

CONEM 2016
CONGRESSO NACIONAL DE
ENGENHARIA MECÂNICA

21-25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

ANÁLISE DE TRANSMISSÃO DE CALOR EM PROBLEMAS DE CONDUÇÃO UNI E BIDIMENSIONAIS

Hélio Augusto Goulart Diniz, heliougmg@gmail.com¹

Nícolas Cristiano Gomes de Oliveira, nrcristiano87@hotmail.com²

Douglas Coelho Dutra, douglasdutra@gmail.com¹

Julio Cesar de Jesus, juliocric21@gmail.com²

Rudolf Huebner, rudolf@demec.ufmg.br¹

¹Universidade Federal de Minas Gerais – Av. Antônio Carlos 6627 – Pampulha – Belo Horizonte – MG
CEP 31270-901 – Fone +55 (31) 3409-3526

²Faculdade Pitágoras – Unidade Contagem - Rua Tom Jobim, 2890 - Cidade Industrial - Contagem – MG
CEP 32.210-190 – Fone +55 (31) 3232-9000

Resumo: A solução de muitos problemas de transmissão de calor por condução é feita por simplificações unidimensionais pelo método analítico. Isto muitas vezes converge para resultados sem precisão e distantes do real. Logo, surge a necessidade de que uma análise mais criteriosa seja feita para obter maior detalhamento e exatidão nas respostas, sendo necessário simplificações bidimensionais. Entretanto, em diversos casos é impossível encontrar solução analítica exata usando essa abordagem, o que torna esse procedimento dependente de um recurso computacional, o qual assim fornece resultado satisfatório para as mais variadas geometrias e condições de fronteiras do sistema, típicos de problemas de transmissão de calor por condução. Neste trabalho foram resolvidos dois problemas clássicos - parede de um forno e aleta - por meio analítico e com simplificações unidimensionais e comparado com uma solução computacional por simplificações bidimensionais. As soluções computacionais foram atingidas com auxílio dos recursos do software FEHT (Finite Element Heat Transfer – Elementos Finitos para Transferência de Calor), mostrando a importância e vantagens alcançadas com essa ferramenta, esta baseada no método de elementos finitos. Na análise dos dois problemas, fizeram-se variações de parâmetros importantes que influenciam na distribuição de temperatura e taxa de transmissão de calor e determinaram-se para quais faixas podem ser usados tendo resultados aceitáveis caso a análise unidimensional seja utilizada. Conclui-se que sob determinadas condições dos parâmetros envolvidos no fenômeno de cada um dos problemas, as aproximações uni e bidimensionais são satisfatórias em relação ao estabelecido como diferença máxima tolerável. Entretanto, a partir de determinadas condições, a solução bidimensional deve ser adotada para se obter resultados próximos do real, pois a solução unidimensional apresenta erros superiores ao tolerável.

Palavras-chave: Transferência de calor, condução, uni e bidimensional, FEHT

Código de aceite: CON-2016-0080

1. INTRODUÇÃO

Problemas de transferência de calor por condução podem ser resolvidos considerando os gradientes térmicos apenas em uma direção, admitindo-se simplificações unidimensionais, como por exemplo, superfícies das mais variadas geometrias são consideradas com temperatura constante, taxas de transferências de calor por radiação são desprezadas, e geometria do sistema é simplificada. Essas simplificações fornecem resultados relativamente satisfatórios em vista da facilidade de modelamento matemático em problemas pouco complexos. Mas em vários outros casos em que a geometria e condições de contornos são complicadas, obtêm-se resultados sem precisão e distantes do real.

Para algumas aplicações, torna-se importante que simplificações bidimensionais sejam feitas para obter maior detalhamento e exatidão nas respostas. Neste caso, os gradientes de temperatura são considerados para duas direções, fornecendo resultados mais realistas do que as simplificações unidimensionais. Mas em diversos casos é impossível encontrar solução analítica exata para os problemas, devido à geometria e condições de contornos, esta fica restrita a problemas bastante simplificados.

Em vista desses conceitos, este trabalho teve o intuito de fazer um estudo comparativo entre soluções de dois problemas clássicos - parede de um forno e aleta - de condução de calor, em regime permanente, pelo método analítico considerando uma dimensão e simplificações, e pelo método bidimensional com auxílio de um software de elementos finitos. Identificaram-se as variáveis dos problemas que influenciam no comportamento aproximado das respostas obtidas pelas duas metodologias supracitadas. O uso de procedimento computacional foi obtido com a utilização do software FEHT (Finite Element Heat Transfer – Elementos Finitos para Transferência de Calor) para a solução desses mesmos dois problemas por simplificações bidimensionais. Realizou-se um estudo comparativo entre as duas metodologias, mostrando os parâmetros responsáveis pelas suas aproximações e distanciamento. Foram observados nessa análise os parâmetros dos problemas que mais influenciam no comportamento das soluções, isto é, a partir de quais condições as simplificações unidimensionais podem ser usadas para obter respostas razoáveis.

2. CONTEXTUALIZAÇÃO

2.1. Transferência de Calor

Segundo Incropera et al. (2007), a transferência de calor é a energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperatura no espaço e sempre que existir uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios, haverá transferência de calor. Existem basicamente três tipos de processos de transferência de calor. Quando existe um gradiente de temperatura em um meio estacionário, que pode ser um sólido ou um fluido, tem-se a condução para retratar a transferência de calor que ocorrerá através do meio. Quando esse processo de troca térmica ocorrer entre uma superfície e um fluido em movimento em diferentes temperaturas tem-se a convecção. Um terceiro tipo é a radiação, baseado no princípio de que toda superfície com temperatura não nula emite energia na forma de radiação eletromagnética, mesmo na ausência de um meio participante há transferência de calor por radiação entre duas superfícies a diferentes temperaturas. Este último tipo, radiação, não será explorado nesse trabalho durante a exposição dos problemas, sendo assim admitido como uma simplificação das análises dos mesmos.

A taxa de transferência de calor por condução por unidade de área (W/m^2) perpendicular à direção da transferência é dada pela Equação (1).

$$q''_{\text{cond}} = k \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (1)$$

Onde o parâmetro K é a condutividade térmica ($W/(m.K)$) do material, T_2 ($^{\circ}C$) é a temperatura da superfície mais quente, T_1 ($^{\circ}C$) a temperatura da superfície menos quente e L (m) a distância entre as duas superfícies na direção da transferência de calor.

A taxa de transferência de calor por convecção por unidade de área (W/m^2) é dada pela Equação (2).

$$q''_{\text{conv}} = h(T_s - T_{\infty}) \quad (2)$$

Onde o parâmetro h é o coeficiente de transferência de calor por convecção ($W/(m^2.K)$), T_s ($^{\circ}C$) é a temperatura da superfície e T_{∞} ($^{\circ}C$) a temperatura do fluido.

De acordo com Incropera et al. (2007), a equação de calor fornece a ferramenta básica para a análise da condução de calor. A partir de sua solução, pode-se obter a distribuição de temperaturas como função do tempo, no caso de condições transientes. A sua forma geral em coordenadas cartesianas (x , y e z) é dada pela Equação (3).

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{g} - \rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = 0 \quad (3)$$

Onde T é a temperatura, k a condutividade térmica do material, $\dot{g}$ a geração de calor interna por volume, ρ a densidade do material, t o tempo e c o calor específico do material.

Para os problemas analisados neste trabalho são feitas algumas simplificações, tais como: regime estacionário ($\partial T / \partial t = 0$), isto é, a partir do instante em que o sistema está em equilíbrio térmico e não mais depende do tempo para sua estabilização (distribuição de temperaturas e taxas de transferência de calor), embora existam gradientes térmicos de temperatura em cada ponto do material; a transmissão de calor é considerada em uma ou duas direções, logo se descarta a análise de uma terceira dimensão ($\partial T / \partial z = 0$); não há geração de energia interna ($\dot{g} = 0$) no volume de controle (vinda de algum processo químico ou físico qualquer ocorrendo no interior do sistema) e por fim considera-se a condutividade térmica do material constante. Pode-se reescrever a equação de calor com as simplificações supracitadas conforme a Equação (4).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (4)$$

Onde as coordenadas x e y descrevem as direções dos gradientes térmicos nas quais a transmissão de calor ocorre exclusivamente nessas direções. A Equação (4) é válida para uma análise bidimensional, conforme foi abordado pelo

software de elementos finitos. Mas nas simplificações unidimensionais para solução analítica, a Equação (4) é simplificada, pois agora considera os gradientes térmicos apenas na direção x , sendo necessário o uso da Equação (5).

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad (5)$$

As condições de contorno são definições de como as fronteiras do sistema estão interagindo fisicamente com o meio. Existem basicamente três condições de contorno usuais em problemas de transmissão de calor e que são fundamentais para aplicação na equação de calor. A primeira delas é temperatura da superfície constante, ou seja, uma das fronteiras do problema é mantida em uma temperatura fixa. A segunda é quando há fluxo térmico, que por simplificação é considerado constante, na superfície, isto é, energia por unidade de área que chega a uma das fronteiras do sistema. Quando esse fluxo é zero, diz-se que essa superfície é isolada termicamente, ou seja, uma das fronteiras não troca calor com o meio, geralmente atribui-se o nome de superfície adiabática. E a terceira e última é quando há uma condição de convecção em uma das superfícies causada pelo escoamento de um fluido pela mesma.

2.2. Superfícies Estendidas

Conforme Incropera et al. (2007), o termo superfície estendida é comumente usado para descrever um caso especial importante envolvendo a transferência de calor por condução no interior de um sólido e a transferência de calor por convecção nas fronteiras do sólido. Embora existam muitas situações diferentes que envolvem tais efeitos combinados de condução e convecção, a aplicação mais frequente é aquela na qual uma superfície estendida é usada especificamente para aumentar a taxa de transmissão de calor entre um sólido e um fluido adjacente. Tal superfície estendida é chamada de aleta. Uma aleta de seção transversal retangular uniforme é apresentada na Figura 1, expõem-se as equações de descrição de taxas de transmissão de calor e temperaturas ao longo do material. Esse desenvolvimento é válido para uma análise unidimensional.

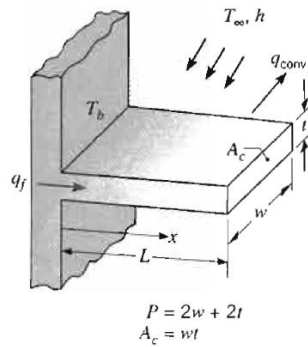


Figura 1. Aleta de seção retangular. Incropera et al. (2007).

A aleta está fixada em uma superfície base que está a uma temperatura T_b e se estende para o interior de um fluido à temperatura T_∞ . A equação geral do balanço de energia para uma superfície estendida considerando apenas gradientes térmicos na direção x é dada pela Equação (6).

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx} \right) (T - T_\infty) = 0 \quad (6)$$

Onde as variáveis são apresentadas na Figura 1, com exceção de A_s que é a área da superfície estendida. Tem-se que T é a temperatura em cada ponto x , A_c é a área da seção transversal da aleta, h é o coeficiente convectivo do fluido, k é a condutividade térmica do material da aleta e T_∞ é a temperatura do fluido.

A equação geral do balanço de energia para uma aleta com área de seção transversal constante uniforme pode ser simplificada, pois neste caso tem-se A_c constante, $A_s = P \cdot x$, onde A_s é a área da superfície medida desde a base até x e P é o perímetro da aleta. Logo $(dA_c/dx) = 0$, uma vez que A_c é constante, e $(dA_s/dx) = P$. Assim, simplifica-se a Equação (6), originando a Equação (7).

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \left(\frac{hP}{kA_c} \right) (T - T_\infty) = 0 \quad (7)$$

As relações geométricas P e A_c estão indicadas na Figura 1. Para esse caso as condições de contorno são: aleta fixada em uma superfície base que está a uma temperatura T_b , por onde há troca de calor por condução, e se estende para o interior de um fluido à temperatura T_∞ , por onde há troca de calor por convecção. A solução da equação (7) é apresentada pela Equação (8).

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} = [\cosh(m(L - x)) + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh(m(L - x))] \div [\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh(mL)] \quad (8)$$

Onde m é dado pela Equação (9).

$$m = \sqrt{hP/kA_c} \quad (9)$$

Tem-se que T_b é a temperatura na base da aleta e L é o comprimento da aleta na direção x , também apresentadas na Figura 1. A equação (8) descreve a distribuição da temperatura em cada ponto da aleta.

A taxa de transferência de calor da aleta pode ser expressa pela Equação (10).

$$q_a = -kA_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} \quad (10)$$

Com a substituição da Equação (8) na Equação (10), tem-se a taxa de transferência de calor da aleta, dada pela Equação (11).

$$q_a = [\sqrt{hPkA_c}] [T_b - T_{\infty}] [\sinh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cosh(mL)] \div [\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh(mL)] \quad (11)$$

2.3. Elementos Finitos

Segundo Rao (2004), o método de elementos finitos é uma técnica computacional utilizada para se obter soluções aproximadas para problemas de engenharia, tais como análise estrutural, análises de temperaturas entre outros. A ideia básica do método de elementos finitos é encontrar solução de um problema complexo. Nisso encontra-se uma solução aproximada ao invés da solução exata. Assim na ausência de algum outro método adequado para encontrar uma solução mesmo que aproximada de um problema, surgiu o método de elementos finitos. Essa solução aproximada pode frequentemente ser melhorada ou refinada. Note que nesse caso um esforço computacional maior é requerido.

A utilização do método de elementos finitos em problemas de engenharia tem permitido a redução do custo do desenvolvimento de produtos industriais, reduzindo de maneira substancial o tempo gasto nos testes experimentais em protótipos, pois a simulação computacional permite a execução de múltiplas análises que podem ser realizadas com mais rapidez e eficiência. Um modelo geométrico do componente a ser analisado e criado, então se associa a ele um modelo de elementos finitos e as condições de contorno pertinentes. Com todos esses dados é feita a análise do modelo e são obtidas as respostas, que são apresentadas geralmente em gráficos. Como desvantagem pode-se citar o fato do mesmo ser um método aproximado e com facilidade de se cometer erros em sua aplicação. Sua formulação em relação a outros métodos também é mais difícil e o tempo gasto também é maior.

2.4. FEHT

O FEHT (Finite Element Heat Transfer – Elementos Finitos para Transferência de Calor) é um programa projetado para facilitar a solução numérica de problemas de transferência bidimensional de calor por condução em estado estacionário e transiente. É importante destacar que o FEHT usa em sua estrutura o método de elementos finitos. Para o caso de condução bidimensional em regime permanente ou transiente (condições de temperaturas e taxas de transmissão de calor variáveis com o tempo para cada ponto do sistema), a equação utilizada pelo programa é a equação de calor bidimensional. Ela é a simplificação da Equação (3), desconsiderando a coordenada z . Assim tem-se a Equação (12).

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \dot{g} - \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = 0 \quad (12)$$

Onde T é a temperatura, k a condutividade térmica do material, $\dot{g}$ a geração de calor interna por volume, ρ a densidade do material, t o tempo e c o calor específico do material. Conforme exposto por Klein et al. (2006), para o caso de superfícies estendidas, o programa utiliza a Equação (13).

$$\delta \left[\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) \right] + q_a'' + \delta \dot{g} = 2h(T - T_{\infty}) + \delta \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = 0 \quad (13)$$

A Equação (13) considera as duas coordenadas x e y , a espessura da aleta (δ), o fluxo térmico (q_a'') aplicado na superfície da aleta, geração de energia interna ($\dot{g}$) e a condição de regime transiente ($\partial T / \partial t \neq 0$). Essas são as diferenças entre o caso bidimensional adotado pelo software e o caso unidimensional expresso pela Equação (6), na qual todos esses parâmetros são desconsiderados para simplificação. Embora nessa abordagem considere-se o regime permanente, isto é, $(\partial T / \partial t) = 0$. Ainda na Equação (13), h é o coeficiente convectivo do fluido ao redor da aleta e T_{∞} a temperatura do fluido.

A versão desse software é do tipo estudantil, permite geração de malha com no máximo 1000 elementos e discretização de temperaturas em apenas cinco cores. A limitação com relação a representação das temperaturas foi a que afetou mais o detalhamento da simulação.

3. ANÁLISES DOS PROBLEMAS

Apresentam-se dois problemas clássicos de condução de calor, considerando regime estacionário, que foram analisados por simplificações unidimensionais. Os mesmos foram submetidos a um procedimento computacional, através do software FEHT, para suas análises por simplificações bidimensionais. Faz-se um estudo comparativo entre as duas análises, mostrando os parâmetros responsáveis por suas aproximações e distanciamento. Foi apresentada na solução de cada problema as distribuições de temperaturas e os gradientes de temperatura fornecidos pela simulação no software.

3.1. Parede de um Forno Retangular

Conforme exposto por Klein et al. (2006), este problema é referente a uma análise de transferência de calor em estado estacionário de uma parede de um forno, conforme apresentado na Figura 2. Ar aquecido presente no interior do forno é mantido a 560°C e possui um coeficiente de convecção de $10 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. A superfície externa do forno é exposta ao ar atmosférico a 30°C e possui um coeficiente de convecção de $5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. A parede do forno é feita de tijolo e possui coeficiente de condutividade térmica de $0,69 \text{ W/m}\cdot\text{K}$. O objetivo é determinar a distribuição de temperatura na parede de tijolo e a taxa total de transferência de calor através da parede.

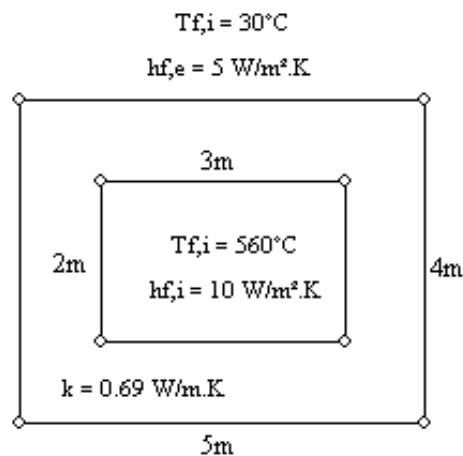


Figura 2. Forno Retangular. Autores (2016).

Parâmetros como coeficientes convectivos e de condutividade térmica foram alterados para se obter novas soluções e comparar o distanciamento ou aproximação das duas metodologias. Adota-se que a solução numérica obtida por simulação será a mais correta e a diferença de resultado obtido pela forma analítica será considerado uma diferença percentual. Pelo percentual de diferença tem-se uma ideia para quais condições as simplificações feitas para metodologia analítica fornecem resultados razoavelmente próximos.

Para uma solução analítica por simplificações unidimensionais, usa-se o conceito de área média perpendicular à transferência de calor apresentada por Nellis e Klein (2008). Isto é, a área usada para o cálculo da taxa de transmissão de calor pelas quatro paredes do forno pode ser aproximada como a média feita entre a área interna e externa do forno. Um caso mais simples, onde as paredes interna e externa são mantidas com temperaturas constantes e não há influência de fluidos, abordado em Nellis e Klein (2008), apresenta resultados satisfatórios quando comparados com simulação no software FEHT. Usa-se a mesma metodologia na análise deste problema.

3.2. Aleta Retangular

Conforme estudo do problema exposto por Incropera et al. (2007), uma aleta plana de seção transversal uniforme é feita com um material com condutividade térmica $5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, possui uma espessura de 20 mm e comprimento de 200 mm. Apresenta-se na Figura 3 a seção da aleta e suas condições de contorno. A aleta se estende para o interior da página. A sua base é mantida a 200°C e toda a aleta está exposta a um fluido de coeficiente convectivo de $500 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ a temperatura de 100°C . Parâmetros como coeficientes convectivos e de condutividade térmica foram alterados para se obter novas soluções observando os efeitos sobre a temperatura na extremidade da aleta e a taxa de transferência de calor total da aleta por unidade profundidade normal a essa página.

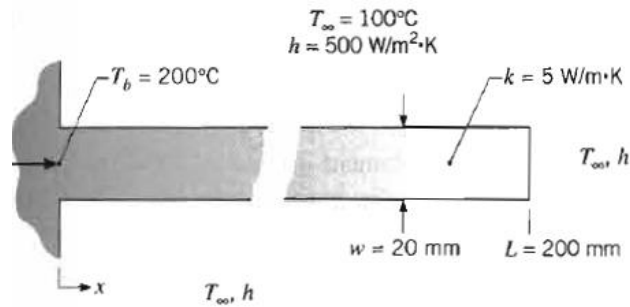


Figura 3. Aleta Retangular. Incropera et al. (2007).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresentam-se as análises dos problemas de condução de calor uni e bidimensionais propostos. Foram desenvolvidas as soluções dos problemas ora por via analítica e ora por via numérica (pelo software). Mostra-se a modelagem de cada problema por sua representação física em malha, usando elementos triangulares, feita inicialmente de forma manual e depois refinada pelo programa. Ilustra-se cada solução com figuras que apresentam distribuições de temperaturas e gradientes de temperaturas. Os dados calculados são apresentados em tabelas e gráficos são montados para melhor visualização dos dados obtidos como resultados dos cálculos efetuados.

4.1. Parede de um Forno Retangular

Pela simetria do forno retangular, analisa-se somente um quarto de sua seção para tornar mais simples a abordagem. Por consequência, os valores encontrados nos cálculos terão que ser multiplicados por quatro para obterem-se os resultados referentes ao forno por completo.

Conforme o conceito de área média perpendicular à transferência de calor, a área usada para o cálculo da taxa de transmissão de calor pelas quatro paredes do forno pode ser aproximada como a média feita entre a área interna e externa do mesmo obtém-se uma parede plana de 3,5 m de altura (2 m da parte horizontal e 1,5 da parte vertical) de 1 m de espessura (constante por toda a seção do forno). Tendo em vista somente em um quarto da seção do forno.

Pela solução analítica obtém-se a taxa de transferência de calor $q = 1060,44 \text{ W.p.}$, onde p é a profundidade da parede em metros. Assim, a taxa de transferência de calor por unidade de profundidade é $q' = 1060,44 \text{ W/m.}$

Apresenta-se a malha criada para simulação na Figura 4-a e a distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas pela parede na Figura 4-b.

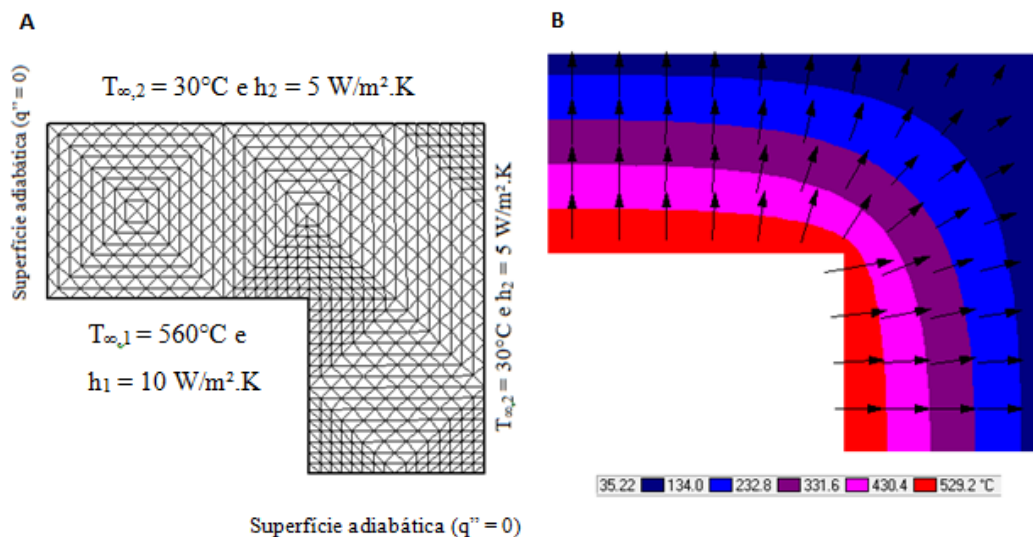


Figura 4. Malha com 1088 elementos (A) e distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas (B). Autores (2016).

Pela análise da Figura 4-b, a temperatura máxima da parede do forno foi 529,2 °C, localizado no ponto médio da parede horizontal interna. O menor valor da temperatura foi 35,22 °C, na extremidade do contorno externo. Os maiores gradientes térmicos (comprimento das setas) são registrados nas quinas vivas da parede, similar a uma análise de tensões, onde essas quinas atuam como concentradores de tensões.

A taxa de transmissão de calor por profundidade da parede do forno encontrada pelo software foi 931,4 W/m. Adotando esse método de análise bidimensional como o mais próximo do real, a diferença percentual apresentado pela metodologia analítica foi de 13,85 %. Isso mostra que se podem obter bons resultados com o tratamento analítico, tendo em vista um valor de diferença percentual abaixo de 20 % seja aceitável, tratando-se de problemas de transferência de calor.

Apresentam-se nas Tabelas 1 a 3 os resultados encontrados para simulações com variações dos parâmetros como coeficientes convectivos e de condutividade térmica mantendo as mesmas temperaturas dos fluidos. No gráfico da Figura 5 são representadas as diferenças percentuais para cada um dos parâmetros que foram modificados em função dos sete casos escolhidos para as simulações; é a representação gráfica dos dados numéricos das Tabelas 1 a 3.

Tabela 1. Variação de $h_{f,e}$. Autores (2016).

Casos	$h_{f,e}$ (W/m ² .K)	$h_{f,i}$ (W/m ² .K)	k (W/m.K)	q'_{software} (W/m)	$q'_{\text{analítico}}$ (W/m)	Diferença percentual* Variação de $h_{f,e}$
1	0,025	10	0,69	55,98	44,65	20,25
2	0,25	10	0,69	364,7	334,3	8,34
3	1	10	0,69	692,2	727,7	5,12
4	5	10	0,69	931,4	1060	13,85
5	50	10	0,69	1016	1182	16,35
6	500	10	0,69	1025	1196	16,66
7	5000	10	0,69	1026	1197	16,68

* Diferença percentual = $(q'_{\text{software}} - q'_{\text{analítico}})/q'_{\text{software}}$

Tabela 2. Variação de $h_{f,i}$. Autores (2016).

Casos	$h_{f,e}$ (W/m ² .K)	$h_{f,i}$ (W/m ² .K)	k (W/m.K)	q'_{software} (W/m)	$q'_{\text{analítico}}$ (W/m)	Diferença percentual Variação de $h_{f,i}$
1	5	0,01	0,69	13,07	18,25	39,63
2	5	0,1	0,69	116,8	159,2	36,33
3	5	1	0,69	566,3	700,2	23,64
4	5	10	0,69	931,4	1061	13,85
5	5	100	0,69	1001	1118	11,68
6	5	1000	0,69	1009	1124	11,40
7	5	10000	0,69	1010	1125	11,35

Tabela 3. Variação de k. Autores (2016).

Casos	$h_{f,e}$ (W/m ² .K)	$h_{f,i}$ (W/m ² .K)	k (W/m.K)	q'_{software} (W/m)	$q'_{\text{analítico}}$ (W/m)	Diferença percentual Variação de k
1	5	10	0,01	16,20	18,49	14,16
2	5	10	0,05	80,02	91,38	14,20
3	5	10	0,1	157,7	180,1	14,20
4	5	10	0,69	931,4	1060,4	13,85
5	5	10	3	2637	2929	11,07
6	5	10	10	4373	4638	6,05
7	5	10	20	5132	5300	3,27

Foi adotado um limite de 20 % para a diferença percentual, ou seja, a diferença percentual de resultados obtidos pelos dois métodos. Pelo gráfico da Figura 5 vê-se que para os parâmetros k e $h_{f,e}$ as diferenças percentuais ficam abaixo do limite, e há a tendência para o crescimento da diferença percentual para valores de $h_{f,e}$ abaixo de 0,025 W/m².K, ou seja, antes do caso 1. Já para o parâmetro $h_{f,i}$ as diferenças percentuais ficam aceitáveis a partir de um caso médio entre 3 e 4, ou seja, para valores a partir de 2 W/m².K, conforme confirmado por simulação.

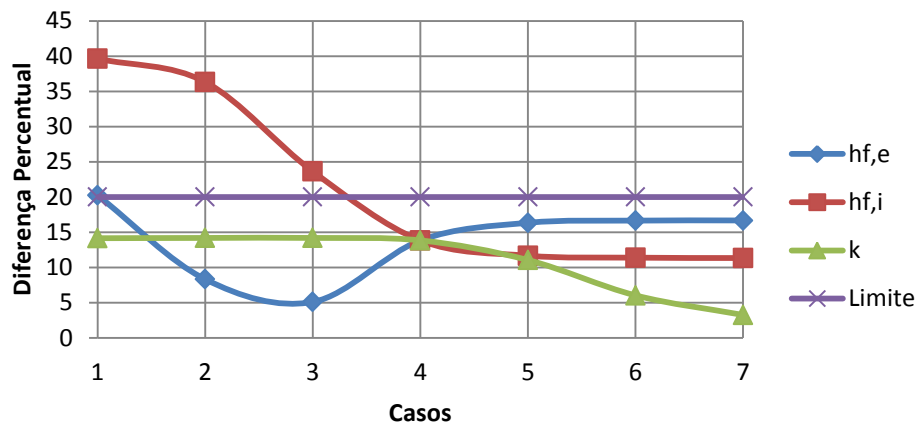


Figura 5. Diferença Percentual VS Casos. Autores (2016).

No geral, o método analítico fornece razoáveis resultados para ampla faixa de valores para k , $h_{f,e}$ a partir de $2 \text{ W/m}^2\text{K}$ e $h_{f,e}$ acima de $0,025 \text{ W/m}^2\text{K}$ (valores usuais). É claro que toda essa análise está vinculada à diferença de temperatura dos fluidos de escoamento interno e externo, ou seja, 530°C , assim como as dimensões do forno. Em caso de mudança desses parâmetros, toda a análise anterior seria modificada. A combinação da variação de mais de um parâmetro ao mesmo tempo modificaria a análise anterior de forma expressiva. Logo, para um simples estudo comparativo dos efeitos da variação de parâmetros anteriores nos resultados obtidos pelos dois métodos, teve-se uma ideia dos erros cometidos pelas simplificações do modelo analítico, que em determinados casos obtém-se resultados bastante controversos.

4.2. Aleta Retangular

Determina-se a temperatura na extremidade da aleta e a taxa de transferência de calor total da aleta por unidade profundidade normal a essa página para diferentes valores de k e h pelos dois métodos e compará-los, ou seja, ver qual a diferença percentual referente aos resultados encontrados para a temperatura na extremidade assim com para a taxa de transferência de calor total da aleta, tendo em vista que o método mais correto adotado foi a análise bidimensional.

Apresenta-se a malha criada para simulação na Figura 6 e a distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas pela aleta na Figura 7.

$$T_\infty = 100^\circ\text{C} \text{ e } h = 500 \text{ W/m}^2\text{K}$$

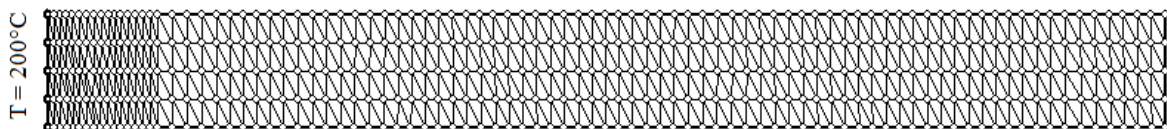


Figura 6. Malha com 704 elementos. Autores (2016).

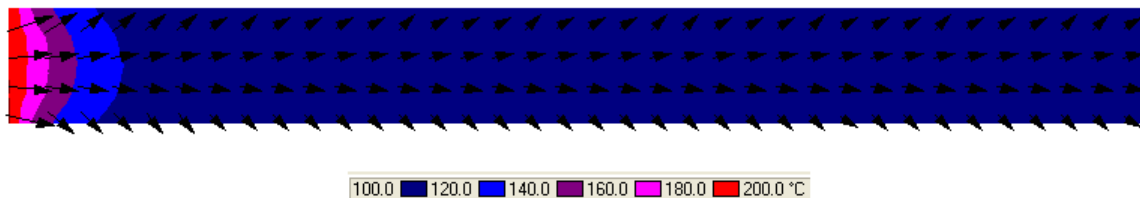


Figura 7. Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas. Autores (2016).

Conforme observado na Figura 6, a malha é mais refinada na região da extremidade esquerda visto que nessa região são maiores os gradientes de temperaturas, ou seja, onde ocorrem as mais expressivas variações de temperaturas.

Pode-se dizer que a espessura da aleta é um dado de fundamental importância para a caracterização dos gradientes térmicos e do fluxo de calor. Uma aleta com espessura pequena, o calor dissipará prioritariamente por suas laterais. Já uma aleta mais espessa, o calor tende a se propagar ao longo do seu comprimento. Disso é que os projetos de aletas são baseados na escolha de menor espessura possível, justamente para aproveitar as áreas laterais da mesma para dissipação de calor. A Figura 7 apresenta um caso intermediário aos citados, tanto há um fluxo térmico expressivo ao longo da aleta quanto para as laterais.

Obtêm-se os resultados para a temperatura na extremidade da aleta e para a taxa de transferência de calor total da aleta por unidade profundidade normal. Adota-se uma profundidade de 1 m para realização dos cálculos assim como

dado de entrada para a simulação. Nas Tabelas 4 e 5, têm-se os resultados encontrados para diferentes valores de k e h pelos dois métodos.

No gráfico da Figura 8 são representadas as diferenças percentuais para cada um dos parâmetros que foram modificados em função dos cinco casos escolhidos para as simulações (dados presentes nas Tabelas 4 e 5). Essas diferenças percentuais se referem somente as taxas de transmissão de calor, que variaram significativamente. Já para as diferenças percentuais referentes às temperaturas na extremidade são desprezíveis, como pode ser notado nas Tabelas 4 e 5.

Tabela 4. Variação de k . Autores (2016).

Casos	h (W/m ² .K)	k (W/m.K)	q'_{software} (W/m)	$q'_{\text{analítico}}$ (W/m)	Diferença q' (%)	T_L software	T_L analítico	Diferença T_L (%)
1	500	0,10	32,43	142,8	340,4	100	100	0
2	500	0,50	158,6	319,4	101,4	100	100	0
3	500	5	822,2	1010	22,8	100	100	0
4	500	50	3016	3194	5,89	100	100,3	0,26
5	500	500	9580	9812	2,42	124	123,8	0,16

Tabela 5. Variação de h . Autores (2016).

Casos	h (W/m ² .K)	k (W/m.K)	q'_{software} (W/m)	$q'_{\text{analítico}}$ (W/m)	Diferença q' (%)	T_L software	T_L analítico	Diferença T_L (%)
1	5	5	95,80	98,12	2,43	124	123,8	0,16
2	50	5	301,6	319,4	5,89	100	100,3	0,26
3	500	5	822,2	1010	22,8	100	100	0
4	5000	5	1586	3194	101,4	100	100	0
5	25000	5	1622	7141	350,3	100	100	0

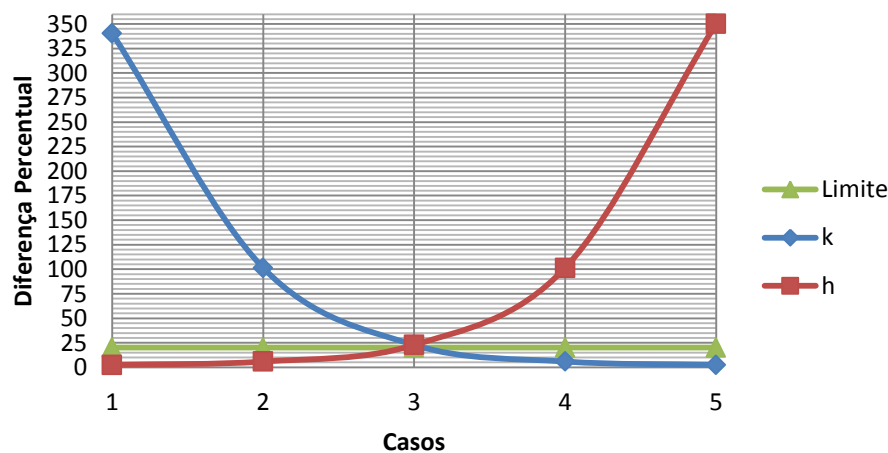


Figura 8. Diferença Percentual VS Casos. Autores (2016).

Foi adotado um limite de 20 % para a diferença percentual obtido pelos dois métodos. Pelo gráfico da Figura 8, vê-se que para o parâmetro h maiores que 500 W/m².K (caso 3), as diferenças percentuais ultrapassam o limite e crescem rapidamente. Já para o parâmetro k menores que 5 W/m.K (caso 3), as diferenças percentuais ultrapassam o limite e crescem rapidamente, de forma similar ao caso do parâmetro h .

No geral, o método analítico fornece razoáveis resultados para valores de k maiores que 5 W/m.K e h menores que 500 W/m². É claro que toda essa análise está vinculada à diferença de temperatura da base da aleta e a temperatura do fluido de escoamento na superfície da aleta, ou seja, 100 °C, assim como as dimensões da aleta. Em caso de mudança desses parâmetros, toda a análise anterior seria modificada. A combinação da variação de mais de um parâmetro ao mesmo tempo modificaria a análise anterior de forma expressiva. Logo, para um simples estudo comparativo dos efeitos da variação de parâmetros anteriores nos resultados obtidos pelos dois métodos, tem-se uma ideia dos erros cometidos pelas simplificações do modelo analítico, que em determinados casos obtém-se resultados bastante controversos, como o caso das taxas de transmissão de calor. Já para as temperaturas na extremidade da aleta, o método analítico funciona bem.

5. CONCLUSÕES

O uso do procedimento de elementos finitos, obtido através do software pela metodologia de análise bidimensional de condução de calor é justificado para fornecer resultados precisos, uma vez que as simplificações feitas para análise unidimensional conseguida pela forma analítica resultam em diversos casos, em respostas distantes do real. Conseguiu-se pelo estudo comparativo dos problemas de parede plana de um forno industrial e aleta retangular, mostrar a influência de parâmetros, tais como distâncias, coeficientes convectivos e de condutividade térmica, nas respostas.

Com as variações dos parâmetros envolvidos em cada um dos problemas analisados, percebeu-se que para determinadas faixas de valores os resultados ficaram dentro do limite aceitável, que para este trabalho foi adotado como sendo de 20 % em relação o resultado mais preciso, ou seja, pelo método bidimensional. A partir de erros maiores que o tolerável, a solução unidimensional não é mais aceitável e busca-se então a adoção da solução bidimensional para obter resultados precisos e próximos do real.

Perceberam-se também, as vantagens conquistadas pelo uso do recurso computacional, pois ficaram evidentes ao serem geradas pelo programa as distribuições de temperaturas e gradientes térmicos em forma gráfica, facilitando a análise e compreensão dos problemas.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Incropera, F.P., Dewitt, D. P, Bergman, T. L. e Lavine, A. S., 2007, “Fundamentals of Heat and Mass Transfer”, sixth edition, published by John Wiley and Sons, Hoboken, United States of America, 997p.
- Klein, S. A., Beckman, W. A. e Myers, G. E., 2006, “FEHT - A Finite Element Analysis Program”, F-CHART Software, Madison, United States of America, 74p.
- Nellis, Gregory e Klein, Sanford, 2008, “Heat Transfer”, first edition, Cambridge University Press, New York, United States of America, 1107p.
- Rao, Singiresu S., 2004, “The Finite Element Method in Engineering”, fourth edition, published by Elsevier Science and Technology Elsevier, Oxford, United Kingdom, 688p.

7. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

HEAT TRANSFER ANALYSIS ON ONE AND TWO-DIMENSIONAL CONDUCTION PROBLEMS

Hélio Augusto Goulart Diniz, heliougmg@gmail.com¹

Nícolas Cristiano Gomes de Oliveira, ncristiano87@hotmail.com²

Douglas Coelho Dutra, douglasdutra@gmail.com¹

Julio Cesar de Jesus, juliocric21@gmail.com²

Rudolf Huebner, rudolf@demec.ufmg.br¹

¹Universidade Federal de Minas Gerais – Av. Antônio Carlos 6627 – Pampulha – Belo Horizonte/MG – Brazil
ZIP Code 31.270-901 – Phone +55 (31) 3409-3526

²Faculdade Pitágoras – Unidade Contagem - Rua Tom Jobim, 2890 - Cidade Industrial - Contagem – MG - Brazil
ZIP Code 32.210-190 – Phone +55 (31) 3232-9000

Abstract: The solution of many heat conduction problems is made by the simplified one-dimensional analytical method. This approach, a lot of time, converges to results without precision and distant from experimental measurements. Therefore, the need arises for a more detailed analysis to obtain greater details and accuracy in the responses, requiring two-dimensional simplifications. However, in many cases it is impossible to find an exact analytical solution using this approach, which makes this procedure dependent on a computational resource, thus providing satisfactory results for the most varied geometries and boundary conditions, in typical heat conduction applications. In this work two classic problems - wall oven and fin – have been resolved through analytical and one-dimensional simplifications, and compared with a computational solution for two-dimensional simplifications. The computational solutions were achieved with the resources of the software FEHT (Finite Element Heat Transfer), showing the importance and advantages achieved with this tool, which function with the finite element method. In the analysis of the two problems, important parameters that affect the distribution of temperature and heat transfer rate were varied to determine the range that the one-dimensional analysis can be used with acceptable errors. It follows that under given conditions the parameters involved in the phenomenon of each problems, one- and two-dimensional approximations are satisfactory under an established maximum tolerance margin. However, from certain conditions, the two-dimensional solution should be adopted to get close to the real results, since the one-dimensional solution cannot meet the tolerance.

Keywords: Heat transfer, conduction, and uni-dimensional, FEHT.

Code: CON-2016-0080