



21 - 25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO EM ELEMENTOS FINITOS COM ACOPLAMENTO HIDROMECHANICO UTILIZANDO A TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA

Pedro Rogério Cleto, pedro.constant@gmail.com¹

Osvaldo Luís Manzoli, omanzoli@feb.unesp.br¹

Leonardo José do Nascimento Guimarães, leonardo@ufpe.br²

Eduardo Alexandre Rodrigues, eduardoalex22@hotmail.com¹

¹Universidade Estadual Paulista - UNESP - Bauru/SP, Av. Eng. Luiz Edmundo Coube, N°: 14-01, CEP: 17033-360

²Universidade Federal de Pernambuco - UFPE - Recife/PE, Av. Prof. Moraes Rego, N°: 1235, CEP: 50670-901

Resumo: O fraturamento hidráulico, no contexto da indústria petrolífera, é uma técnica utilizada para aumentar a permeabilidade de reservatórios não convencionais, os quais são formados por rochas porosas que aprisionam hidrocarbonetos (tais como petróleo e gás natural) em seus poros, viabilizando assim sua extração e produção. A técnica consiste em injetar um fluido específico a pressões suficientemente elevadas no poço de modo a fraturar a rocha ao seu redor. As fraturas criadas representam canais de alta permeabilidade e, por meio delas, os hidrocarbonetos podem então ser extraídos do reservatório. Esse trabalho apresenta uma nova ferramenta numérica, baseada no método dos elementos finitos, que permite estudar a formação e propagação de fraturas geradas hidraulicamente. A fratura é representada por meio da técnica de fragmentação de malha, a qual insere elementos finitos sólidos de elevada razão de aspecto (elementos de interface) entre os elementos da malha original. O comportamento não linear dos elementos de interface é descrito por um modelo constitutivo de dano à tração que representa o processo de degradação do material até a formação da fratura. O comportamento do fluido é descrito pela Lei de Darcy. Consideraram-se dois tipos de acoplamento hidromecânico: (1) a influência da poropressão sobre o estado de tensão e (2) a variação da permeabilidade da fratura com sua abertura. Foram realizadas simulações numéricas para verificar a pressão necessária para romper a rocha, ou pressão de ruptura (breakdown pressure), e a direção de propagação da fratura em função do estado de tensões *in situ*. Os resultados mostraram que a fratura propagou-se perpendicularmente à menor tensão principal, estando em acordo com a teoria. As pressões de ruptura obtidas nas simulações apresentaram boa concordância com resultados analíticos. A técnica de fragmentação de malha mostrou-se capaz de reproduzir adequadamente o processo de fraturamento hidráulico.

Palavras-chave: fraturamento hidráulico, técnica de fragmentação da malha, elementos finitos de elevada razão de aspecto, acoplamento hidromecânico

1. INTRODUÇÃO

A técnica de fraturamento hidráulico ganhou destaque nos últimos anos, sobretudo por sua ampla aplicação em reservatórios de gás de folhelho. Tal técnica consiste em injetar um fluido específico em um poço a uma pressão suficientemente alta para fraturar a rocha que o circunda. Com a injeção contínua de fluido, a fratura se propaga na rocha de acordo com uma direção preferencial. Muitos trabalhos vêm sendo publicados com o intuito de simular numericamente fraturas induzidas hidraulicamente e proporcionar melhor compreensão da técnica.

O fraturamento hidráulico pode ser definido de maneira bem ampla quando o consideramos um processo pelo qual uma fratura se inicia e se propaga devido a um carregamento hidráulico (pressão, por exemplo) aplicado por meio de um fluido no interior da fratura (Adachi *et al.*, 2007; Li *et al.*, 2012). Adachi *et al.* (2007) afirma que a modelagem de uma fratura hidráulica consiste em um processo complicado, mesmo em sua forma mais simples, pois envolve no mínimo três acoplamentos: (1) a deformação mecânica induzida pela pressão de fluido sobre as superfícies da fratura; (2) o fluxo de fluido no interior da fratura; e (3) a propagação da fratura.

Em busca de um melhor entendimento dos mecanismos fundamentais do início e da propagação de fraturas geradas hidraulicamente, Wang *et al.* (2009) apresentam um modelo numérico que considera o acoplamento entre os efeitos de infiltração, dano e campo de tensões. Os autores realizaram simulações bidimensionais de uma cavidade cilíndrica no centro de uma região formada de solo rígido saturado, o qual estava sujeito a diferentes tensões *in situ* e diferentes

pressões com o objetivo de examinar o início e a propagação de fraturas geradas por tração e cisalhamento. Os resultados numéricos obtidos por Wang *et al.* (2009) sugerem que o processo de fraturamento hidráulico pode ser dividido em 4 estágios principais: (1) concentração de tensões, (2) indução do início da fratura, (3) propagação estável da fratura e (4) fechamento da fratura. Além disso, os autores apontam que as condições de tensão *in situ* dominam a propagação de fraturas quando a taxa de injeção de fluido é relativamente baixa, mas em altas taxas de injeção, é esta quem domina a propagação.

Para estudar a propagação de fraturas hidráulicas, Hamidi and Mortazavi (2014) simularam ensaios de *extended leak-off*, o qual consiste em manter a injeção de fluido no poço por um tempo suficientemente longo, garantindo assim que a fratura tenha sido gerada. A geometria do problema foi criada com base em um código tridimensional de Elementos Discretos e, associado à técnica de juntas fictícias em blocos poliédricos, os autores conseguiram simular as fraturas induzidas hidraulicamente em rochas intactas. Primeiramente, eles identificaram que a formação e propagação das fraturas ocorreram na direção da maior tensão principal. Entre outros resultados obtidos pelos autores, eles mostraram que aumentando o módulo de elasticidade da rocha e o ângulo de atrito das juntas, aumenta-se a pressão necessária para se iniciar a fratura. Hamidi and Mortazavi (2014) também concluíram que, a partir de estudos paramétricos, seus resultados sugerem que o conhecimento do estado de tensão *in situ* deve ser priorizado antes de se realizar um fraturamento hidráulico.

O presente trabalho tem por objetivo apresentar a técnica de fragmentação da malha (Manzoli *et al.*, 2014; Manzoli *et al.*, 2016) utilizando elementos finitos de elevada razão de aspecto, aliada a um modelo de acoplamento hidromecânico, para simular fraturas induzidas hidraulicamente em rochas intactas de baixa permeabilidade. Com isso, pretende-se analisar a pressão de ruptura (*breakdown pressure*) obtida por meio da curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido e a direção de propagação da fratura.

2. EQUAÇÕES GOVERNANTES

2.1 Equação de equilíbrio de tensões com acoplamento hidromecânico

Considere, para um corpo em equilíbrio, a seguinte equação de equilíbrio de tensões:

$$\nabla \cdot \sigma + \mathbf{b} = 0 \quad (1)$$

onde σ é o tensor de tensões totais e $\mathbf{b}$ é o vetor de forças de corpo.

Segundo o Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi (Terzaghi, 1943), para meios porosos e deformáveis, a relação entre a poropressão, dada por p_w , e o tensor de tensões totais pode ser dada por:

$$\sigma = \sigma' + p_w \mathbf{I} \quad (2)$$

onde σ' é o tensor de tensões efetivas de Terzaghi e $\mathbf{I}$ é o tensor unitário de segunda ordem.

Relacionando-se as Eq. (1) e (2) chega-se em

$$\nabla \cdot \sigma' + \nabla p_w + \mathbf{b} = 0 \quad (3)$$

O tensor de tensões efetivas de Terzaghi, por sua vez, é escrito em termos de uma relação constitutiva, dada por $\Sigma(\cdot)$, da seguinte maneira:

$$\sigma' = \Sigma(\epsilon) \quad (4)$$

onde ϵ é o tensor de deformações infinitesimais (Jha, 2005). Em função da aplicação da técnica de fragmentação da malha utilizando elementos finitos de elevada razão de aspecto, esta relação constitutiva difere entre os elementos utilizados: para os elementos regulares da malha, a relação constitutiva é dada por um modelo linear; para os elementos de interface, o modelo é não linear, isto é, nesse trabalho, tal relação constitutiva é regida por um modelo de dano à tração.

2.2 Equação de conservação de massa para o fluido

Considere, para um volume de controle arbitrário, a seguinte equação de conservação de massa de fluido:

$$\frac{\partial (\phi S_w \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_w = 0 \quad (5)$$

onde ϕ é a porosidade da rocha, S_w é a saturação da rocha, ρ_w é a densidade do fluido e $\mathbf{j}_w$ é o vetor de fluxo de massa de fluido.

O primeiro termo da Eq. (5) corresponde à parte transiente e é chamado de termo de armazenamento. Os estudos propostos neste trabalho baseiam-se na fratura gerada na rocha, logo, considerou-se que as deformações que ocorrem no meio contínuo são aquelas necessárias justamente para formarem a fratura. Sendo assim, a porosidade foi considerada constante nas simulações realizadas. Além disso, devido ao fato de se considerar um meio totalmente saturado por um único fluido, adotou-se também uma saturação S_w constante e igual a 1 (um).

Ainda com relação ao primeiro termo da Eq. (5), sabe-se que a densidade de um fluido, de modo generalizado, pode ser escrito como função da temperatura e da pressão. Considerando-se uma condição isotérmica, a densidade pode ser escrita de modo dependente da variação da pressão da seguinte maneira (Gomes, 2009):

$$\rho_w = \rho_w(p_w) \rightarrow \rho_w(p_w) = \rho_{w0} e^{\beta_w(p_w - p_{w0})} \quad (6)$$

onde ρ_{w0} é a densidade inicial para uma pressão de referência (ou simplesmente densidade de referência), β_w é o coeficiente de compressibilidade do fluido e p_{w0} é a pressão de referência.

O vetor de fluxo de massa de fluido corresponde à parte estacionária e pode ser escrito como

$$\mathbf{j}_w = \rho_{w0} \mathbf{q}_w \quad (7)$$

onde $\mathbf{q}_w$ é vetor de fluxo de Darcy, o qual aplica-se a fluxos laminares de fluidos newtonianos em meios porosos, e, considerando-se a direção do fluxo perpendicular à ação da gravidade, é dado por

$$\mathbf{q}_w = -\frac{k\mathbf{I}}{\mu_w} \nabla p_w \quad (8)$$

onde k é a permeabilidade intrínseca da rocha e μ_w é a viscosidade dinâmica do fluido.

3. ELEMENTO FINITO DE ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO

Dado o sistema de eixos coordenados (n, s) , onde n é normal à base do elemento, considere o elemento triangular linear de base b , definida pela distância entre os nós 2 e 3, e de altura h , definida pela distância entre o nó 1 e sua projeção na base $1'$, assim como apresentado na Fig. 1. Nesse trabalho, entende-se por elemento finito (triangular) de elevada razão de aspecto, ou elemento de interface, aquele que possui uma de suas dimensões muito maior que outra. Especificamente, tem-se que a base b do elemento é muito maior que sua altura h (Fig. 1).

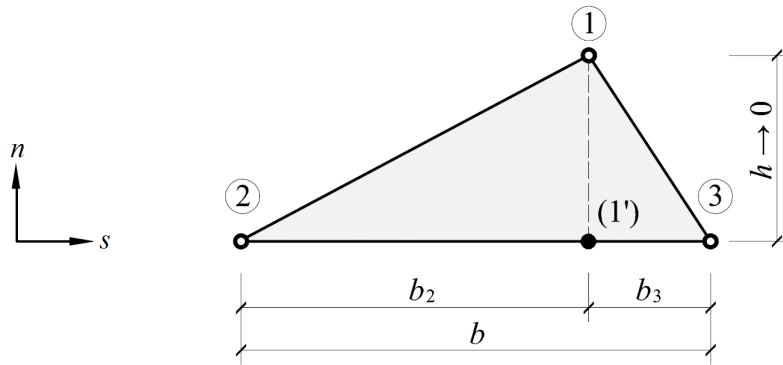


Figura 1: Elemento finito sólido de interface (adaptado de Cleto (2016)).

Considere também $b_2 = \alpha b$ e $b_3 = (1 - \alpha)b$, onde $0 \leq \alpha \leq 1$ é um fator multiplicador. Assim, tem-se:

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{(1)} = (\alpha b, h) \\ \mathbf{x}^{(2)} = (0, 0) \\ \mathbf{x}^{(3)} = (b, 0) \end{cases} \quad (9)$$

onde $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$ e $\mathbf{x}^{(3)}$ são as coordenadas cartesianas dos nós 1, 2 e 3, respectivamente.

3.1 Formulação hidráulica

O gradiente da aproximação do campo de pressão no interior do elemento é dado por:

$$\nabla p_w = \frac{1}{bh} \begin{bmatrix} 0 & -h & h \\ b & -b_3 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \\ p^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{b} (p^{(3)} - p^{(2)}) \\ \frac{1}{h} [p] \end{Bmatrix} \quad (10)$$

com $[p] = p^{(1)} - [(1 - \alpha)p^{(2)} + \alpha p^{(3)}] = p^{(1)} - p^{(1')}$ denotando o salto de pressão, o qual corresponde à diferença de pressão entre o nó 1 e sua projeção na base do elemento.

O fluxo no elemento de interface é dado por:

$$\mathbf{q}_w = -\frac{k\mathbf{I}}{\mu_w} \nabla p_w = -\begin{bmatrix} (k/\mu_w) & 0 \\ 0 & (k/\mu_w) \end{bmatrix} \nabla p_w = -\frac{(k/\mu_w)}{b} \begin{Bmatrix} p^{(3)} - p^{(2)} \\ 0 \end{Bmatrix} - \frac{(k/\mu_w)}{h} \begin{Bmatrix} 0 \\ [p] \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Note que há duas parcelas que definem o fluxo: a primeira depende da base b e a segunda da altura h . Quando a altura $h \rightarrow 0$, para que o fluxo no elemento de interface permaneça limitado, deve-se ter que $[p] \rightarrow 0$, significando que a pressão no nó 1 e em sua projeção na base ($1'$) tendem ao mesmo valor. Isso impede que o fluxo no elemento assuma valores absurdamente elevados com a diminuição de h , mantendo assim uma coerência física adequada ao problema.

3.2 Formulação mecânica

As componentes da aproximação do campo de deformação do elemento são dadas por:

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{ns} \end{Bmatrix} = \frac{1}{bh} \begin{bmatrix} b & 0 & -b_3 & 0 & -b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h & 0 & h \\ 0 & b & -h & -b_3 & h & -b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n^{(1)} \\ u_s^{(1)} \\ u_n^{(2)} \\ u_s^{(2)} \\ u_n^{(3)} \\ u_s^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{b} \llbracket u \rrbracket_n \\ \frac{1}{b} (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) \\ \frac{1}{h} \llbracket u \rrbracket_s + \frac{1}{b} (u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) \end{Bmatrix} \quad (12)$$

com $\llbracket u \rrbracket_s = u_s^{(1)} \left[(1 - \alpha) u_s^{(2)} + \alpha u_s^{(3)} \right] = u_s^{(1)} - u_s^{(1')}$ denotando o salto de deslocamento na direção s , isto é, a diferença entre o deslocamento do nó 1 e sua projeção na base (1') na direção s e $\llbracket u \rrbracket_n = u_n^{(1)} \left[(1 - \alpha) u_n^{(2)} + \alpha u_n^{(3)} \right] = u_n^{(1)} - u_n^{(1')}$ denotando o salto de deslocamento na direção n , isto é, a diferença entre o deslocamento do nó 1 e sua projeção na base (1') na direção n . Desse modo, pode-se escrever que:

$$\llbracket \mathbf{u} \rrbracket = \begin{Bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n \\ \llbracket u \rrbracket_s \end{Bmatrix} \quad (13)$$

sendo $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ o vetor de deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base (1').

O vetor de deformações ϵ também pode ser separado em duas componentes, $\tilde{\epsilon}$ e $\hat{\epsilon}$, sendo que a primeira contém os termos que dependem da base b e a segunda os termos que dependem da altura h :

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \hat{\epsilon} = \frac{1}{b} \begin{Bmatrix} 0 \\ u_s^{(3)} - u_s^{(2)} \\ u_n^{(3)} - u_n^{(2)} \end{Bmatrix} + \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n \\ 0 \\ \llbracket u \rrbracket_s \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Note que quando a altura $h \rightarrow 0$, a componente $\tilde{\epsilon}$ fica limitada enquanto $\hat{\epsilon}$ fica ilimitada. Portanto, na situação limite de h tendendo a zero, a deformação no elemento de interface é definida quase exclusivamente pelo deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base, $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$. Na situação limite, o nó 1 e sua projeção convergem para o mesmo ponto material (Manzoli *et al.*, 2014; Manzoli *et al.*, 2016).

Note também que $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ corresponde a uma descontinuidade no campo de deslocamentos (descontinuidade forte (Oliver, 1996; Oliver *et al.*, 1999)), sendo $\llbracket u \rrbracket_n$ a abertura e $\llbracket u \rrbracket_s$ o deslizamento relativo (ver Fig. 1).

3.3 Técnica de Fragmentação da Malha

A Fig. 2 mostra como ocorre o processo de fragmentação da malha e inserção dos elementos de interface. Primeiramente considera-se a região de interesse para análise do comportamento não linear do material. Assim, a técnica de fragmentação da malha consiste em reduzir o tamanho dos elementos finitos da malha original (Fig. 2a) de modo a deixar um pequeno espaço entre elementos adjacentes (Fig. 2b). Em cada espaço acomoda-se um par de elementos de interface, os quais possuem elevada razão de aspecto (Fig. 2c). As fraturas geradas ocorrem somente nos locais onde estão os elementos de interface e, conseqüentemente, contornando os elementos regulares (Manzoli *et al.*, 2014; Manzoli *et al.*, 2016).

Nota-se que fragmentar a malha e inserir elementos de interface resulta no aparecimento de “buracos” na malha, os quais são isentos de quaisquer propriedades. Esses pequenos buracos não influenciam o problema mecânico, seja este apresentando comportamento linear ou não linear, pois suas dimensões são muito pequenas quando comparadas às dimensões do problema. Para o problema hidráulico, os buracos não influenciam enquanto este apresentar comportamento linear, porém, quando ocorre a fratura, os buracos impedem que o fluxo passe de um par de elementos de interface para outro. Portanto, para superar este obstáculo, são inseridos elementos unidimensionais de dois nós (elementos de barra) (Fig. 2d), os quais conectam os pares de elementos de interface. Os elementos de barra apresentam permeabilidade muito alta quando comparada à permeabilidade da rocha.

4. MODELO DE DANO À TRAÇÃO

Em processos de fraturamento hidráulico, a fratura se forma devido à tração gerada na parede do poço por meio da injeção de fluido (Hubbert and Willis, 1957). Para o modelo de dano à tração adotado nesse trabalho, o material será degradado apenas quando submetido a tração e quando o critério de dano for atingido. Já em casos de compressão, o material mantém comportamento elástico linear.

O modelo contínuo de dano à tração é dado por meio da seguinte lei constitutiva:

$$\sigma' = \Sigma(\epsilon) \Rightarrow \sigma' = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (15)$$

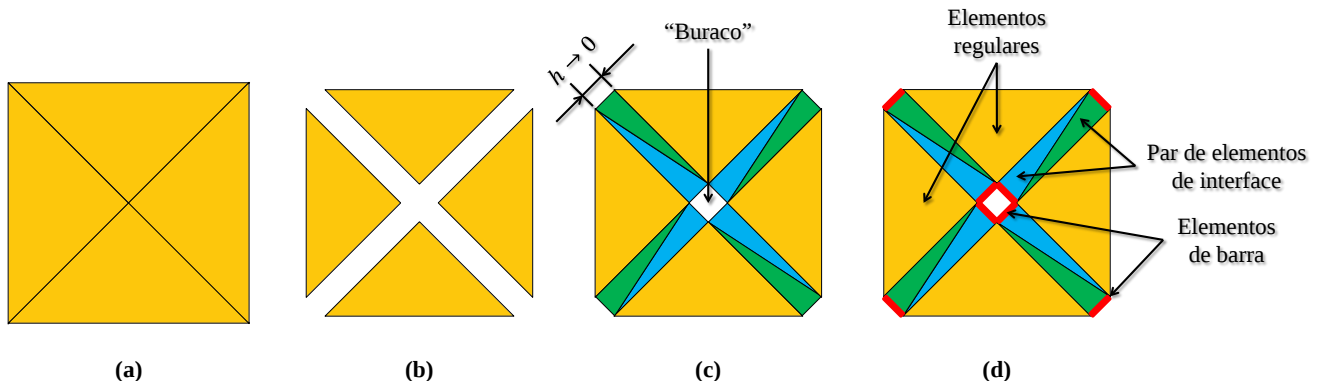


Figura 2: Técnica de Fragmentação da Malha (adaptado de Cleto (2016)). (a) Malha original com elementos regulares. (b) Diminuição no tamanho dos elementos regulares. (c) Acomodação dos elementos de interface. (d) Inserção dos elementos de barra.

onde d é a variável de dano ($0 \leq d \leq 1$) e $\bar{\sigma}$ é o tensor de tensões elásticas, as quais estão associadas às regiões do material que efetivamente resistem aos esforços.

O tensor de tensões elásticas, por sua vez, é dado por

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C} : \epsilon \quad (16)$$

sendo $\mathbf{C}$ o tensor constitutivo elástico de quarta ordem.

Relacionando-se as Eq. (15) e (16), tem-se

$$\sigma' = (1 - d)\mathbf{C} : \epsilon = \mathbf{C} : (\epsilon - \epsilon^{in}) \quad (17)$$

onde ϵ^{in} corresponde ao tensor de deformações inelásticas, o qual possui todas as suas componentes afetadas pela variável de dano.

4.1 Critério de dano

O critério de dano (ou degradação) baseia-se na componente do tensor de tensões efetivas de Terzaghi normal à base do elemento de interface, dada por σ'_n , da seguinte maneira:

$$\bar{\theta}(\bar{\sigma}_n, \bar{r}) = \bar{\sigma}_n - \bar{r} \leq 0, \text{ com } \bar{\sigma}_n = \frac{\sigma'_n}{1 - d} \text{ e } \bar{r} = \frac{r}{1 - d} \quad (18)$$

onde r é uma variável interna no domínio elástico.

A evolução da variável r é expressa por uma lei de abrandamento exponencial, dada por:

$$r(\bar{r}) = f_t e^{\frac{f_t^2}{G_f E} h(1 - \frac{\bar{r}}{f_t})} \quad (19)$$

onde f_t é a resistência à tração do material, E é o módulo de Young, G_f é a energia de fratura (Manzoli *et al.*, 2014; Sánchez *et al.*, 2014) e h é a espessura dos elementos de interface.

Detalhes sobre o modelo de dano à tração adotado podem ser encontrados nos trabalhos de Manzoli *et al.* (2014), Sánchez *et al.* (2014), Maedo (2015) e Manzoli *et al.* (2016).

5. MODELO DE PLACAS PARALELAS

O conceito de placas paralelas (Snow, 1965; Witherspoon *et al.*, 1980) consiste na maneira mais simples para se estudar o fluxo de fluido por um meio fraturado, o qual considera uma única fratura, formada por duas placas de superfície lisa, separadas por uma abertura constante. Nesse modelo não se considera as imperfeições encontradas nas paredes de fraturas naturais, tais como a rugosidade, e considera-se que não há materiais que preenchem o espaço entre as placas. Adota-se um fluxo laminar com distribuição de velocidade parabólica na seção transversal da fratura e, com base nas equações de Navier-Stokes, pode-se estudar o fluxo no plano de fratura.

Considerando que o escoamento está confinado dentro da fratura e ocorre apenas na direção do eixo x , a velocidade de escoamento de um fluido incompressível no interior da fratura é dado pela seguinte relação (Sarkar *et al.*, 2004; Morales, 2008):

$$v_{fr} = -\frac{\rho_w g a^2}{12\mu_w} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (20)$$

onde g é a aceleração da gravidade, a é a abertura da fratura e $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ é o gradiente hidráulico na direção x .

A partir da Eq. (20) pode-se atribuir uma permeabilidade à fratura, a qual é dada por

$$k_{fr} = \frac{a^2}{12} \quad (21)$$

Nesse trabalho considera-se que a abertura $a = \llbracket u \rrbracket_n$, sendo que

$$\llbracket u \rrbracket_n \approx d\epsilon_n h \quad (22)$$

onde $d\epsilon_n$ é a componente inelástica do tensor de deformações normal à base do elemento.

6. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

As simulações foram realizadas no contexto de pequenas deformações e considerando-se o estado plano de deformações. A malha de elementos finitos utilizada contém elementos triangulares lineares e elementos unidimensionais de dois nós. Na Tab. 1 são mostradas as propriedades do fluido e as propriedades mecânicas e hidráulicas do material utilizado para representar a rocha.

Tabela 1: **Propriedades do fluido e propriedades mecânicas e hidráulicas da rocha**

Propriedades do fluido	Valor
Viscosidade dinâmica (μ_w)	1.0×10^{-9} MPa s
Fator de compressibilidade (β_w)	4.5×10^{-4} MPa ⁻¹
Pressão de referência (p_{w0})	0.1 MPa
Densidade de referência (ρ_{w0})	$1002.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Propriedades hidráulicas da rocha	Valor
Permeabilidade intrínseca (k)	1.0×10^{-19} m ²
Porosidade (ϕ)	0.1
Propriedades mecânicas da rocha	Valor
Energia de fratura (G_f)	$98.0 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
Resistência à tração (f_t)	2.8 MPa
Módulo de Young (E)	32.0×10^3 MPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0.2

Para prescrever as condições de contorno de poropressão, primeiramente selecionou-se os nós pertencentes ao domínio da rocha que estavam o mais distante possível do nó em que seria imposto a condição de contorno de vazão. Com isso, no primeiro passo de tempo, soluciona-se a Eq. (5) considerando-se unicamente o termo estacionário, isto é, em outras palavras, desconsidera-se o termo de armazenamento. Assim, a pressão prescrita no contorno passa a ser a mesma em todo o domínio da rocha. Isso corresponde à imposição de um campo de poropressão inicial. A partir do segundo passo de tempo, o termo transiente passa a ser considerado.

Com o objetivo de verificar a pressão de ruptura (“*breakdown pressure*”) foram simuladas 3 situações com diferentes poropressões prescritas, as quais foram: $P_{c1} = 0.0$, $P_{c2} = 5.0$ MPa e $P_{c3} = 10.0$ MPa. A geometria e condições de contorno hidráulicas e mecânicas estão apresentadas na Fig. 3, onde a vazão prescrita no contorno é dada por Q .

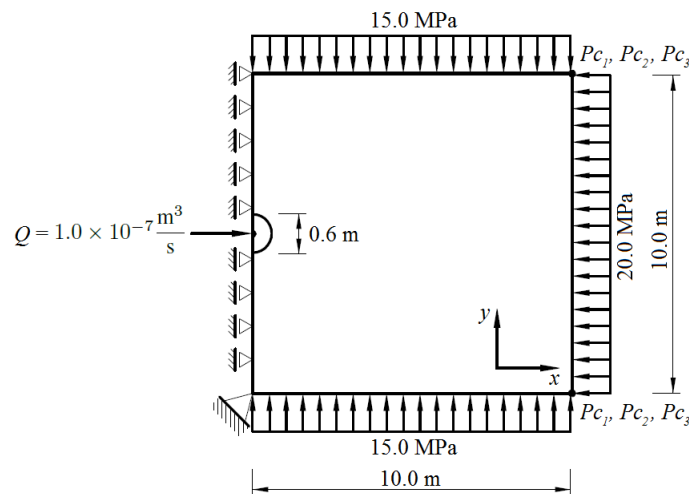


Figura 3: **Geometria e condições de contorno mecânicas e hidráulicas.**

A malha de elementos finitos utilizada está apresentada na Fig. 4. Os materiais de cores rosa e cinza são regiões não fragmentadas e representam a rocha e o poço, respectivamente. A faixa central de cor azul também representa a rocha, porém foi fragmentada e possui elementos de interface.

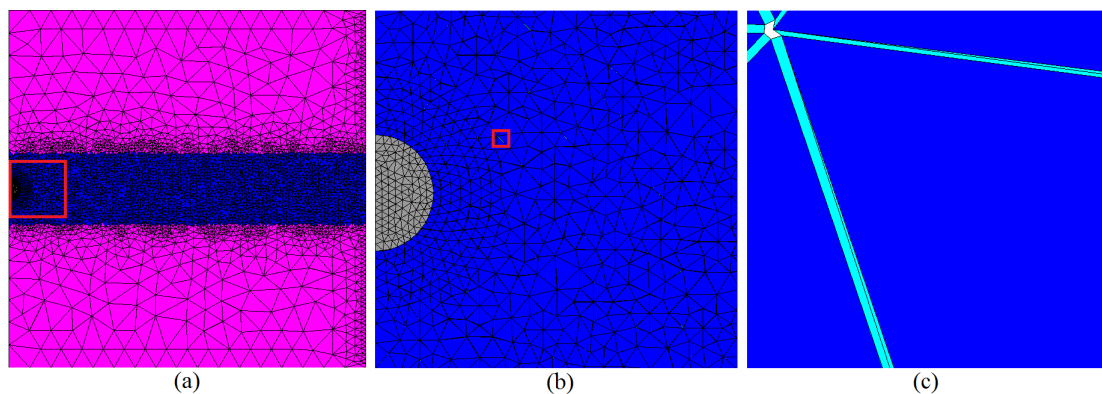


Figura 4: **Malha utilizada.** (a) A faixa em azul representa a região fragmentada e o quadrado em vermelho destaca as proximidades do poço. (b) O material cinza representa o poço e o quadrado em vermelho destaca um exemplo de local em que há elementos de interface. (c) Os elementos de interface estão representados em ciano.

Segundo Jaeger *et al.* (2007), a pressão de ruptura corresponde à pressão que causa o início da fratura. Uma vez alcançada a pressão de ruptura, a fratura se forma e se propaga no interior da formação. Em seguida o fluido de fraturamento penetra na fratura e provoca uma queda instantânea da pressão no poço. Assim, a pressão de ruptura é identificada durante uma operação de fraturamento como sendo o pico de pressão registrado (Jaeger *et al.*, 2007).

A pressão de ruptura possui expressão analítica e é dada por (Hubbert and Willis, 1957; Cornet, 1981; Schmitt and Zoback, 1989; Yew, 1997):

$$Pb = 3\sigma_h - \sigma_H + f_t - Pc \quad (23)$$

onde σ_h e σ_H são a menor e a maior tensões principais *in situ*, respectivamente, e Pc é a poropressão inicial do reservatório (no caso de rochas porosas e saturadas).

A curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido (Yew, 1997; White *et al.*, 2002; Fjaer *et al.*, 2008; Cleto, 2016) está apresentada na Fig. 5, onde Pb_1 , Pb_2 e Pb_3 correspondem às pressões de ruptura obtidas por meio da Eq. (23) para as três situações simuladas.

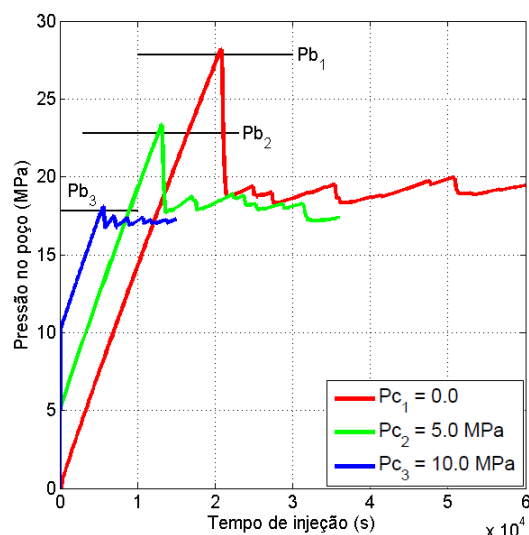


Figura 5: **Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido comparando as pressões de ruptura analíticas e numéricas considerando-se as três situações com poropressões distintas.**

A Tab. 2 apresenta os valores de pressão de ruptura determinados analiticamente e os determinados a partir das simulações efetuadas. As pressões de ruptura numéricas correspondem ao maior valor numérico de pressão de cada curva. Nota-se uma boa concordância entre os valores analíticos e numéricos para a pressão de ruptura, tendo em vista que o maior erro foi de 2.6%.

Além da pressão de ruptura, verificou-se a direção de propagação das fraturas. A Fig. 6 mostra o gradiente de pressão referente a cada situação ($Pc_1 = 0.0$, $Pc_2 = 5.0$ MPa e $Pc_3 = 10.0$ MPa), sendo que foram considerados três instantes de tempo diferentes para mostrar como se deu a propagação da fratura. Note que, no primeiro instante de tempo de cada situação, a pressão ao redor do poço está igualmente distribuída e seu valor numérico está muito próximo do necessário para romper a rocha. Note também que, independente da situação, a fratura se formou e se propagou perpendicularmente à menor tensão principal *in situ*, estando em acordo com a teoria proposta por Hubbert and Willis (1957).

Tabela 2: Pressões de ruptura para as três situações consideradas

Poropressão prescrita (MPa)	Pressão de ruptura		Erro (%)
	Analítica (MPa)	Numérica (MPa)	
$P_{c1} = 0.0$	$P_{b1} = 27.8$	28.2	1.4
$P_{c2} = 5.0$	$P_{b2} = 22.8$	23.4	2.6
$P_{c3} = 10.0$	$P_{b3} = 17.8$	18.1	1.7

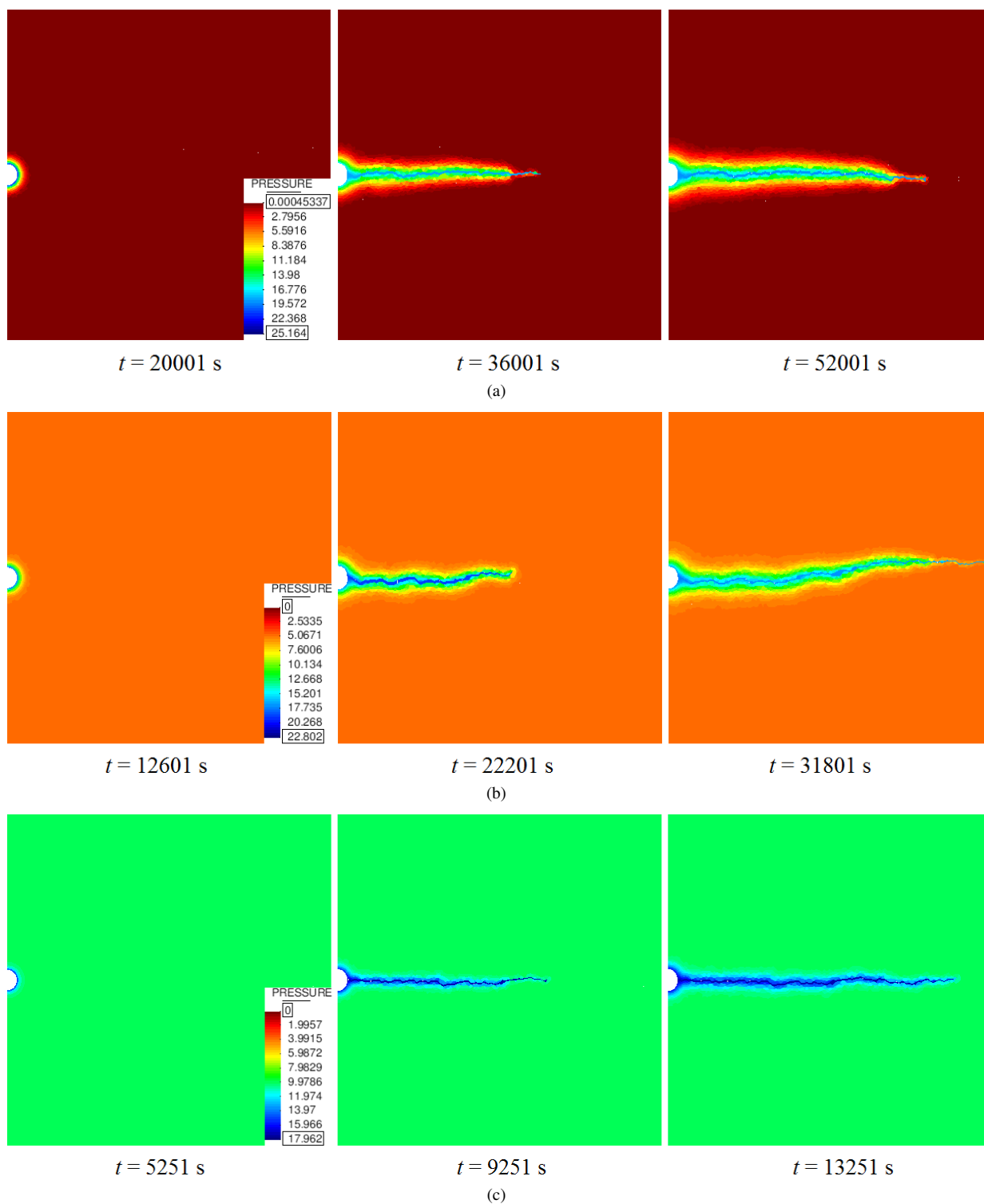


Figura 6: Gradiente de pressão mostrando a direção de propagação da fratura considerando as deformações ampliadas em 100 vezes referentes à situação (a) $P_{c1} = 0.0$, (b) $P_{c2} = 5.0$ MPa e (c) $P_{c3} = 10.0$ MPa.

7. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma nova ferramenta numérica capaz de descrever o processo de formação e propagação de fraturas geradas a partir da pressão de fluido em maciços rochosos de baixa permeabilidade por meio de uma formulação acoplada hidromecanicamente.

A técnica de fragmentação da malha utilizando elementos finitos de elevada razão de aspecto permitiu realizar um acoplamento hidromecânico sem grandes dificuldades, pois apenas os elementos de interface que representavam a fratura eram submetidos a variações em sua permeabilidade.

Foi possível verificar que quando o maciço rochoso está sujeito a estados anisotrópicos de tensões *in situ*, a formação e propagação da fratura ocorreram em direções preferenciais. Isso permite aplicar a técnica de fragmentação da malha apenas numa região de interesse, diminuindo assim a quantidade de elementos de interface inseridos na malha e, consequentemente, otimizando o tempo de processamento.

O modelo constitutivo de dano à tração mostrou-se adequado para descrever a formação das fraturas e introduziu um novo critério de dano, o qual se baseia na componente de tensão normal à base do elemento de interface. Além disso, por meio da componente de deformação normal à base do elemento de interface, a implementação do modelo de placas paralelas pôde ser realizada de modo simples e mostrou-se adequada para relacionar o salto de deslocamento no elemento com sua permeabilidade.

As curvas de pressão obtidas mostram-se de acordo com aquelas idealizadas teoricamente, conseguindo capturar características importantes para o sucesso do fraturamento hidráulico, tais como a pressão de ruptura. Isto mostra que a técnica proposta nesse trabalho possui condições para fornecer uma melhor compreensão do processo de fraturamento hidráulico, constituindo assim uma importante ferramenta para aperfeiçoamento deste processo.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio financeiro proporcionado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

9. REFERÊNCIAS

- Adachi, J., Siebrits, E., Peirce, A. and Desroches, J., 2007. "Computer simulation of hydraulic fractures". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 44, No. 5, pp. 739 – 757. ISSN 1365-1609. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrmms.2006.11.006. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160906001870>.
- Cleto, P.R., 2016. *Simulação de Fraturamento Hidráulico Usando Elementos Finitos de Elevada Razão de Aspecto com Acoplamento Hidromecânico*. Master's thesis, Universidade Estadual Paulista - Câmpus de Bauru.
- Cornet, F., 1981. "Interpretation of hydraulic injection tests for in-situ stress determination". In B. Haimson and M. Zoback, eds., *Hydraulic Fracturing Stress Measurements. Proceedings of a Workshop*. pp. 149–158.
- Fjaer, E., Holt, R.M., Horsrud, P., Raaen, A. and Risnes, R., 2008. *Petroleum related rock mechanics*, Vol. 53. Elsevier, 2nd edition.
- Gomes, I.F., 2009. *Implementação em Elementos Finitos das Equações de Pressão e Saturação para Simulação de Fluxo Bifásico em Reservatórios de Petróleo Deformáveis*. Ph.D. thesis, Universidade Federal de Pernambuco.
- Hamidi, F. and Mortazavi, A., 2014. "A new three dimensional approach to numerically model hydraulic fracturing process". *Journal of Petroleum Science and Engineering*.
- Hubbert, M. and Willis, D., 1957. "Mechanics of hydraulic fracturing". *Petroleum Transactions AIME*, Vol. 210, pp. 153–168.
- Jaeger, J.C., Cook, N.G. and Zimmerman, R., 2007. *Fundamentals of rock mechanics*. Blackwell Publishing, 4th edition.
- Jha, B., 2005. *A mixed finite element framework for modeling coupled fluid flow and reservoir geomechanics*. Ph.D. thesis, STANFORD UNIVERSITY.
- Li, L., Tang, C., Li, G., Wang, S., Liang, Z. and Zhang, Y., 2012. "Numerical simulation of 3d hydraulic fracturing based on an improved flow-stress-damage model and a parallel fem technique". *Rock mechanics and rock engineering*, Vol. 45, No. 5, pp. 801–818.
- Maedo, M.A., 2015. *Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando técnica de fragmentação da malha*. Master's thesis, Universidade Estadual Paulista - Câmpus de Bauru.
- Manzoli, O., Maedo, M., Rodrigues, E. and Bittencourt, T., 2014. "Modeling of multiple cracks in reinforced concrete members using solid finite elements with high aspect ratio". *Computational Modelling of Concrete Structures*, p. 383.
- Manzoli, O.L., Maedo, M.A., Jr., L.A.B. and Rodrigues, E.A., 2016. "On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials". *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 153, pp. 151 – 170. ISSN 0013-7944. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.12.026. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001379441500702X>.
- Morales, H.E.G., 2008. "Estudio de geometria fractal en roca fracturada y series de tiempo". Technical report, Universidad de Chile.
- Oliver, J., 1996. "Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1: Fundamentals". *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 39, No. 21, pp. 3575–3600.

- Oliver, J., Cervera, M. and Manzoli, O., 1999. "Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach". *International journal of plasticity*, Vol. 15, No. 3, pp. 319–351.
- Sánchez, M., Manzoli, O.L. and Guimarães, L.J., 2014. "Modeling 3-d desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique". *Computers and Geotechnics*, Vol. 62, pp. 27–39.
- Sarkar, S., Toksoz, M.N. and Burns, D.R., 2004. "Fluid flow modeling in fractures". Technical report, Massachusetts Institute of Technology. Earth Resources Laboratory.
- Schmitt, D. and Zoback, M., 1989. "Poroelastic effects in the determination of the maximum horizontal principal stress in hydraulic fracturing tests - a proposed breakdown equation employing a modified effective stress relation for tensile failure". In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Elsevier, Vol. 26, pp. 499–506.
- Snow, D.T., 1965. *A parallel plate model of fractured permeable media*. Ph.D. thesis, University of California.
- Terzaghi, K., 1943. *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley and Sons, Inc.
- Wang, S., Sun, L., Au, A., Yang, T. and Tang, C., 2009. "2d-numerical analysis of hydraulic fracturing in heterogeneous geo-materials". *Construction and Building Materials*, Vol. 23, No. 6, pp. 2196 – 2206. ISSN 0950-0618. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2008.12.004. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061808003541.
- White, A.J., Traugott, M.O. and Swarbrick, R.E., 2002. "The use of leak-off tests as means of predicting minimum in-situ stress". *Petroleum Geoscience*, Vol. 8, No. 2, pp. 189–193.
- Witherspoon, P., Wang, J., Iwai, K. and Gale, J., 1980. "Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture". *Water resources research*, Vol. 16, No. 6, pp. 1016–1024.
- Yew, C.H., 1997. *Mechanics of hydraulic fracturing*. Gulf Professional Publishing.

10. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

NUMERICAL SIMULATION OF HYDRAULIC FRACTURING IN FINITE ELEMENTS WITH HYDROMECHANICAL COUPLING USING THE MESH FRAGMENTATION TECHNIQUE

Pedro Rogério Cleto, pedro.constant@gmail.com¹

Oswaldo Luís Manzoli, omanzoli@feb.unesp.br¹

Leonardo José do Nascimento Guimarães, leonardo@ufpe.br²

Eduardo Alexandre Rodrigues, eduardoalex22@hotmail.com¹

¹São Paulo State University - UNESP - Bauru/SP, Av. Eng. Luiz Edmundo Coube, N°: 14-01, CEP: 17033-360

²Federal University of Pernambuco - UFPE - Recife/PE, Av. Prof. Moraes Rego, N°: 1235, CEP: 50670-901

Abstract: The hydraulic fracturing, in the context of the oil industry, is a technique used to increase the permeability of unconventional reservoirs, which are formed by porous rocks that trap hydrocarbons (such as oil and natural gas) in their pores, thus enabling their extraction and production. The technique consists in injecting a specific fluid at sufficiently high pressure in the well to fracture the rock around. The fractures created represent high permeability channels and, by these means, the hydrocarbons can then be extracted from the reservoir. This work presents a new numerical tool, based on the finite element method, which allows the study of the formation and propagation of fractures hydraulically generated. The fracture is represented by means of the mesh fragmentation technique, which inserts solid finite elements with a high aspect ratio (interface elements) between the elements of the original mesh. The nonlinear behavior of the interface elements is described by a constitutive tensile damage model that represents the process of degradation of the material until the formation of the fracture. The fluid behavior is described by means of the Darcy's Law. This work considered two types of hydromechanical coupling: (1) the influence of the pore pressure on the stress state and (2) the variation of the fracture's permeability with its aperture. Numerical simulations were performed to verify the necessary pressure to break the rock, or "breakdown pressure", and the direction of propagation of the fracture due to the state of tension in situ. The results showed that the fracture propagated perpendicularly to the minor principal stress, which is in agreement with the theory. The breakdown pressures obtained in the simulations showed good agreement with analytical results. The mesh fragmentation technique proved to be able to properly reproduce the hydraulic fracturing process.

Keywords: hydraulic fracturing, mesh fragmentation technique, finite elements with a high aspect ratio, hydromechanical coupling