



21 - 25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

Metaheurísticas para Estimação de Parâmetros na Identificação de Sistema Não Lineares Utilizando Modelos NARMAX Polinomiais

Alcemy Gabriel Vitor Severino, alcemygabriel@bct.ect.ufrn.br¹

Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo, icaro@dca.ufrn.br¹

Leandro Luttiane da Silva Linhares, leandro.linhares@unp.br²

Fábio Meneghetti Ugolino de Araújo, meneghet@dca.ufrn.br¹

¹UFRN/CT, DCA - Laboratório de Controle de Processos, Lagoa Nova, Natal/RN - Brasil, CEP 59.078-970

²Universidade Potiguar, Escola de Engenharia e Ciências Exatas, Av. Nascimento de Castro, 1597, Natal/RN - Brasil, CEP 59.054-180

Resumo: Devido à complexidade inerente à tentativa de obtenção de modelos matemáticos satisfatórios para representação de sistemas físicos reais e a consequente necessidade de facilitar a obtenção destes modelos, foi realizado nesse trabalho um estudo investigativo da utilização de diferentes metaheurísticas para estimação de parâmetros na identificação de sistemas não lineares. As metaheurísticas utilizadas foram o Algoritmo Genético, a Otimização por Enxame de Partículas e o Algoritmo do Morcego. Posteriormente, para validação dos resultados obtidos, os modelos estimados por meio destas metaheurísticas foram comparados entre si e com o modelo estimado fazendo uso do Método dos Mínimos Quadrados. Os resultados demonstraram a eficácia do emprego dessas metaheurísticas como técnicas de estimação de parâmetros, destacando que estas obtiveram modelos de melhor desempenho que o modelo estimado por meio do Método dos Mínimos Quadrados.

Palavras-chave: Metaheurísticas, Estimação de Parâmetros, Identificação de Sistemas Não Lineares, Método dos Mínimos Quadrados.

1. INTRODUÇÃO

Existem basicamente dois métodos de se representar um fenômeno físico a partir do uso de modelos matemáticos: o primeiro efetua-se a partir das equações físicas que regem o fenômeno, enquanto o segundo utiliza dados observados a partir de experimentos. Este último é conhecido como processo de identificação. Segundo Aguirre (2004), na última década tem-se verificado uma tendência geral que tornará o uso de técnicas de identificação e análise de sistemas desejável em praticamente todas as áreas do conhecimento humano. Essa tendência é justificável pela inegável facilidade que hoje se tem de coletar dados contendo informações relevantes sobre a dinâmica do sistema que está sendo observado. Araújo Júnior (2014) explica que isso se dá devido à crescente evolução e disponibilidade de computadores.

As técnicas de identificação de sistemas são bastante utilizadas para determinar modelos matemáticos a partir dos dados de entrada-saída do processo. Por meio desses modelos é possível obter uma aproximação satisfatória do comportamento dinâmico do sistema para uma determinada aplicação e uma faixa limitada de operação.

Na indústria, a grande parte dos sistemas utilizam modelos lineares aproximados dos processos que se desejam controlar. Segundo Santos *et al.* (2004), a utilização de técnicas de controle baseadas em modelos lineares é, em parte, devida à simplicidade dos modelos empregados para representar o comportamento do processo.

Por outro lado, os esquemas de controle não-linear, os quais empregam modelos mais realistas e, portanto, mais complexos, para a descrição de processos não lineares, substituem a simplicidade associada às técnicas lineares. Modelos não lineares possibilitam um “retrato” mais fiel do processo quando este se faz necessário.

Nos trabalhos de Li & Jeon (1993) e Akramizadeh *et al.* (2002) foram utilizados Algoritmos Genéticos para obtenção de modelos para sistemas não lineares. De forma semelhante, os autores Liu *et al.* (2006) e Supeni *et al.* (2009) usaram Otimização por Enxame de Partículas para a mesma finalidade.

A fim de potencializar a obtenção de modelos na identificação de sistemas não lineares, foi investigada a utilização de metaheurísticas na estimação de seus parâmetros. As metaheurísticas estudadas foram o Algoritmo Genético, a Otimização por Enxame de Partículas e o Algoritmo do Morcego. Como análise, um modelo polinomial NARMAX de um sistema não linear teve seus parâmetros estimados através das metaheurísticas. Ao final, os modelos estimados foram comparados entre si e com o modelo estimado por meio do Método dos Mínimos Quadrados.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um sistema é constituído por componentes interconectados, os quais são caracterizados por sua relação terminal (entrada/saída) (Lathi, 2007). De acordo com o modelo utilizado para representar o sistema, ele pode ser classificado, de forma genérica, em linear e não linear.

Rigorosamente falando, os sistemas lineares não existem na prática, uma vez que todos os sistemas físicos são não lineares de alguma forma (Golnaraghi & Kuo, 2012). A principal motivação de utilizar sistemas lineares é simplificar a obtenção do modelo.

Em algumas aplicações, aproximações lineares são suficientes. Porém, em determinados casos, tais modelos demonstram desempenho insatisfatório, sendo as representações não lineares mais adequadas, as quais, consequentemente, possuem um aumento da complexidade dos métodos a serem utilizados.

A identificação de sistemas consiste na determinação de um modelo matemático que represente os aspectos essenciais do sistema, caracterizado pela manipulação dos sinais de entrada e saída (Isermann & Lachmann, 1985; Ljung, 1999).

De acordo com Coelho & Coelho (2004), os modelos de processos industriais, por exemplo, podem ser obtidos por meio do tratamento de medidas (procedimento estatístico, filtragem de dados) coletadas a partir de uma realização experimental para uma utilização particular, como diagnóstico, supervisão, otimização e/ou controle. Para fins de controle de processos, não se pretende encontrar um modelo matemático exato, mas um modelo adequado para uma determinada aplicação.

Estes modelos podem ser caracterizados, no processo físico, pela função de transferência, para sistemas lineares; e modelos polinomiais, por exemplo, para sistemas não lineares, com os polinômios não lineares sendo funções lineares nos parâmetros, o que permite a utilização dos algoritmos de estimação de parâmetros lineares para modelos não lineares (Dantas, 2013). O esquema de identificação é ilustrado através de blocos pela Fig. 1.

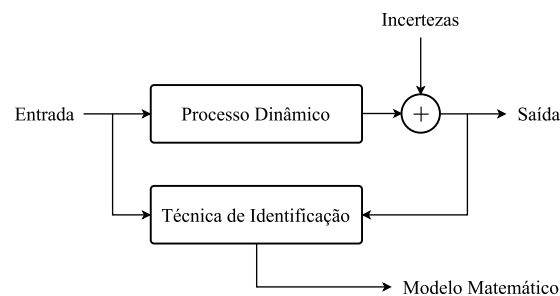


Figura 1: Procedimento para identificação de processos (Modificado de Coelho & Coelho (2004))

Normalmente, a identificação é realizada em quatro passos: coleta de dados experimentais, determinação da estrutura, estimação de parâmetros e validação do modelo

2.1 Coleta de Dados Experimentais

Trata-se da coleta de um conjunto de dados que relaciona a entrada e saída do sistema, sendo os dados obtidos a partir de medições da resposta $y(k)$ do sistema quando aplicado um sinal $u(k)$ previamente determinado.

É necessário que o sinal de entrada $u(k)$ consiga excitar o sistema em todas as faixas de frequências de interesse para que seja possível a identificação, de forma a revelar as características dinâmicas e estáticas do sistema (Aguirre, 2004; Dantas, 2013).

Outro fator importante é a determinação do tempo de amostragem. Sua influência se estende desde a seleção da estrutura e estimação dos parâmetros, até a eficácia do modelo em representar características importantes do sistema. Além disso, algumas interações não lineares só aparecerão e serão reproduzidas se a taxa de amostragem for suficientemente alta.

2.2 Determinação da Estrutura

Na literatura existe uma grande diversidade de representações não lineares que, em tese, podem ser usadas na modelagem e identificação de sistemas, a exemplo o que é demonstrado por Aguirre (2004), que cita a Série de Volterra, Modelos de Hammerstein e Wiener e Modelos NARMAX.

2.2.1 Representação NARMAX

A representação usada neste trabalho trata-se do modelo NARMAX (*Non-linear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*) Chen & Billings (1989), com estrutura monovariável e período de amostragem normalizado, Eq. (1).

$$y(k) = F^l[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-d), \dots, u(k-d-n_u), e(k-1), \dots, e(k-n_e)] + e(k) \quad (1)$$

sendo $y(k)$, $u(k)$, $e(k)$, a saída, a entrada e o ruído aditivo do sistema, respectivamente, e n_y , n_u , n_e , os respectivos atrasos máximos. Por fim, d é o tempo morto do sistema.

F^l é uma função não linear qualquer, que normalmente não tem sua forma conhecida *a priori*, de modo que, para reconstruir a dinâmica do sistema utilizam-se aproximações. Possíveis aproximações para a função F^l são os modelos polinomiais e racionais. Neste trabalho, a aproximação escolhida foi a polinomial.

A aproximação polinomial de grau l para o modelo NARMAX apresenta a seguinte estrutura da Eq. (2) (Chen & Billings, 1989; Aguirre *et al.*, 1998):

$$y(k) = \theta_0 + \sum_{i_1=1}^n \theta_{i_1} x_{i_1}(k) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=i_1}^n \theta_{i_1 i_2} x_{i_1}(k) \cdots x_{i_2}(k) + \sum_{i_1=1}^n \cdots \sum_{i_l=i_{l-1}}^n \theta_{i_1 \dots i_l} x_{i_1}(k) \cdots x_{i_l}(k) + e(k) \quad (2)$$

onde,

$$x_1(k) = y(k-1), x_2(k) = y(k-2), \dots, x_{n_y+1}(k) = u(k-d), \dots,$$

$$x_{n_y+n_u+1}(k) = e(k-1), \dots, x_n(k) = e(k-n_e) \quad n = n_y + n_u + n_e$$

A maior motivação para a escolha dos modelos polinomiais é o fato dos mesmos serem lineares nos parâmetros, ou seja, modelos deste tipo podem ser representados na forma $y(k) = \psi^T \theta$ e consequentemente permitem a utilização do Método dos Mínimos Quadrados na estimação dos parâmetros.

Um subconjunto do modelo NARMAX que contém apenas a sua parte determinística é denominado modelo NARX (*Non-linear AutoRegressive with eXogenous inputs*) e é representado por Coelho *et al.* (2002):

$$y(k) = F^l[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-d), \dots, u(k-d-n_u)] + e(k) \quad (3)$$

2.3 Estimação de Parâmetros

Concluída a etapa anterior, o passo seguinte será a estimação dos parâmetros para a estrutura escolhida. Segundo Coelho & Coelho (2004), a estimação de parâmetros é um procedimento numérico que determina os valores dos parâmetros do modelo (desconhecidos) e pode ser formulado como um problema de otimização no qual o melhor modelo é aquele que se ajusta às medidas para um dado critério.

Como dito anteriormente, os modelos NARMAX polinomiais são lineares nos parâmetros, ou seja, o Método dos Mínimos Quadrados lineares pode ser usado na estimação. Para comparação e apresentando-se como principal objetivo deste trabalho, as metaheurísticas conhecidas como Algoritmo Genético (Holland, 1975), Otimização por Enxame de Partículas (Kennedy & Eberhart, 1995) e Algoritmo do Morcego (Yang, 2010) também foram aplicadas na estimação dos parâmetros de um modelo NARMAX polinomial.

2.3.1 Método dos Mínimos Quadrados

Karl Friedrich Gauss desenvolveu o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) em 1795, para prever a trajetória de planetas e cometas a partir de observações realizadas. De acordo com Aguirre (2004), o MMQ é um dos mais conhecidos e mais utilizados nas mais diversas áreas de ciência e tecnologia. Descritos pelas seguintes equações:

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\theta}_n \end{bmatrix} \quad \hat{y} = \phi \hat{\theta} \quad J_{MQ} = \sum_{i=1}^N \varepsilon(i)^2 \quad \hat{\theta} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T Y \quad (4)$$

onde, y é o valor real da saída, $\hat{y}$ é a saída estimada do sistema, o erro é dado por $\varepsilon = y(i) - \hat{y}(i)$, ϕ é a matriz das observações, e $\hat{\theta}$ é o vetor parâmetros; J_{MQ} é a função custo do MMQ, que se trata do somatório do erro quadrático; $\Psi^T \Psi$ é chamada de matriz normal ou matriz de informação. O método completo é descrito em (Aguirre, 2004).

2.3.2 Metaheurísticas

As Metaheurísticas fazem uso da combinação de escolhas aleatórias mais o histórico de resultados passados encontrado pelo método para realizar buscas na vizinhança dentro do espaço de pesquisa, assim, evitando paradas em ótimos locais. Vale lembrar que as metaheurísticas são os processos de orientação, elas calculam os próximos possíveis movimentos. Já a heurística é o processo de seleção, ou seja, determina quais movimentos serão executados dentre os sugeridos pelo processo de orientação.

De acordo com (Osman & Laporte, 1996), uma metaheurística é um processo de geração iterativo que guia uma heurística subordinada, combinando, inteligentemente, conceitos diferentes para explorar os espaços de pesquisa usando estratégias de aprendizagem para estruturar as informações, a fim de encontrar soluções próximas do ideal de forma eficiente.

Algoritmo Genético

Na década de 70, John Henry Holland apresentou a técnica do Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm* - GA) (Holland, 1975). Os GAs são técnicas não-determinísticas de busca, otimização e aprendizagem de máquina, que manipulam um espaço de soluções potenciais utilizando mecanismos inspirados nas teorias de seleção natural de C. Darwin e na genética de G. Mendel (Coelho & Coelho, 1999).

Na representação, pode-se usar números binários, inteiros ou reais, de modo que a representação escolhida permita que os indivíduos representem pontos no espaço de soluções potenciais da função de aptidão que é a função a ser otimizada. Nela encontra-se o mecanismo de evolução responsável por avaliar cada indivíduo, atribuindo um valor de aptidão (*fitness*). Este valor representa a possibilidade do indivíduo de ser selecionado para participar do processo de reprodução das próximas gerações.

Inicialmente, a população é formada por um conjunto de soluções aleatórias, chamadas de indivíduos. O método de seleção do GA inspira-se no processo utilizado pela natureza, em que os indivíduos mais aptos possuem maior probabilidade de sobreviver e perpetuar seu material genético. Por meio da seleção, cria-se uma população intermediária que passará pelos processos de cruzamento e mutação para formação da próxima geração. Para evitar que o indivíduo mais apto seja perdido durante a seleção utiliza-se o recurso conhecido como elitismo, em que o melhor indivíduo é mantido na próxima geração.

No cruzamento, são formados pares aleatórios de indivíduos previamente selecionados. Estes pares de indivíduos (pais) terão seus materiais genéticos manipulados para formar outros indivíduos (filhos). Estes, por sua vez, podem sofrer uma mutação, a qual tem um papel importante, uma vez que através dela os indivíduos filhos sofrem pequenas alterações, o que possibilita recolocar ou somar um material genético perdido.

Otimização por Enxame de Partícula

A otimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO) foi inspirada na natureza, baseando-se nas características sociais de bandos de pássaros e cardumes de peixes na busca pelo ninho ou alimento. De acordo com Eberhart & Shi (2001), o PSO é semelhante ao GA, pois o sistema é inicializado com uma população de soluções aleatórias, aqui denominado enxame. Entretanto, esta população apresenta diferenças, pois, para cada solução potencial, i , se atribui uma velocidade $\mathbf{v}_i$ e as potenciais soluções, chamadas de partículas, são “guiadas” através do espaço de soluções.

Cada partícula possui uma posição, $\mathbf{x}_i$, dentro do espaço de soluções, estando esta posição ligada com a melhor solução encontrada pela partícula- i até o momento t , $\mathbf{pbest}_i$. Outra solução associada a posição da partícula trata-se da melhor solução global, ou seja, a melhor solução encontrada pelo enxame- i até o momento t , $\mathbf{gbest}$. O funcionamento do PSO fundamenta-se na atualização da velocidade de cada partícula por meio do $\mathbf{pbest}$ e $\mathbf{gbest}$ e, posteriormente, de sua posição (Equações 5).

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = \omega \mathbf{v}_i^t + r_1 \phi_1 (\mathbf{pbest}_i^t - \mathbf{x}_i^t) + r_2 \phi_2 (\mathbf{gbest} - \mathbf{x}_i^t) \quad \mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \quad (5)$$

onde, ω é o fator de inércia, responsável por promover um balanço entre a exploração global e local. Os termos ϕ_1 e ϕ_2 representam, respectivamente, o grau de confiança da partícula na melhor solução encontrada por ela, $\mathbf{pbest}_i$, e na melhor solução encontrada pelo enxame, $\mathbf{gbest}$. r_1 e r_2 são números aleatórios que variam entre 0 e 1.

Algoritmo do Morcego

O Algoritmo do Morcego (*Bat Algorithm* - BA) é inspirado na característica de ecolocalização usada por morcegos durante seus movimentos de voo. Graças a ela os morcegos possuem a capacidade de detectar presas e evitar obstáculos na escuridão total Yang (2010). O BA é similar ao PSO, sendo inicialmente gerada uma população de soluções aleatórias, chamada de grupo. Além disto, para a caracterização de cada integrante ou morcego- i deste grupo, se atribui uma velocidade- i , $\mathbf{v}_i$, e uma posição- i , $\mathbf{x}_i$. A principal diferença está na adição da frequência de emissão de pulso, f_i , na representação.

O funcionamento do BA baseia-se na atualização da frequência, da velocidade e posteriormente da posição de cada partícula, utilizando as equações abaixo:

$$f_i = f_{min} + (f_{max} - f_{min})\beta \quad \mathbf{v}_i^{t+1} = \mathbf{v}_i^t + (\mathbf{x}_i^t - \mathbf{x}_*)f_i \quad \mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \quad (6)$$

onde $\beta \in [0, 1]$ é um vetor de números aleatórios com distribuição uniforme. f_{min} e f_{max} são a frequência mínima e máxima, respectivamente, que cada morcego pode assumir. Graças às Equações apresentadas em (6) a frequência terá um valor aleatório dentro do intervalo uniformemente distribuído $[f_{min}, f_{max}]$. $\mathbf{x}_*$, é a melhor solução encontrada atual, depois de comparar todas as soluções entre todos os morcegos.

O BA pode realizar uma busca local, para isto compara-se o valor de um número aleatório $rand \in [0, 1]$, com o valor da taxa de emissão de pulsos, r_i . Se $rand > r_i$, então realiza-se uma nova busca em torno da melhor solução atual. Essa busca é descrita pela Equação 7.

$$x_{new} = x_{old} + \epsilon A^t \quad A_i^{t+1} = \alpha A_i^t \quad r_i^{t+1} = r_i^0 (1 - \exp^{-\gamma t}) \quad (7)$$

onde $\varepsilon \in [-1, 1]$ é um número aleatório, enquanto A^t é a média da amplitude de emissão do pulso de todos os morcegos até o momento. A amplitude, A_i , e a taxa de emissão de pulsos, r_i , são atualizadas a cada interação utilizando as Equações 7. Além disto, α e γ são constantes.

A Figura 2 ilustra os diagramas de blocos dos métodos aqui apresentados, de forma a facilitar a comparação entre os mesmos.

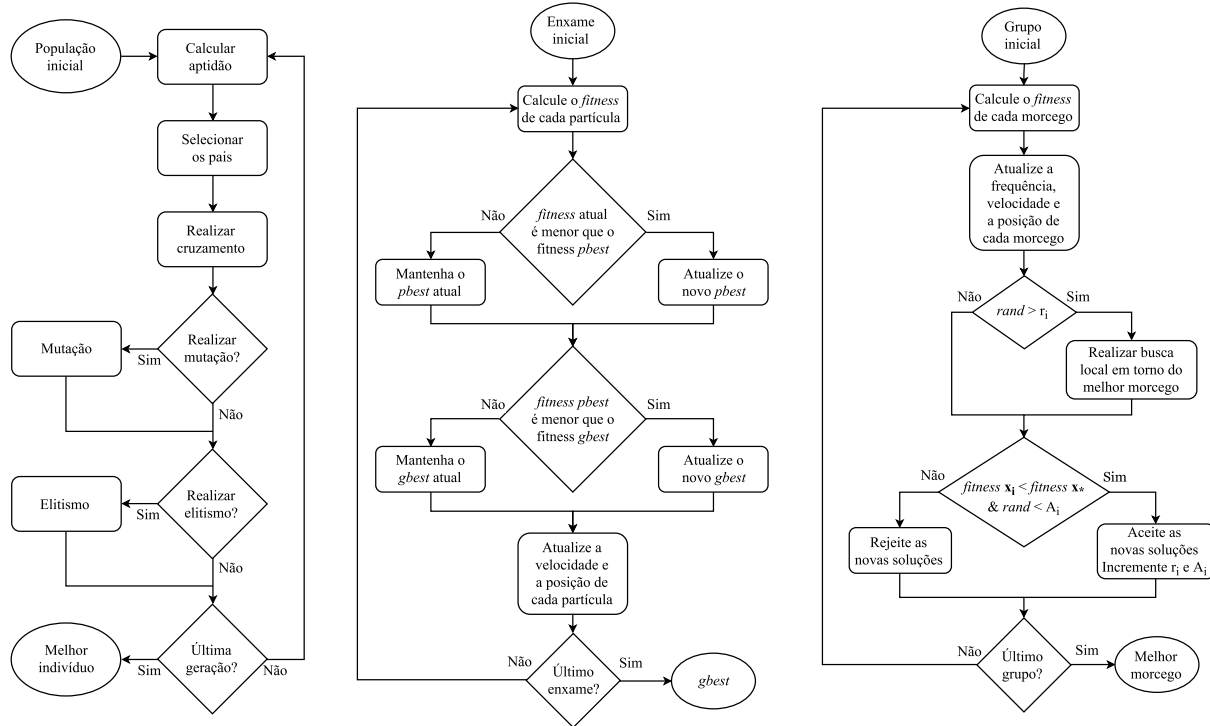


Figura 2: Etapas do GA, PSO e BA usados (Modificado de Severino (2015))

2.4 Validação do Modelo

A última etapa no processo de identificação é a validação do modelo estimado. O objetivo desta etapa é avaliar quanto o modelo é eficiente na representação da dinâmica do sistema a ser identificado.

Aguirre (2004) explica que em problemas de validação, a questão chave é tentar determinar se um dado modelo é válido ou não. Em outras palavras, é necessário saber como o modelo será utilizado de forma a poder julgar se ele incorpora, ou não, as características requeridas. Essa necessidade advém do fato de que nenhum modelo, por definição, representará o sistema real em todos os aspectos. Portanto, ele apenas será considerado válido se incorporar aquelas características do sistema que são fundamentais para a aplicação em questão.

3. METODOLOGIA

Como explicado anteriormente, a maior motivação para a escolha dos modelos polinomiais é o fato dos mesmos serem lineares nos parâmetros, ou seja, modelos deste tipo podem ser representados na forma $y(k) = \psi^T \theta$ e, consequentemente, permitem a utilização do Método dos Mínimos Quadrados na estimação dos parâmetros.

O modelo polinomial NARMAX, previamente identificado por Cassini (1999), é dado pela Eq. (8), com $n_y = 2$, $n_u = 2$ e $l = 2$. Por meio do modelo, deseja-se caracterizar a relação entre a tensão elétrica aplicada a um ferro de solda e a temperatura correspondente.

$$y(k) = 1,3920y(k-1) - 0,4235y(k-2) - 0,4388u(k-2)y(k-1) + 0,3756u(k-2)y(k-2) + 0,0454u(k-1)^2 + 0,0218u(k-2)^2 + 0,0097u(k-2)u(k-1) \quad (8)$$

Seguindo as especificações apresentadas no trabalho de Cassini (1999), dois conjuntos de sinais de entrada foram gerados. Os sinais são do tipo PRS (*Pseudo Random Signal*) com média igual a $0,5 pu$, sendo $1 pu$ correspondente a $136V$ na tensão de entrada e a $998,51^\circ C$ na temperatura do ferro de solda. O primeiro destes será usado para a estimação de parâmetros (Fig. 3a) e o segundo para a validação dos modelos (Fig. 3b).

A partir dos conjuntos de dados de entrada foram obtidas as respectivas saídas do sistema. A estas saídas foram adicionados ruídos brancos, com variação máxima de $\pm 0,0005 pu$, equivalente a uma amplitude de aproximadamente

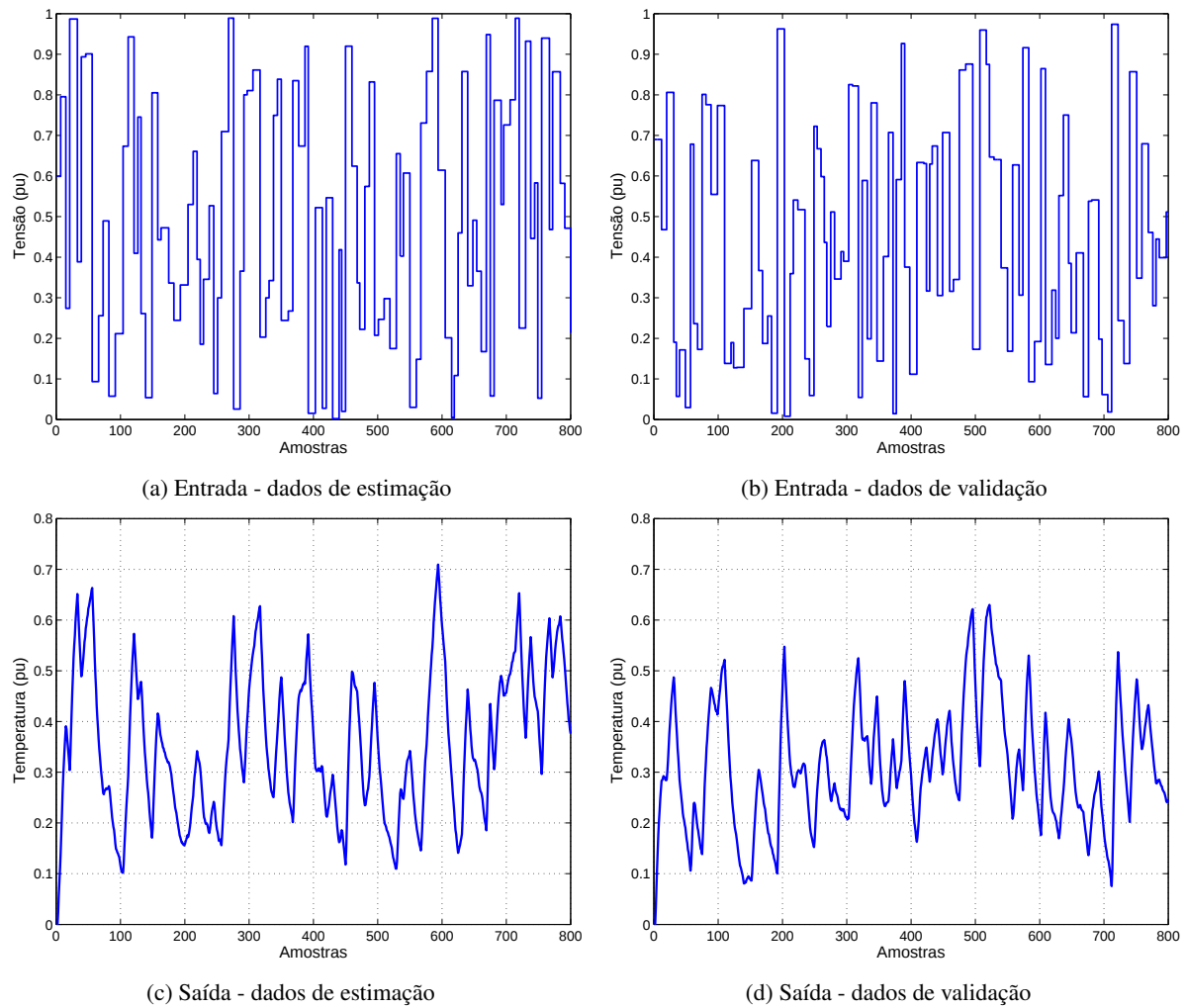


Figura 3: Dados de entrada e saída do sistema

1°C. Assim, as saídas ruidosas do sistema utilizadas na estimação de parâmetros e validação do modelo são apresentadas nas Fig. 3c e 3d.

Estas saídas foram comparadas com as saídas dos modelos obtidos por meio dos métodos de estimação estudados. A função de avaliação utilizada pelas metaheurísticas foi o somatório do erro quadrático (Eq. (9)), pois é equivalente a função objetivo J_{MQ} do MMQ.

$$f_{AV} = \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i))^2 \quad (9)$$

As metaheurísticas foram executadas 50 vezes e cada execução continha um conjunto de 50 possíveis soluções, calculadas no decorrer de 100 iterações. Os valores de seus parâmetros foram definidos através de uma sucessão de testes e observações, até que fossem encontrados valores julgados adequados, ou seja, os parâmetros foram configurados empiricamente.

Tabela 1: Valores dos parâmetros utilizados em cada metaheurística

Metaheurística	Parâmetros	
GA	t_{mut}	2,5%
	ω	0,001
PSO	ϕ_1	1,3
	ϕ_2	1,3
BA	f_{min}	0,0005
	f_{max}	0,0015
	α	0,79
	γ	0,79

As velocidades iniciais do PSO e BA foram definidas com valor em 0, ou seja, as partículas e morcegos inicialmente estão parados; além disto, a amplitude inicial, A^0 , e a taxa de emissão de pulsos inicial, r^0 , do BA, tiveram seus valores estabelecidos em 1.

4. RESULTADOS

Na Figura 4, são apresentadas as curvas do erro para os diferentes métodos de estimação dos parâmetros utilizados.

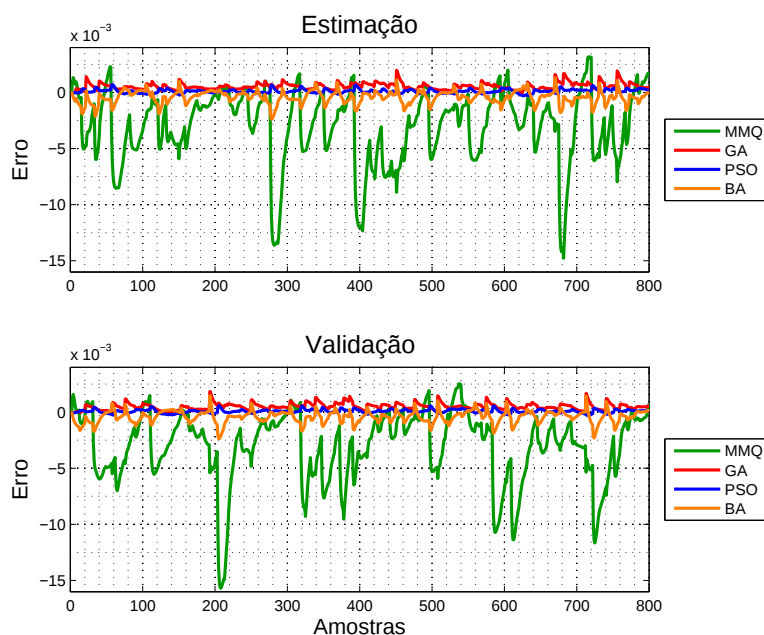


Figura 4: Curvas do erro entre a saída do modelo base e os modelos estimados

Na parte superior da Fig. 4, as curvas de erro se referem à saída do modelo quando aplicados os dados de entrada para estimação. Já na parte inferior, as curvas de erro dizem respeito à saída do modelo ao aplicarmos os dados de entrada para a validação. Podemos observar que o modelo estimado por meio do PSO apresenta o menor módulo do erro, seguido pelo o GA, o BA e MMQ, respectivamente, tanto para os conjuntos de dados de entrada de estimação quanto para os de validação.

A Tabela 2 apresenta os melhores parâmetros encontrados pelas técnicas aplicadas.

Tabela 2: Melhores parâmetros estimados pela técnicas

Regressores	Parâmetros			
	MMQ	GA	PSO	BA
$y(k-1)$	1,4034955	1,3883671	1,3892923	1,3904110
$y(k-2)$	-0,4335032	-0,4200403	-0,4208567	-0,4220821
$y(k-1)u(k-2)$	-0,4027270	-0,4351348	-0,4371535	-0,4388019
$y(k-2)u(k-2)$	0,3405760	0,3719285	0,3738091	0,3750631
$u(k-1)u(k-2)$	-0,0014812	0,0118034	0,0102153	0,0102429
$u(k-1)^2$	0,0482678	0,0435591	0,0454015	0,0438783
$u(k-2)^2$	0,0273910	0,0216270	0,0214147	0,0233684

Como explicado anteriormente, as metaheurísticas foram executadas 50 vezes, cada execução continha um conjunto de 50 possíveis soluções, calculados no decorrer de 100 iterações. A cada execução da metaheurística utilizada, fosse o GA, o BA ou PSO, uma nova solução é gerada, de tal forma que ao final das execuções possuímos 50 soluções de cada metaheurística para o problema estudado. A média e o desvio padrão dos parâmetros estimados nas 50 execuções são apresentados nas Tabelas 3 e 4, respectivamente.

Tabela 3: Média dos parâmetros estimados

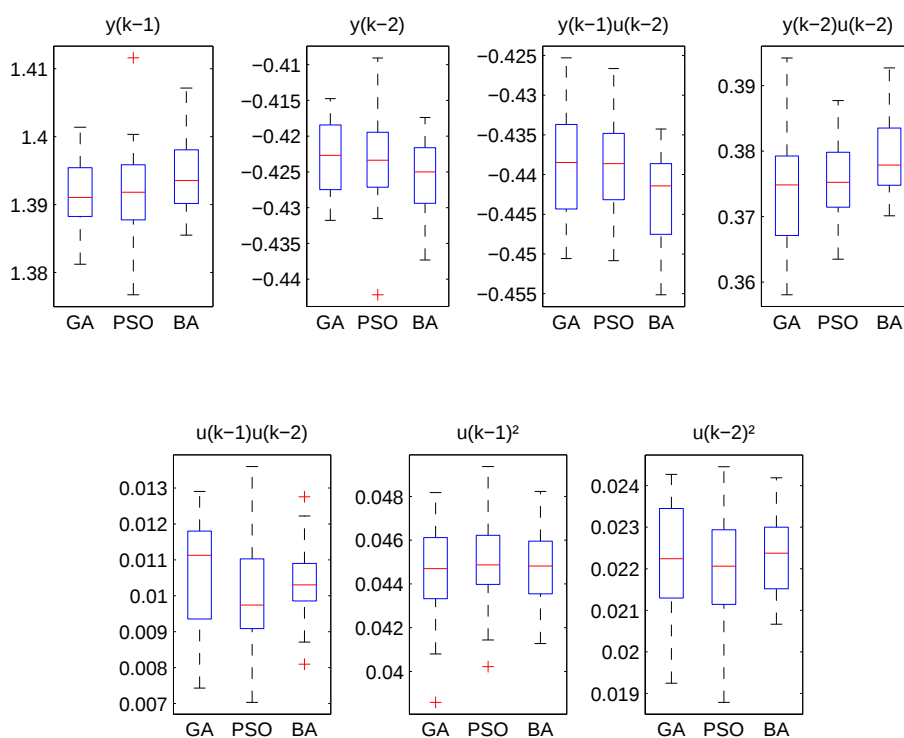
Regressores	Parâmetros			
	Média			Base
	GA	PSO	BA	
$y(k-1)$	1,39159322	1,39196703	1,39441465	1,39200000
$y(k-2)$	-0,42294669	-0,42344766	-0,42595370	-0,42350000
$y(k-1)u(k-2)$	-0,43845361	-0,43862139	-0,44306482	-0,43880000
$y(k-2)u(k-2)$	0,37421644	0,37524759	0,37920552	0,37560000
$u(k-1)u(k-2)$	0,01061355	0,01000807	0,01032765	0,00970000
$u(k-1)^2$	0,04465082	0,04497633	0,04482774	0,04540000
$u(k-2)^2$	0,02219182	0,02199803	0,02227247	0,02180000

Tabela 4: Desvio padrão dos parâmetros estimados

Regressores	GA	PSO	BA
$y(k-1)$	0,00525480	0,00585166	0,00567832
$y(k-2)$	0,00485375	0,00554628	0,00530018
$y(k-1)u(k-2)$	0,00703910	0,00588343	0,00590444
$y(k-2)u(k-2)$	0,00871521	0,00553553	0,00590660
$u(k-1)u(k-2)$	0,00155378	0,00140963	0,00090970
$u(k-1)^2$	0,00200464	0,00181028	0,00158434
$u(k-2)^2$	0,00135271	0,00130179	0,00088325

Por meio da Tabela 3, podemos observar que a média dos parâmetros estimados por meio do PSO é a que mais se aproxima dos valores dos parâmetros do modelo base, seguido pelo o GA e o BA, respectivamente. No entanto, a média dos parâmetros do BA para os regressores $u(k-1)u(k-2)$ e $u(k-1)^2$ aproxima-se mais dos parâmetros do modelo base que a média dos parâmetros do GA para os mesmos regressores. Já a Tabela 4, informa que o GA apresenta um menor desvio padrão para o valor dos parâmetros dos regressores $y(k-1)$ e $y(k-2)$, o PSO para $y(k-1)u(k-2)$ e $y(k-2)u(k-2)$ e, finalmente, o BA para $u(k-1)u(k-2)$, $u(k-1)^2$ e $u(k-2)^2$.

Para uma melhor visualização dos dados é apresentado o *boxplot* (Fig. 5) de cada parâmetro estimado por meio das metaheurísticas.

Figura 5: *Boxplot* dos parâmetros estimados

O *boxplot*, também conhecido como diagrama de caixa, trata-se de um gráfico que informa importantes características de um conjunto de dados por meio de cinco números, os quais são: valor mínimo, primeiro quartil, segundo quartil, terceiro quartil e valor máximo. Os pontos representados por "+" são os *outliers*.

Dependendo do parâmetro estimado, as metaheurísticas apresentam maior ou menor dispersão. Além disto, em ao menos um parâmetro estimado por meio das metaheurísticas notou-se *outliers*, o GA para $u(k-1)^2$; o PSO para $y(k-1)$, $y(k-2)$ e $u(k-1)^2$; e o BA para $u(k-1)u(k-2)$.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram utilizados métodos não convencionais na estimação de parâmetros de um modelo não linear, os quais são, o Algoritmo Genético, a Otimização por Enxame de Partículas e o Algoritmo do Morcego. Ao final, foi realizada uma comparação da estimação dos parâmetros do modelo entre o tradicional Método dos Mínimos Quadrados e as metaheurísticas anteriormente citadas.

A partir dos resultados, pôde-se notar que, para o problema estudado, o PSO foi o método que mais se aproximou do modelo previamente identificado, seja na média dos parâmetros das soluções de cada execução, seja na melhor solução dentre as melhores soluções de todas as repetições; apresentando um menor valor de erro entre a saída do modelo estimado e a saída do modelo base, tanto para o conjunto de dados de entrada usado na estimação, quanto para o conjunto de dados de entrada usado na validação.

Entretanto, é importante ressaltar que as outras metaheurísticas também apresentaram resultados semelhantes, se aproximando do resultado encontrado pelo PSO, de tal forma, que um melhor ajuste dos parâmetros dessas metaheurísticas pode ocasionar a obtenção de melhores resultados, seja modificando o número de integrantes da população, ou o número de interações ou os parâmetros particulares de cada método, como taxa de mutação e método de seleção dos pais para o AG e f_{min} , f_{max} , amplitude e taxa de emissão de pulsos para o BA.

Por fim, os resultados demonstraram a potencial aplicação das metaheurísticas na estimação dos parâmetros de modelos não lineares. Apresentando desempenho superior a técnica normalmente utilizada, o clássico Método dos Mínimos Quadrados.

6. AGRADECIMENTOS

CAPES pelo apoio financeiro por meio do PPGEMECA/UFRN.

7. REFERÊNCIAS

- Aguirre, L.A., Rodrigues, G.G. & Jacome, C.R., 1998. "Identificação de sistemas não-lineares utilizando modelos NARMAX polinomiais – uma revisão e novos resultados". *SBA Controle e Automação*, Vol. 9, No. 2, pp. 90–106.
- Aguirre, L.A., 2004. *Introdução à identificação de sistemas*. Ed. UFMG, Belo Horizonte, Brasil. 659 p.
- Akramizadeh, A., Farjami, A. & Khaloozadeh, H., 2002. "Nonlinear hammerstein model identification using genetic algorithm". In *Artificial Intelligence Systems, 2002. (ICAIS 2002). 2002 IEEE International Conference on*. pp. 351–356. doi:10.1109/ICAIS.2002.1048126.
- Araújo Júnior, J.M., 2014. "Identificação não linear usando uma rede fuzzy wavelet neural network modificada". Tese, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.
- Cassini, C.C.d.S., 1999. "Estimação recursiva de características estáticas não lineares utilizando modelos polinomiais NARMAX". Dissertação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Chen, S. & Billings, S.A., 1989. "Representations of non-linear systems: the NARMAX model". *Int. J. Control*, Vol. 49, No. 3, pp. 1013–1032.
- Coelho, A.A.R. & Coelho, L.d.S., 2004. *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. Editora da UFSC, Florianópolis, 1st edition.
- Coelho, L.d.S. & Coelho, A.A.R., 1999. "Algoritmos evolutivos em identificação e controle de processos: Uma visão integrada e perspectivas". *Controle & Automação*, Vol. 10, No. 1, pp. 13–30.
- Coelho, M.C.S., Aguirre, L.A. & Correa, M.V., 2002. "Metodologia para representação de modelos NARX polinomiais na forma de Hammerstein e Wiener". *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, Vol. 3, No. 1, pp. 71–80.
- Dantas, A.D.O.d.S., 2013. "Identificação de modelos polinomiais NARX utilizando algoritmos aombinados de detecção de estruturas e estimação de parâmetros com aplicações práticas". Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.
- Eberhart, R.C. & Shi, Y., 2001. "Particle swarm optimization: developments, applications and resources". In *Evolutionary Computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on*. IEEE, Vol. 1, pp. 81–86.
- Golnaraghi, F. & Kuo, B.C., 2012. *Sistemas de Controle Automático*. LTC, Rio de Janeiro, 9th edition.
- Holland, J.H., 1975. *Adaptation in natural and artificial systems*. MIT Press, Cambridge, MA, 1st edition.
- Isermann, R. & Lachmann, K.H., 1985. "Parameter adaptive control with configuration aids and supervision functions". *Automatica*, Vol. 16, pp. 575–587.
- Kennedy, J. & Eberhart, R., 1995. "Particle swarm optimization". *IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942–1948.
- Lathi, B.P., 2007. *Sinais e Sistemas Lineares*. Bookman, Porto Alegre, 2nd edition.
- Li, C.J. & Jeon, Y.C., 1993. "Genetic algorithm in identifying non linear auto regressive with exogenous input models for non linear systems". In *American Control Conference, 1993*. pp. 2305–2309.
- Liu, J., Xu, W. & Sun, J., 2006. "Nonlinear system identification of hammerstien and wiener model using swarm intelligence". In *Information Acquisition, 2006 IEEE International Conference on*. pp. 1219–1223. doi: 10.1109/ICIA.2006.305921.
- Ljung, L., 1999. *System identification: theory for the user*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Osman, I.H. & Laporte, G., 1996. "Metaheuristics: a bibliography". *Annals of operations research*, Vol. 63, No. 5, pp. 511–623.
- Santos, J.E.S., Sumar, R. & Coelho, A.A.R., 2004. In *Uma Solução para a Multiplicidade da Lei de Controle Preditivo para o Modelo de Hammerstein*. Gramados, Brasil.
- Severino, A.G.V., 2015. "Metaheurísticas para estimação de parâmetros na identificação de sistemas não lineares". Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.
- Supeni, E., Yassin, I., Ahmad, A. & Rahman, F., 2009. "Narmax identification of dc motor model using repulsive particle swarm optimization". In *Signal Processing Its Applications, 2009. CSPA 2009. 5th International Colloquium on*. pp. 1–7. doi:10.1109/CSPA.2009.5069176.
- Yang, X.S., 2010. "A new metaheuristic bat-inspired algorithm". In *Nature inspired cooperative strategies for optimization (NICSO 2010)*, Springer Berlin Heidelberg, pp. 65–74.

METAHEURISTICS FOR PARAMETER ESTIMATION IN NONLINEAR SYSTEM IDENTIFICATION

Alcemy Gabriel Vitor Severino, alcemygabriel@bct.ect.ufrn.br¹

Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo, icaro@dca.ufrn.br¹

Leandro Luttiane da Silva Linhares, leandro.linhares@unp.br²

Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo, meneghet@dca.ufrn.br¹

¹UFRN/CT, DCA - Laboratório de Controle de Processos, Lagoa Nova, Natal/RN - Brasil, CEP 59.078-970

²Universidade Potiguar, Escola de Engenharia e Ciências Exatas, Av. Nascimento de Castro, 1597, Natal/RN - Brasil, CEP 59.054-180

Abstract: *Due to the complexity inherent to obtaining mathematical models that well represent real physical systems, and consequently the necessity to make easier the design of those models, in this work was realized an investigative study of using different metaheuristics to estimate the parameters at identification of nonlinear systems. The different metaheuristics analysed were: Genetic Algorithm, the Particle Swarm Optimization and Bat Algorithm. To validate the results, the estimated models obtained by these methods, were compared with each other and with another one, that used Least Mean Squares. The results demonstrated the efficacy of these metaheuristics as techniques of parameters estimation, is up to notice that they obtained a minor error compared to the model estimated by the Least Mean Squares.*

Keyword: *Metaheuristics, Parameter Estimation, Identification of Nonlinear Systems, Method of Least Squares.*