais mostram que a relação de amplitudes (A_o/A_i) e da fase ϕ dependem de ω , que é a frequência de excitação. Na forma gráfica, o conjunto dessas relações de (A_o/A_i) e ϕ em função de ω é denominado de gráfico da FRF (magnitude e fase). Com auxílio de ferramentas computacionais, antes de calcular a FRF, se os sinais de entrada foram obtidos no domínio do tempo, podem ser transformados para o domínio da frequência com uso da transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*) de modo que a relação (A_o/A_i) possa ser obtida para cada valor de frequência.

Segundo Phillips (2008), a transformada de Fourier (FFT) é um método de representar matematicamente modelos de sinais e sistemas no domínio da frequência. Inicia-se esse processo a partir da representação de sinais periódicos em termos de suas harmônicas usando séries de Fourier. A transformada de Fourier é uma extensão desse conceito, e como parte do tratamento de dados para identificação de parâmetros a FFT é calculada para cada frequência do sinal de excitação do sistema.

2.2. Sistemas Estruturais com Dois Graus de Liberdade (2GDL)

Um modelo de sistema tipo pórtico estrutural com (2GDL), e sua representação (massa-mola-amortecedor) é mostrada na Fig. 3 (Silva, 2016). Através de seu DCL é possível desenvolver a modelagem matemática deste estudo.

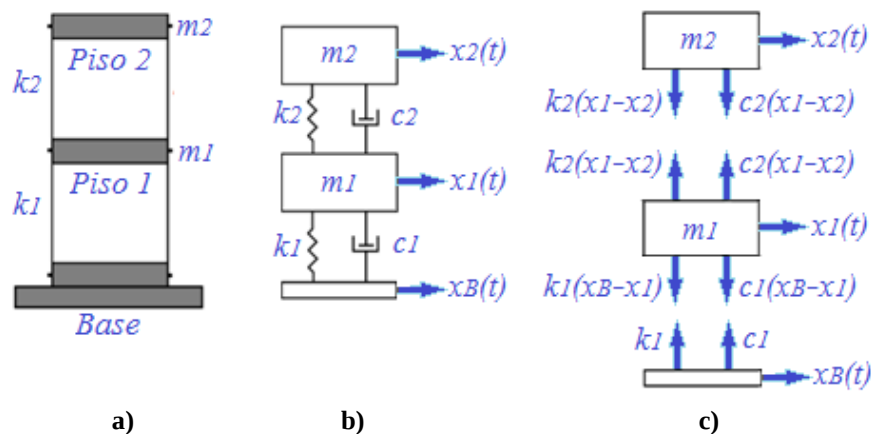


Figura 3. a) Representação da estrutura; b) Diagrama de massas concentradas; c) DCL do pórtico.

Beer *et al.* (1995), mostra que a maioria dos sistemas modelados na engenharia estrutural compreendem sistemas com n graus de liberdade. Para uma análise dinâmica baseada na análise modal, pretende-se determinar os modos de vibração e as frequências naturais, sendo que os movimentos vibratórios variáveis no tempo, geram-se forças de inércia, proporcionais a massa dos elementos, que podem ser examinadas à luz da segunda lei de Newton, conforme a Eq. (1).

$$[m]\ddot{\vec{X}}(t) + [c]\dot{\vec{X}}(t) + [k]\vec{X}(t) = \vec{F}(t) \quad (1)$$

Onde, $[m]$ é a matriz de massa, $[c]$ é a matriz de amortecimento viscoso e $[k]$ a matriz de rigidez do sistema. A estimação de um sistema contínuo ou distribuído como um sistema com dois graus de liberdade (2GDL) pode ser

representado por duas massas concentradas ou corpos rígidos. Para a análise da estrutura de um edifício de dois pavimentos, o movimento do sistema é descrito pelas coordenadas $x_1(t)$ e $x_2(t)$ que definem as posições das massas m_1 e m_2 em qualquer tempo t em relação às posições de equilíbrio. Considerando o sistema viscosamente amortecido, e aplicando a segunda lei de Newton para cada uma das massas obteve-se a Eq. (2).

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \cdot \dot{x}_1 - c_2 \cdot \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) \cdot x_1 - k_2 \cdot x_2 = F_1(t) \quad (2)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 - c_2 \cdot \dot{x}_1 + (c_2 + c_3) \cdot \dot{x}_2 - k_2 \cdot x_1 + (k_2 + k_3) \cdot x_2 = F_2(t)$$

Pode-se obter na forma matricial as denominadas matrizes de massa, amortecimento, rigidez, e os vetores $x(t)$ e $F(t)$ que são denominados vetores de deslocamento e de força, respectivamente, são dados por:

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; \quad [c] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix}; \quad [k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$x(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} \quad e \quad F(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}$$

Em vibração livre o vetor força é igual a zero, pois nenhuma força externa atua no sistema após o deslocamento ou impulso inicial, para vibração forçada a excitação externa pode ser harmônica do tipo senoidal, periódica ou transiente.

2.2.1. Funções de Transferência Para S2GDL Excitado Pela Base

Considerando a Fig. 3, para uma estrutura submetida a excitação de base, podemos aplicar as equações de equilíbrio para encontrar as respostas do sistema, e rearranjando seus termos obtemos:

$$[m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \cdot \dot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1] + [-c_2 \cdot \dot{x}_2 - k_2 x_2] = [k_1 \cdot x_B + c_1 \cdot \dot{x}_B] = F_1(t) \quad (4)$$

$$[m_2 \cdot \ddot{x}_2 + c_2 \cdot \dot{x}_2 + k_2 \cdot x_2] + [-c_2 \cdot \dot{x}_1 - k_2 \cdot x_1] = 0 = F_2(t)$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações acima e assumindo as condições iniciais nulas do sistema como sendo $x_1(0) = x_2(0) = 0$ e $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$. Sabendo ainda que $F_1(s) = [k_1 \cdot \{X_B(s)\} + c_1 \cdot \{s \cdot X_B(s) - x_B(0)\}]$ e $F_2(s) = 0$, obtém na forma matricial com $X_1(s)$ e $X_2(s)$ em evidência a Eq. (5) abaixo:

$$\begin{bmatrix} s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2) & -s \cdot c_2 - k_2 \\ -s \cdot c_2 - k_2 & s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{Bmatrix} = [A] \cdot \{X(s)\} = \begin{Bmatrix} F_1(s) \\ F_2(s) \end{Bmatrix} = \{F(s)\} \quad (5)$$

Para esta Equação, define-se quatro funções de transferência. Note que para as funções de transferência envolvendo $F_1(s)$, assumiu-se $F_2(s) = 0$ e vice-versa. São elas, $X_1(s)/F_1(s)$, $X_1(s)/F_2(s)$, $X_2(s)/F_1(s)$ e $X_2(s)/F_2(s)$. Usando a regra de Cramer, pode-se resolver a equação matricial para $X_1(s)$ e $X_2(s)$.

$$X_1(s) = \frac{\det \begin{pmatrix} F_1(s) & -s \cdot c_2 - k_2 \\ F_2(s) & s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2 \end{pmatrix}}{\det(A)} = \left(\frac{s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2}{\det(A)} \right) \cdot F_1(s) + \left(\frac{-s \cdot c_2 - k_2}{\det(A)} \right) \cdot F_2(s) \quad (6)$$

$$X_2(s) = \frac{\det \begin{pmatrix} s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2) & F_1(s) \\ -s \cdot c_2 - k_2 & F_2(s) \end{pmatrix}}{\det(A)} = \left(\frac{-s \cdot c_2 - k_2}{\det(A)} \right) \cdot F_1(s) + \left(\frac{s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)}{\det(A)} \right) \cdot F_2(s)$$

Onde:

$$\det(A) = [s^2 \cdot m_1 + s \cdot (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)] \cdot [s^2 \cdot m_2 + s \cdot c_2 + k_2] - (-s \cdot c_2 - k_2)^2 \quad (7)$$

Fazendo, $F_2(s) = 0$ ficaremos com duas funções de transferência $X_1(s)/F_1(s)$ e $X_2(s)/F_1(s)$ e multiplicando essas equações por k_1 e k_2 respectivamente, obtemos a resposta no domínio de Laplace correspondente a força de excitação na base e medidas na primeira ou segunda massa.

$$H_{11}(s) = \frac{X_1(s) \cdot k_1}{F_1(s)} = \left(\frac{s^2 \cdot m_2 \cdot k_1 + s \cdot c_2 \cdot k_1 + k_2 \cdot k_1}{\det(A)} \right) \quad (8)$$

$$H_{12}(s) = \frac{X_2(s) \cdot k_2}{F_1(s)} = \left(\frac{-s \cdot c_2 \cdot k_2 - k_2 \cdot k_2}{\det(A)} \right) \quad (9)$$

3. MATERIAIS E METODOLOGIA

3.1. Modelagem e Especificações do Sistema

O modelo estrutural adotado nas simulações analíticas e verificados nos ensaios experimentais, junto com a metodologia empregada nas etapas para obtenção das FRF's e parâmetros estruturais estimados são ilustradas na Fig. 4.

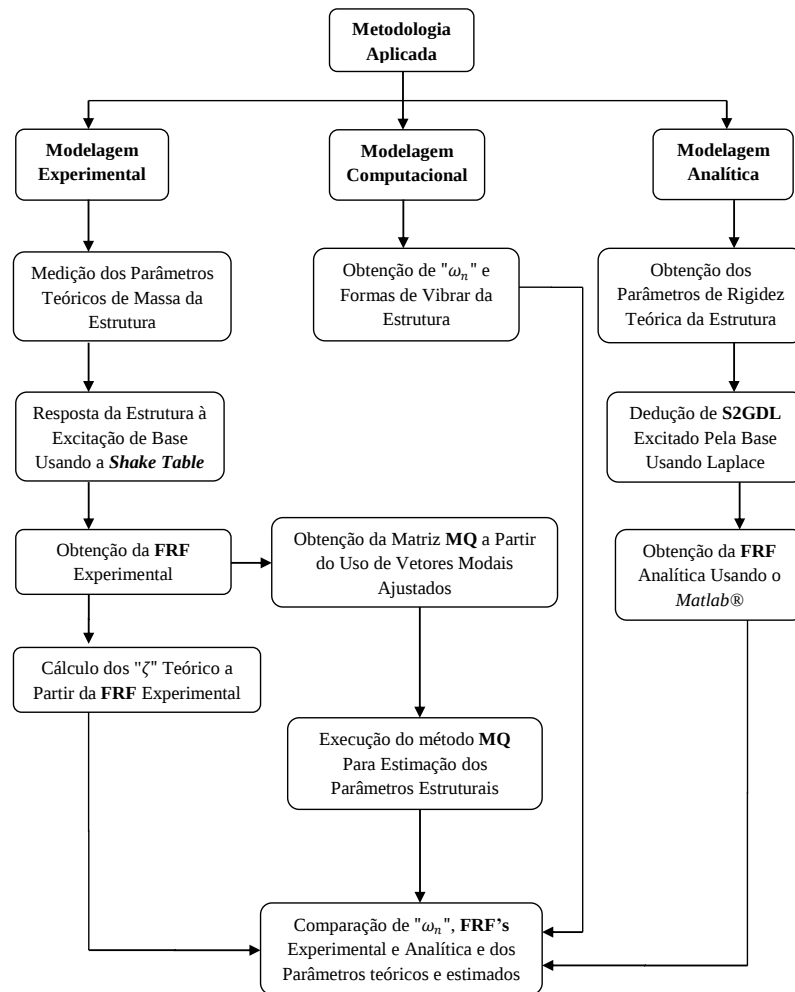


Figura 4. Fluxograma da metodologia adotada na modelagem e validação do sistema.

Neste estudo, foi utilizado uma estrutura já existente no Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) da UFCG, que representa um modelo de edifício de (2GDL), cujas especificações são mostradas na Tab. 1.

Tabela 1. Parâmetros materiais do Pórtico.

Massa do 1º Piso (kg)	1,45
Massa do 2º Piso (kg)	1,25
Comprimento da coluna (mm)	340,0
Largura da coluna (mm)	65,00
Espessura da coluna (mm)	1,50
Módulo elástico - aço inox (GPa)	193,0
Rigidez adotada do 1º Piso (N/m)	701,24
Rigidez adotada do 2º Piso (N/m)	4.787,87

3.2. Abordagem Experimental

Para a caracterização dinâmica experimental, a estrutura foi submetida a excitação de base, como sinal de entrada uma função senoidal com 0,5 mm de amplitude obtida a partir da utilização de uma mesa vibratória (*Shake Table*). O dispositivo de aquisição de dados utilizado na base e para captura dos dados do 1º e 2º piso da estrutura são três LVDT's (modelo HBM 1-WA/10mm-L) fixados em uma haste com posição perpendicular ao deslocamento do pórtico,

o equipamento de registro e análise de sinal é um sistema da HBM (modelo 9E50065D1) utilizando do software comercial Catman® DAQ. Para cada um dos 161 valores de frequência foi capturado um sinal de 10 segundos a partir da entrada em regime permanente do sistema, o sinal obtido possui 500 pontos de resolução.

A varredura de frequências de excitação inicia-se com um valor de 1,0 Hz até 12,0 Hz, atingindo assim as duas primeiras frequências naturais. Com vistas de melhorar a resolução nas regiões próximas da ressonância foi considerado um menor incremento, com variação de 0,05 Hz. A Fig. 5 abaixo mostra o *setup* do procedimento de excitação, captação, e registro do sinal gerado. A captura dos sinais de saída a partir dos sensores de deslocamento foi realizada individualmente evitando a interferência no sinal gerado de um sensor para o outro.

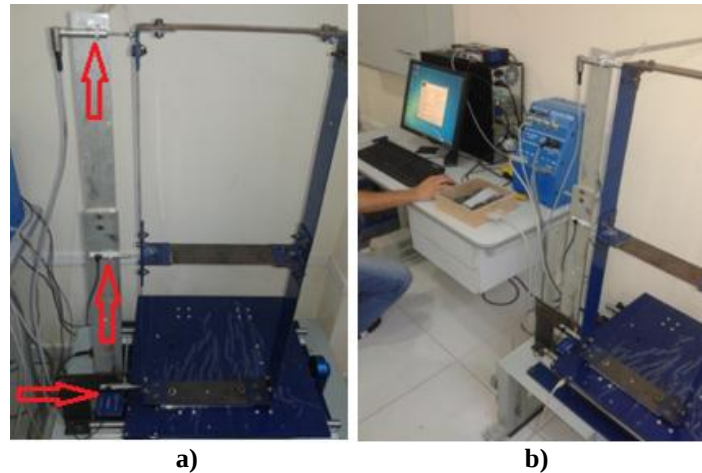


Figura 5. (a) *Setup* de captação dos dados com LVDT's e (b) *Setup* do registro e análise como Catman®.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. Análise Computacional da Estrutura

A simulação computacional do sistema estrutural considerado em vibração livre utilizando o software Autodesk Inventor® é mostrada na Fig. 6, onde visualiza-se os respectivos modos de vibração.

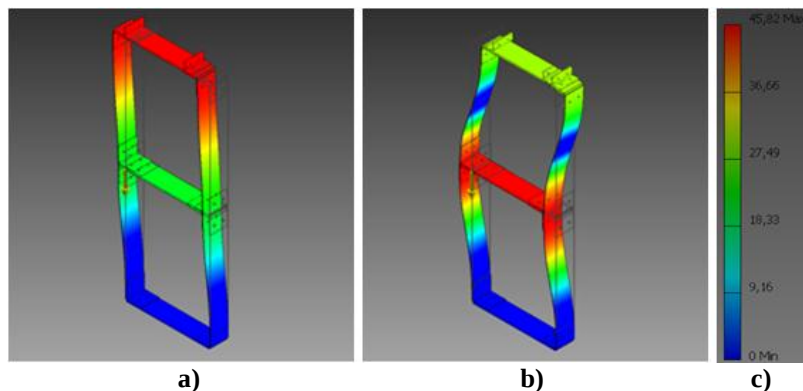


Figura 6. a) 1º modo de vibrar, b) 2º modo de vibrar e c) Barra de cores (deslocamento - mm).

Na configuração referente ao primeiro modo de vibrar (Fig. 6a) observa-se uma maior amplitude de resposta para o 2º piso na frequência natural de 3,78 Hz, enquanto no segundo modo de vibrar (Fig. 6b), a frequência natural é de 10,45 Hz com maior amplitude de deslocamento no primeiro pavimento da estrutura.

4.2. Resultados Experimentais

A análise experimental consistiu em obter gráficos da FRF em escala linear da estrutura medidos no 1º e 2º piso. As FRF's individuais podem ser vistas na Fig. 7. Observa-se que em ambas as curvas os dois picos principais referentes à 1ª e 2ª frequência natural foram de 3,50 Hz e 9,85 Hz, respectivamente. Assumindo esses dois valores de frequências naturais como referência, e conhecendo os valores de massas dos respectivos pisos (medidos numa balança de precisão), foi possível estimar os valores de rigidez, usando a relação $k_{1,2} = (\omega_{n1,2})^2 \cdot m_{1,2}$.

Quando comparados com os resultados obtidos pela a simulação computacional mostrado na Fig. 6, verificou-se uma boa concordância nos valores de amplitude de resposta obtidos, visto que para a primeira frequência natural e

respectivo modo de vibrar os valores de deslocamento são maiores no 2º pavimento da estrutura, e para a segunda frequência natural e modo de vibrar as amplitudes de deslocamento mostraram maiores valores na região correspondente ao 1º pavimento, validando assim o ensaio experimental.

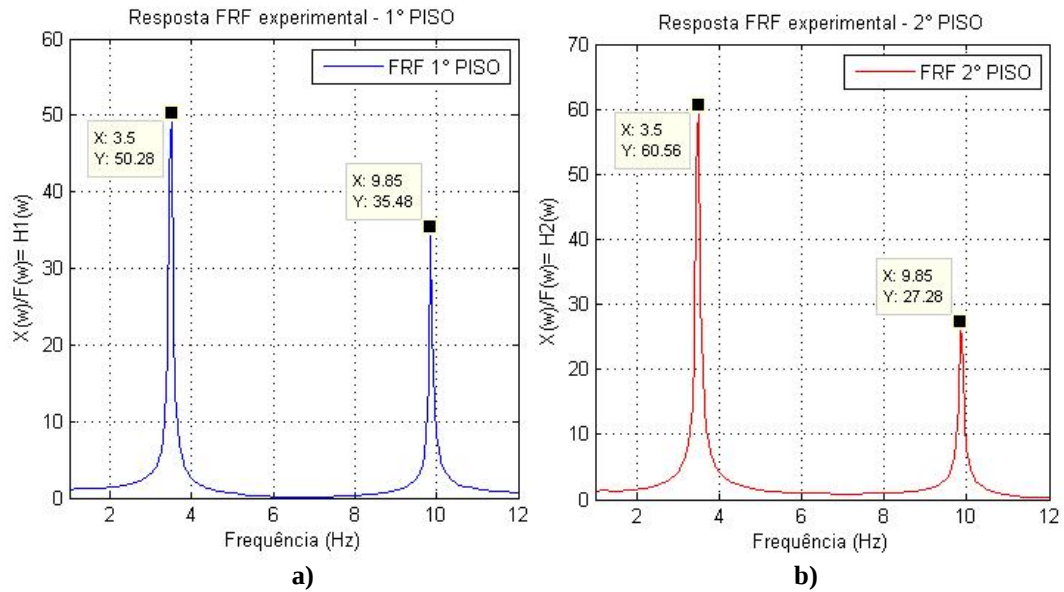


Figura 7. Gráficos da FRF experimental. a) $H_{11}(\omega)$ referente ao 1º piso, b) $H_{12}(\omega)$ referente ao 2º piso.

A Figura 8 mostra os gráficos das respectivas FRF's [$H_{11}(\omega)$ e $H_{12}(\omega)$], ilustrando os pontos das medidas, marcadas em azul e vermelho em escala logarítmica e as respectivas frequências naturais da estrutura para o 1º e 2º pavimento. Verificou-se para o 1º pavimento, curva em azul, que na frequência de 6,6 Hz ocorreu uma antirressonância, mostrando a alta relação da amplitude de entrada $F(\omega)$, quando comparada a amplitude de saída $X(\omega)$ com um pico de relação de (A_0/A_i) negativo, equivalente a 48,6 vezes unidades de escala linear.

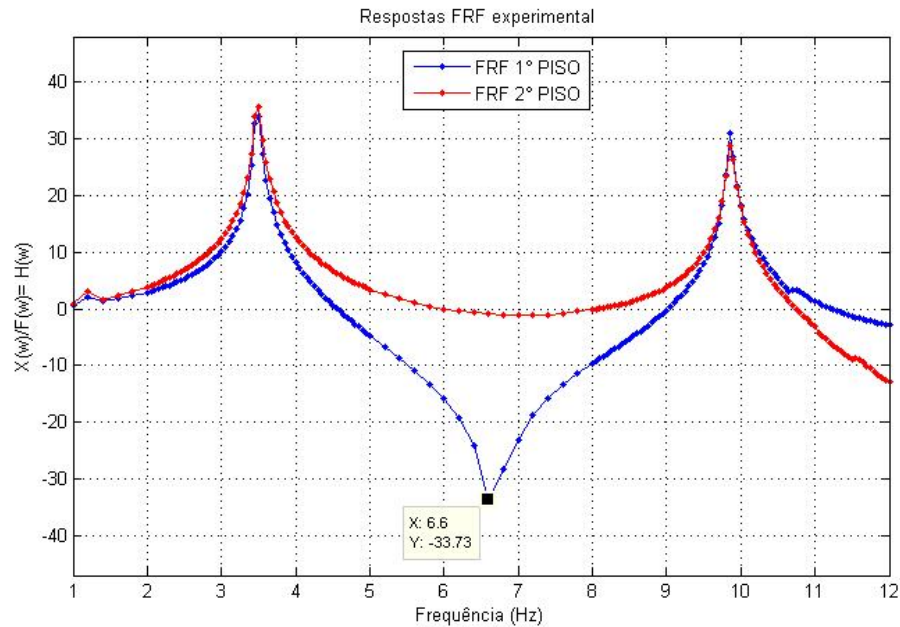


Figura 8. Gráficos das FRF's experimentais do 1º e 2º piso.

A partir da FRF experimental pôde-se estimar o fator de amortecimento pelo método do fator de qualidade e largura de banda, onde para valores pequenos de amortecimento ($\xi < 0,05$), podemos assumir:

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1} \quad (10)$$

Uma rotina foi implementada com ajuda do software *Matlab*® onde se obteve quatro valores de fator de amortecimento para os dois pavimentos e as duas primeiras frequências naturais de cada piso usando o gráfico da FRF experimental. Determinaram-se também as constantes de amortecimento (c_1 e c_2), como mostrado na Tab. 2 abaixo.

Tabela 2. Amortecimentos do sistema (experimentais).

Frequências naturais (Hz)	ζ_1 / c_1 (H_{11} - 1º piso) (N.s/m)	ζ_2 / c_2 (H_{12} - 2º piso) (N.s/m)
$\omega_{n1} = 3,50$	0,0143 / 0,911	0,0143 / 0,786
$\omega_{n2} = 9,85$	0,0025 / 0,449	0,0051 / 0,789

4.2.1. Resultados Analíticos

A Figura 9 mostra um dos resultados analítico-experimental para vibração sob excitação de base medido na segunda massa (2º piso), obtidos a partir da função de transferência desenvolvida na Eq. (9). Em geral, a resposta analítica se mostrou com boa concordância em termos das frequências naturais, com um erro percentual de 0,39 % para a primeira frequência e 0,35 % para a segunda, quando comparados com os dados obtidos experimentalmente. Observa-se algumas pequenas variações nos picos relativos as amplitudes de deslocamento, quando da superposição das curvas de resposta, mostrando que o ajuste se mostrou adequado para fins de validação.

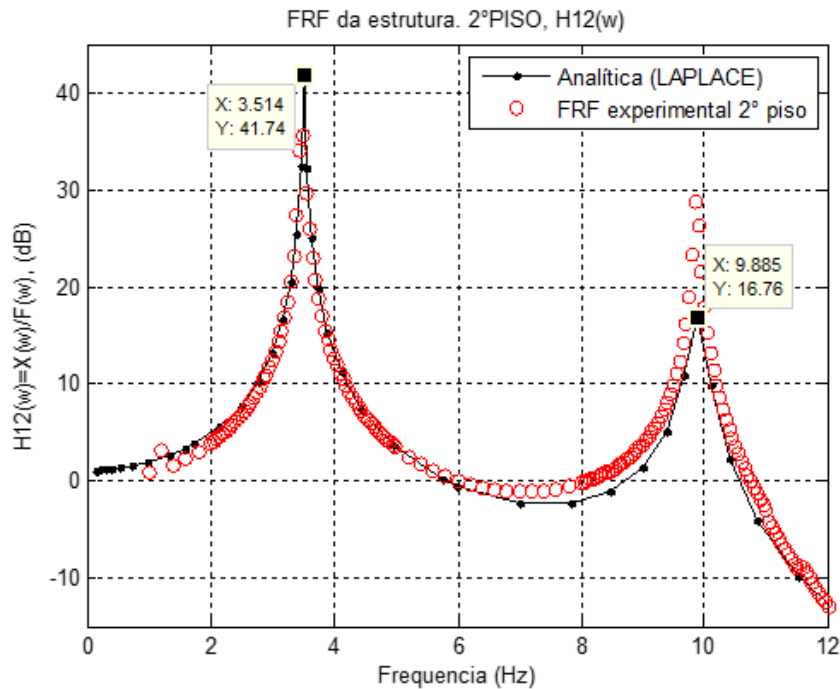


Figura 9. Gráfico da FRF analítica e experimental do sistema.

4.3. Comparação dos Resultados (MQ)

A partir das curvas obtidas das FRF's [$H_{11}(\omega)$], foi implementado um procedimento de estimação por mínimos quadrados, usando os vetores modais ajustados, de modo a desacoplar o sistema das Eq. (5 e 6), obtendo-se os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento, conforme apresentados na Tab. 3.

Tabela 3. Parâmetros estimados do sistema.

Parâmetros Estruturais (M, C e K)	Valor Teórico (Adotado)	Valor Estimado MQ (H_{11})	Erro Relativo (%)
Massa m_1 (kg)	1,45	1,37	5,4
Amortecimento c_1 (N.s/m)	0,91	0,58	36,4
Rigidez k_1 (N/m)	701,2	683,2	2,6

Pode-se notar que embora a constante de amortecimento tenha apresentado maiores erros, o que se justifica devido às limitações da excitação na região de pico pela mesa vibratória, os demais parâmetros (massa e rigidez) foram bem identificados e adequados aos valores teóricos inicialmente adotados.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi possível modelar e identificar um sistema estrutural do tipo pórtico, representando um protótipo de edifício de 2 andares (2GDL), onde através das duas FRF's experimentais [$H_{11}(\omega)$ e $H_{12}(\omega)$], pode-se estimar os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez com razoável precisão. Verificou-se inicialmente através de um modelo computacional e outro analítico (transformadas de Laplace) que se obteve uma boa aproximação das frequências naturais com erros de 0,39 % para a primeira frequência natural e de 0,35 % para a segunda, em relação aos resultados experimentais medidos em ambos os pisos da estrutura.

Com relação aos resultados das medidas realizadas na Shake Table, através de excitação harmônica numa faixa de frequência possível de ser realizada (1: 0,05: 12) Hz, as curvas de FRF's, como ilustrada na Fig. 9, mostraram boa concordância com as simuladas através de modelo analítico, mostrando que o ajuste de curvas se mostrou adequado para fins de validação dos testes.

No processo de estimação por mínimos quadrados, implementou-se uma rotina usando o *Matlab*® onde a partir da FRF estimada foi possível obter com boa aproximação os parâmetros estruturais, tendo-se observado maior erro relativo referente à estimação do amortecimento, o que poderia ser melhorado adotando-se outros métodos de excitação na estrutura e utilizando uma faixa mais ampla de frequências.

6. AGRADECIMENTOS

Aos Laboratórios de Vibrações e Instrumentação (LVI) e Laboratório Multidisciplinar de Materiais e Estruturas Ativas (LaMMEA) da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica (UAEM) da UFCG. A CAPES pelo financiamento concedido na forma de bolsa de estudos e investimento em pesquisa científica e ao (CNPq) através dos projetos 306732/2012-2 e 444039/2014-7.

7. REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas*, Editora da UFMG, 3ª Edição, Belo Horizonte, 2007.
- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. *Resistência dos Materiais*. 3ª Ed. Rio de Janeiro: Makron Books, 1995.
- FELICIO, C. L. *Modelagem da Dinâmica de Sistemas e Estudo da Resposta*, Segunda Edição – São Carlos: RiMa, 2010.
- LIUNG, L. *System Identification. Theory for the user*. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, Ltda., 1999.
- MORAES, Y. J. O. *Análise do Comportamento Dinâmico Aplicada ao Controle Passivo de Vibrações em Estruturas Tipo Pórticos Incorporando Elementos Ativos (LMF)*, Trabalho de Conclusão de Curso, UFCG, Campina Grande, 2014.
- PHILIPS, Charles L.; PARR, John M.; RISKIN, E. *Signals, Systems, and Transforms*. Prentice-Hall, 1995.
- RAO, S. *Vibrações Mecânicas*. 4ª Edição. São Paulo: Pearson-Prentice Hall, 2008.
- SILVA, A. G. P. *Controle Ativo de Vibrações em Estrutura com 2GDL Utilizando Transdutores Piezelétricos Associados a Circuitos Shunt de Capacitância Negativa*, Dissertação de Mestrado, UFCG, Campina Grande, 2016.
- SILVA, A. A. *Identificação de Perturbações Externas em Sistemas Mecânicos no Domínio da Frequência utilizando Técnicas de Estimação*, Dissertação de Mestrado, UFPB - Campus II, Campina Grande, 1992.

8. RESPONSABILIDADE AUTURAL

“Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

ANALYSIS SYSTEM STRUCTURAL TYPE OVERHEAD THROUGH THE FREQUENCY RESPONSE FUNCTION (FRF) USING THE METHOD OF LEAST SQUARES

Yuri Jose Oliveira Moraes, yurijmoraes@gmail.com¹
 Andersson Guimarães Oliveira, anderssonoliveira@gmail.com²
 Antônio Almeida Silva, antonio.almeida@ufcg.edu.br³
 Pedro Igor Costa Moreira, pedro_igor_moreira@hotmail.com⁴

Federal University of Campina Grande (UFCG), Academic Unit of Mechanical Engineering (UAEM), Aprígio Veloso Avenue, 882 – University District – ZC: 58.429-900 – Phone Number: +55 (83) 2101-1126, Campina Grande - PB.

Abstract. *The Most engineering activities involve some kind of vibration or disturbance, usually perceived in applications in structural designs, motors, and control systems among others. In planning a structural design should be considered beyond the to requests from the mass, also those from external phenomena such as earthquakes and natural events. To ensure better structural performance and security systems such as buildings and metal frames, it is necessary to study and system identification and its parameters in order to predict the dynamic behavior of such constructions when subjected to critical conditions of excitation by the base that can take it to collapse. In this sense, this work has as main objective to analyze the natural frequencies and vibration modes in terms of displacement amplitudes, as well as identifying parameters such as stiffness and damping of a building model with two degrees of freedom (2GDL), subject to excitation by base by means of a ShakeTable. From its frequency response function (FRF) experimental, the parameters have been identified by the estimation method of least squares to yield results consistent with the modeling.*

Keywords: *Structural Engineering, Frequency response function (FRF), Parameter Estimation, Least Squares Method (LSM).*