



CONEM 2016
CONGRESSO NACIONAL DE
ENGENHARIA MECÂNICA

21-25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

COTAS APLICADAS AOS MODELOS DE EVOLUÇÃO DE TRINCA

Rodrigo Villaca Santos, rodrigov@utfpr.edu.br¹

Cláudio Roberto Ávila da Silva Júnior, avila@utfpr.edu.br²

Waldir Mariano Machado Júnior, waldir.jr@pr.senai.br²

¹DAMEC, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Via do Conhecimento, Km 1, Pato Branco, PR, Brasil

²NuMAT/PPGEM, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba, PR, Brasil.

Resumo: A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) descreve a propagação de uma trinca existente em um material, sendo dependente do fator intensidade de tensão. Na MFLE existem diversos modelos que descrevem a evolução de uma trinca sendo formulados como um Problema de Valor Inicial (PVI). Na maioria das aplicações de engenharia, a definição matemática do fator intensidade de tensão é uma função não linear, em termos do tamanho de trinca. Isto dificulta e até mesmo inviabiliza a utilização de procedimentos formais para o estabelecimento de soluções clássicas para o PVI. A partir disso, utilizam-se soluções numéricas aproximadas para solução do PVI, o que pode refletir em aspectos como o tempo e o custo computacional. Portanto, o objetivo deste trabalho é propor funções, por meio de cotas superior e inferior, para a função do tamanho de trinca para os modelos de Paris-Erdogan, Forman e Walker. A verificação da potencialidade dessa proposta é avaliada através de três exemplos numéricos. Observou-se que para todos os modelos os resultados apresentam precisão e uma grande redução computacional.

Palavras-chave: Mecânica da Fratura Linear Elástica, Problema de Valor Inicial, Cotas.

1. INTRODUÇÃO

A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) é um método que pode ser utilizado para a previsão da vida sob fadiga que tem como proposta descrever a propagação de uma trinca existente no material. Na MFLE a propagação da trinca é proporcional à variação do fator intensidade de tensão, ΔK . E o fator intensidade de tensão é função de parâmetros como o carregamento aplicado, $\Delta\sigma$, da geometria do material, do tamanho da trinca, a , e da função de correção do fator intensidade de tensão, $f(\cdot)$.

Existem diversos modelos de propagação de trinca, com diversas abordagens e concepções, conforme destacam os autores Toor (1973), Hoepfner e Krupp (1974), Beden *et al.* (2009) e Schijve (2009). A formulação e a solução desses modelos são baseadas na determinação de um Problema de Valor Inicial (PVI), o qual descreve a evolução de uma trinca inicial. Desse modo, para poucas aplicações práticas, consegue-se obter uma solução exata do PVI. Em geral, na maioria das aplicações utilizam-se soluções numéricas aproximadas, o que pode refletir em aspectos como o tempo e o custo computacional.

O objetivo desse trabalho é dar continuidade aos trabalhos desenvolvidos pelos autores Júnior e Santos (2015) e Júnior *et al.* (2015) os quais propuseram, por meio de uma nova metodologia, duas funções, cotas superior e inferior, para descrever o comportamento de uma trinca inicial. Essa metodologia tem por objetivo melhorar a forma de se obter os resultados. Com isso, neste trabalho será desenvolvida a metodologia proposta a um novo modelo e um novo exemplo de aplicação.

Portanto esse trabalho será desenvolvido para os modelos de Paris-Erdogan, Forman e Walker. O desenvolvimento dessas cotas será determinado através da expansão de Taylor de 2ª ordem com resto de Lagrange. E para a validação desse trabalho, será feita a comparação das cotas superior e inferior e a solução numérica aproximada, utilizando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) (ASCHER, PETZOLD, 1998), para três exemplos numéricos.

2. MÉTODO

As cotas superior e inferior para os modelos de Paris-Erdogan, Forman e Walker foram desenvolvidas a partir da expansão de Taylor de 2ª ordem com resto de Lagrange aplicado ao PVI de cada modelo. Para isso, foram atendidas

hipóteses em relação: aos modelos utilizados, $\left[\left(da / dN \right) (N) \right]$, ao carregamento aplicado, $\Delta \sigma$, e para a função de correção do fator intensidade de tensão, $f(\cdot)$.

Com relação aos modelos, o PVI para todos os modelos é:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sendo } a \in C^1 \left[[N_o, N_1]; \mathbb{R}^+ \right] \text{ de tal modo que :} \\ \left(\frac{da}{dN} \right) (N) = h(\alpha, \Delta K), \forall N \in (N_o, N_1); \\ a(N_o) = a_o, \end{array} \right. \quad (1)$$

sendo da/dN a taxa de propagação da trinca, N o número de ciclos, h é a função de propagação de trinca de cada modelo, Tab. 1, α é um vetor de parâmetros (específicos para cada modelo) e ΔK é o fator cíclico de intensidade de tensão. Assim, as hipóteses para os modelos exigem que a derivada de $a(\cdot)$, tamanho de trinca, seja uma função contínua e a_o , tamanho inicial da trinca, seja conhecida.

Tabela 1: Função para o modelo de propagação de trinca.

<u>Modelo de Paris-Erdogan:</u>
$h = C_P (\Delta K)^{m_P}$
<u>Modelo de Forman:</u>
$h = \frac{C_F (\Delta K)^{m_F}}{(1-R) K_c - \Delta K}$
<u>Modelo de Walker:</u>
$h = C_W \left[(1-R)^{\gamma_W-1} \Delta K \right]^{m_W}$
* $\Delta K = f(a) \Delta \sigma \sqrt{\Pi a}$
* C, m e γ são constantes dos materiais.

As hipóteses para o carregamento aplicado, $\Delta \sigma$, e para a função de correção do fator intensidade de tensão, $f(\cdot)$, são:

$$\begin{array}{l} \text{H1: } \Delta \sigma(N) = \Delta \sigma_o, \forall N \in [N_o, N_1]; \\ \text{H2: } \left\{ \begin{array}{l} f \in C^1([a_o, a_1]; \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}); \\ 0 < f(a_o) \leq f(x) \leq f(y), x \leq y, \forall x, y \in [a_o, a_1]; \\ f'(a_o) \leq f'(x) \leq f'(y), x \leq y, \forall x, y \in [a_o, a_1]; \end{array} \right. \\ \text{H3: } \left\{ \begin{array}{l} m_P \geq 2; \\ m_F \geq 1. \end{array} \right. \end{array} \quad (2)$$

sendo $a_o = a(N_o)$ e $a_1 = a(N_1)$. A hipótese (H1) assume que o carregamento seja constante. A hipótese (H2) afirma que a função de correção do fator intensidade de tensão e a sua derivada sejam funções monótonas crescentes. Essas condições são encontradas na maioria das funções de correção do fator intensidade de tensão, uma vez que representam uma característica intrínseca do problema propagação de trincas. E a hipótese (H3) definem os valores para as constantes do material de cada modelo. As hipóteses (H1), (H2) e (H3) estabelecem a base para o desenvolvimento das cotas superior e inferior para a função tamanho de trinca.

Os PVI's, Eq. (1), têm como características serem equações diferenciais ordinárias, de 1ª ordem, não-lineares e autônomas. E essas equações definem um problema de Cauchy, onde busca-se a trajetória que satisfaça a equação diferencial do PVI que tem como valor inicial, $a_o = a(N_o)$.

Assim, utilizando a expansão de Taylor de 2ª ordem com resto de Lagrange, as funções que definirão as cotas superior e inferior para o modelo de Paris-Erdogan são:

$$\begin{cases} a(N) - a_o \leq C_P \left\{ \left(\Delta K(a_o) \right)^{m_P} + \left(\frac{m_P C_P}{2} \right) \left(\Delta K(a^*) \right)^{2m_P} \left[\frac{1}{2a^*} + \left(\frac{f'}{f} \right) (a^*) \right] (N - N_o) \right\} (N - N_o); \\ a(N) - a_o \geq C_P \left(\Delta K(a_o) \right)^{m_P} \left\{ 1 + \left(\frac{m_P C_P}{2} \right) \left(\Delta K(a_o) \right)^{m_P} \left[\frac{1}{2a_o} + \left(\frac{f'}{f} \right) (a_o) \right] (N - N_o) \right\} (N - N_o); \forall N \in [N - N_o]. \end{cases} \quad (3)$$

Para o modelo de Forman, as cotas superior e inferior são:

$$\begin{cases} a(N) - a_o \leq \left\{ \frac{C_F (\Delta K(a_o))^{m_F}}{(1-R)K_c - \Delta K(a_o)} + \frac{1}{2} \left[\frac{C_F (\Delta K(a^*))^{m_F}}{(1-R)K_c - \Delta K(a^*)} \right]^2 \left[m_F + \frac{1}{(1-R) \frac{K_c}{\Delta K(a^*)} - 1} \right] \right\} (N - N_o); \\ a(N) - a_o \geq \frac{C_F (\Delta K(a_o))^{m_F}}{(1-R)K_c - \Delta K(a_o)} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[\frac{C_F (\Delta K(a_o))^{m_F}}{(1-R)K_c - \Delta K(a_o)} \right] \left[m_F + \frac{1}{(1-R) \frac{K_c}{\Delta K(a_o)} - 1} \right] \right\} (N - N_o); \forall N \in [N - N_o]. \end{cases} \quad (4)$$

E para o modelo de Walker, as cotas superior e inferior são:

$$\begin{cases} a(N) - a_o \leq C_w \left\{ \left[(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a_o) \right]^{m_w} + \frac{1}{2} m_w C_w \left[(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a^*) \right]^{2m_w} \right\} (N - N_o); \\ a(N) - a_o \geq C_w \left[(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a_o) \right]^{m_w} \left\{ 1 + \frac{1}{2} m_w C_w \left[(1-R)^{\gamma_w-1} \Delta K(a_o) \right]^{m_w} \right\} (N - N_o); \forall N \in [N_o, N_1]. \end{cases} \quad (5)$$

As cotas superior (a_{CS}) e inferior (a_{CI}) para a função tamanho de trinca, Eqs. (3) a (5), também podem ser escritas por meio de um polinômio de segundo grau, em função do número de ciclos (N):

$$\begin{cases} a_{CS}(N) = \gamma \cdot N^2 + \beta \cdot N + a_o; \\ a_{CI}(N) = \alpha \cdot N^2 + \beta \cdot N + a_o; \forall N \in [N_o, N]. \end{cases} \quad (6)$$

3. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Como forma de verificação da potencialidade desse trabalho, as cotas superior e inferior de cada modelo foram avaliadas por meio de três exemplos numéricos:

a) Exemplo 1: Placa com uma largura infinita e com uma trinca central.

O exemplo 1 representa uma placa infinita com uma trinca central passante, a_o , solicitada a um carregamento trativo conforme mostra a Fig 1a. Para esse exemplo, a função de correção do fator intensidade de tensão é (BANNANTINE *et al.*, 1989):

$$f(a) = 1. \quad (7)$$

b) Exemplo 2: Placa com uma largura finita e com uma trinca central.

O exemplo 2 representa uma placa finita, com largura b , e uma trinca central passante, a_0 , solicitada a um carregamento trativo conforme mostra a Fig 1b. Para esse exemplo, a função de correção do fator intensidade de tensão é (BANNANTINE *et al.*, 1989):

$$f(a) = \sqrt{\sec\left(\frac{\Pi a}{2b}\right)}. \quad (8)$$

c) Exemplo 3: Placa com uma largura finita e com uma trinca na sua aresta.

O exemplo 3 representa uma placa finita, com largura b , e uma trinca passante na sua aresta ou “borda”, a_0 , solicitada a um carregamento trativo conforme mostra a Fig 1c. Para esse exemplo, a função de correção do fator intensidade de tensão é (BANNANTINE *et al.*, 1989):

$$f(a) = 1.122 - 0.231\left(\frac{a}{b}\right) + 10.55\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 21.72\left(\frac{a}{b}\right)^3 + 30.39\left(\frac{a}{b}\right)^4. \quad (9)$$

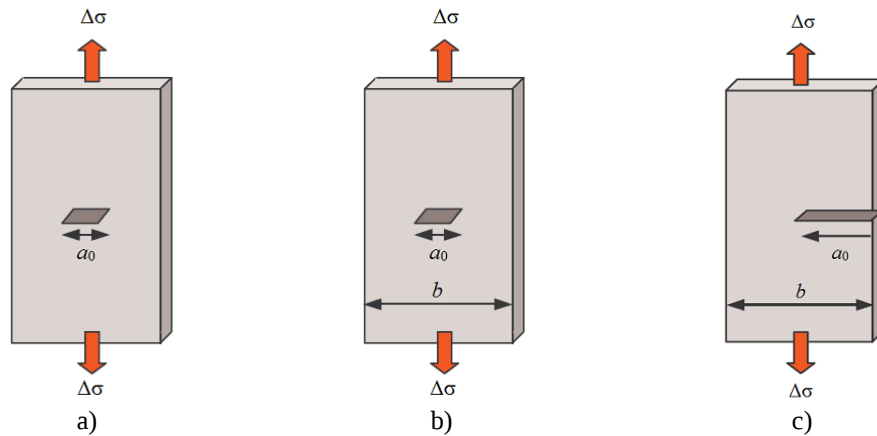


Figura 1: a) Exemplo 1: placa infinita com uma trinca central. b) Exemplo 2: placa finita com uma trinca central. c) Exemplo 3: placa finita com uma trinca na sua aresta ou “borda”.

Para a avaliação dos exemplos numéricos serão usados os seguintes dados: número de ciclos, N , definido entre 0 a 900.000 ciclos, tamanho de trinca inicial $a_0 = 1$ mm e largura da placa $b = 100$ mm.

Também foram definidos os parâmetros utilizados na equação de cada modelo, conforme apresenta a Tab. 2. Como cada modelo utiliza em suas equações diferentes parâmetros, neste trabalho são utilizados os mesmos parâmetros empregados nos trabalhos de Barsom e Rolf (1999) e Castro e Meggiolaro (2009), aplicado aos aços ferríticos, para valores de razão de tensão (R) iguais à zero.

Tabela 2: Parâmetros que ajustam os modelos de propagação de trinca para aços ferríticos.

Propriedades - Aços Ferríticos: $K_C = 250 \text{ MPa.m}^{1/2}$, $\Delta K_{th} = 7 \text{ MPa.m}^{1/2}$				
Modelo	C (m/ciclo)	γ	m	R
Paris-Erdogan	$6,9 \cdot 10^{-12}$	-	3,0	Não se aplica
Forman	$2 \cdot 10^{-9}$	-	2,9	0
Walker	$7 \cdot 10^{-12}$	1	2,0	0

Observa-se nas Eqs. (3) a (5) que a cota superior é função do parâmetro a^* , o qual está relacionado com o resto de Lagrange para a expansão de Taylor de 2ª ordem. Portanto foi utilizado neste trabalho, um valor específico para cada modelo que melhor se ajuste na representação das curvas de propagação da trinca. O valor de a^* utilizado foi $a^* = \alpha a_0$, sendo α uma constante. Assim, para os três exemplos que serão apresentados, duas considerações são feitas na

definição do valor de a^* : que a cota superior tenha um desvio máximo de 5% em relação à solução numérica (RK4), e o a^* utilizado seja o mesmo para todos os exemplos.

3.1. Avaliação dos Resultados

Para avaliação do desempenho das funções cotas, de cada modelo, foi feito um comparativo entre as soluções obtidas pelas cotas superior e inferior em relação à solução numérica obtida pelo método RK4. Com isso os resultados serão apresentados por intermédio das seguintes relações: gráficos representando o número de ciclos (N) versus tamanho de trinca (a), o percentual dos desvios relativos das cotas superior e inferior, função definida pela Eq. (10), e a razão do tempo de computação.

$$\delta_{CS,CI}(N_k) = \left(\frac{a_{CS,CI}(N_k) - a_{RK4}(N_k)}{a_{RK4}(N_k)} \right) 100 [\%], \forall N_k \in \{0, 1, \dots, N\}. \quad (10)$$

a) Modelo de Paris-Erdogan

Para a solução dos três exemplos numéricos, foi definido inicialmente o valor do parâmetro a^* da cota superior. E, por inspeção, utilizando valores de a^* iguais a $1,2 a_0$, $1,3 a_0$ e $1,5 a_0$, observou-se que, para o modelo de Paris-Erdogan, o valor de $a^* = 1,3 a_0$ é o adequado para as condições anteriormente definidas e válidas para os três exemplos.

A Fig. 2 mostra em um gráfico $N \times a$, o comportamento das cotas superior e inferior para o modelo de Paris-Erdogan em relação ao RK4 para os exemplos 1, 2 e 3. Nota-se que as cotas têm um bom desempenho em relação ao RK4, obtendo uma aproximação adequada.

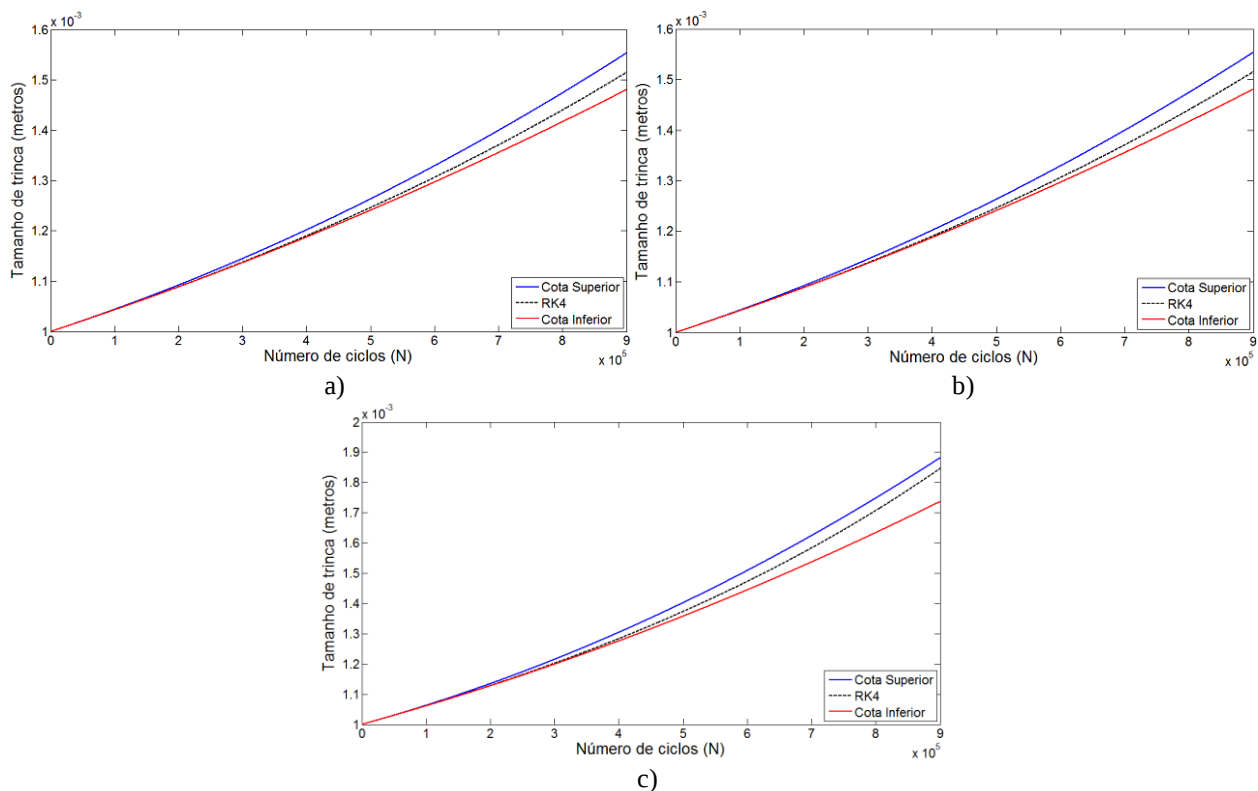


Figura 2: Funções cotas superior e inferior e a solução numérica (RK4), para os exemplos 1, 2 e 3, Figs. a, b e c, respectivamente, para o modelo de Paris-Erdogan.

Com relação à função desvio relativo, Eq. (10), a Tab (3) apresenta os valores máximos e mínimos para cada exemplo numérico. Assim, em linhas gerais, conclui-se que para todos os exemplos, as cotas são precisas em termos de aproximação em relação ao RK4, pois, o maior valor de desvio relativo foi de -5,92 % quando $N = 900.000$ ciclos no exemplo 3. Esse valor corresponde a um tamanho de trinca calculado pelo RK4 de 1,85 mm e calculado pela cota inferior de 1,74 mm.

Tabela 3: Função desvio relativo para o modelo de Paris-Erdogan.

Modelo de Paris-Erdogan			
	Exemplo	Cota Superior (%)	Cota Inferior (%)
Desvio Relativo Máximo / Mínimo	1	2,54	-2,27
	2	2,54	-2,27
	3	2,59	-5,92

b) Modelo de Forman

Os resultados obtidos para o modelo de Forman são semelhantes aos resultados do modelo de Paris-Erdogan. E, da mesma forma que o modelo de Paris-Erdogan, foi utilizado o valor de $a^* = 1,3 a_0$, válido para os três exemplos.

A Fig. 3 mostra em um gráfico $N \times a$, o comportamento das cotas superior e inferior para o modelo de Forman em relação ao RK4 para os exemplos 1, 2 e 3. Assim, através da Fig. 3, é observado que com a utilização das cotas superior e inferior, para o modelo de Forman, consegue-se uma aproximação adequada em relação ao RK4.

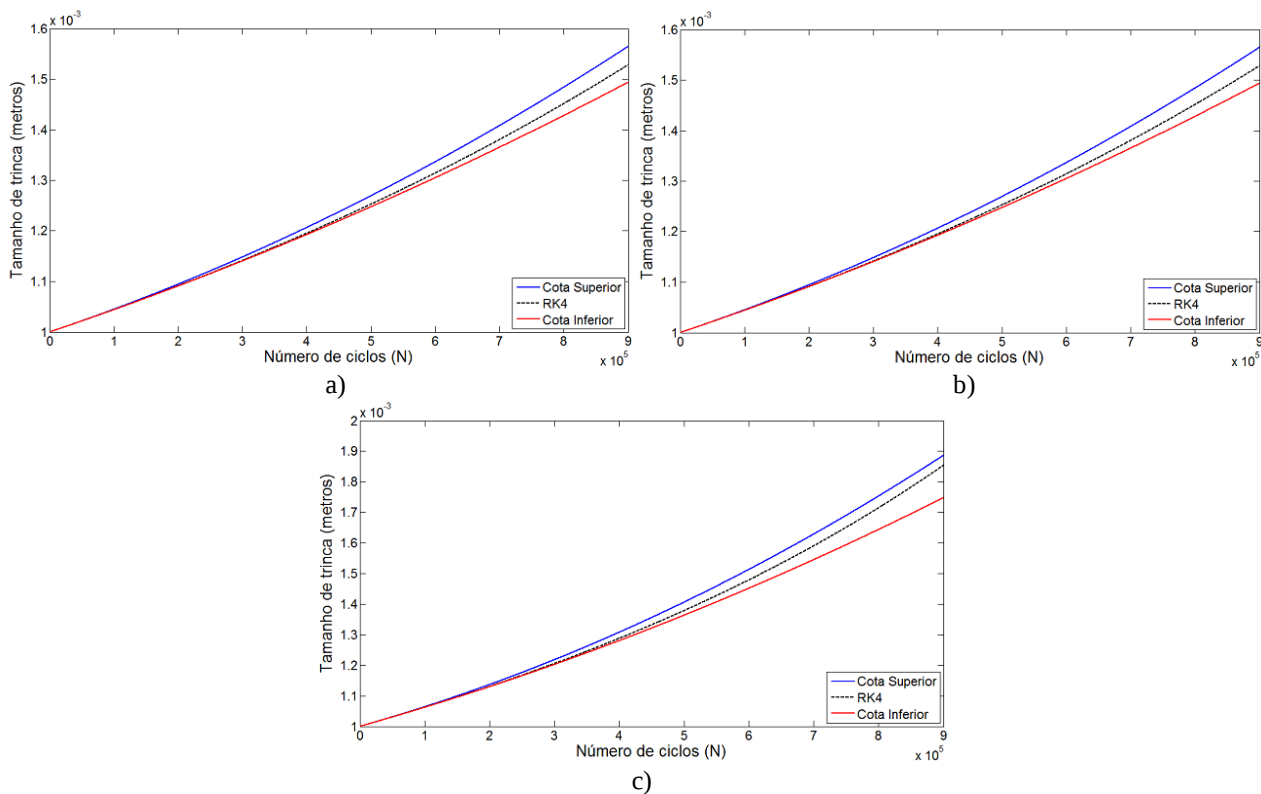


Figura 3: Funções cotas superior e inferior e a solução numérica (RK4), para os exemplos 1, 2 e 3, Fig. a, b e c, respectivamente, para o modelo de Forman.

Com relação à função desvio relativo, Eq. (10), a Tab (4) apresenta os valores máximos e mínimos para cada exemplo numérico. Assim, em linhas gerais, conclui-se que para todos os exemplos, as cotas são precisas em termos de aproximação em relação ao RK4, pois, o maior valor de desvio relativo foi de -5,73 % quando $N = 900.000$ ciclos no exemplo 3. Esse valor corresponde a um tamanho de trinca calculado pela solução RK4 de 1,85 mm e calculado pela cota inferior de 1,75 mm.

Tabela 4: Função desvio relativo para o modelo de Forman.

Modelo de Forman			
	Exemplo	Cota Superior (%)	Cota Inferior (%)
Desvio Relativo Máximo / Mínimo	1	2,39	-2,26
	2	2,39	-2,26
	3	2,42	-5,73

c) Modelo de Walker

Para o modelo de Walker foi definido inicialmente o valor do parâmetro a^* da cota superior. E, por inspeção, utilizando valores de a^* iguais a $1,4 a_0$, $1,5 a_0$ e $1,7 a_0$, observou-se que, para o modelo de Walker, o valor de $a^* = 1,5 a_0$ é o adequado para as condições anteriormente definidas e válidas para os três exemplos.

A Fig. 4 mostra em um gráfico $N \times a$, o comportamento das cotas superior e inferior para o modelo de Walker em relação ao RK4 para os exemplos 1, 2 e 3. Da mesma forma que os modelos anteriores, com a utilização das cotas superior e inferior para o modelo de Walker, consegue-se uma aproximação adequada em relação ao RK4.

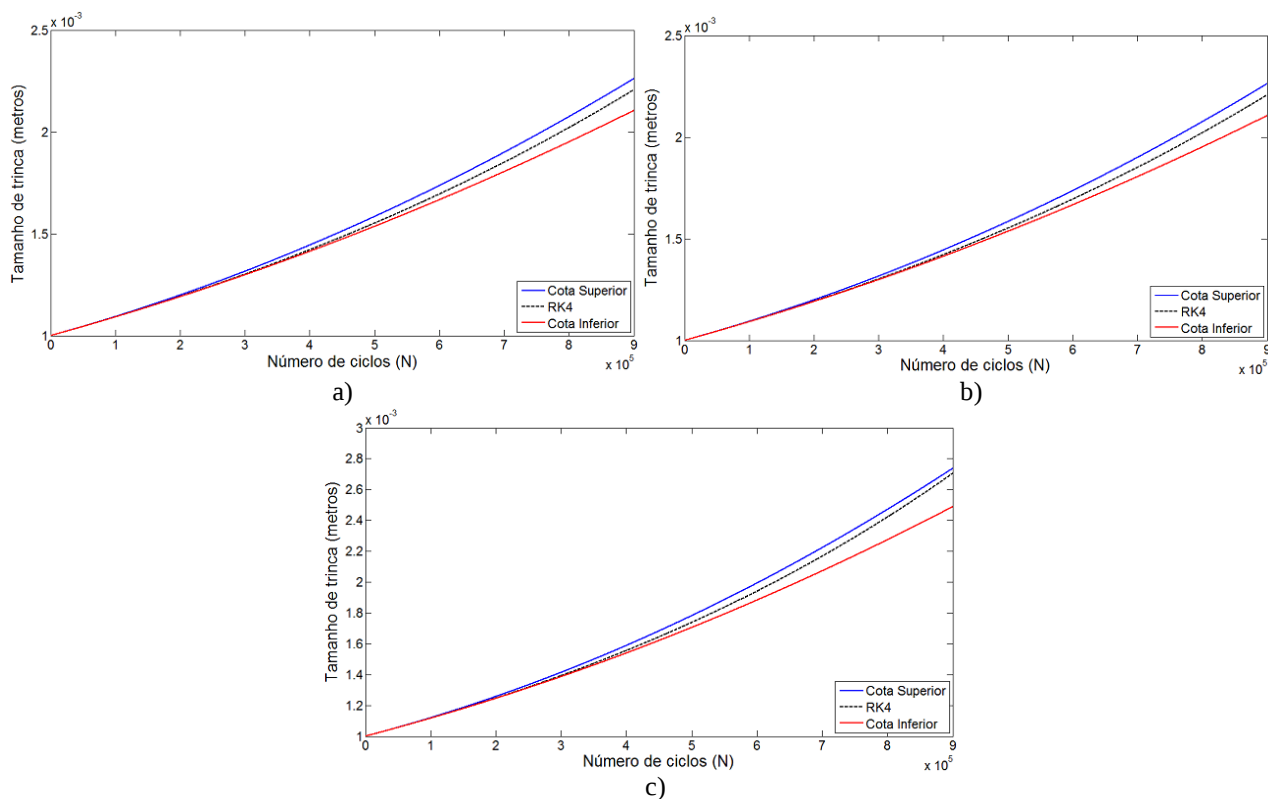


Figura 4: Funções cotas superior e inferior e a solução numérica (RK4), para os exemplos 1, 2 e 3, Fig. a, b e c, respectivamente, para o modelo de Walker.

Com relação à função desvio relativo, Eq. (10), a Tab (5) apresenta os valores máximos e mínimos para cada exemplo numérico. Assim, em linhas gerais conclui-se que para todos os exemplos, as cotas são precisas em termos de aproximação em relação ao RK4, pois, o maior valor de desvio relativo foi de -8,02 % quando $N = 900.000$ ciclos no exemplo 3. Esse valor corresponde a um tamanho de trinca calculado pela solução RK4 de 2,71 mm e calculado pela cota inferior de 2,49 mm.

Tabela 5: Função desvio relativo para o modelo de Walker.

Modelo de Walker			
	Exemplo	Cota Superior (%)	Cota Inferior (%)
Desvio Relativo Máximo / Mínimo	1	2,69	-4,62
	2	2,69	-4,62
	3	2,78	-8,02

Conforme descrito anteriormente, as cotas superior (a_{CS}) e inferior (a_{CI}), para a função tamanho de trinca, podem ser escritas por meio de polinômios de segundo grau, conforme a Eq. (6). Assim, os coeficientes desses polinômios γ , α , e β , para os exemplos 1, 2 e 3, podem ser verificados segundo a Tab. 6.

Tabela 6: Coeficientes dos polinômios da Eq. (6) para os exemplos 1, 2 e 3, aplicado aos modelos de Paris-Erdogan, Forman e Walker.

Modelo	Exemplo	γ	α	β
Paris-Erdogan	1	2,20132419831991e-16	1,30255869723072e-16	4,16742717949691e-10
	2	2,20224249129338e-16	1,30288018519031e-16	4,16742725661727e-10
	3	4,36541034880858e-16	2,57978645279117e-16	5,86629033180576e-10
Forman	1	2,21165204299199e-16	1,33641754468262e-16	4,28165307400426e-10
	2	2,21257464064954e-16	1,33674738809357e-16	4,2816531510184e-10
	3	4,30927438837268e-16	2,59892738020747e-16	5,97026915762707e-10
Walker	1	5,80332738784054e-16	3,86888492522703e-16	8,79645943005142e-10
	2	5,80655055949905e-16	3,86983976721311e-16	8,79645953857339e-10
	3	9,17644168479747e-16	6,10063785182475e-16	1,10485408618331e-09

Para avaliar a eficiência computacional, em termos do tempo, a Tab. 7 mostra o tempo aproximado da execução do RK4 e das cotas superior e inferior para 900.000 ciclos para os modelos de Paris-Erdogan, Forman e Walker. Assim, para todos os modelos e exemplos, as cotas são mais eficientes computacionalmente que o RK4. Na Tab. 7 observa-se também que a eficiência computacional é aumentada quando a função de correção do fator intensidade de tensão, $f(\cdot)$, se torna mais complexa, ou seja, quando a função contabiliza mais parâmetros. Portanto o ganho computacional dos exemplos 2 e 3 tornam-se maior.

Tabela 7: Tempo aproximado de execução (em segundos) do RK4 e das cotas, aplicado aos modelos de Paris-Erdogan, Forman e Walker, para 900.000 ciclos.

Modelo	Exemplo	RK4 (seg.)	Cotas Superior / Inferior (seg.)	Eficiência Computacional (razão entre RK4/Cotas)
Paris-Erdogan	1	2,7211	0,0228	119
	2	3,0695	0,0197	156
	3	4,8829	0,0204	239
Forman	1	3,2270	0,0208	155
	2	3,8494	0,0203	190
	3	5,5767	0,0195	286
Walker	1	1,1915	0,0215	55
	2	1,6283	0,0197	83
	3	3,3778	0,0193	175

4. CONCLUSÃO

Este trabalho teve por objetivo apresentar uma forma eficiente e acurada de se obter a propagação de uma trinca inicial para os modelos Paris-Erdogan, Forman e Walker. Para isso foi desenvolvido para cada modelo duas funções que

são as cotas superior e inferior da solução numérica aproximada de cada modelo. Para o desenvolvimento dessas cotas foi utilizado à expansão de Taylor de 2ª ordem com resto de Lagrange e um conjunto de hipóteses para cada modelo.

Para avaliar o desempenho da metodologia proposta foi determinado, para três exemplos numéricos, um comparativo entre as cotas de cada modelo e o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) por intermédio das seguintes relações: gráficos representando o número de ciclos (N) versus tamanho de trinca (a), o percentual dos desvios relativos das cotas superior e inferior e o tempo computacional.

Conclui-se através dos resultados obtidos que para todos os modelos e exemplos as cotas são funcionais. Ou seja, por meio das cotas tem-se uma aproximação adequada para a função tamanho de trinca. Verificou-se também que com o uso das cotas tem-se um ganho de eficiência computacional na ordem de 50 a mais de 200 vezes. Essa razão de eficiência é aumentada quando à função de correção do fator intensidade de tensão, $f(\cdot)$, se torna mais complexa, ou seja, contabilizar em sua equação mais parâmetros.

5. REFERÊNCIAS

- Ascher, U. M.; Petzold, L. R., 1998, "Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations", Philadelphia: SIAM.
- Bannantine, J. A. et al., 1989, "Fundamentals of metal fatigue analysis", 1 ed. New Jersey: Prentice Hall.
- Barsom J. M.; Rolfe S. T., 1999, "Fracture and fatigue control in structures: Applications of fracture mechanics", 3 ed. Philadelphia: ASTM.
- Beden, S. M.; Abdullah, S.; Ariffin, A. K., 2009, "Review of fatigue crack propagation models for metallic components", European Journal of Scientific Research. Vol. 28, No. 3, pp. 364-397.
- Castro, J. T. P.; Meggiolaro, M. A., 2009, "Fadiga - Técnicas e práticas de dimensionamento estrutural sob cargas reais de serviço", 1 ed. Create Space.
- Hoepfner, D. W.; Krupp W. E., 1974, "Prediction of component life by application of fatigue crack growth knowledge", Engineering Fracture Mechanics. Vol. 6, pp. 47-70.
- Júnior, C. R. A. S.; Santos, R. V., 2015, "Bounds for the propagation model of crack Forman", International Journal of Sciences: Basic and Applied Research. Vol. 22, No. 2, pp. 219-231.
- Júnior, C. R. A. S.; et al., 2015, "Bounds for crack growth", 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, December, Rio de Janeiro, Brazil.
- Schijve, J., 2009, "Fatigue of structures and materials", 2 ed. Springer.
- Toor, P. M., 1973, "A review of some damage tolerance design approaches for aircraft structures", Engineering Fracture Mechanics. Vol. 5, pp. 837-880.

6. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

BOUNDS APPLIED TO MODELS OF CRACK EVOLUTION

Rodrigo Villaca Santos, rodrigov@utfpr.edu.br¹

Cláudio Roberto Ávila da Silva Júnior, avila@utfpr.edu.br²

Waldir Mariano Machado Júnior, waldir.jr@pr.senai.br²

¹DAMEC, Federal University of Technology - Parana, Via do Conhecimento, Km 1, Pato Branco, PR, Brazil

²NuMAT/PPGEM, Federal University of Technology - Parana, Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba, PR, Brazil.

Abstract: Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) describes the propagation of a crack exists in a material, and this propagation is dependent on the stress intensity factor. In LEFM there are several models that describe the evolution of a crack being formulated as an Initial Value Problem (IVP). In most engineering applications, the mathematical definition of the stress intensity factor is a nonlinear function in terms of crack size. This makes it difficult and even impossible the use of formal procedures for establishing classical solutions for IVP. From this, they use approximate numerical solutions to solve the IVP, which may reflect on aspects such as the time and computational cost. Therefore, the objective of this work is to propose functions by means of upper and lower bounds for the function of crack size for models of Paris-Erdogan Forman and Walker. Verification of the potential of this proposal is evaluated by three numerical examples. It was observed that for all models the results show a great accuracy and computational reduction.

Keywords: Linear Elastic Fracture Mechanics, Initial Value Problem, Bounds.