

APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA NA DETECÇÃO DO DANO MATRICIAL EM ESTRUTURAS COMPÓSITAS LAMINADAS MODELADAS VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Albert Willian Faria, albert@icte.ufm.edu.br¹

Edson Hideki Koroishi, edsonh@utfpr.edu.br²

Adailton Silva Borges, adailton@utfpr.edu.br²

¹ UFTM. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Av. Doutor Randolpho Borges Júnior, no 1250. Bairro Univerdecidade. CEP: 38025-180, Uberaba-MG

² UTFPR. Universidade Federal Tecnológica do Paraná. Campus Cornélio Procopio, Departamento de Engenharia Mecânica. Avenida Alberto Carazzai, 1640, CEP: 86300-000, Cornélio Procopio - PR.

Resumo: Do ponto de vista material, um dos principais inconvenientes das estruturas fabricadas em material compósito, comparado ao uso de materiais tradicionais como os metálicos, se refere ao desenvolvimento de mecanismos internos de dano. Diversos métodos de detecção e de monitoramento do dano em estruturas tradicionais e compósitas necessitam da resposta estática ou dinâmica da estrutura na condição não danificada. Este artigo tem por objetivo desenvolver uma metodologia que permita a previsão da localização do dano em estruturas compósitas laminadas utilizando somente a resposta dinâmica da estrutura na condição danificada. O método dos elementos finitos é empregado para a modelagem numérica das estruturas compósitas laminadas danificadas do tipo placa. Transformadas Wavelets Discretas (DWT) são utilizadas para a decomposição do sinal dinâmico (modo de vibração), modificado através da utilização de métodos de interpolação e de regularização. O mecanismo interno de dano é formulado matematicamente empregando a Mecânica do Dano dos Meios Contínuos associada aos princípios da Termodinâmica dos Processos Irreversíveis. A equação do movimento do sistema dinâmico incorporando o mecanismo interno de dano (EM-D) é associado a teoria FSDT (First-order Shear Deformation Theory), utilizada na aproximação do campo dos deslocamentos mecânicos, para estudos no domínio do tempo de estruturas compósitas laminadas danificadas. O elemento finito implementado é do tipo Serendipity, tem forma retangular, oito pontos nodais e cinco graus de liberdade mecânicos por nó. A EM-D é resolvida empregando o método de integração implícito de Newmark, considerando pequenas deformações. Os resultados demonstraram que as DWT são capazes de detectar danos de pequena magnitude na matriz do laminado através da obtenção dos coeficientes de wavelet que alcançam grandes amplitudes na região danificada.

Palavras-chave: Transformada wavelet discreta, materiais compósitos, dano, índices de dano, Método dos Elementos Finitos

1. INTRODUÇÃO

O monitoramento da integridade estrutural (SHM - *Structural Health Monitoring*) é definido como o diagnóstico do estado dos materiais constituintes de uma estrutura durante o seu ciclo de vida. Através da observação das mudanças nas características dinâmicas do sistema estrutural o SHM detecta, localiza e toma decisões automáticas se o dano é ou não perigoso para integridade estrutural (Catbas et al., 2013).

Neste artigo, o método SHM da Transformada Wavelet (TW) é aplicado ao sinal dinâmico proveniente dos modos de vibração de estruturas compósitas laminadas. Duas diferentes versões da TW, ou seja, a Transformada Wavelet Contínua (CWT) e a Transformada Wavelet Discreta (DWT), são as mais difundidas na literatura científica na detecção do dano em estruturas diversas. Dentre os trabalhos utilizando a CWT para a detecção do dano em estruturas planas metálicas, têm-se os trabalhos de Wang and Deng (1999) (considerado o trabalho pioneiro nessa área), de Chang and Chen (2004) e de Rucka and Wild (2006). No campo dos trabalhos que utilizam a DWT na detecção do dano em estruturas planas (2D), tem-se os trabalhos de Loutridis et al. (2005), Yang et al. (2011) no campo dos materiais isotrópicos. No campo específico dos materiais compósitos, o trabalho de Katunin (2011) empregou a DWT B-spline em uma (1D) e em duas (2D) dimensões.

A DWT requer menor consumo de tempo computacional quando comparada a CWT no processamento de sinais, portanto, é a preferível para o monitoramento online do dano em estruturas. Além disso, a CWT necessita da escolha de um *parâmetro de escala* (a) para a correta determinação da localização do dano. Não foi encontrado na literatura até o presente momento trabalhos que propõe o uso das DWT na detecção de danos em estruturas compósitas laminadas, e esse é um dos objetivos desse trabalho, ou seja, aumentar o número de fontes de consulta a respeito dessa técnica empregando DWT no SHM de estruturas compósitas laminadas.

O aparecimento de microfissuras na matriz do laminado é considerado o primeiro mecanismo de dano que induz mudanças nas propriedades mecânicas das estruturas compósitas laminadas, causando por sua vez mudanças em suas propriedades dinâmicas (frequências naturais, amortecimento modal, formas modais e etc.). Diferentes técnicas de aproximações numéricas são utilizadas na modelagem (numérica ou analítica) de estruturas compósitas laminadas danificadas, e dentre elas tem-se o modelo de Dano Contínuo (*Continuum Damage Model* - CDM). Esse modelo, e os demais técnicas de aproximação, são apresentados nos trabalhos de Reddy (2003), assim como os seus fundamentos teóricos. Esse artigo se interessa na formulação numérica do modelo CDM, utilizando a mecânica dos meios contínuos combinada aos princípios da Termodinâmica dos Processos Irreversíveis (TPI). A associação desse modelo com o Método dos Elementos Finitos (MEF) permite a criação de um modelo mais próximo do comportamento mecânico real dos materiais compósitos danificados do que a maioria dos demais modelos utilizados nos trabalhos SHM-TW. Além disso, o MEF apresenta uma maior flexibilidade de modelagem das estruturas compósitas através da imposição de diferentes condições de contorno, aplicação de cargas, condições ambientais e de uso.

Este artigo utiliza a teoria FSDT (*First-order Shear Deformation Theory*) formulada via MEF (FSDT-MEF), por ser uma das mais utilizadas na modelagem de estruturas compósitas laminadas finas. A validação numérica da teoria FSDT é apresentada no trabalho de Faria and Lima (2014). O primeiro trabalho encontrado na literatura sobre a formulação MEF-FSDT incorporando o mecanismo de dano matricial em placas compósitas laminadas analisadas no domínio do tempo, e que é formulada nesse artigo, foi proposto por Faria (2010). Outro trabalho nesse mesmo escopo é o de Mahmoudi et al. (2015).

A maioria dos trabalhos SHM utiliza a TW aplicada somente ao modo fundamental de vibração da estrutura para a detecção do dano, isso ocorre porque os modos de vibração de baixa frequência são tradicionalmente mais fáceis de serem obtidos experimentalmente do que os de alta frequência. Porém, atualmente com a evolução dos equipamentos de instrumentação através do advento de vibrômetros à laser por varredura (*scanning laser vibrometers* - SLV) esses modos de alta frequência são também viáveis de serem obtidos experimentalmente, apresentando uma melhor resolução espacial. Além disso, a resolução espacial do modo de vibração também pode ser melhorada pelo uso de técnicas de interpolação (Rucka and Wild, 2006). Outro problema associado ao uso de TW, tanto experimentalmente quanto numericamente, é o grande número de dados necessários para captar as singularidades (devido à presença de danos) na estrutura analisada. Nesse artigo, esse problema é contornado utilizando funções de interpolação. Os modos de vibração são transformados por essas funções antes de serem processados via DWT. A interpolação do sinal é realizada nesse artigo através de *splines* cúbicas, para aumentar o número de dados numéricos. Uma técnica de *regularização de Tikhonov* também é aplicada ao sinal interpolado, para incrementar a perturbação gerada pela presença do dano nos gráficos dos CW. Essas duas técnicas podem ser consultadas no trabalho de Perreux et al. (1992).

Alguns dos trabalhos SHM empregando modos de vibração de alta frequência na detecção do dano através eles evidenciaram a importância do uso dos modos de alta frequência conjuntamente com os de baixa frequência na detecção do dano em estruturas isotrópicas pela TW.

Um dos objetivos deste artigo é a implementação numérica da formulação FSDT-MEF, considerando a variável escalar de dano D , para a modelagem de estruturas compósitas laminadas danificadas e a validação de uma metodologia confiável para a detecção, localização e quantificação da severidade do dano em placas compósitas laminadas. Essa metodologia é realizada através da DWT, aplicada ao sinal dinâmico (modo de vibração) de estruturas compósitas laminadas danificadas, e através do uso conjunto dos chamados índices de dano (DI), ou métricas do dano, para quantificar o dano detectado via DWT. O mecanismo de dano temporal proposto é formulado via TPI e ocorre durante a aplicação de um carregamento impulsivo (choque mecânico) aplicado na placa compósita laminada. A detecção e a localização do dano são obtidas utilizando a wavelet mãe BiorSplines 5.5 (bior5.5), aplicada aos modos de vibração de alta e de baixa frequência, e é quantificado via DI. Além disso, como será verificado a DI permite identificar o modo de vibração mais apropriado para a detecção do dano processado via DWT.

Esse artigo utiliza a DWT (1D) diretamente aos modos de vibração da estrutura compósita laminada danificada para a obtenção espacial (plano $x-y$) dos CW utilizados na detecção e localização do dano através dos seus picos de singularidade.

Além dos trabalhos científicos listados anteriormente, poucos trabalhos dão uma atenção especial ao mecanismo de dano temporal proposto nesse artigo. Além disso, poucos são os trabalhos que utilizam os DI associados à DWT para a identificação do(s) modo(s), de baixa e/ou de alta frequência, mais apropriado(s) para a detecção do dano em estruturas compósitas laminadas.

2. METODOLOGIA

2.1. Formulação do MEF aplicado na modelagem de estruturas compósita danificadas

A modelagem numérica via MEF-FSDT presente nesse artigo inclui o uso de um elemento finito do tipo plano, conhecido como elemento Serendipity. Esse elemento é dotado de oito nós e cinco graus de liberdade (*gdl*) por nó, sendo duas rotações e três translações em torno dos eixos cartesianos (x, y, z).

Para a obtenção das matrizes e vetores elementares, a teoria FSDT é utilizada na aproximação do campo de deslocamentos mecânicos da estrutura compósita, sob a forma:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \theta_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \theta_y(x, y) \\ w(x, y) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

onde: u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos nas direções coordenadas (x, y, z) de um ponto material do plano médio de referência ($x, y, 0$) do elemento finito; θ_x e θ_y são rotações dos segmentos normais à superfície de referência em torno dos eixos x e y , respectivamente.

As variáveis mecânicas presentes na Eq. (1) são convertidas na formulação em elementos finitos usando funções de forma (N_i , $i = 1$ à 8) e variáveis mecânicas nodais ($\mathbf{u}_e = [u_0^i \ v_0^i \ w_0^i \ \theta_x^i \ \theta_y^i]$, $i = 1$ à 8) apropriadas do elemento finito utilizado. As oito funções de forma do elemento finito são indicadas em Reddy (2003).

O campo de deslocamentos mecânicos da teoria FSDT é reescrito em coordenadas locais (ξ, η) como sendo:

$$\mathbf{u}(\xi, \eta, z, t)_{1 \times 3} = \mathbf{A}(z)_{3 \times 5} \mathbf{N}(\xi, \eta)_{5 \times 40} \mathbf{u}_e(t)_{40 \times 1} \quad (2)$$

em que: $\mathbf{u} = [u \ v \ w]^T$ e $\mathbf{u}_e$ é o vetor que contém as 40 variáveis mecânicas nodais do elemento finito.

As deformações mecânicas podem ser escritas em termos da matriz das funções de forma $\mathbf{N}$ e do vetor dos deslocamentos mecânicos nodais $\mathbf{u}_e$, a partir da Eq. (2), sob a forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\xi, \eta, z, t)_{6 \times 1} = \mathbf{D}(z)_{6 \times 5} \mathbf{N}(\xi, \eta)_{5 \times 40} \mathbf{u}_e(t)_{40 \times 1} = \mathbf{B}(\xi, \eta, z)_{6 \times 40} \mathbf{u}_e(t)_{40 \times 1} \quad (3)$$

Nas Equações (2) e (3) a matriz $\mathbf{A}$ é a matriz resultante da manipulação algébrica do campo de deslocamento mecânico (Eq.(1)), expressa em função da espessura z do estratificado, a matriz $\mathbf{D}$ é a matriz que contém as derivadas em relação as variáveis ξ e η do campo das deformações e a matriz $\mathbf{B}$ é a matriz que contém as derivadas das funções de forma $\mathbf{N}(\xi, \eta)$ em relação a essas variáveis ξ e η , sendo expressa em função da espessura z . Essas matrizes são indicadas no trabalho de Faria (2010).

Utilizando o Princípio Variacional de Hamilton (PVH), as matrizes e vetores em nível elementar obtidas são das pelas expressões (Faria, 2010):

$$\mathbf{K}_e(D) = \int_{\xi=-1}^{\xi=+1} \int_{\eta=-1}^{\eta=+1} \int_{z=-e_m}^{z=+e_m} \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{C}}(D) \mathbf{B} J dz d\eta d\xi \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_e = \rho \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N} dV \quad (5)$$

$$\mathbf{f}_e = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{f}^V dV + \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{f}^S dS + \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{f}^P \quad (6)$$

sendo: ρ a densidade do material, $\hat{\mathbf{C}}$ a matriz das constantes de elasticidade do material danificado (definida a seguir), V e S são definidos respectivamente como o volume e área elementar e J é o Jacobiano da transformação linear entre as coordenadas globais (x, y) e locais (ξ, η), cuja expressão é apresentada em Reddy (2003) e em Bathe (1996).

Como apresentado na Equação (4) a matriz de rigidez $\mathbf{K}_e(D)$ é dependente da variável de dano D .

A matriz das constantes de elasticidade $\mathbf{C}^l(D)$ no estado danificado, escrita no sistema de referência do material (1,2,3) (indicado pelo sobrescrito l), é expressa como (Boubakar *et al.*, 2002):

$$\mathbf{C}^l(D) = (\mathbf{S} + \mathbf{H}(D))^{-1} \quad (7)$$

onde: $\mathbf{C}^l$ é a matriz das constantes elásticas no estado danificado no sistema de referência material, inversa da soma da matriz $\mathbf{S}$ (matriz de flexibilidade na condição não danificada) com a matriz de dano $\mathbf{H}(D)$ (matriz das funções de densidade de microfissuras). A matriz $\mathbf{H}$ é definida posteriormente em função de D . Os coeficientes da matriz $\mathbf{S}$ são informados em Reddy (2003). Para o caso não danificado tem-se $D = 0$, para o caso danificado $0 < D < 1$ e para uma completa condição de falha da estrutura compósita $D = 1$. A lei de evolução do dano é expressa em termos da TPI para a obtenção da matriz $\mathbf{H}(D)$.

Para a transformação da matriz $\mathbf{C}^l(D)$, eq.(7), do sistema de referência material (1,2,3) para o sistema de referência elementar (x,y,z) utiliza-se uma *matriz de transformação* $\mathbf{T}(\theta)$ (que pode ser consultada em Reddy, 2003), obtendo-se assim a matriz $\hat{\mathbf{C}}(D)$, padrão na modelagem dos materiais compósitos. Além disso, no MEF-FSDT a eq. (7) deve ser modificada adicionando coeficientes de correção apropriados das tensões cisalhantes transversais $(\gamma_{xz}, \gamma_{yz})$, fornecidos em Reddy (2003) para a teoria FSDT.

2.2. Mecanismo de dano da matriz do compósito laminado

O artigo de Rah (2007) ilustra os tipos mais correntes de mecanismos de dano que ocorrem nos materiais compósitos, dentre eles tem-se: microfissuras repartidas de maneira aleatória na matriz, desprendimento e rompimento de fibras, deslizamento entre fibra-matriz e descolamento entre camadas adjacentes do estratificado. A microfissuração na matriz do laminado é considerada o primeiro mecanismo de dano observado quando o material compósito é submetido a carregamentos severos Reddy (2003). Todos estes diferentes mecanismos de dano são estudados no domínio da *Mecânica do Dano*. Este artigo interessa-se no estudo do dano D temporal na matriz de estruturas compósitas laminadas. Este tipo de dano provoca uma perda de rigidez mecânica, representado matematicamente pela modificação das constantes da matriz das constantes de elasticidade do material compósito $\mathbf{C}^l(D)$. Na Equação (7), a matriz de dano $\mathbf{H}(D)$ depende da variável escalar de dano D , associada a cada modo de abertura de microfissuras, e é expressa conforme expressões a seguir e podem ser consultadas em Boubakar et al. (2002).

$$\mathbf{H}(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{66} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} H_{22} = \frac{D}{1-D} S_{22} \\ H_{44} = \frac{D}{\sqrt{1-D}} \sqrt{S_{11} S_{22}} \\ H_{66} = \frac{D}{\sqrt{1-D}} S_{22} \end{cases} \quad (8)$$

Os valores da variável escalar de dano D , eq.(8), são obtidos pelo uso TPI, cuja formulação e validação numérica desse metodologia é detalhada no trabalho de Faria (2010). Na Equação (8), S_{11} e S_{22} são as componentes da matriz de flexibilidade do laminado.

A lei de dano obtida pela TPI é associada ao cálculo de uma única variável escalar interna de dano (D), válida para materiais com isotropia transversal Boubakar et al. (2002). A lei de evolução do mecanismo de dano, chamada função de carga, é dada sob a forma da equação (Boubakar et al., 2002):

$$f_d(D, \sigma) = Y - \bar{Y} = 1/2 \sigma^T \dot{\mathbf{H}} \sigma - (y_c + qD^p) \quad (9)$$

A Equação (9) representa fisicamente a fronteira entre os dois domínios: elástico e não elástico do material compósito. A matriz $\dot{\mathbf{H}}$ contém as derivadas da variável escalar de dano D associada a cada uma das tensões efetivas do material compósito. As constantes y_c , q e p , apresentadas na eq.(9), são obtidos experimentalmente.

Segundo Boubakar et al. (2002), na Equação (9) Y é a força termodinâmica associada ao mecanismo de dano. Nessa equação, se $f_d < 0$, a força termodinâmica Y é menos importante que o domínio danificado $\bar{Y}$, ou seja, o dano ainda não está presente na matriz do laminado. Se a função f_d tender a um valor positivo, ocorre aumento no dano assim como aumento da força termodinâmica Y , tornando f_d e sua derivada $\dot{f}_d$ nulas. A resolução da equação não linear (9), a cada passo de tempo i , fornece diretamente o incremento de dano ΔD no estado de tensão atual ($i + 1$). O fluxograma do algoritmo implementado para a solução da eq.(9), chamado de esquema *preditor-corretor*, é apresentado nos trabalhos de Faria (2010) e de Mahmoudi et al. (2015).

Levando-se em conta a conectividade entre nós e utilizando o procedimento padrão de montagem das matrizes globais (detalhado em Bathe, 1996), o modelo matemático da equação global do movimento do sistema danificado (desprezando o amortecimento intrínseco do laminado) pode ser expresso como sendo (Bathe, 1996):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}(D)\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (10)$$

onde: $\mathbf{u}$ e $\ddot{\mathbf{u}}$ são, respectivamente, os vetores globais de deslocamento e de aceleração, $\mathbf{M}$ é a matriz de massa global da estrutura compósita (simétrica e definida positiva) de ordem $N_n \times n$, sendo N_n o número total de nós da estrutura modelada via MEF-FSDT, $\mathbf{K}(D)$ é a matriz de rigidez global não-linear considerando o mecanismo de dano proposto, de ordem $N_n \times n$ (simétrica e semi-definida positiva) e $\mathbf{f}(t)$ é o vetor de carregamentos externos, de ordem $N_n \times 1$.

A imposição das condições de contorno nas teorias FSDT-MEF seguem as orientações de Reddy (2003).

Na análise dinâmica sob vibração livre, a eq.(10) é manipulada, assumindo que o vetor de forças globais $\mathbf{f}(t)$ é um vetor nulo e adotando uma solução periódica sob a forma $\mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{u}}e^{i\omega t}$. Assim, a eq.(10) pode ser reduzida sob a forma (Bathe, 1996):

$$(\mathbf{K}(D) - \lambda \mathbf{M})\tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (11)$$

no qual: $\lambda = \omega^2$ são os autovalores (associados às i frequências naturais de vibração ω), solução do sistema, e $\tilde{\mathbf{u}}$ são os autovetores (associados aos i modos de vibração da estrutura).

Como a matriz de rigidez global $\mathbf{K}(D)$ depende da variável escalar de dano D , que é dependente, por sua vez, da variável temporal t , as frequências naturais e os modos de vibração são obtidos no tempo final t_f de excitação das estruturas compósitas laminadas nesse artigo.

O método de integração implícito de Newmark (detalhado em Bathe, 1996) é utilizado para a solução não-linear no domínio do tempo da eq.(10). Esse método permite o cálculo do vetor dos deslocamentos globais $\mathbf{u}$ (ou da velocidade ou da aceleração) de acordo com a força global de excitação $\mathbf{f}(t)$ aplicada a estrutura analisada e é atualizado ao longo do tempo, originando a *Função Resposta no domínio do Tempo (FRT)*. Maiores detalhes sobre esse método, acoplado ao esquema *predictor-corretor* para o cálculo da variável de dano, podem ser consultados nos trabalhos de Faria (2010) e de Mahmoudi *et al.* (2015).

2.3. DWT aplicada no SHM de estruturas compósitas laminadas

Uma *transformada wavelet contínua* (CWT) é definida como o somatório de todos os tempos ao longo do sinal multiplicado por uma wavelet-mãe transladada e escalonada e é definida matematicamente como o produto interno das funções $f(t)$ e $\psi_{a,b}(t)$, segundo a expressão (Stark, 2005):

$$CWT(a,b) = C_{a,b}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{a,b}(t)dt = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\bar{\psi}(a^{-1}(t-b))dt \quad (12)$$

A função $\bar{\psi}$ da Equação (12) é chamada de wavelet mãe, enquanto as funções $\psi_{a,b}(t)$ resultantes são chamadas de wavelets filhas. $C_{a,b}$ são os coeficientes wavelets (CW) da wavelet mãe e representam a semelhança entre a função $f(t)$ e as wavelets filhas, $f(t)$ é o sinal de interesse a ser transformado, no domínio do tempo ou espacial, a é o parâmetro de escala (que pode ser de dilatação ($a > 1$) ou de compressão ($a < 1$)) que permite que a função $\psi(t)$ aumente ou diminua de largura; b é o parâmetro de deslocamento (também chamado de posição ou de translação) que representa a distância com que a função $\psi(t)$ foi transladada no eixo t a fim de cobrir todo o sinal $f(t)$ e $|a|^{-1/2}$ é um fator de normalização.

Há diversos tipos de wavelet mãe, dentre os quais se destacam as wavelets: Morlet, Haar, Daubechies, Symlets, Coiflets, BiorSplines e ReverseBior, todas já são implementadas no software Matlab®.

Na TW, escalas maiores permitem analisar trechos longos de sinal, e escalas menores, trechos mais curtos e de forma mais detalhada Farias (1998). Os CW são muito sensíveis a descontinuidades e singularidades presentes em um sinal. Devido a essa propriedade, foi descoberto que o dano pode ser detectado através dos sinais com os CW que alcançam grandes amplitudes (como um pico ou um impulso) no local do dano devido a uma súbita perda de rigidez local (Costa Silva, 2004). Essa propriedade é a base da detecção do dano através das TW. A perturbação devido ao dano é mais clara nas finas (baixas) escalas da wavelet Estrada (2008).

Uma representação contínua de uma função de dois parâmetros contínuos pode ser convertida em uma representação discreta assumindo que a e b tenham somente valores inteiros (Pozzebon, 2009). O parâmetro escalar a é discretizado na forma exponencial e o parâmetro de translação b na forma proporcional, ou seja, $a = a_o^m$ e $b = nb_o a_o^m$, sendo a_o e b_o comprimentos dos passos discretos de escala e de translação respectivamente. Sendo m e n dois números inteiros, relacionados a escala e a translação respectivamente, que geram uma nova grade bidimensional $m \times n$. Os coeficientes gerados, enumeráveis desse processo, são pontos dessa nova grade. A discretização desses parâmetros é o processo que origina a transformada wavelet discreta (DWT), já a variável independente, isto é, o tempo (ou espaço), permanece contínuo. Substituindo os parâmetros discretizados, a e b , na Eq. (12), a DWT típica assume a forma (Hernandes, 1996):

$$DWT(m, n) = D_{m,n}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{m,n}(t) dt \quad (13)$$

sendo: m e $n \in \mathbb{Z}$, $\psi_{m,n}(t) = 1/\sqrt{a_o^m} \tilde{\psi}(a_o^{-m}t - nb_o)$, e, $1/\sqrt{a_o^m}$ um fator de normalização constante. Para uma melhor eficiência computacional, $a_o = 2$ e $b_o = 1$ são comumente utilizados (Farias, 1998).

Neste artigo a DWT é utilizada no processamento do sinal proveniente dos modos de vibração de estruturas compósitas danificadas, após serem submetidas a um carregamento variável com o tempo provocando a danificação.

Uma vez que as TW fornecem apenas informações a respeito da integridade estrutural, ou seja, sobre a detecção e a localização do dano, a intensidade do dano (ou seja, a sua quantificação) é fornecida nesse artigo por meio de métricas de dano, também conhecidas como índices de dano (DI). Os DI são baseados na intensidade dos sinais em diferentes domínios: do tempo, da frequência, da energia do sinal e etc. Normalmente, adotam um sinal de referência (*baseline*) obtido da estrutura sem dano, e, ao ser adquirido o sinal da estrutura cujo estado de integridade é desconhecido, são capazes de identificar possíveis alterações nas propriedades mecânicas da estrutura, indicando a presença do dano (Loendersloot and Moix-Bonet, 2015). O desempenho dos DI depende do tipo de dano, isto é, o quanto o sinal é afetado. Nesse artigo, as estruturas compósitas laminadas são avaliadas através dos DI: SAHTM (*Signal Amplitude Hilbert Transform Maximum*), SAPS (*Signal Amplitude Peak Squared Percentage Differences*) e DWTAC (*Discrete Wavelet Transform Approximation Coefficients*), cujas expressões são apresentadas a seguir e foram obtidas do trabalho de Loendersloot and Moix-Bonet (2015).

$$DI_{SAHTM} = \frac{|\max(H(S_H)) - \max(H(S_D))|}{\max(H(S_H))} \quad DI_{SAPS} = \left(\frac{\max(S_H) - \max(S_D)}{\max(S_H)} \right)^2 \quad DI_{DWTAC} = \frac{\sum_{i=1}^N [DWT(S_{H,i}) - DWT(S_{D,i})]^2}{\sum_{i=1}^N [DWT(S_{H,i})]^2} \quad (14)$$

Na Equação (14), H e D são respectivamente as respostas dos CW obtidas nas condições inicial (sem falha) e danificada (com falha). Tradicionalmente, somente o índice DWTAC utiliza o sinal proveniente da TW, os outros índices utilizam o sinal não transformado (ou seja, não processado) do modo de vibração da estrutura danificada. Neste artigo, os índices de dano SAHTM e SAPS também foram implementados considerando o sinal dinâmico oriundo da DWT.

Observa-se na literatura a inexistência de trabalhos que integrem os DI associados à TW para o SHM de estruturas. Existem diversos outros DI, como os estudados por Naidu *et al.* (2002), Giurgiutiu and Zarai (2005) e Loendersloot and Moix-Bonet (2015).

A seguir, são apresentadas algumas aplicações numéricas para a validação da metodologia proposta de detecção, localização e quantificação do dano em materiais compósitos laminados, utilizando as DWT (eq.(13)) associadas aos DI (eq.(14)).

3. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Uma estrutura do tipo placa, ilustrada na Fig. 1(A), é analisada na condição *não danificada* (**Ref.**) e *danificada* (**PI**), sendo que essa última ocorre após a aplicação de um carregamento impulsivo $f(t)$ (Fig. 1(B)) em uma dada posição ao longo do plano x - y da placa. Em todas as aplicações numéricas são consideradas a mesma placa, engastada nos quatro bordos e fabricada de material compósito laminado. O amortecimento inerente do material estratificado é desprezado.

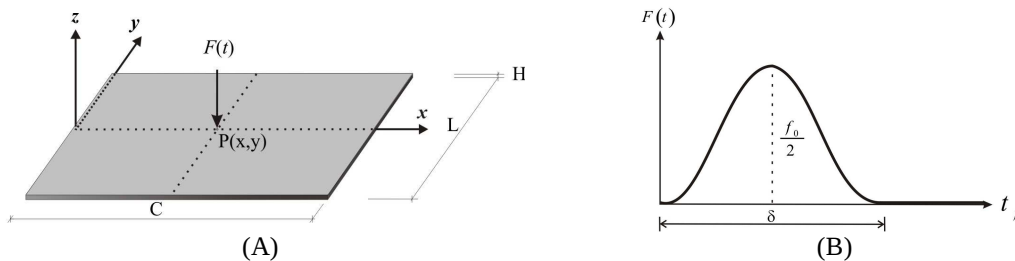


Figura 1 - Geometria da placa compósita laminada, (A), e carregamento impulsivo aplicado, (B).

A placa é do tipo fina e possui dimensões ($C \times L \times H$) 0,400 m x 0,300 m x 0,001 m e é constituída por três camadas de mesma espessura, orientadas à $(90^\circ/0^\circ/90^\circ)$ e cujas propriedades mecânicas são: densidade de 2279,9 kg/m³, $E_1 = 45680$ MPa, $E_2 = 16470$ MPa, $G_{12} = 6760$ MPa, coeficientes de Poisson de 0,34. Como propriedades experimentais associadas ao mecanismo de dano, fornecidas por Boubakar *et al.* (2002), tem-se: $y_c = 0,0027$ MPa, $q = 1,246$ MPa e $p = 0,816$.

A estrutura compósita laminada é discretizada via MEF-FSDT em 16 x 12 elementos finitos com um total de 2605 graus de liberdade (*gdl*s) (desprezados os *gdl*s associados às condições de contorno).

Através do uso da DWT e dos três índices de dano (DI): SAHTM, SAPS e DWTA (eq.(14)), o sinal proveniente dos dez primeiros modos de vibração da estrutura compósita laminada é processado e analisado.

A primeira simulação numérica é realizada para se obter um modelo de referência (**Ref**) na condição não danificada, em $t = 0$, ou seja, antes da aplicação do carregamento impulsivo. São obtidas as frequências naturais, informadas na Tabela 1, da placa compósita laminada na condição não danificada.

Tabela 1 – Frequências naturais da placa compósita laminada nas condições danificada e não danificada.

Modo	Sistema de referência (Ref.)	Sistema danificado (PI)	ε_i (%) $100 \times (f_i^{ref} - f_i^{pi}) / f_i^{ref}$
1	61,2936	61,2818	0,0193
2	87,0429	87,0035	0,0453
3	134,1827	134,1622	0,0153
4	155,6802	155,6603	0,0128
5	177,6409	177,6071	0,0190
6	201,5857	201,3871	0,0985
7	218,7644	218,7512	0,0060
8	281,2530	281,0814	0,0610
9	288,2813	288,1483	0,0461
10	299,0921	299,0758	0,0055

O sinal proveniente do modo de vibração da estrutura na condição danificada é diretamente processado usando a DWT, já os DI necessitam das informações do sinal na condição inicial (**Ref**), não danificada, e na condição danificada (**PI**). Técnicas de regularização e de interpolação foram utilizadas previamente aos sinais provenientes dos modos de vibração das placas. Após ser transformado, o sinal dinâmico foi processado diretamente através da wavelet mãe BiorSplines 5.5 (bior5.5).

Na segunda aplicação numérica desse artigo, chamada **PI**, é aplicado um carregamento impulsivo: $F(x, y, t) = 0,5 f_0 (1 - \cos(2\pi t / \delta))$ (quando: $0 \leq t \leq \delta$) e 0 (quando: $\delta < t \leq t_f$), na direção z da placa e no ponto $P(x = 0,25, y = 0,20)$. Nessa equação, f_0 é a amplitude da força de excitação aplicada sobre a estrutura (choque mecânico), δ é a duração de aplicação da força de impacto $F(t)$ e t_f é o tempo final de estudo. Na simulação **PI**, f_0 é adotado igual a -110 N, δ é igual a 100 ms e t_f é igual a 250 ms (subdividido em um total de 250 incrementos de tempo).

A Figura 2 ilustra a distribuição da variável de dano D ao longo da superfície média da camada externa da placa (Fig. 2(B)), a deflexão (linha contínua) e a evolução da variável D (linha tracejada) próximo ao ponto de aplicação da força (Fig. 2(A)). A Figura 2(B) é obtida ao final do tempo de aplicação da carga impulsiva ($t_f = 250$ ms).

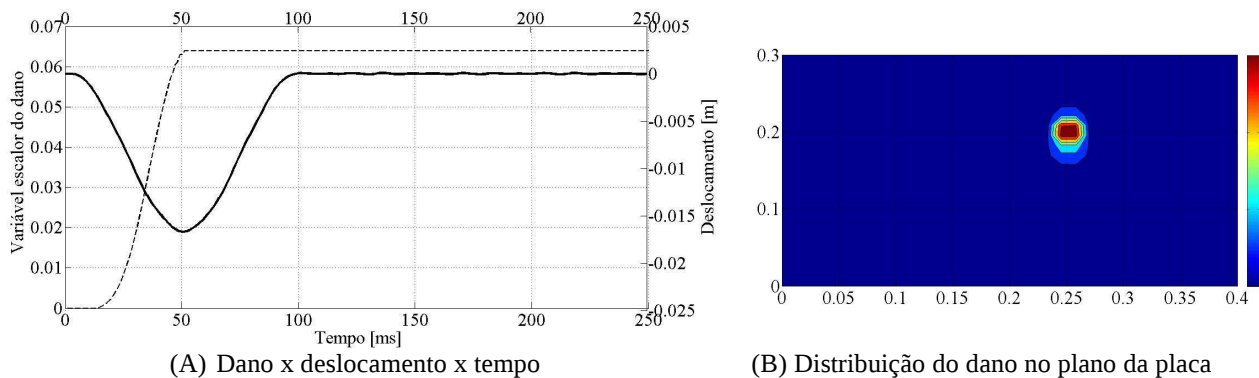


Figura 2 – Evolução do domínio do tempo da variável escalar de dano conjuntamente com a variação da deflexão (A) e distribuição da variável escalar de dano no plano da placa compósita (B) para as camadas externas.

A orientação das fibras das duas camadas externas é favorável à abertura de microfissuras, como pode ser constatado com os maiores valores da variável de dano D da camada externa em comparação ao obtido na lamina central ($D = 0$). Pode-se constatar na Figura 2(A) que o valor da variável escalar de dano aumenta rapidamente até aproximadamente $t = 50$ ms e se mantém constante, com o seu valor máximo D_{max} de 0,0604, até o tempo final de estudo.

A Tabela 1 resume os valores das dez primeiras frequências naturais de vibração das estruturas compósitas analisadas nas condições não danificada (**Ref**) e danificada (simulação **PI**). Pode-se notar na Tabela 1 a diminuição dos valores das frequências naturais com o aumento da variável escalar de dano D em todas as simulações, o que indica a perda de rigidez com o aumento do dano nas estruturas compósitas impactadas. Os modos que sofreram maior perda de rigidez foram respectivamente o sexto, o oitavo e o nono modos de vibração da placa compósita laminada.

A importância da escolha do modo de vibração mais apropriado para a localização do dano é verificada através da Tab. 2 que fornece os valores dos DI e a localização do dano através do sinal proveniente dos dez primeiros modos de vibração usando a DWT bior5.5.

Da Tabela 2, pode-se notar que todos os índices de dano assumem os maiores valores no quarto modo de vibração, que é o modo que conseguiu captar a localização do dano, verificada através do menor valor do erro percentual de localização do dano (ε_x , ε_y) nas direções x e y da placa, obtido entre a posição central da região de ocorrência do dano (ponto de aplicação da força, ou seja, $x = 0,25$ e $y = 0,20$) com a obtida pela wavelet mãe bior5.5. Nota-se também que, quanto maior o valor do DI, menor o erro percentual de localização do dano (ε_x , ε_y).

Tabela 2. Valores do ID em função dos dez primeiros modos de vibração com a wavelet mãe bior5.5.

Modo de vibração	Índice de Dano ID			Coordenadas do ponto de máximo		Erro percentual $\varepsilon_i = 100 \times (p^{ref} - p^u) / p^{ref}$	
	DWTAC	SAPS	SAHTM	x_{max}	y_{max}	ε_x	ε_y
1	0.0107	0.0011	0.0336	0.2007	0.1493	19.7004	25.3731
2	3.8170e-4	3.4673e-6	0.0019	0.1258	0.1522	49.6629	23.8806
3	1.5746e-5	2.0442e-5	0.0045	0.2007	0.1493	19.7004	25.3731
4	0.2069	0.2729	0.5224	0.2517	0.2060	0.6742	2.9851
5	0.0018	1.2873e-4	0.0113	0.1258	0.2149	25.8427	7.4627
6	2.3713e-4	3.7608e-5	0.0061	0.0030	0.1522	98.8015	23.8806
7	7.2510e-5	3.1838e-5	0.0056	0.0764	0.2134	69.4382	6.7164
8	0.0031	0.0022	0.0467	0.0030	0.0866	98.8015	56.7164
9	4.6447e-4	8.4628e-6	0.0029	0.0030	0.1522	98.8015	23.8806
10	0.0055	4.8701e-5	0.0070	0.2007	0.0687	19.7004	65.6716

Amplitude da força aplicada: $f_0 = -110$ N, dano máximo: $D_{max} = 0,0640$ e posição do dano (0,25, 0,20)

A Figura 3, ilustra os valores dos CW da wavelet mãe bior5.5 ao longo do plano da placa (Fig. 3A) e tridimensionalmente (Fig 3B). Nota-se que, os valores dos coeficientes aumentam na região danificada (Fig. 3B).

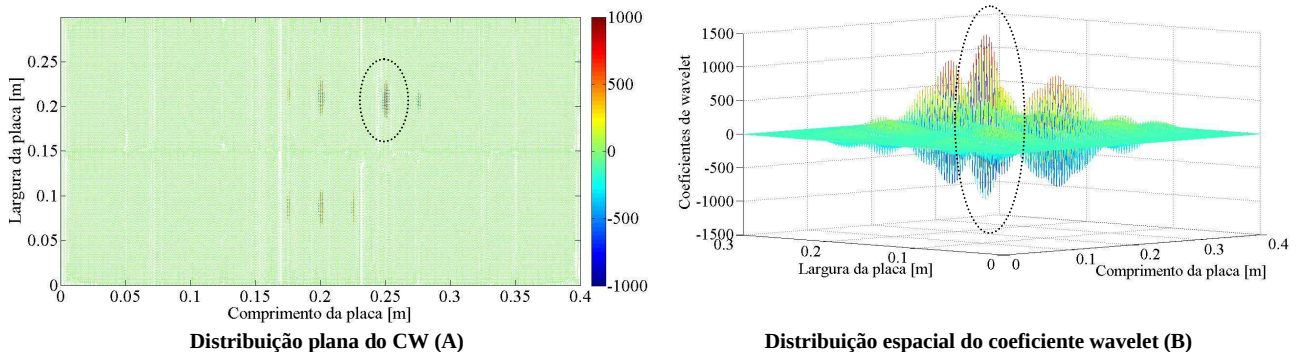


Figura 3- Coeficientes de wavelet para a transformada bior5.5, ao longo do plano da placa (A) e distribuída espacialmente (B) ao longo da placa.

O sinal dinâmico s , proveniente do quarto modo de vibração após ser interpolado e regularizado, é ilustrado na figura 4(A). Essa figura também ilustra o nono nível de decomposição do sinal s ($d9$). O sinal s foi decomposto em 9 níveis ($s = a9 + d9 + d8 + \dots + d1$) através da wavelet mãe bior5.5. Nota-se um aumento na amplitude do sinal $d9$ em torno da abscissa 4×10^4 (Fig. 4B), correspondente à localização da região danificada, o que não é notado no sinal original s (Fig. 4A).

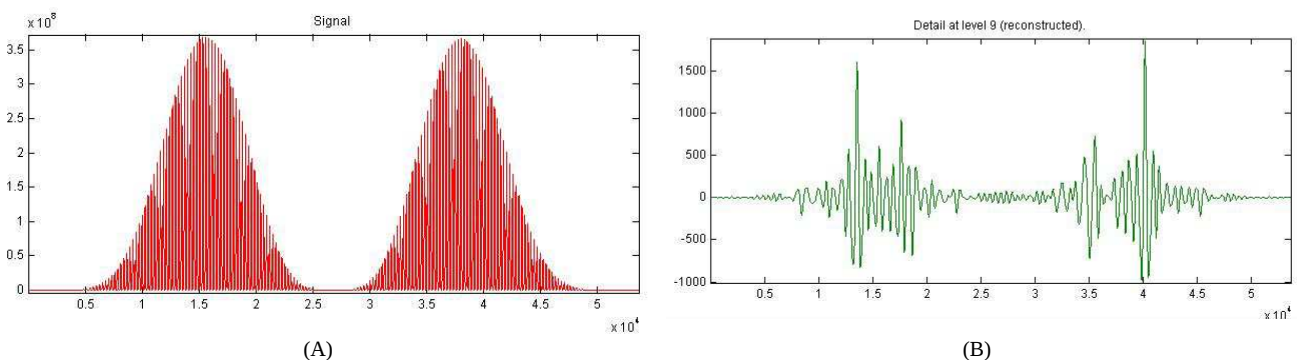


Figura 4 – Decomposição do sinal original s (A) através da wavelet bior5.5 no nível 9 (B).

4. CONCLUSÕES

A modelagem numérica de estruturas compósitas laminadas danificadas utilizando o MEF-FSDT incorporando um mecanismo de dano matricial é apresentada nesse artigo. Essa formulação e a nova metodologia SHM proposta nesse artigo através do uso conjunto de DWT e DI é capaz de detectar, localizar e de quantificar o dano em estruturas compósitas laminadas submetidas a choques mecânicos (cargas impulsivas).

A quantificação do dano matricial, auxiliada pelo uso dos DI, permite a escolha do modo de vibração que melhor consiga captar o dano, que no caso da estrutura compósita estudada nesse artigo foi o quarto modo de vibração. Somente o sinal da estrutura no estado danificado é avaliado via DWT, já os DI necessitam do sinal nos dois estados, danificado e não danificado.

As simulações realizadas nesse artigo constatarem a importância dos modos de alta frequência no estudo SHM de estruturas compósitas danificadas. Foi constatado que o modo fundamental de vibração (primeiro modo) não foi necessariamente o modo mais indicado para a detecção do dano em placas compósitas laminadas, sendo os modos de mais alta frequência igualmente importantes para essa finalidade. Nesse sentido, os três DI propostos (DWTAC, SPAS e SAHTM) mostraram-se importantes ferramentas para a indicação do modo de vibração mais apropriado para a detecção do dano.

5. AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo aporte financeiro do projeto: 482273/2012-7.

6. REFERÊNCIAS

- Bathe, K.-J., 1996, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Boubakar, M.L., Trivaudey, F., Perreux, D. and Vang, L., 2002, "A Meso-Macro Finite Element Modeling of Laminate Structures, Part 1: Time-Independent Behavior", *Composite Structures*, Vol. 58, pp. 271-286.
- Castro, E., Garcia-Hernandez, M.T. and Gallego, A., 2006, "Damage detection in rods by means of the wavelet analysis of vibration: Influence of the mode order", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 296, pp. 1028-1038.
- Catbas, F.N., Pakzad, S., Racic, V., Pavic, A. and Reynolds, P., 2013, "Topics in Dynamic of Civil Structures", *Proceedings of the 31st IMAC, A Conference on Structural Dynamics*, Vol 4, Garden Grove, CA, USA, pp. 11-19.
- Chang, C.C. and Chen, L.-W., 2004, "Damage detection of a rectangular plate by spatial wavelet based approach", *Applied Acoustic*, Vol. 65, pp. 819-832.
- Costa Silva, R.S., 2011, "Determinação de patologias estruturais usando modelagem numérica e transformadas de wavelet", *Dissertação de mestrado em estruturas e construção civil*. UNB, Brasília, Brasil.
- Estrada, R.S., 2008, "Damage Detection Methods in Bridges through vibration monitoring: Evaluation and Application", *Tese de Doutorado*, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Faria, A.W. and Lima, A.M.G., 2014, "Numerical formulation for the study of the damped composite structures using First and Higher-order Shear Deformation theories", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 30, pp. 77-84.
- Faria, A.W., 2010, "Modélisation par éléments Finis de Plaques Composites : Contribution a l'Etude de L'Amortissement, Endommagement et Prise en Compte D'incertitudes", *Tese de Doutorado* Co-tutela, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil e Université de Franche Comté, Besançon, FC, França.
- Farias, M.C.Q., 1998, "Aplicação da transformada wavelet na compressão de imagens", *Dissertação de Mestrado*. UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil.
- Gentile A. and Messina A., 2003, "On the continuous wavelet transforms applied to discrete vibrational data for detecting open cracks in damaged beams", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 295-315.
- Giurgiutiu, V. and Zarai, A., 2005, "Damage Detection in Thin Plates and Aerospace Structure with the Electro-Mechanical Impedance Method", *Structural Health Monitorin*, Vol. 4, pp. 99-118.
- Hernández, E. and Weiss, G., 1996, "A First Course on Wavelets", Boca Raton: CRC press.
- Katunin, A., 2011, "Damage identification in composite plates using two-dimensional B-spline wavelets", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, pp. 3153-3167.
- Loendersloot, R. and Moix-Bonet, M., 2015, "Damage identification in composite panels using guided waves", *5TH CEAS AIR&Space Conference*, Amsterdam, Netherlands.
- Loutridis, S., Douka, E., Hadjileontiadis, L. J. and Trochidis, A., 2005, "A two-dimensional wavelet transform for detection of cracks in plates", *Engineering Structures* 27, pp. 1327-1338.
- Mahmoudi, S., Trivaudy, F. and Bouhaddi, N., 2015, "Nonlinear Dynamic Response Analysis of Damage Laminated Composite Structures", *Series: Lecture Notes in Mechanical Engineering. Design and Modeling of Mechanical Systems - II*, pp. 545-552.

- Naidu, A.S.K., Bhalla, S. and Soh, C.-K., 2002, "Incipient Damage Localization with Smart Piezoelectric Transducers using High-Frequency Actuation", In Proceedings of SPIE International Symposium on Smart Materials, Nano, and Micro-Smart Systems, Melbourne, Austrália.
- Okafor, A.C. and Dutta, A., 2000, "Structural damage detection in beams by wavelet transforms", Smart Materials and Structures, Vol. 9, pp. 906-917.
- Perreux, D., Suri, D., Varchon, D. and Oytana, C., 1992, "Endommagement Mécanique de Matériaux Composites: Rôle Sur les Propriétés Hygrothermiques", La Construction Navale en Composites. Fremer. Actes de colloques n° 15, communication n° 36, 7-9, Paris, França.
- Pozzebon, G.G., 2009, "Transformada Wavelet e Redes Neurais Artificiais na análise de sinais relacionados à qualidade da energia elétrica", Dissertação de Mestrado. UFSM, Santa Maria-SC, Brasil.
- Rah, K., 2007, "Damage Modeling in Laminated Composite Structures", FirW PhD Symposium, Universiteit Gent, Holanda.
- Reddy, J.N., 2003, "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis", 2th Edition, CRC Press, N.Y., USA.
- Rucka, M. and Wilde, K., 2006, "Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beams and plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 297, pp. 536-550.
- Rucka, M., 2011, "Damage detection in beams using wavelet transform on higher vibration modes", Journal of theoretical and applied mechanics, Vol. 49, pp. 399-417.
- Stark, H.G., 2005, "Wavelets and Signal Processing An Application-Based Introduction", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, USA.
- Wang, Q. and Deng, X., 1999, "Damage detection with spatial wavelets", International Journal of Solids and Structures, Vol. 36.
- Xiaoyu, J. and Xiangnan, K., 1990, "Micro-mechanical Characteristics of Fibre/matrix Interfaces in Composite Materials", Composites Science and Technology, Vol. 59, pp. 635-642.
- Yang, J.-M.; Yang, Z.-W. and Tseng, C.-M., 2011, "Damage detection in stiffened plates by wavelet transform", J Nav Archit Oc Engng., Vol. 3, pp. 126-135.

MATRIX DAMAGE IDENTIFICATION BASED ON DISCRETE WAVELET TRANSFORM OF COMPOSITE LAMINATED MODELED BY FINITE ELEMENTS METHOD

Albert Willian Faria, albert@icte.uftm.edu.br¹

Edson Hideki Koroishi, edsonh@utfpr.edu.br²

Adailton Silva Borges, adailton@utfpr.edu.br²

¹ UFTM. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Av. Doutor Randolpho Borges Júnior, no 1250. Bairro Univerdecidade. CEP: 38025-180, Uberaba-MG

² UTFPR. Universidade Federal Tecnológica do Paraná. Campus Cornélio Procópio, Departamento de Engenharia Mecânica. Avenida Alberto Carazzai, 1640, CEP: 86300-000, Cornélio Procópio - PR.

Summary: One of the main drawbacks to the use of composite materials compared to traditional materials such as metal in structures refers to its internal damage mechanisms. Several methods of the structural health monitoring (SHM) system requires static or dynamic responses in undamaged and damage structures conditions. This paper develops a new methodology to damage detection in laminated composite structures using the Discret Wavelet Transforms (DWT) (in undamage structures) and damage indexes (DI) (in undamage and damage structures). Laminated composite structures are modeling by finite element approach considering the matrix damage modeling. DWT is used to processe the mode spatial signal i.e. mode shapes of composite laminates structures in order to identity the damage. The dynamic signals are modified by interpolation and regularization methods. Continuum Damage Mechanics associated to the thermodynamics principles for irreversible processes is used to numerical damage mechanism formulation. The dynamic equation of motion including internal damage (EM-D) is associated with the First-order Shear Deformation Theory (FSDT). Its is used by mechanical displacements approach of composite structures. The EM-D is solved by the Newmark implicit integration method considering small deformations. The results demonstrated that mother wavelets (in DWT analysis) applied in vibration signal processing are capable to detect a small damage magnitude in the matrix level. The wavelet coefficients reaching great amplitudes in the damaged region.

Keywords: Discrete Wavelet Transform, composite materials, damage, damage indexes, the Finite Element Method

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

"Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho".