



CONEM 2016
CONGRESSO NACIONAL DE
ENGENHARIA MECÂNICA

21-25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

TÉCNICAS DE CONTROLE MODERNO APLICADAS À VIGAS DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Camila Albertin Xavier da Silva, camilaalbertin@hotmail.com¹

Daniel Almeida Colombo, danielcolombo@alunos.utfpr.edu.br¹

Edson Hideki Koroishi, edsonh@utfpr.edu.br¹

Fabian Andres Lara-Molina, fabianmolina@utfpr.edu.br¹

Albert Willian Faria, albert@icte.uftm.edu.br²

¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Avenida Alberto Carazzai, 1640 CEP: 86300-000 - Cornélio Procopio/PR,

²Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Avenida Guilherme Ferreira, 1940 CEP: 38022-200 - Uberaba/MG

Resumo: A utilização de técnicas de controle ativo de vibração utilizando atuadores piezoelétricos pode apresentar resultados satisfatórios em termos de atenuação de vibração, porém seu consumo de energia também é algo que deve ser considerado, buscando uma melhor combinação na relação redução de vibração e consumo de energia. Este trabalho propõe a comparação entre controladores projetados sob diferentes teorias que são Controle Ótimo e Lógica Fuzzy, com o intuito de analisar a melhor eficiência em termos de atenuação de vibração e consumo de energia. O esforço de controle determinado pelos controladores é aplicado em um atuador piezoelétrico ligado a uma estrutura de material compósito, assim formando uma estrutura compósita inteligente. O Controle Ótimo é resolvido via desigualdades matriciais lineares permitindo a inserção de incertezas resultando no projeto de controladores robustos. O Controle Fuzzy é bem adequado para controlar estruturas com comportamento não-linear, em que as características mudam consideravelmente ao longo do tempo. Em ambos controladores, o modelo estrutural do compósito é estabelecido de forma retangular, oito nós, cinco graus de liberdade mecânico por nó e oito graus de liberdade elétrico por camada piezoelétrica. O modelo da estrutura de material compósito, que no presente trabalho consiste em uma viga, é implementado utilizando elementos finitos do tipo Serendipity em conjunto com a teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem. No modelo da viga, foi utilizada a Teoria Mista, a qual é baseada no uso de uma única camada equivalente para a discretização do campo de deslocamento mecânico e na representação da camada do campo elétrico adotado. Os efeitos de temperatura são desconsiderados para ambos. Os resultados demonstraram a eficiência de ambos os controladores utilizados no controle ativo de vibrações em uma viga de material compósito..

Palavras-chave: material compósito, atuador piezoelétrico, controle ativo de vibrações, lógica fuzzy, controle ótimo .

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos é grande o interesse no estudo sobre materiais compósitos, materiais os quais possuem um arranjo inovador, caracterizados por sua leveza, resistência mecânica, e a possibilidade de otimização de condições de funcionamento específico. Tais materiais são formados por lâminas fibrosas em diferentes orientações, o que permite a adequação para aplicações particulares.

Camadas piezoelétricas incorporadas aos materiais compósitos oferece amplo campo de aplicações, como o posicionamento de precisão e o controle ativo de vibrações. A associação do material compósito junto as camadas piezoelétricas é conhecida como Estrutura Compósita Inteligente. A representação do comportamento dessas estruturas compósitas inteligentes é feita através da Teoria Mista, teoria na qual é baseada no uso de uma única camada equivalente para a discretização do campo de deslocamento mecânico e na representação do campo elétrico (Savaranos *et al.*, 1997). Neste trabalho ambos os campos elétrico e mecânico são representados na forma de elementos finitos utilizando o Princípio Variacional de Hamilton, que incorpora toda distribuição de energia presente na estrutura.

O número de trabalhos relacionados ao desenvolvimento de novas técnicas de controle ativos de vibrações é crescente nos últimos anos, em vem apresentando aplicações bem sucedidas em diversas áreas. No contexto destes sistemas mecânicos com ótimo desempenho, este trabalho propõe o uso do controle ativo modal de vibrações em estruturas compósitas inteligentes (na forma de viga em engaste-livre), com o objetivo de analisar o consumo de energia e o

comportamento da resposta dinâmica, considerando incertezas no modelo do sistema.

Entre as técnicas conhecidas de controle ativo de vibrações, o Controle Ótimo e o Controle *Fuzzy*, são técnicas que apresentam grande eficiência na atenuação de vibração, e vantagens por permitir a inserção de incertezas. O presente trabalho utiliza essas duas técnicas, através do regulador linear quadrático (LQR) e a lógica *fuzzy*, para a comparação da resposta do comportamento e do consumo energia.

2. MODELAGEM DE UMA ESTRUTURA COMPÓSITA INTELIGENTE

2.1. Campo de Deslocamento Mecânico segundo a Teoria Mista

O comportamento mecânico de uma estrutura, segundo a Teoria Mista, é representado através da teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem (FSDT), representada pela Eq. (1):

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + (z\psi_x(x, y, t)) \\ u(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + (z\psi_y(x, y, t)) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

onde u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos direcionais em x , y e z , respectivamente, sendo o plano (x - y) o plano médio do material. ψ_x e ψ_y são as rotação em torno dos eixo x e y , respectivamente, os segmentos ortogonais em relação à superfície de referência.

As variáveis mecânicas presentes nas Eq. (1), por meio do Método de Elementos Finitos são descritas nas funções de forma e variáveis nodais. O elemento considerado na formulação é o Serendipity, um elemento plano com 3 nós por aresta, num total de oito nós. (Reddy, 1997).

A partir da FSDT, o deslocamento mecânico em função das coordenadas nodais é dado pela Eq. (2):

$$\{U(\xi, \eta, z, t)\} = [A_u(z)][N_u(\xi, \eta)]\{u_e(t)\} \quad (2)$$

onde $\{U(\xi, \eta, z, t)\} = \{u(\xi, \eta, z, t)\} \quad \{v(\xi, \eta, z, t)\} \quad \{w(\xi, \eta, z, t)\}^T$, $[A_u(z)]$ é a matriz das variáveis de espessura na direção z das funções dos cinco planos (u_0, v_0, w_0, ψ_x e ψ_y), $\{u_e(t)\}$ é o vetor que contém todas as variáveis nodais e $[N_u(\xi, \eta)]$ é a matriz dinâmica das funções mecânicas da viga.

A deformação mecânica é expressa em função das funções de forma e das variáveis nodais, demonstrada na Eq.(3):

$$\{\varepsilon(\xi, \eta, z, t)\} = [B_u(\xi, \eta, z)]\{u_e(t)\} \quad (3)$$

onde $[B_u(\xi, \eta, z)] = [D(z)][N_u(\xi, \eta)]$, e $[D(z)]$ é a matriz que contém operadores diferenciais presentes na relação deformação-deslocamento, detalhado em (Chee, 2000).

2.2. Potencial Elétrico Linear Distribuído nas Camadas da Estrutura

Realizada a aproximação dos deslocamentos mecânicos, parte-se para a aproximação do campo elétrico. Através da Teoria Mista, é definido o potencial elétrico expressado pela Eq. (4), na qual a direção ao longo da espessura z é desacoplada do plano de referência da superfície x - y .

$$\varphi(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{nc+1} L_j(z)\varphi_j(x, y, t) \quad (4)$$

Onde $L_j(z)$ corresponde a função de camadas equivalentes, e $\varphi_j(x, y, t)$ são as funções de interface da j -ésima interface do compósito constituído por nc camadas.

O potencial elétrico descrito nas coordenadas locais para a k -ésima camada e e -ésimo elemento da camada, é expressado a partir da Eq. (5) a partir da formulação em elementos finitos.

$$\varphi(\xi, \eta, z, t)_e^k = [N_\varphi(\xi, \eta, z)]\{\varphi_e(t)\} \quad (5)$$

Onde $[N_\varphi(\xi, \eta, z)]$ é a matriz das funções de forma elétrica associadas as funções de forma *serendipity* e funções de interpolação lagrangianas e $\{\varphi_e(t)\}$ contém os valores nodais do potencial elétrico.

Usando a definição de campo elétrico como gradiente negativo do potencial elétrico, a expansão do campo elétrico para k -ésima camada é expressada pela Eq. (6):

$$\{E(\xi, \eta, z, t)_e^k\} = -\vec{\nabla}[N_\varphi(\xi, \eta, z)]\{\varphi_e(t)\} \quad (6)$$

onde $\vec{\nabla}[N_\varphi(\xi, \eta, z)] = [B_\varphi(\xi, \eta, z)_k]$ (Chee, 2000).

2.3. Formação da Matriz Elementar

Na modelagem da estrutura inteligente, o acoplamento entre a estrutura compósita e o elemento piezelétrico é feito através do Princípio Variacional de Hamilton que incorpora toda distribuição de energia presente na estrutura. De acordo com (Chee *et al*, 2000), as matrizes de acoplamento elementar são descritas pelas Eq. (7), Eq. (8), Eq. (9) e Eq. (10):

$$[M^e] = \int_{V_e} \rho [N_u]^T [A_u]^T [A_u] [N_u] dV_e \quad (7)$$

$$[K_{uu}^e] = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} ([B_u]^T [c] [B_u]) J dz d\eta d\xi \quad (8)$$

$$[K_{u\phi}^e] = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} ([B_u]^T [e]^T [B_\phi]) J dz d\eta d\xi \quad (9)$$

$$[K_{\phi\phi}^e] = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} -([B_\phi]^T [\chi] [B_\phi]) J dz d\eta d\xi \quad (10)$$

onde ρ é a densidade do material, $[M^e]$ é a matriz elementar de massa e $[K_{uu}^e]$ é a matriz elementar de rigidez elástica. $[K_{u\phi}^e]$ e $[K_{\phi u}^e]$ são as matrizes elementares de acoplamento eletromecânico e $[K_{\phi\phi}^e]$ é a matriz elementar dielétrica. $[c]$, $[e]$ e $[\chi]$ são as matrizes, respectivamente, da rigidez elétrica, da tensão piezelétrica e da permissividade elétrica, todas de valores constantes. $[B_u]$ e $[B_\phi]$ são as matrizes de entrada e V_e é o volume elementar. J é o jacobiano da transformação (Reedy, 1997).

Com base nas equações apresentadas anteriormente, a matriz do modelo global representada na Eq. (11) é construída através do procedimento padrão, em que g indica as grandezas globais.

$$\begin{bmatrix} [M_g] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_g \\ \ddot{\phi}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{u\phi}] \\ [K_{\phi u}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_g\} \\ \{\phi_g\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_g\} \\ \{Q_g\} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

onde $\{F_g\}$ e $\{Q_g\}$ são, respectivamente, a força e cargas nodais generalizadas.

2.4. Redução do Modelo

Para a avaliação e análise de um modelo de ordem muito elevada é necessário encontrar um modelo de menor ordem que represente o sistema de ordem original. No presente trabalho é utilizada a redução através da representação balanceada.

A redução do modelo através da representação balanceada é chamada de truncamento balanceado (Zhou e Doyle, 1998). Este método é facilmente descrito através das equações de Lyapunov, com isso, há simplicidade e facilidade da implementação do mesmo.

A realização balanceada consiste na descrição do modelo do sistema na forma de espaço de estados, combinando-o com as matrizes de controlabilidade e de observabilidade para cada graminianos de controlabilidade e observabilidade do sistema. O modelo reduzido é obtido negligenciando os estados associados a pequenos valores singulares (Assunção e Hemerly, 1992; Laub et al, 1987). A realização balanceada mínima do sistema é assintoticamente estável se os graminianos de controlabilidade e de observabilidade são iguais e diagonais (Conceição et.al, 2009).

Considere um sistema linear estável invariante no tempo representado nas Eq. (12) e Eq. (13):

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (12)$$

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} \quad (13)$$

onde $\dot{x}(t)$ corresponde a derivada $x(t)$ em relação ao tempo, $x(t)$ ao vetor de estado, $[A]$ a matriz dinâmica nxn, $[B]$ a matriz de entrada nxm, $[C]$ a matriz de saída sxn, $\{u(t)\}$ a força de entrada e $\{y(t)\}$ o vetor de saída, em que n é a ordem do sistema, m o número de entrada e s o número de saídas.

O sistema é chamado balanceado, se as soluções respeitarem as equações de Lyapunov representadas pelas Eq. (14) e Eq. (15) e se $P = Q = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2 \dots \sigma_n)$.

$$[A][P] + [P][A]^T + [B][B]^T = 0 \quad (14)$$

$$[A]^T[Q] + [Q][A] + [C]^T[C] = 0 \quad (15)$$

Nas Eq. (14) e Eq. (15), $[P]$ e $[Q]$ são respectivamente os graminianos de controlabilidade e observabilidade, e σ_i , $i = 1, 2, \dots, n$, são os valores singulares do sistema ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \sigma_n \geq 0$).

Os valores singulares são classificados pelo seu grau de importância no sistema, desde o mais importante para o menos importante. Cada σ_1 está associado a um estado x_i do sistema balanceado, esse valor quantifica a contribuição do estado x_i para a resposta do sistema. Como $\sigma_1 \geq \sigma_2$, temos então que o estado x_1 afeta mais o comportamento do sistema do que x_2 .

Na realização equilibrada, a fidelidade do modelo reduzido com o modelo completo (A, B, C) , depende da relação $\sigma_r \geq \sigma_{r+1}$, onde r é a ordem do modelo reduzido. A redução do sistema de espaço de estados é dada pelas Eq. (16) e Eq. (17):

$$\{\dot{x}_r(t)\} = [A_r]\{x_r(t)\} + [B_r]\{u_r(t)\} \quad (16)$$

$$\{y_r(t)\} = [C_r]\{x_r(t)\} \quad (17)$$

onde temos que $\{x_r(t)\}$ é o vetor de estado reduzido, $u_r(t)$ o vetor reduzido de entrada, $[A_r]$ a matriz reduzida dinâmica rxr , $[B_r]$ a matriz reduzida de entrada rxm e $[C_r]$ a matriz reduzida de saída sxr .

Para a aplicação da realização equilibrada, é preciso a transformação das Eq. (12) e Eq. (13) para o domínio modal. Para a obtenção do espaço de estados na forma canônica, a matriz dinâmica $[A]$ foi transformada para uma matriz de bloco diagonal modal, na ordem 2×2 , em que cada bloco corresponde cada modo do sistema.

3. ABORDAGEM DE CONTROLE

O controle ativo modal é uma técnica vantajosa e muito efetiva quando aplicado em estruturas flexíveis, devido ao fato dessas estruturas exigirem um número reduzido de sensores e atuadores.

No presente trabalho, o controle ativo modal é usado para o controle da estrutura compósita inteligente. Na Fig. 1 é ilustrado a forma esquemática da qual o controle ativo modal é utilizado, onde δ corresponde ao deslocamento, X ao estado modal, F_{exc} a força externa e u ao esforço de controle.

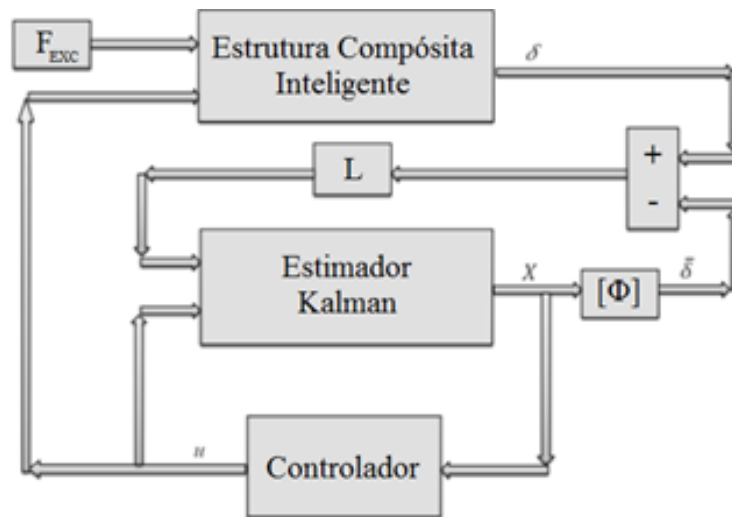


Figura 1 – Controle ativo modal baseado na realimentação do controle no estado modal (adaptado de Koroishi et al., 2014).

O estimador tem a função de determinar os estados modais exigidos pelo controlador, no entanto, para aplicação do filtro de Kalman, os modelos precisam estar descritos na forma de espaço de estados. No esquema apresentado na Fig. 1, a estrutura compósita inteligente, representada pela Eq. (11), foi então descrita na forma de espaço de estados, demonstrada nas Eq. (12) e Eq. (13), para as simulações numéricas.

O filtro de Kalman é utilizado quando se deseja minimizar os efeitos de ruídos nos sinais de entrada e saída do sistema, e também para estimar os estados e saídas do sistema (Welch e Bishop, 1995). A Eq. (18) representa o filtro de Kalman:

$$\{\dot{x}_r(t)\} = [A_r]\{x_r(t)\} + [B_r]\{u(t)\} + [L]\{\delta(t) - \tilde{\delta}(t)\} \quad (18)$$

onde $[L]$ é a matriz de ganho, determinada usando o comando `lqe.m` no *software* Matlab®, $\delta(t)$ é o vetor de deslocamento e $\tilde{\delta}(t)$ o vetor de deslocamento estimado.

Na Figura 1 é possível observar que no estado modal a realimentação necessita de um número de controladores. O esquema requer deslocamentos e velocidades modais para determinar o esforço de controle dos controladores.

No presente trabalho, foram utilizados, separadamente, o Regulador Linear Quadrático via LMIs, e o Controle *Fuzzy*,

para determinar o ganho do controlador. O uso desses controladores permite a consideração de pequenas não-linearidades e incertezas no modelo.

3.1. Lógica Fuzzy

A Lógica *Fuzzy* foi introduzida por Zadeh, por volta de 1965, tem por finalidade o estudo dos princípios formais de raciocínio aproximado. Ela propõe o uso de valores intermediários na faixa de zero até um, ao invés de usar apenas esses dois valores com preposições de verdadeiro ou falso. Essa variação de zero até um, representa a variação entre a completa falsidade e a verdade absoluta (Artero, 2009).

A lógica *fuzzy* é frequentemente aplicada nos sistemas de controle. Assim como um sistema de controle, que consiste na realimentação da planta do sistema para obtenção da resposta desejada, a lógica *fuzzy* é semelhante, no entanto ela requer o processo de “fuzzificação” e “defuzzificação”. A fuzzificação tem a finalidade da conversão dos valores absolutos do processo para um conjunto de valores nebulosos, usando um gerador de entradas para um mecanismo de inferência. A defuzzificação é necessária para a transformação do valor *fuzzy* em um valor real, para assim obter a resposta desejada nos sistemas reais.

3.1.1. Controle Fuzzy Modal

A fuzzificação de cada modo do controlador $\{X_i(t)\}$, na entrada *fuzzy*, é a primeira etapa neste sistema de controle. Neste trabalho, duas funções “positiva” e “negativa” do software GBELL Matlab® são utilizadas. Para tais funções, a relevância de cada variável é dada pela Eq. (19).

$$\mu_A(X_i(t)) = \frac{1}{1 + \left| \frac{X_i(t) - c_f}{a_f} \right|^{b_f}} \quad (19)$$

Onde a_f , b_f e c_f são parâmetros da função GBELL.

O mecanismo de inferência, etapa na qual as implicações *fuzzy* são utilizadas para simular tomadas de decisões humanas a partir das regras impostas, implementa a função “mínimo” w_j . A Tab. 1 apresenta as regras aplicadas ao controlador *fuzzy* em estruturas flexíveis (Mahfoud *et al*, 2011).

Tabela 1. Regras controlador *fuzzy*.

Regras	Condição	Decisão
1	Deslocamento positivo e velocidade positiva	Ação
2	Deslocamento positivo e velocidade negativa	Sem ação
3	Deslocamento negativo e velocidade positiva	Sem ação
4	Deslocamento negativo e velocidade negativa	Ação

Após o mecanismo de inferência, o próximo passo é a defuzzificação. Para a defuzzificação é preciso obter conhecimento das variáveis *fuzzy* correspondentes as regras impostas e ao conjunto dessas regras, e também sua função de saída. Neste trabalho é usado o modelo Takagi-Sugeno por apresentar uma boa adaptação ao controle computacional em tempo real. As funções para as quatro condições referentes a Tab. 1 são representadas na Eq. (20), com z_1 correspondendo a “sem ação” e z_2 a “ação”.

$$z_1 = 0 \text{ e } z_2 = \alpha_i q_i + \beta_i \dot{q}_i \quad (20)$$

Onde α_i corresponde respectivamente a cargas atribuídas ao deslocamento e β_i a cargas atribuídas a velocidade, ambas do modo i .

A força motriz do modo i , obtida na saída do controlador é representada na Eq. (21).

$$F_i = \frac{\sum_{j=1}^2 w_j z_j}{\sum_{j=1}^2 w_j} \quad (21)$$

3.2. Regulador Quadrático Linear

A teoria de controle ótimo e em especial a do regulador quadrático linear, propõem a possibilidade da otimização de grandezas físicas através da adoção de um índice de desempenho. O regulador linear quadrático, LQR (Linear Quadratic Regulator), além de ser uma técnica de controle poderosa, tem grande importância no controle dinâmico multivariável, ele é a base nos desenvolvimentos recentes de controle de sistemas lineares MIMO.

Para sistemas em malha fechada, o LQR fornece uma metodologia para controlar o ganho de realimentação, garantindo uma boa margem de estabilidade.

O controle ótimo, no presente contexto, contribui para a minimização do índice de desempenho levando a otimização das grandezas físicas pré-definidas (Ogata 2003). O controle da realimentação é dado pela Eq. (22):

$$\{u(t)\} = -[K]\{x(t)\} \quad (22)$$

o ganho $[K]$ pode ser determinado a partir da minimização do desempenho dado pela Eq. (23).

$$J = \int_0^\infty \{\{x(t)\}^T [Q_{lqr}] \{x(t)\} + (u(t))^T [R_{lqr}] \{u(t)\}\} \quad (23)$$

Onde tem-se que $[Q_{lqr}]$ é uma matriz hermitiana definida positiva (ou semi-definida positiva) ou real simétrica das cargas de cada estado e $[R_{lqr}]$ é uma matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica do consumo de energia dos sinais de controle (Simões, 2006).

3.2.1. Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs)

A desigualdade matricial linear é um método importante que abrange diversos problemas matemáticos, seu uso é vantajoso em sistemas de controle para a determinação do ganho do controlador, devido a possibilidade de assumir parâmetros modais envolvendo incertezas. Atualmente, é tema de estudo em todo mundo, em diversas pesquisas que visa diferentes aplicações, como o controle ótimo e o controle robusto (Van Antwerp and Braatz, 2000; Silva *et al.*, 2004).

A técnica de controle utilizando a desigualdade matricial linear, LMI, surgiu por volta de 1890, a partir da tese de doutorado de Aleksandr Mihailovich Lyapunov, surgindo assim o Teorema de Lyapunov (Boyd et al, 1994).

Para um sistema de controle que faz uso do teorema de Lyapunov, primeiramente são verificadas as condições de estabilidade para posteriormente projetar o controlador com as devidas restrições criadas anteriormente. Lyapunov mostrou que o sistema representado pela Eq (24):

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} \quad (24)$$

é estável se e somente existir uma matriz positiva P_{lmi} , que atenda a condição dada pela Eq. (25), conhecida como desigualdade de Lyapunov.

$$[A]^T [P_{lmi}] + [P_{lmi}] [A] > 0 \quad (25)$$

3.2.1.1. Regulador Quadrático Linear via LMIs

Muitos autores têm considerado aplicações de LQR, no entanto, o uso de LMIs para este controlador é pouco discutido (Johnson e Erkus, 2002). O regulador quadrático linear via LMIs é ilustrado em (Erkus e Lee, 2004). Estes autores mostraram que o problema LQR via LMI, a partir da minimização do índice de desempenho, é descrito pela Eq.(26):

$$\min_{X, P_{lmi}, X_{lmi}} tr([Q_{lqr}][P_{lmi}]) + tr([X_{lmi}]) + tr([Y_{lmi}]N) + tr([N]^T Y_{lmi}^T) \quad (26)$$

onde N corresponde a inserção de ruído, $[X_{lmi}]$ e $[Y_{lmi}]$ as soluções das LMIs denotadas na matriz, e $tr()$ ao traço da matriz. A Eq. (26) é sujeita a condições impostas pelas Eq. (27) e Eq. (28):

$$[A][P] - [B][Y_{lmi}] + [P][A]^T - [Y_{lmi}]^T [B]^T + [B_w][B_w]^T < 0 \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} [X_{lmi}] & [R_{lqr}]^{1/2} [Y_{lmi}] \\ [Y_{lmi}][R_{lqr}]^{1/2} & [P_{lmi}] \end{bmatrix} > 0 \quad (28)$$

para se obter o ganho do controlador, dado pela Eq. (29), sendo B_w a matriz de perturbação.

$$[G] = [Y][P_{lmi}]^{-1} \quad (29)$$

3.2.1.2. Projeto do Controlador Robusto usando LMIs

A desigualdade matricial linear é uma ferramenta útil para a resolução de problemas com devidas restrições, em que os parâmetros variam em um certo intervalo de valores, ou seja, parâmetros envolvendo incertezas. Sua principal vantagem é permitir tais especificações como taxa de decaimento, grau de estabilidade, limitação de entrada para os atuadores e picos de saídas.

O projeto do controlador robusto presente neste trabalho foi previamente apresentado por (Assunção e Teixeira, 2001). As condições para a estabilidade no sistema com incertezas politópicas é apresentada na Eq. (30).

$$\begin{aligned} [A_i][X][B_i][G] + [X][A_i]^T - [G]^T[B_i]^T &< 0 \\ [X] &> 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Onde $i=1,2,\dots,m$ e m é o número de incertezas.

4. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A viga da estrutura compósita inteligente estudada neste trabalho é ilustrada na Fig. 2. A viga tem 306 mm de comprimento, 25.5 [mm] de largura e 1 [mm] de espessura, e é formada por 5 camadas de grafite/epóxi de espessura de 0.2 [mm]. As camadas possuem as orientações de $[45^\circ / 0^\circ / 45^\circ / 0^\circ / 45^\circ]$, em que as de orientação de 0° são paralelas ao eixo x .

O atuador cerâmico piezelétrico está ligado ao topo da superfície da viga, a 1 mm de distância do engaste, possui 1 [mm] de espessura e dimensão de 45.9 x 25.5 [mm].

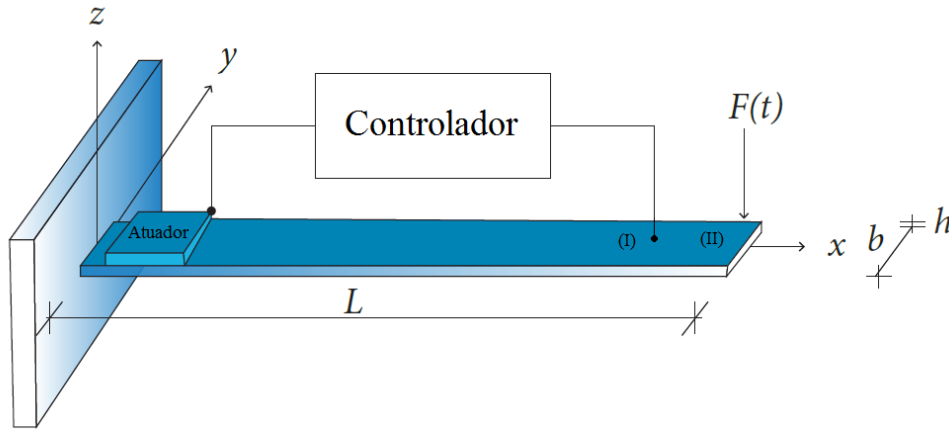


Figura 2 – Viga de material compósito em engaste-livre com controle ativo de vibração (adaptado de Koroishi et. al., 2015)

As constantes de rigidez elástica da viga da estrutura compósita, feita de grafite/epóxi (AS4/3501) dada em [GPa], são, respectivamente: $C_{11} = 173.6$; $C_{22} = C_{33} = 7.61$; $C_{12} = C_{13} = 2.48$; $C_{23} = 2.31$; $C_{44} = 1.38$; $C_{55} = C_{66} = 3.45$. Dos pztz são: $C_{11} = C_{22} = C_{33} = 102.23$; $C_{12} = C_{13} = C_{23} = 5.035$; $C_{11} = C_{22} = C_{33} = 102.23$; $C_{44} = C_{55} = C_{66} = 2.594$. As constantes piezelétricas do PZT em [C/m²] são: $e_{31} = 18.300$, $e_{32} = e_{33} = -9.013$. As permissividades elétricas, dadas em [F/m], são: $\chi_{11} = \chi_{22} = \chi_{33} = 1800\epsilon_0$. As densidades de massa para a estrutura compósita e o PZT, dadas em [kg/m³], são, respectivamente 1578 e 7700.

A força de excitação de carga 1 [N] foi aplicada no ponto (II) ilustrado na Fig. 2 e as respostas em domínio do tempo foram capturadas no ponto (I). O atuador piezelétrico é conectado com um sistema de controle ativo, assim as amplitudes de vibração são minimizadas com o tempo. Para uma melhor semelhança possível quanto a condição experimental, é sobreposto ruídos brancos limitados nos cálculos dos deslocamentos.

Foram analisadas as respostas de deslocamento do sistema em casos sem a utilização de controle, com uso do controle LQR e com o uso do controle *fuzzy*, e também a resposta da tensão elétrica determinada pelos dois controladores, ambos os casos sem aplicação de incertezas.

Através da utilização de Monte Carlo simulação associada a *Latin Hypercube*, foram determinadas as amostras do termo de incerteza. O número de amostras foi de 100. Com a incerteza aplicada na matriz [A] do estimador, foi calculado a norma dos vetores de deslocamento e dos vetores da tensão elétrica para as 100 amostras.

5. RESULTADOS

Para análise da eficiência da metodologia considerando as técnicas de controle empregadas neste trabalho, em termos de atenuação de vibração e consumo de energia dos controladores, foram confrontados graficamente a redução da resposta do deslocamento do sistema e níveis de tensão para os controles *fuzzy* e LQR.

A Figura 3 apresenta o comportamento do deslocamento do sistema sem controle, com controle *fuzzy* e com LQR, no domínio do tempo.

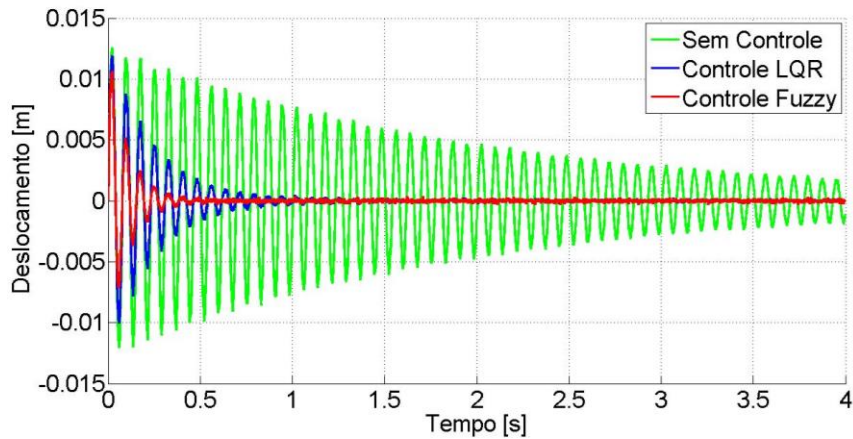


Figura 3 – Resposta deslocamento em domínio do tempo.

Pela análise da Fig. 3, podemos observar que o controle através da lógica *fuzzy* estabilizou o deslocamento do sistema num tempo de 0,5 [s], enquanto que o controle LQR em 1 [s]. Desta forma, o controle *fuzzy* se mostrou mais eficiente que o LQR, no entanto, ambos minimizaram expressivamente a resposta do sistema quando comparado ao sistema sem controle.

Os níveis de tensão determinados pelos controladores são apresentados na Fig. 4.

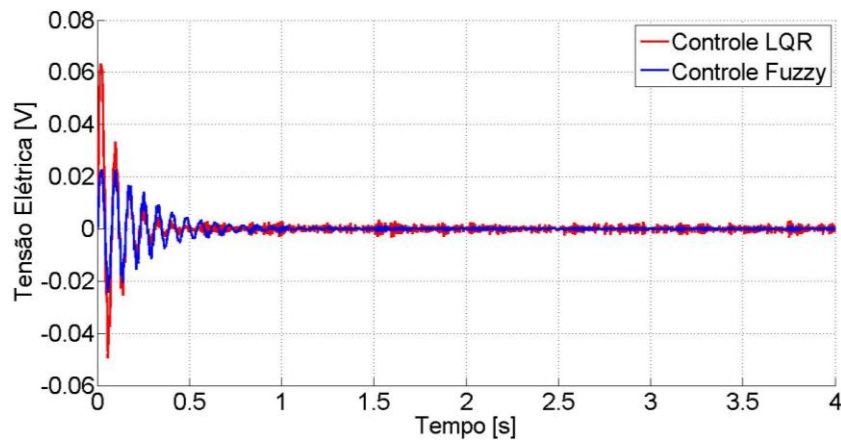


Figura 4 – Resposta tensão elétrica em domínio do tempo.

Observa-se que os níveis de tensão para ambos os controladores são similares.

As Figura 5 e Fig. 6 apresentam as normas dos vetores de deslocamento e tensão.

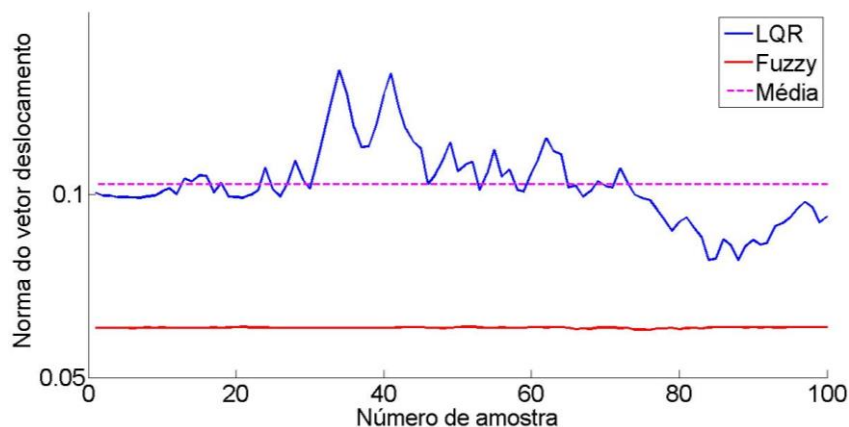


Figura 5 – Resposta norma do vetor deslocamento ao longo das 100 amostras.

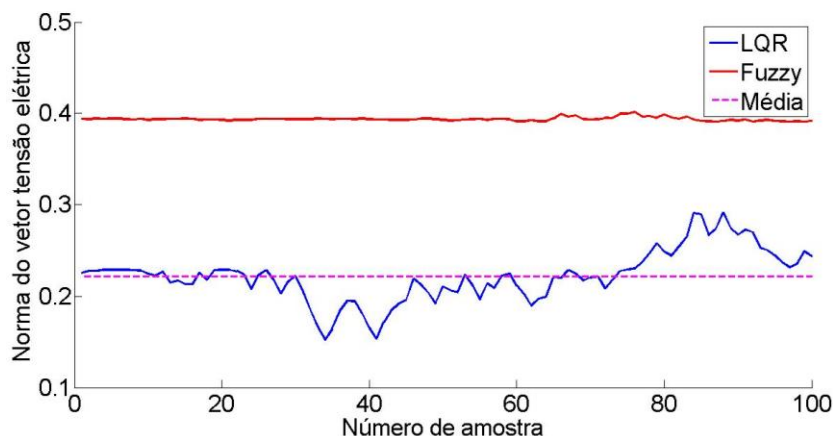


Figura 6 – Resposta norma do vetor de tensão elétrica ao longo das 100 amostras.

Ao observar a Fig. 5, nota-se que o controle utilizando a lógica *fuzzy*, possui uma melhor estabilidade em relação as incertezas aplicadas à matriz dinâmica do sistema, fato evidenciado pela pequena oscilação da curva em vermelho. Nota-se também que a norma do vetor deslocamento para o controle *fuzzy* é menor em relação ao LQR.

Em relação ao nível de tensão, o controle *fuzzy* foi constante, mesmo apresentando um nível maior em relação ao LQR, evidenciado pela Fig. 6.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho foi dedicado ao estudo de controle ativo de vibrações em estruturas compósitas inteligentes, com a utilização de duas técnicas de controle, o controle ótimo e o controle *fuzzy*.

A partir da comparação das respostas obtidas nas simulações numéricas, o controle *fuzzy* se mostrou mais eficaz, apresentando uma maior robustez quando aplicado incertezas, visto na estabilidade de oscilação das respostas obtidas das normas dos vetores de deslocamento e tensão elétrica, ao longo das 100 amostras. Entretanto nas respostas obtidas no modelo determinístico, ambos os controles apresentaram resultados satisfatórios na atenuação de vibração, minimizando expressivamente a resposta do sistema quando comparado ao sistema sem o uso de controle.

O LQR apresentou um menor consumo de energia comparado ao controle *fuzzy*, uma pequena diferença de tensão elétrica determinada pelos controles, mas quando analisado nas 100 amostras, mesmo com um valor mais elevado, o controle *fuzzy* teve maior estabilidade no sistema.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação Araucária e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelos suportes financeiros para o desenvolvimento do presente trabalho.

8. REFERÊNCIAS

- Artero, A.O., 2009, “Inteligência Artificial: teórica e prática, Ed. Livraria da Física”, São Paulo, Brasil.
- Assunção, E. and Hemerly, E.M., 1992, “Redução de Modelos de Sistemas Dinâmicos”, Proceedings of the 9^o Congresso Brasileiro de Automática, Vol. 1, Vitória, Brasil.
- Assunção, E. and Teixeira, M., 2001, “Projeto de Sistema de Controle Via LMIs usando o MATLAB”, Escola Brasileira de Aplicações em Dinâmica e Controle - APLICON-USP, São Carlos, Brazil.
- Boyd, S., Balakrishnan, V., Feron, E. and El Ghaoui, L., 1994, “Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory”, Retrieved in September 06, 2015, from <http://www.web.stanford.edu/~boyd/lmibook/lmibook.pdf>
- Chee, C.Y.K., 2000, “Static Shape Control of Laminated Composite Plate Smart Structure Using Piezoelectric Actuators”, Ph.D. Thesis, University of Sydney, Sydney, Australia.
- Chee, C.Y.K., Tong L. and Steven, G., 2000, “A Mixed Model for Adaptive Composite Plates with Piezoelectric for Anisotropic Actuation”, Computers & Structures, Vol. 77, No. 3, pp. 253-268. doi: 10.1016/S0045-7949(99)00225-4
- Conceição, S.M., Bueno, B.N., Cavalini Jr, A.A., Abreu, G.L., Melo, G.P. and Lopes Jr, V., 2009, “Model Reduction Methods for Smart Truss like Structure”, Proceedings of 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Bauru, Brasil.
- Erkus, B. and Lee, Y.J., 2004, “Linear Matrix Inequalities and Matlab LMI Toolbox”, University of Southern California Group Meeting Report, Los Angeles, USA.
- Johnson, E.A. and Erkus, B., 2002, “Structural Control with Dissipative Damping Devices”, Proceedings of the American Control Conference, Vol. 3, Anchorage, USA.

Koroishi, E.H., Faria, A.W., Lara-Molina, F.A., and Steffen Jr, V., 2015, "Fuzzy Modal Control Applied to Smart Composite Structure", 11th International Conference on Damage Assessment of Structures, Vol. 2015, doi: 10.1088/1742-6596/628/1/012090.

Koroishi, E.H., Lara-Molina, F.A., Faria, A.W., and Steffen Jr, V., 2015, "Robust Control Applied to a Composite Laminated Beam", J. Aerosp. Technol. Manag., São José dos Campos, Vol.7, No 1, pp.70-80, Jan.-Mar., 2015, doi: 10.5028/jatm.v7i1.389.

Mahfoud J and Der Hagopian J 2011 Fuzzy Active Control of Flexible Structures by Using Electromagnetic Actuators *Journal of Aerospace Engineering* 329-37.

Ogata, K., 2003, "Engenharia de Controle Moderno", Prentice-Hall do Brasil, São Paulo, Brazil, 788p.

Reddy, J.N., 1997, "Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis", Second Edition, CRC Press, London, UK.

Saravanos, D.A., Heyliger P.R. and Hopkins D.A., 1997, "Layerwise Mechanics and Finite Element for the Dynamic Analysis of Piezoelectric Composite Plates", International Journal of Solids and Structures, Vol. 34, No. 3, pp. 359-378. doi: 10.1016/S0020-7683(96)00012-1

Silva, S., Lopes Jr, V. and Assunção, E., 2004, "Robust Control to Parametric Uncertainties in Smart Structures Using Linear Matrix Inequalities", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 26, No. 4, pp. 430-437. doi: 10.1590/S1678-58782004000400008

Simões, R.C., 2006, "Controle Modal Ótimo de um Rotor Flexível Utilizando Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha", Ph.D., Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brazil, 133p.

Trevilato, T. R. B., 2012, "Controle Ativo de Estruturas Compósitas Inteligentes na Presença de Incertezas", Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

Van Antwerp, J.G. and Braatz, R.D., 2000, "A Tutorial on Linear and Bilinear Matrix Inequalities", Journal of Process Control, Vol. 10, No. 4, pp. 363-385. doi: 10.1016/S0959-1524(99)00056-6

9. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

MODERN CONTROL TECHNIQUES APPLIED IN A COMPOSITE LAMINATED BEAM

Camila Albertin Xavier da Silva, camilaalbertin@hotmail.com¹

Daniel Almeida Colombo, danielcolombo@alunos.utfpr.edu.br¹

Edson Hideki Koroishi, edsonh@utfpr.edu.br¹

Fabian Andres Lara-Molina, fabianmolina@utfpr.edu.br¹

Albert Willian Faria, albert@icte.ufm.edu.br²

¹Federal University of Technology, Avenue Alberto Carazzai, 1640 CEP: 86300-000 - Cornélio Procopio/PR

²Federal University of Triângulo Mineiro, Avenue Guilherme Ferreira, 1940 CEP: 38022-200 – Uberaba/MG

Abstract: The use of active vibration control techniques using piezoelectric actuators can provide satisfactory results in terms of vibration attenuation, but its power consumption is also something that must be considered, seeking a better combination in relation vibration reduction and energy consumption. This paper proposes a comparison between controllers designed under different theories that are Optimal Control and Fuzzy Logic, in order to analyze the best efficiency in terms of attenuation of vibration and energy consumption. The control effort determined by the controllers is applied to a piezoelectric actuator connected to a composite material structure, thus forming a smart composite structure. The Optimal Control is solved via linear matrix inequalities allowing the insertion of uncertainties resulting in the project of robust controllers. The Fuzzy Control is well suited to control structures with non-linear behavior, which the characteristics change considerably over time. On both controllers, the composite structural model is established in rectangular form, eight nodes, five mechanical degrees of freedom per node and eight electrical degrees of freedom per piezoelectric layer. The model of the composite material structure, which in this work consists of a beam, is implemented using Serendipity finite elements together with the first order shear deformation theory. In the model of the beam, the Mixed Theory was used, which is based on the use of a single equivalent layer to the discretization of the mechanical displacement field and the representation of the electric field layer adopted. The temperature effects are disregarded for both. The results showed the efficiency of both controllers used in the active control of vibration in a composite material beam.

Keywords: composite material, piezoelectric actuator, active control vibration, fuzzy logic, optimal control.