

AVALIAÇÃO DE PROPRIEDADES ABLATIVAS EM COMPÓSITOS ATRAVÉS DE INFERÊNCIA

Humberto Araujo Machado, humbertoham@iae.cta.br^{1,2}
Hélcio Rangel Barreto Orlande, helcio@mecanica.ufrj.br³

¹Instituto de Aeronáutica e Espaço – IAE, Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespaciais – DCTA, Pç. Mal. Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, 12228-904.

²Faculdade de Tecnologia – FAT, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, Rodovia Presidente Dutra km 298 (sentido RJ - SP) - Pólo Industrial - Resende – RJ, 27537-000.

³Departamento de Engenharia Mecânica – DEM, Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Poli/UFRJ, Centro de Tecnologia, bloco G, Cidade Universitária, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970.

Resumo: *Materiais compósitos são usualmente empregados em escudos térmicos de veículos espaciais e sub-orbitais. Para o correto dimensionamento desses sistemas de proteção térmica, é preciso conhecer as propriedades ablativas desses materiais. Neste trabalho, são utilizadas técnicas de solução de problemas inversos na determinação desses parâmetros. É proposta a utilização da técnica Bayesiana MCMC (Markov Chain-Monte Carlo) através do algoritmo Metropolis-Hastings para a solução do problema inverso de ablação em compósito. Resultados preliminares de um problema simulado são apresentados para um caso específico, demonstrado a viabilidade da solução encontrada.*

Palavras-chave: *Problema inverso, Ablação em compósito, Inferência Bayesiana, Simulação computacional.*

1. INTRODUÇÃO

Veículos espaciais e suborbitais atingem altas temperaturas devido às grandes velocidades alcançadas dentro da atmosfera, onde ocorre o processo de aquecimento aerodinâmico da superfície do veículo. Diversos tipos de TPS (Thermal Protection System) são empregados para proteção do veículo e da carga útil. Nos pontos de estagnação e regiões próximas, onde o aquecimento aerodinâmico atinge o pico, são usados TPS ablativos, fabricados com compósitos. O correto dimensionamento desses escudos ablativos depende não só do conhecimento da carga térmica e das propriedades termofísicas do material, mas também das propriedades ablativas. Em geral, essas propriedades são estimadas em ensaios de laboratórios que tentam reproduzir as condições de voo.

No caso dos veículos espaciais, o aquecimento aerodinâmico é tão intenso que a temperatura do escudo térmico não pode ser medida diretamente por sensores e estes são posicionados na superfície interna da estrutura. Assim, a temperatura externa e o fluxo de calor devem ser estimados e comparados com o modelo teórico, em um processo que envolve grandes incertezas, tanto em relação ao fenômeno físico quanto às propriedades térmicas dos materiais do escudo e da estrutura da carga útil. Entre as dificuldades em obter essas propriedades através de ensaios, estão a replicação das condições ambientais durante o voo e a modelagem física do processo ablativo.

As técnicas inversas em transferência de calor foram inicialmente desenvolvidas para aplicação em problemas ligados a veículos espaciais, em virtude das situações expostas. Seu desenvolvimento se iniciou entre o fim dos anos 50 e início dos anos 60, no programa espacial americano (Özisik e Orlande, 2000). Essas técnicas permitem, a partir das medições da temperatura em um ponto ou região do domínio, estimar o campo de temperaturas, o fluxo de calor ou as propriedades termofísicas envolvidas no processo de troca. Com o advento dos computadores digitais e da ampliação cada vez maior de sua capacidade, essas técnicas tiveram um grande desenvolvimento e rápida expansão na sua utilização. Atualmente, são aplicadas tanto na área aeroespacial como em diversos outros setores, permitindo estimar aqueles parâmetros com precisão de maneira rápida e a baixo custo. Neste projeto propõe-se o emprego de técnicas inversas para estimativa de parâmetros térmicos e determinação de propriedades termofísicas de compósitos ablativos usados nos sistemas de proteção térmica de veículos espaciais e sub-orbitais.

2. PROBLEMA DIRETO

2.1. Problema Físico e Modelo Matemático

No caso de compósitos, a ablação corresponde à reação de degradação (oxidação) do polímero presente no compósito do escudo térmico. Em geral, esses polímeros são produzidos a partir das resinas fenólica, epóxi ou de silício, reforçadas com vidro, sílica ou esferas orgânicas de fibras curtas. Em vista de suas propriedades altamente ortotrópicas, os compósitos reforçados com fibras são feitos a partir de uma sucessão de camadas, com fibras individuais orientadas em direções preferenciais, extraídas do projeto. A temperatura de pirólise varia de 250-600° C, como função da pressão local e da taxa de reação (Torre et al., 2004). À medida que a frente de pirólise avança, uma camada carbonizada porosa é formada, por onde escoam os gases resultantes da reação. De maneira geral, admite-se que a pirólise pode ser representada por uma reação endotérmica (que absorve calor), cuja entalpia de reação pode ser conhecida ou estimada. O problema físico corresponde à ablação em uma amostra cilíndrica achatada de compósito, e foi escolhido em virtude de se disporem de dados experimentais do problema físico. Foi considerado um domínio retangular de 5 mm x 12 mm, nas coordenadas x e y , respectivamente, como mostrado na Fig. 1. A região do domínio com $0 < y < 10$ mm foi preenchida com compósito, e o restante com ar. O fluxo de calor foi imposto na superfície do compósito em $y = 10$ mm. A superfície inferior, em $y = 0$, foi considerada isolada termicamente. O ar foi tratado como meio inerte, já que sua capacidade térmica foi considerada nula. O material compósito considerado foi resina quartzo-fenólica (Si-Phenolic). As propriedades utilizadas são mostradas na Tab. 1.

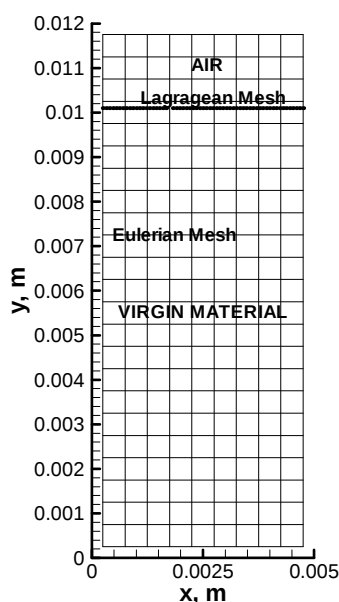


Figura 1. Domínio de solução e malhas Lagrangeana e Euleriana.

Tabela 1. Propriedades da resina quartzo-fenólica usadas na solução do problema direto (Machado, 2014).

Propriedade	Material Virgem	Char
K (W/m°C)	0,5213	0,428
Cp (J/kg. °C)	1256	879,5
ρ (kg/m ³)	1730	1300
ε	0,78	0,78
Calor de Pirólise (MJ/kg)	0,214	-
Temperatura de Pirólise (°C)	325°	-
Calor de Fusão/Sublimação (MJ/kg)	-	10,5
Temperatura de Fusão/Sublimação (°C)	-	3700°

O modelo de ablação proposto para um material compósito deve considerar a presença de duas camadas: o material virgem e a camada carbonizada que aparece após a frente de pirólise. Duas frentes móveis serão consideradas, a frente de pirólise e a frente de ablação da camada carbonizada, ambas se iniciando a temperaturas constantes. Serão admitidas as seguintes hipóteses na construção do modelo matemático:

- Os materiais sólidos são considerados isotrópicos, com propriedades constantes.
- A zona de pirólise é considerada uma frente com espessura desprezível. A temperatura e entalpia de pirólise são consideradas constantes.

- A recessão da camada carbonizada se dá por oxidação ou sublimação a temperatura constante. A retirada da camada por efeitos aerodinâmicos é desprezada.
- Ausência de camada fundida.
- Reação completa dos gases e mistura perfeita com o ar na camada limite, com influência desprezível sobre as propriedades físicas deste último.

- O ar se comporta como gás ideal

- O campo de escoamento ao redor da superfície não é afetado pela mudança de geometria e injeção de gás.

- A radiação é absorvida ou emitida pela superfície externa, mas não transmitida.

O sistema de equações usado para representar o problema físico é escrito de forma conveniente para aplicação do método de captura de interface (ver item 5). A estrutura e o ar ambiente são representados como partes de um domínio contínuo. A equação da conservação da energia é representada por:

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} = \nabla \cdot K \nabla T + Q \quad (1)$$

onde K é a condutividade térmica e Q é um termo fonte que leva em conta a troca de calor líquida na interface:

$$Q = \int_A q \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_F) dA \quad (2)$$

onde $\mathbf{x}$ é a posição no sistema de coordenadas (Fig. 6), q é o termo fonte de energia por unidade de área na interface, de acordo com o modelo físico proposto para o fluxo de calor em cada interface. O termo $\mathbf{x}_F$ e o significado do delta de Dirac serão melhor explicados no item 5. De acordo com as hipóteses, na superfície externa da camada ablativa, tem-se:

$$q = \rho L V + \epsilon \sigma [T_F^4(t, \mathbf{x}_F) - T_\infty^4] \quad (3.a)$$

onde V é a velocidade da interface e L é o calor de ablação da camada carbonizada. Na frente de pirólise, ela é simplificada para:

$$q = \rho L_p V \quad (3.b)$$

Nesse caso, L_p é o calor de pirólise. Também o fluxo de massa dos gases de injeção é desprezado (devido à baixa massa específica, quando comparada ao material sólido). Observe-se que a massa específica que aparece na Eq.(3.b) é a da interface, obtida a partir da média entre as massas específicas das duas camadas.

Apesar de o ar externo estar incluído no domínio, essa região é considerada adiabática, com capacidade térmica e condutividade térmica nulas. Uma vez que a temperatura de ablação é atingida. A condição na interface se torna:

$$T_F - T_A = 0 \quad (4)$$

Uma condição de salto semelhante aparece na frente de pirólise, onde a temperatura de pirólise, T_p substitui T_A .

2.2. Método de Solução

O problema de fronteira móvel, gerado pelo processo de ablação, foi resolvido pelo Método de Captura de Interface, introduzido por Unverdi e Tryggvason (1992). Nesse método, uma malha Euleriana fixa e regular é gerada sobre todo o domínio. A interface age como um referencial Lagrangeano, onde uma malha móvel é construída. A localização instantânea da interface ocorre através de seu constante deslocamento e reconstrução. Cada região do domínio (sólido ou ar) é caracterizada através da Função Indicadora.

A interface é representada por uma curva paramétrica, $R(u)$, de onde os vetores normal e tangente e a curvatura são extraídos. Os pontos da interface são interpolados por um polinômio de Lagrange (Press et al., 2007), que permite obter aquelas informações e reconstruir a curva, mantendo a distância d entre eles dentro do intervalo $0.9 < d/h < 1.1$, onde h é a distância entre os pontos fixos da malha Euleriana, como mostrado na Fig. 2.

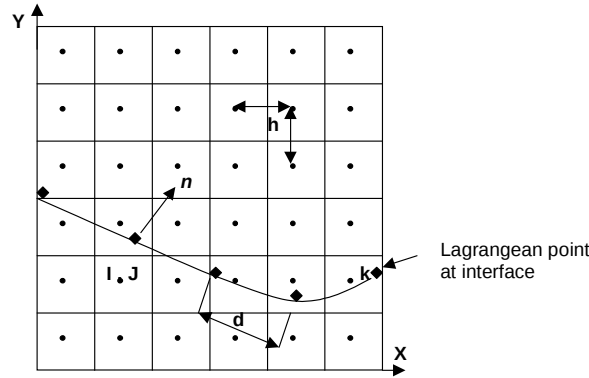


Figura 2. Malhas Euleriana e Lagrangeana.

A Função Indicadora varia de 1 (para o ar) a zero (sólido) e é numericamente construída usando a interface para determinar o termo $G(x)$. O salto através da interface é distribuído sobre os pontos da malha fixa, gerando um campo gradiente na malha:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \nabla I = \int_A \mathbf{n} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) dA \quad (5)$$

que deve ser zero exceto sobre a interface, como representado pelo Delta de Dirac, δ . Entretanto essa representação não é conveniente para um número discreto de pontos. A Função Distribuição é usada para representar esse salto. Essa função é similar a uma distribuição Gaussiana e seu valor depende da distância $|\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{x}_k|$ entre os pontos Lagrangeanos e Eulerianos:

$$D_{ij}(\mathbf{x}_k) = \frac{f[(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_i)/h].f[(\mathbf{y}_k - \mathbf{y}_j)/h]}{h^2} \quad (6)$$

onde D_{ij} é a Função Distribuição para um ponto k na malha Lagrangeana com respeito a um ponto i,j qualquer da malha Euleriana. Deve-se notar que um aumento no valor de h torna a interface mais espessa. A função f é a Função Distribuição Probabilística relacionada com a distância h por:

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{if } |x| \leq 1 \\ 1/2 - f_1(2 - |x|) & \text{if } 1 < |x| < 2 \\ 0 & \text{if } |x| \geq 2 \end{cases} \quad (7.a)$$

$$f_1(x) = \frac{3 - 2|x| + \sqrt{1 + 4|x| - 4x^2}}{8} \quad (7.b)$$

O divergente do campo gradiente é encontrado através da solução da equação de Poisson:

$$\nabla^2 I = \nabla \cdot \mathbf{G} \quad (8)$$

Embora sendo consideradas constantes em cada fase, as propriedades dentro do domínio devem ser tratadas como variáveis na formulação. Uma propriedade genérica ϕ (ρ , μ , C_p ou K) é expressa como:

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi_l + (\phi_v - \phi_l) I(\mathbf{x}, t) \quad (9)$$

O acoplamento entre as malhas móvel e fixa é feito em cada instante através da Função Distribuição, que representa o termo fonte nas equações de balanço e interpola a descontinuidade infinitesimal como uma região de espessura finita sobre a interface. De maneira similar, essa função é usada para interpolar as variáveis dos campos da malha Euleriana para a interface. As equações usadas para distribuir o termo fonte no campo e interpolar as variáveis na interface são:

$$Q_{i,j} = \sum_k q_k D_{i,j}(\mathbf{x}_k) \Delta s_k \quad (10)$$

$$T_k = \sum_{i,j} h^2 T_{i,j} D_{i,j}(x_k) \quad (11)$$

onde Δs_k é a média das distâncias em linha reta entre o ponto x_k e os pontos adjacentes, e corresponde à área relativa ao ponto x_k na superfície da interface. A Eq.(10) é a forma discreta da Eq.(2), onde a função Delta de Dirac foi substituída pela função distribuição $D_{i,j}$, assim como na Eq. (5).

A forma inicial da interface, $R(u)$, é especificada e o campo da Função Indicadora é construído. A partir das condições iniciais os campos das propriedades e da temperatura são determinados. Fora do período ablativo, a temperatura da interface se mantém abaixo da temperatura de ablação e a equação da energia é solucionada com o um problema de condução de calor, através do método dos Volumes Finitos, empregando um método explícito marchante no tempo.

Assim que a temperatura da interface atinge a temperatura de ablação em um dado ponto, um processo iterativo é iniciado, de modo a determinar a velocidade da interface em cada passo de tempo, a qual deve satisfazer a condição de salto (Eq. 17) no ponto Lagrangeano. Os passos a serem seguidos são:

1. Com o valor corrente de V , os pontos da Lagrangeanos são transportados para a nova posição da interface, calculada explicitamente através da equação $V^n = (dx_f/dt).n$;
2. A densidade e o calor específico são calculados para a nova posição da interface;
3. V^{n+1} é estimada através de iterações de Newton, usando um sistema de relaxação numérica.
4. O fluxo de calor q cruzando a interface é calculado através da Eq. (16) e distribuído na malha fixa;
5. De acordo com as condições de contorno, a equação da energia, Eq. (14), é usada para obter o campo de temperatura no passo de tempo $n+1$;
6. A temperatura é interpolada para achar T_F na interface;
7. A condição de salto é testada e se o resíduo é menor que a tolerância, os campos de viscosidade e condutividade são atualizados para a nova posição, avançando um passo no tempo. Caso contrário, uma nova estimativa para V^{n+1} é calculada e o processo retorna ao passo 3.

O critério de convergência usado no passo 7 é o resíduo nas Eq. (4). Uma vez que a tolerância desejada tenha sido atingida, assume-se que o processo convergiu. De outro modo, a velocidade é corrigida via Iterações de Newton:

$$V^{n+1} = V^n - \omega R(T) \quad (12)$$

onde ω é uma constante e $R(T)$ é o resíduo para a condição de salto da temperatura na interface. As iterações são repetidas até que $R(T)$ em todos os pontos seja menor que a tolerância prescrita. O valor ótimo para ω é encontrado por tentativa, no início do cálculo.

No caso em questão, são identificadas duas interfaces: a superfície externa (*ar-char*) e a zona de pirólise (*char-material virgem*), que resultam em três regiões distintas. Nesse caso, algumas modificações no método de solução são empregadas. Para o cálculo das propriedades é necessária a caracterização de cada região entre as interfaces individualmente. Assim, em uma região i qualquer, uma propriedade genérica será dada por:

$$\phi = \sum_{i=1}^{NFC} \phi_i Ig_i \quad (13)$$

onde NFC é o número de regiões. Ig_i é a Função Indicadora Global de uma determinada região, obtida a partir do cálculo da função indicadora para cada interface (conforme descrito no item anterior):

$$Ig_i = I_{i-1} - I_i \quad (14.a)$$

$$I_0 = 1 ; I_{NFC} = 0 \quad (14.b)$$

O termo fonte Q , da Eq. (10) é distribuído conforme descrito no item anterior. Porém, o termo q da Eq.(3) passa a ser definido para cada interface i , tornando-se q_i . Com isso, a Eq. (10) se torna:

$$Q = \sum_{i=1}^{NFC-1} \int_{A_i} q_i \delta_i(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{Fi}) dA_i \quad (15)$$

O critério de convergência e a correção da velocidade de cada interface móvel são feitos simultaneamente da maneira descrita anteriormente e através da Eq.(12), respectivamente.

3. PROBLEMA INVERSO

Na abordagem Bayesiana para estatística, é feita uma tentativa de utilizar todas as informações disponíveis com o objetivo de reduzir as incertezas presentes numa inferência. À medida que uma nova informação é obtida, ela é combinada com todas as informações anteriores para formar uma base pelos procedimentos estatísticos. O mecanismo formal utilizado para combinar a nova informação com as informações disponíveis anteriormente é conhecido como o teorema de Bayes. Portanto, o termo Bayesiano é frequentemente usado para descrever a bem-conhecida abordagem da inversão estatística, que é baseada nos seguintes princípios:

1. Todas as variáveis incluídas no modelo são modeladas como variáveis aleatórias.
2. A aleatoriedade descreve o grau de informação sobre as suas realizações.
3. O grau de informação relativa a estes valores é codificado em termo de distribuições de probabilidades
4. A solução do problema inverso é a distribuição de probabilidade posterior.

O teorema de Bayes pode ser escrito como segue:

$$\pi_{\text{posterior}}(\mathbf{P}) = \pi(\mathbf{P}|\mathbf{Y}) = \frac{\pi_{\text{prior}}(\mathbf{P})\pi(\mathbf{Y}|\mathbf{P})}{\pi(\mathbf{Y})} \quad (16)$$

onde $\pi_{\text{posterior}}(\mathbf{P})$ é a densidade de probabilidade posterior, ou seja, a probabilidade de obter os parâmetros, dado as medidas; $\pi_{\text{prior}}(\mathbf{P})$ é a densidade a priori, ou seja, as informações conhecidas sobre os parâmetros antes de fazer as medidas; $\pi(\mathbf{Y}|\mathbf{P})$ é a função de verossimilhança, a qual expressa a probabilidade de obter as medidas dados os parâmetros; $\pi(\mathbf{Y})$ é a densidade de probabilidade marginal das medições, que desempenha o papel de uma constante de normalização. Assumindo que, os erros de medidas têm uma distribuição Gaussiana, com médias e matriz de covariâncias conhecidas, e que os erros de medição são aditivos, a verossimilhança pode ser escrita como segue:

$$\pi(\mathbf{P}|\mathbf{Y}) = (2\pi)^{-I/2} |\mathbf{W}^{-1}| \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{Y} - \Theta_s(\mathbf{P}))^T \mathbf{W} (\mathbf{Y} - \Theta_s(\mathbf{P})) \right] \quad (17)$$

onde I é o número de medidas, $\mathbf{W}$ é a matriz de covariância dos erros de medidas, $\mathbf{Y}$ é o vetor das medidas e $\Theta_s(\mathbf{P})$ é o vetor das temperaturas calculadas a partir da solução do problema direto com uma estimativa dos parâmetros.

Dependendo da densidade de probabilidade a priori assumida para os parâmetros, a distribuição a posteriori pode não permitir um tratamento analítico. Neste caso, o método de Monte Carlo com Cadeia de Markov (MCMC) é usado para gerar amostras de todos os parâmetros possíveis, de modo que a inferência sobre a probabilidade posterior torna-se a inferência sobre as amostras. Com o objetivo de implementar a cadeia de Markov, é preciso uma densidade $q(\mathbf{P}^*, \mathbf{P}^{(t-1)})$, que dá a probabilidade de passar do estado atual da cadeia $\mathbf{P}^{(t-1)}$ para um novo estado $\mathbf{P}^*$. No caso de uma distribuição uniforme:

$$\mathbf{P}_j^* = \mathbf{P}_j^{(t)} + w_j (2r - 1) \quad (18)$$

No caso de uma distribuição Gaussiana:

$$\mathbf{P}_j^* = \mathbf{P}_j^{(t)} + w_j \quad (19)$$

O algoritmo de Metropolis-Hastings é usado para implementar o método MCMC. O algoritmo pode ser resumido nos seguintes passos (Lamien, 2011):

1. Gerar uma amostra $\mathbf{P}^*$ de uma distribuição de proposta $q(\mathbf{P}^*, \mathbf{P}^{(t-1)})$
2. Calcular

$$\alpha = \min \left[1, \frac{\pi(\mathbf{P}^*|\mathbf{Y})q(\mathbf{P}^{(t-1)}, \mathbf{P}^*)}{\pi(\mathbf{P}^{(t-1)}|\mathbf{Y})q(\mathbf{P}^*, \mathbf{P}^{(t-1)})} \right] \quad (20)$$

3. Gerar um número randômico U , que é distribuído uniformemente em $(0,1)$
4. Se $U \leq \alpha$, definir $\mathbf{P}^{(t)} = \mathbf{P}^*$, caso contrário, definir $\mathbf{P}^{(t)} = \mathbf{P}^{(t-1)}$
5. Retornar ao passo 1, a fim de gerar a sequência $\{\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(2)}, \dots, \mathbf{P}^{(n)}\}$

Desta forma, temos uma sequência que representa a distribuição a posteriori, e a inferência sobre essa distribuição é obtida a partir da inferência sobre as amostras $\{\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(2)}, \dots, \mathbf{P}^{(n)}\}$. Os valores de $\mathbf{P}^{(i)}$ devem ser ignorados até a convergência da cadeia ao equilíbrio.

4. RESULTADOS

A solução do problema inverso foi testada individualmente para três parâmetros: fluxo de calor - q , temperatura de pirólise - T_p e calor depirólise - H_p . O fluxo de calor assumido foi $q = 0,44 \text{ MW/m}^2$. As medidas foram simuladas a partir da solução direta usando uma malha de 3 x 18 divisões em um domínio de 2 mm x 12 mm nas direções x e y , respectivamente. Os sensores usados foram a temperatura da superfície externa - T_e e a taxa de perda de massa - tpm , dada por:

$$tpm = -\Delta m / (A \cdot \Delta t) \quad (21)$$

onde Δm é a perda de massa, Δt é o intervalo de tempo decorrido a partir do início do aquecimento e A é a área superficial da amostra. Foram assumidas incertezas para as medidas similares às obtidas em resultados experimentais (Barros, 2008), de 1% para a tpm e de 30° C para a temperatura externa.

Os valores usados no sensor da tpm são apresentados na Tab.2. No caso das temperaturas, como as medidas são feitas de maneira contínua, optou-se por considerar 90 pontos de medida, um por segundo, em cada sensor. Para a solução do problema inverso, a malha utilizada na solução do problema direto foi de 3 x 12 divisões em um domínio de 3 mm x 12 mm nas direções x e y , respectivamente. A redução da malha foi necessária, para evitar o “crime inverso”.

Tabela 2. Valores das medidas consideradas para a taxa de perda de massa.

tempo (s)	Taxa de perda de massa (g/m ² s)	Incerteza
10	56,95	0,56
30	46,39	0,46
50	38,57	0,39
70	33,75	0,34
90	30,85	0,31

O número máximo de estados foi mantido em 1000 e passo de procura foi $w = 0,05$. Os valores iniciais usados foram selecionados por estarem dentro do intervalo definido pela média e desvios-padrão obtidos no levantamento desses valores na literatura. Esses valores são mostrados na Tab. 3.

Tabela 3. Valores iniciais e desvio-padrão usados em cada parâmetro avaliado.

Parâmetro	Valor inicial	σ
$q \text{ (MW/m}^2\text{)}$	0,55	0,2
$T_p \text{ (K)}$	700	200
$H_p \text{ (MJ/kg)}$	0,25	0,1

Nas Figs.3-5 são mostradas a convergência e a taxa de aceitação de acordo com o estado, para cada parâmetro avaliado individualmente. Antes de 50 estados, os valores aceitos passam a oscilar em torno da solução exata para todos os parâmetros. As oscilações são discretas para q e T_p , e mais acentuadas para H_p . Isso se reflete na taxa de aceitação, que é bastante baixa para os primeiros (3,0 %) e mais alta para o terceiro (10,9%). Como consequência da rápida convergência, em todos os casos a média dos valores aceitos também convergiu rapidamente e se estabilizou em valores muito próximos da solução exata.

A seguir, foi testado o caso com estimativa simultânea de dois parâmetros, T_p e H_p . Esses parâmetros foram selecionados em virtude de serem a principal fonte de incertezas nos resultados, já que não podem ser medidos diretamente nem avaliados de forma isolada em outros tipos de experimento. Nas Figs. 6,7 são mostradas a convergência e a taxa de aceitação com os estados, para T_p e H_p avaliados simultaneamente. Nota-se que, ao contrário dos casos individuais, a convergência dos valores aceitos não foi monotônica, primeiro ocorrendo uma oscilação em torno da solução exata nos estados iniciais, logo depois se iniciando a convergência para aqueles valores de forma mais gradual. Nos estados finais, tanto os valores aceitos como as médias desses valores estavam bastante próximas das soluções exatas.

Os resultados dos estados finais são sumarizados na Tab. 4. É possível observar que em todos os resultados à exceção do calor de ablação na estimativa simultânea, os erros em relação à solução exata são menores do que 1%. Somente naquele caso, para a temperatura de pirólise, o desvio padrão da média dos valores aceitos atinge o 2º algarismo significativo da média.

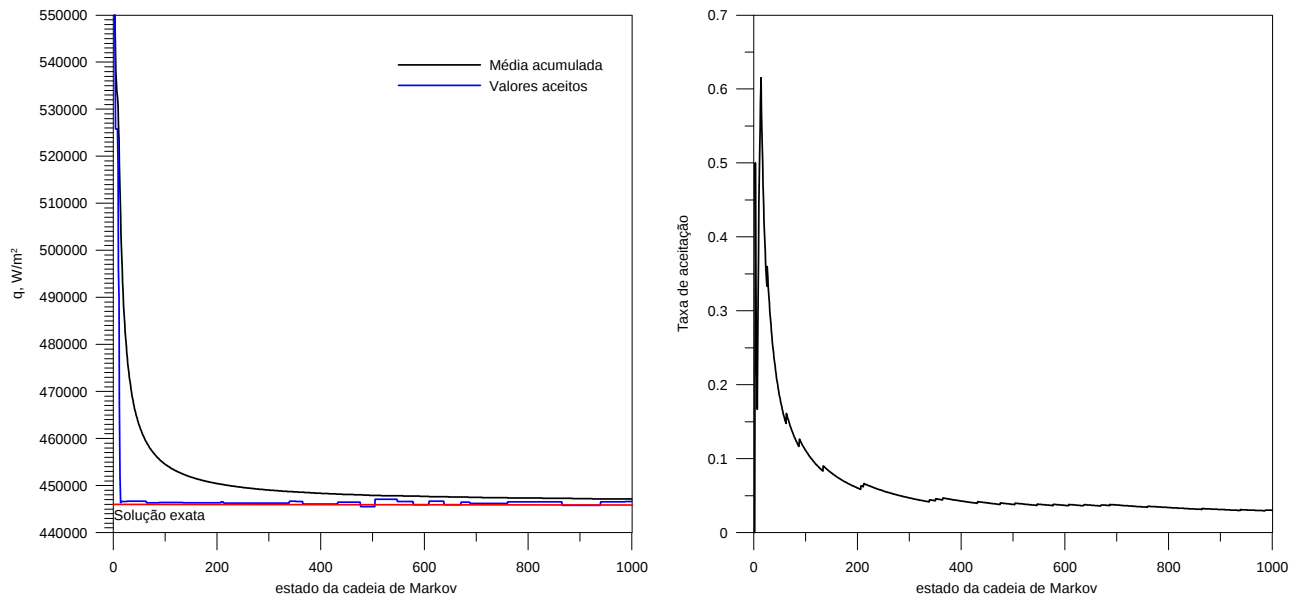


Figura 3. Convergência e taxa de aceitação da estimativa do fluxo de calor com o número de estados.

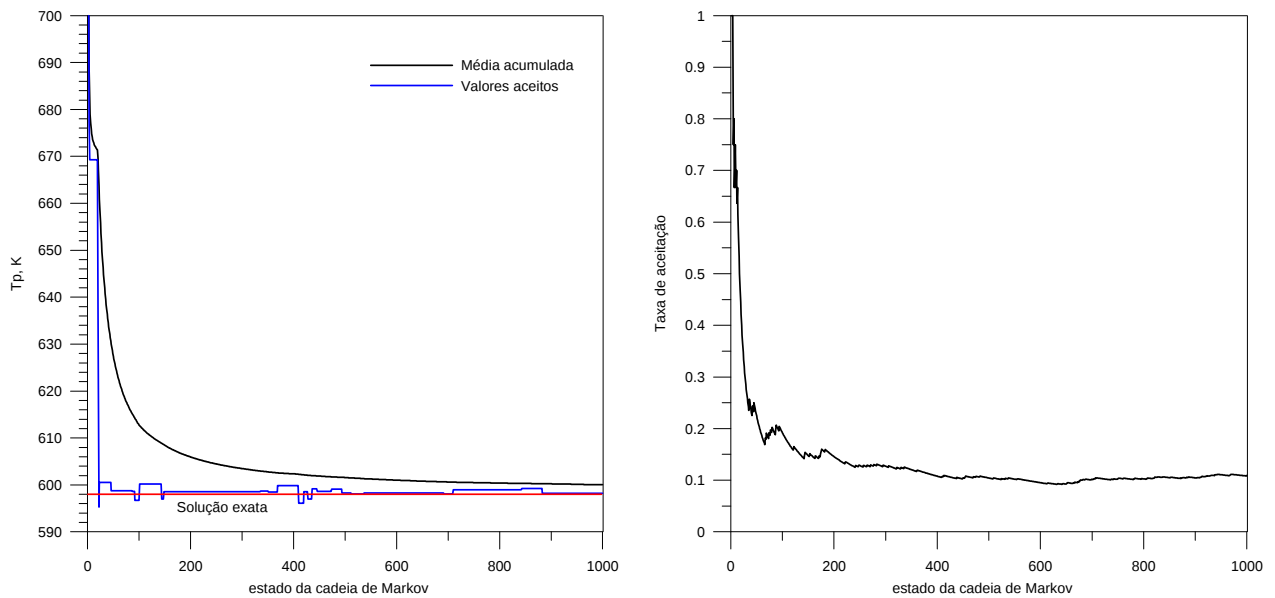


Figura 4. Convergência e taxa de aceitação da temperatura de pirólise com o número de estados.

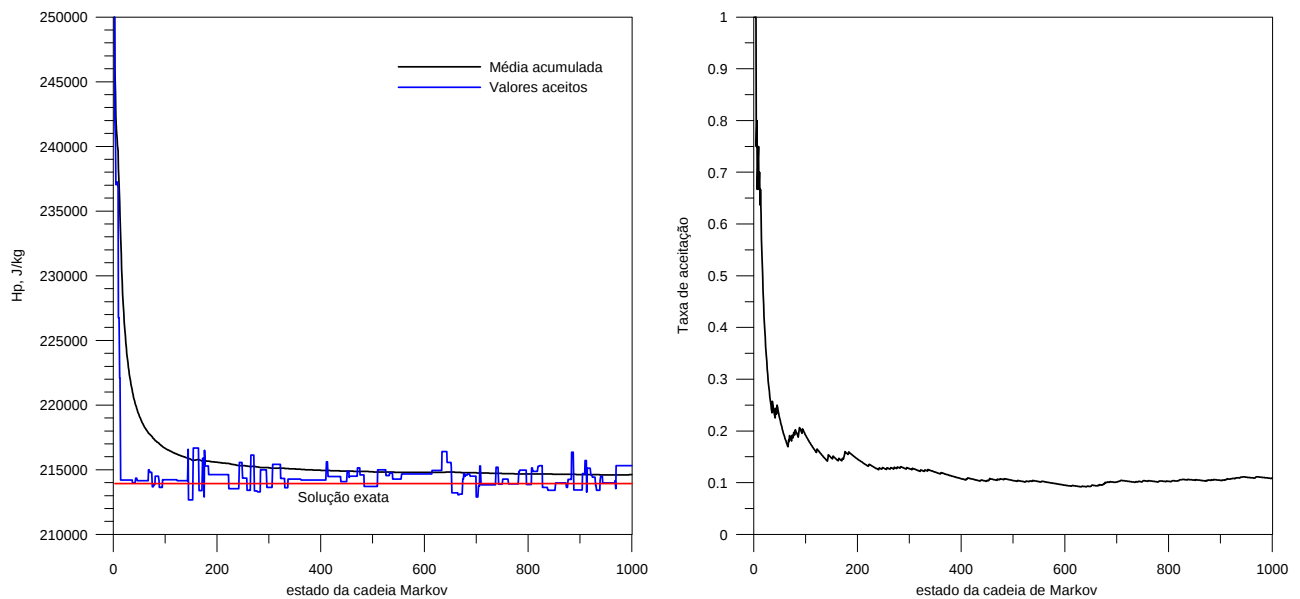


Figura 5. Convergência e taxa de aceitação da do calor de pirólise com o número de estados.

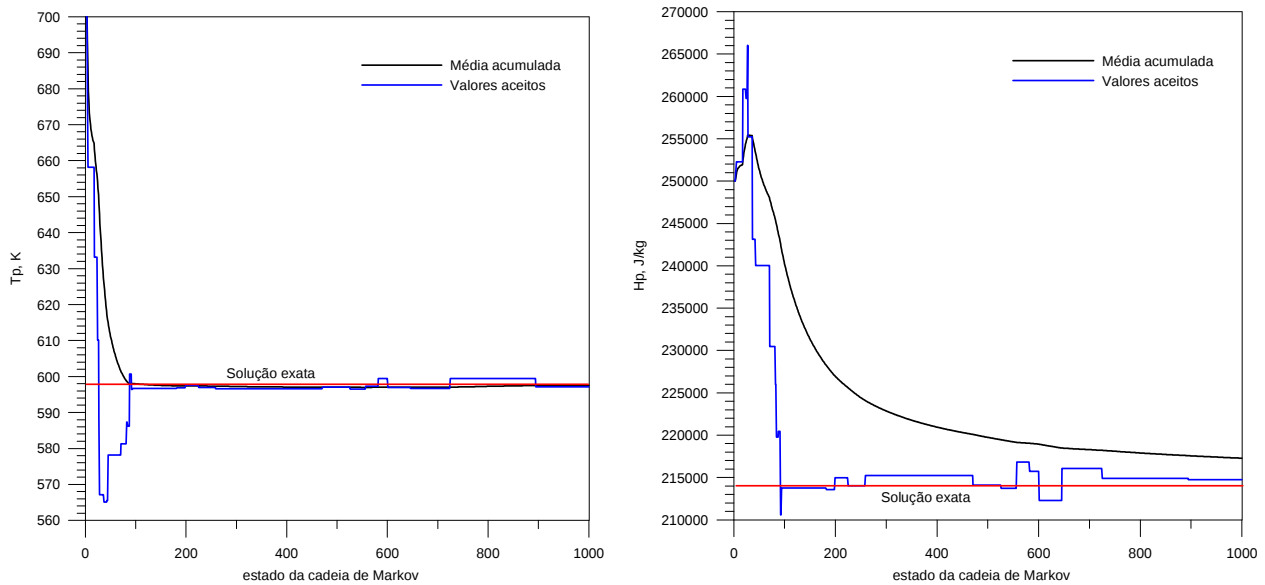


Figura 6. Convergência das estimativas simultâneas da temperatura de pirólise e calor de pirólise com o número de estados.

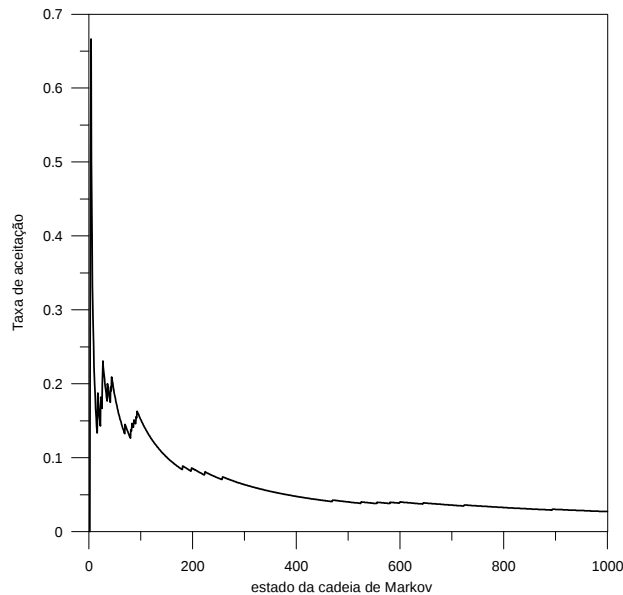


Figura 7. Taxa de aceitação para as avaliações simultâneas da temperatura de pirólise e calor de pirólise de acordo com o número de estados.

Tabela 4. Resultados da estimativa dos parâmetros após 1000 iterações para cada caso.

Parâmetro avaliado	Valor exato	Valor final	Erro %	Média	Desvio-padrão	Erro %	Aceitação %
q (MW/m ²)	0,44631	0,44659	0,063	0,44712	0,00791	0,182	3,0
T_p (K)	598,00	598,23	0,039	600,03	9,84	0,385	3,0
H_p (MJ/kg)	0,214	0,21532	0,62	0,21462	0,00248	0,29	10,9
T_p (K)	598,00	597,09	-0,15	597,45	10,738	-0,092	
H_p (MJ/kg)	0,214	0,21473	0,34	0,21728	0,00887	1,53	2,7

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi proposto o uso da técnica inversa de inferência Bayesiana para o estudo de ablação em materiais compósitos usados como escudo térmico. A técnica inversa foi aplicada a partir do algoritmo MCMC Metropolis-Hastings. O problema direto foi descrito a partir do fenômeno físico e do modelo matemático e a solução efetuada através do método de captura de interface.

Após a seleção dos parâmetros a ser estimados, a solução inversa de um caso simulado de ablação foi testada, apresentando um bom comportamento e excelente precisão do algoritmo, o que demonstrou a viabilidade da solução para aplicação na classe de problemas propostos e para essa aplicação em particular.

A partir da metodologia descrita, considera-se disponível uma ferramenta computacional baseada em uma técnica inversa e validada para estimativa de parâmetros térmicos e determinação de propriedades termofísicas de materiais compósitos em veículos espaciais e sub-orbitais, capaz de ser aplicada em outros problemas de transferência de calor nesses veículos.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq pelo suporte financeiro que possibilitou a realização deste trabalho.

7. REFERÊNCIAS

- Barros, E. de A., 2008, “Plasma Térmico para Ablação de Materiais Utilizados como Escudo de Proteção Térmica em Sistemas Aeroespaciais”, Dissertação de Mestrado, ITA, São José dos Campos, SP.
- Lamien, B., 2011, 2014, “Uso de Inferência Bayesiana Para Estimativa de Propriedades Termofísicas com o Método da Sonda Linear”, Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ,.
- Machado, H. A., “Simulation of Two Moving Fronts Ablation in a Composite Thermal Protection System Via an Interface Tracking Method”, 11th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, June 16-20, Atlanta, EUA.
- Özisik, M. N. e Orlande, H. R. B., 2000, “Inverse Heat Transfer”, Taylor & Francis, London.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., 2007, “Numerical Recipes”, 3tr Edition, Cambridge University Press, UK.
- Torre, L., Kenny, J. M. and Maffezzoli, A. M., 1998, “Degradation Behaviour of a Composite Material for Thermal Protection Systems, Part I – Experimental characterization”, J. Materials Science, 33, pp. 3137-3143.
- Unverdi, S. O. and Tryggvason, G., 1992, “A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-fluid Flows”, Journal of Computational Physics, v. 100, pp. 25-37.

8. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

EVALUATION OF ABLATIVE PROPERTIES IN COMPOSITES THROUGH BAYESIAN INFERENCE

Humberto Araujo Machado, humbertoham@iae.cta.br^{1,2}

Hélcio Rangel Barreto Orlande, helcio@mecanica.ufrj.br³

¹Instituto de Aeronáutica e Espaço – IAE, Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespaciais – DCTA, Pç. Mal. Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, 12228-904.

²Faculdade de Tecnologia – FAT, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, Rodovia Presidente Dutra km 298 (sentido RJ - SP) - Pólo Industrial - Resende – RJ, 27537-000.

³Departamento de Engenharia Mecânica – DEM, Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Poli/UFRJ, Centro de Tecnologia, bloco G, Cidade Universitária, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970.

Abstract. Composite materials are commonly used in thermal shields of space and sub-orbital vehicles. In order to achieve the correct dimensioning of such thermal protection systems, the ablative properties of these materials should be known. In this work, techniques for solution of inverse problems are used for determination of these parameters. The Bayesian technique MCMC (Markov Chain-Monte Carlo) through the Metropolis-Hastings algorithm is proposed for the solution of the inverse problem in the ablation of a composite. Preliminary results of a simulated problem are presented for an specific case, demonstrating the viability of this way of solution.

Keywords: Inverse problem, Composite ablation, Bayesian inference, Computational simulation.