



EQUAÇÃO DE PREVISÃO DA CARGA CRÍTICA PARA FLAMBAGEM LOCAL DE PERFIS DE SEÇÃO I E CASTELADOS SUBMETIDOS A FLEXÃO PURA

João J. V. Braga

Julia P. de Oliveira

Elisa D. Sotelino

Daniel C. T. Cardoso

joaovenel@gmail.com

ju_pithan@hotmail.com

sotelino@puc-rio.br

dctcardoso@puc-rio.br

Departamento de Engenharia Civil (Estruturas). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rua Marques de São Vicente, 225, Gávea, 22451-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo: Neste trabalho são apresentadas equações para previsão da carga crítica de vigas I e casteladas. Os códigos atuais são conservadores no dimensionamento de perfis I, pois não consideram adequadamente o acoplamento entre a mesa e alma na flambagem. Além disso, esse trabalho fornece uma equação alternativa à encontrada no Design Code 31 para previsão da carga crítica de vigas casteladas. Na literatura há métodos que consideram esse acoplamento entre mesa e alma. Contudo, esses métodos não são simples para serem usados em projetos, pois necessitam de conhecimentos de ferramentas computacionais específicas. A motivação desse trabalho, é, portanto, desenvolver uma equação simples e precisa que possa ser utilizada em projetos para perfis I esbeltos e castelados submetidos a flexão pura. Para realizar isso, o método de Rayleigh foi adotado onde foi obtida uma equação aproximada para a tensão crítica. Sendo a precisão dessa equação dependente da qualidade da forma flambada assumida. Nesse trabalho, essa equação da deflexão foi escolhida baseada em modelos numéricos usando o Abaqus e o GBTul.

Palavras Chaves: Viga castelada, Viga I, Flambagem local, Equação de projeto

1. INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento da indústria metalúrgica, as vigas casteladas se tornaram disponíveis para os engenheiros na construção civil. As vigas casteladas foram inicialmente usadas em 1910 (Aglan e Redwood, 1974). As primeiras equações para seu dimensionamento elástico e depois plástico foram de 1942 e 1970, respectivamente. Essas vigas são produzidas a partir do processo de corte da alma de uma viga laminada em forma de ziguezague, Figura 1. Uma das metades é deslocada lateralmente e soldada na outra metade. Este processo aumenta a altura da viga original. De acordo com (Zirakian e Showkati, 2006) as principais vantagens para a fabricação da viga castelada são as seguintes:

- Aumento da altura do perfil, resultado em um aumento do momento de inércia, e, consequentemente, na rigidez a flexão da seção.
- Diminuição do peso da estrutura
- Otimização do uso dos perfis disponíveis no mercado
- Não há necessidade de plate-girdes
- Passagem de tubulações de serviço através das aberturas na viga

Os sete tipos possíveis de falha associados com as vigas casteladas são os seguintes (Zirakian e Showkati, 2006)

- 1-Momento global de flexão
- 2-Flambagem lateral
- 3-Momento de Vierendeel
- 4-Ruptura da solda na alma
- 5-Flambagem entre as aberturas devido ao cisalhamento
- 6-Flambagem entre furos devido a compressão
- 7-Flambagem no “te” comprimido

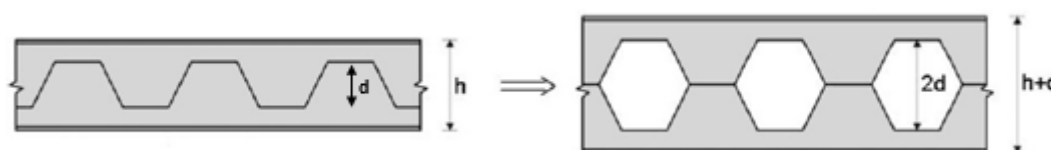


Figura 1 . Processo de fabricação da viga castelada

Os dois primeiros casos são similares aos respectivos modos de uma viga de alma cheia e podem ser analisados de maneira semelhante. Da mesma forma, os casos 5 e 6, também possuem uma boa correlação com os modos de flambagem de vigas de alma cheia. O modo 4 está relacionado a ruptura da solda devido ao cisalhamento. O modo 3 é específico para vigas casteladas e está relacionado com o cortante nos “tes”. O modo 7 também é específico para

vigas casteladas e está relacionado a flambagem lateral com torção do “te” comprimido. Explicações detalhadas para cada um dos modos podem ser encontradas em (Kerdal e Nethercot, 1984).

Esse trabalho foi limitado ao estudo do sétimo caso, flambagem do “te” comprimido. Caso os deslocamentos fora do plano estejam travados, o “te” comprimido irá apresentar somente flambagem local. A flambagem local é definida quando a seção transversal é distorcida em seu próprio plano, mas não transladada ou rotacionada (Stowell e Lundquist, 1939).

No Código para vigas casteladas (Design Guide 31, 2016) são fornecidas equações que governam esse comportamento, porém estas se mostraram demasiadamente conservadoras para a flambagem local alma, (de Oliveira, 2017).

Este trabalho, portanto, busca desenvolver equações mais precisas para esse modo de flambagem local.

Assim como nas vigas casteladas, esse trabalho também se propõe a desenvolver equações que governem a flambagem local de vigas I. Do mesmo modo que as vigas casteladas, a equação brasileira que governa a flambagem local também é demasiadamente conservadora.

2. COMPARAÇÃO EQUAÇÕES DE PROJETO DE FLAMBAGEM LOCAL DE VIGAS I COM O GBTUL

A norma brasileira (NBR8800, 2008) considera as equações Eq. (1) e Eq. (2) para a flambagem local da mesa comprimida de perfis I. Sendo a Eq. (1) para vigas de alma não esbelta e a Eq. (2) para alma esbelta.

$$M_{cr} = \frac{0.9Ek_c W_c}{\lambda^2} \quad (1)$$

$$M_{cr} = \frac{0.9k_{pg} Ek_c W_c}{\lambda^2} \quad (2)$$

Sendo, (E) o módulo de elasticidade, (k_c) o coeficiente de redução de flambagem de mesa para alma não esbelta, (W_c) o módulo de resistência elástico da seção, (λ) o índice de esbeltez da mesa e (k_{pg}) o coeficiente de redução de flambagem de mesa para alma esbelta.

O momento crítico obtido pela norma foi comparado com a equação teórica de flambagem de mesa, Eq. (3), e com o GBTul, Figura 2. Observou-se que as equações presentes na norma são demasiadamente conservadoras, pois apresentam momentos críticos inferiores aos obtidos a partir da equação teórica de flambagem de mesa. Sendo que esta não considera a influência da alma restringindo a deformação da mesa. A Figura 2 também compara os valores da tensão crítica obtidos pela norma com os valores obtidos usando a teoria generalizada de vigas (GBT). O programa GBTul (Bebiano, et al., 2008), em que a formulação GBT foi implementada, tem

seu uso tem sido usada com sucesso por diversos pesquisadores e é adotada nesse trabalho. Esse programa em sua formulação considera esse acoplamento entre mesa e alma. Observa-se na Figura 2 que os resultados do GBTul são superiores aos resultados obtidos pelas equações das normas, mostrando que há espaço para o desenvolvimento de novas equações que considerem mais precisamente essa interação.

$$M_{cr} = G \frac{b_f}{2t_f} W_c \quad (3)$$

Sendo, (G) o módulo de elasticidade transversal, (b_f) a largura da mesa, (W_c) o módulo de resistência elástico da seção e (t_f) a espessura da mesa.

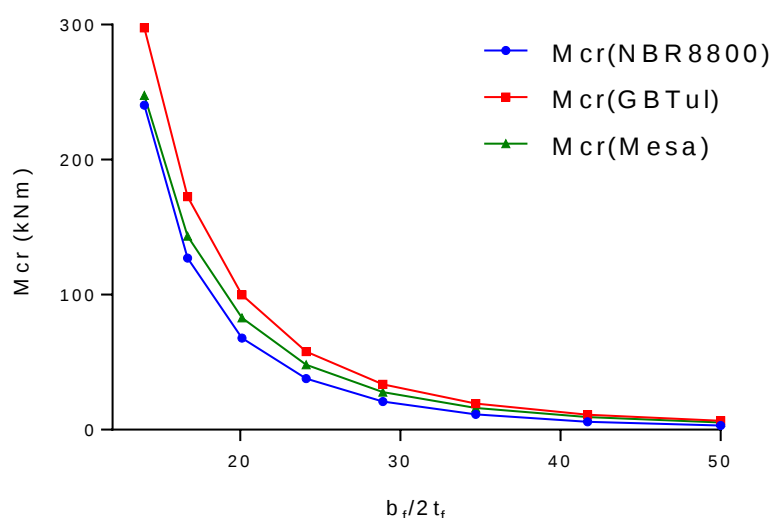


Figura 2 . Comparação Norma brasileira de viga metálica (NBR8800, 2008) e equação teórica de flambagem de mesa e GBTul

3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS, CARREGAMENTO E DIMENSÕES

Foram adotados os seguintes parâmetros para as dimensões das vigas I e casteladas, conforme mostra a Figura 3. Deve-se salientar que t_f possui valor desprezível em relação a b_w , podendo, portanto, afirmar que a altura total da viga é igual a b_w .

Para o perfil castelado são utilizados os mesmos parâmetros para definição da seção I, porém b_w foi considerado como a altura do “te”. Além disso, foram acrescentadas as seguintes notações para as dimensões do furo; parâmetros L e H_{hole} . Deve-se salientar que a altura do furo foi mantida constante com relação $H/H_{hole} = 2$.

As vigas analisadas foram consideradas de aço com comportamento linear elástico, com módulo de elasticidade, E , de 200GPa e Poisson de 0.3. Também foi considerado que as vigas estão submetidas aos esforços de flexão pura, Figura 3.

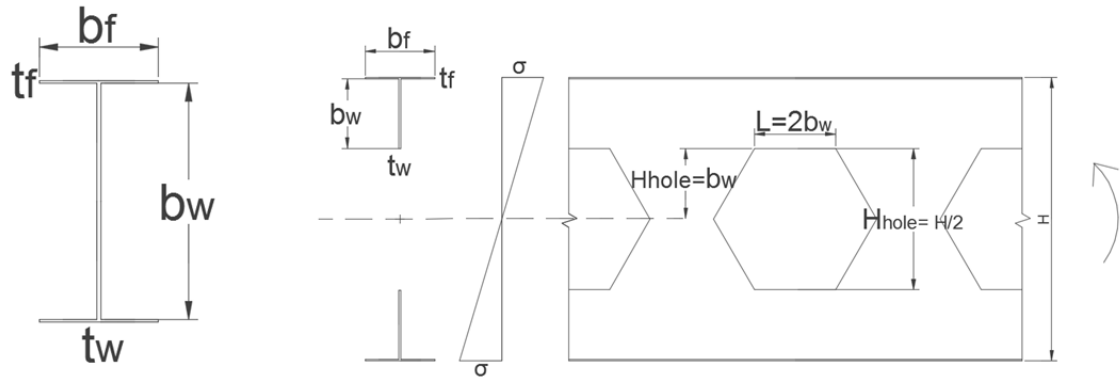


Figura 3 . Parâmetros indicativos das vigas I e casteladas submetidas ao carregamento de flexão pura

4. EQUAÇÃO PROPOSTA SEÇÃO I

Nesse trabalho, o método aproximado de Rayleigh foi utilizado para determinar a tensão crítica de flambagem, (σ_{cr}), local das seções I e casteladas. Nesse método, a energia de deformação em momento, U , e o trabalho produzido, W , são calculados por uma deflexão aproximada. Então, a carga crítica pode ser obtida pela condição de equilíbrio, conforme Eq. (4).

$$\sigma_{cr} = \frac{U}{W} \quad (4)$$

Este método exige uma deflexão cinematicamente admissível, além disso, a deflexão e sua primeira derivada devem ser contínuas. Embora simples, a precisão dos resultados desse método é dependente da qualidade da função escolhida para a forma flambada. Isto é, a tensão crítica vai ser mais próxima do valor exato quanto mais próxima a função escolhida for da deflexão verdadeira da seção transversal. Portanto, o desafio desse método recai em escolher a função que leva a ambos, uma equação simples e resultados precisos.

A hipótese assumida para escolha dessa função para a alma era que a rotação em $y=0$ fosse θ e que em $y=b_w$ fosse zero, Figura 4. A função polinomial mais simples que consegue representar esse comportamento é a função cúbica, Eq. (5). A interação da alma com a mesa foi considerada a partir da compatibilização das rotações entre essas placas, isto é, as placas

continuam apresentando ângulo de 90 graus mesmo depois da flambagem. Portanto, a equação utilizada para representar a mesa foi uma equação linear com inclinação θ , Eq. (6). Os eixos x e y utilizados são os locais, conforme mostrados na Figura 4. Na direção x , foi utilizada a função senoidal para representar a formação da meia onda, Eq. (5) e (6), sendo o comprimento da meia onda igual C .

$$w_w = \text{sen}\left(\frac{\pi x}{C}\right)\left(\frac{y^3}{b_w^2} - \frac{2y^2}{b_w} + y\right)\theta \quad (5)$$

$$w_f = \text{sen}\left(\frac{\pi x}{C}\right)y\theta \quad (6)$$

Sendo, w_w e w_f os campos de deslocamentos da alma e da mesa.

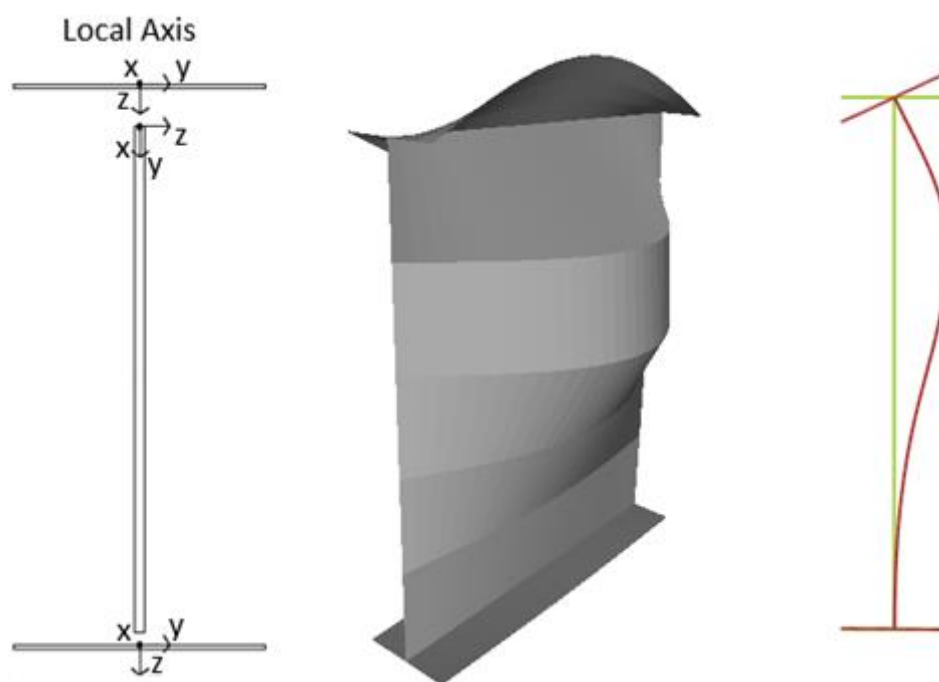


Figura 4 . Modo de flambagem da viga I

A equação de energia de deformação, Eq. (7).

$$U = \frac{D}{2} \int_0^L \int_0^{b_i} \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right) dy dx \quad (7)$$

Onde U é a energia de deformação devido a flexão de placas; (D) é a rigidez de placa a flexão, (ν) é o coeficiente de Poisson e (w) os campos de deslocamento. A energia de deformação pode ser obtida somando-se as energias de deformação da mesa comprimida e da alma.

O trabalho produzido para cada placa pode ser computado de acordo com a Eq. (8)

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{b_i} N \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dy dx \quad (8)$$

Sendo, b_i é a largura para cada segmento de placa e N o esforço axial

Resolvendo o problema mostrado pela Eq. (4), a tensão crítica devido a flambagem local é obtida. Depois de algumas manipulações algébricas, ela pode ser escrita conforme Eq. (9).

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D_w}{b_w^2 t_w} \frac{8\sqrt{106} \sqrt{(35\eta^3 \xi^3 + 4)} + 840 \xi^3 \eta (1-\nu) + 112}{\pi^2 (35\eta^3 \xi + 1)} \quad (9)$$

Sendo, D_w a rigidez referente a alma do perfil I

No qual $\frac{\pi^2 D_w}{b_w^2 t_w}$ é uma constante, e a parcela restante é chamada de k , sendo esta uma expressão adimensional que descreve a variação da tensão crítica em função de ξ e η , sendo estes iguais a t_f/t_w e b_f/b_w , respectivamente.

A equação proposta foi comparada para relações comerciais de t_f/t_w e b_f/b_w , sendo essas relações retiradas do catálogo de perfis estruturais Gerdau. Os resultados obtidos para o GBTul e para a equação propostas são mostrados na Figura 5.

Conclusões importante podem ser obtidas a partir da Figura 5. Para $t_f/t_w=1.0$ os resultados foram muito bons, com tensão crítica menores que 7,3%. Para, $t_f/t_w = 1.6$ e $t_f/t_w = 1.8$, enquanto que os resultados para a tensão crítica foram muito bons para b_f/b_w maiores que 0.4 e 0.42, para valores menores de b_f/b_w os resultados começam a divergir do esperado. Para, $t_f/t_w = 1.6$ e $t_f/t_w = 1.8$, as maiores diferenças percentuais entre a tensão crítica da equação proposta e do GBTul foi de 28.1 e 44 %, ambos para $b_f/b_w=0.3$.

Foi utilizado um fator de correção na equação proposta no trecho onde ela diverge do GBTul. A equação com o fator de correção adotada para a seção I é mostrada na Eq. (10), e a comparação dessa equação com o GBTul, para a faixa de projeto, na Figura 6.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D_w}{b_w^2 t_w} \frac{8\sqrt{106} \sqrt{(35\eta^3 \xi^3 + 4)} + 840\xi^3 \eta(1-\nu) + 112}{\pi^2 (35\eta^3 \xi + 1)} (1 - 11e^{(5\xi - 21)\eta}) \quad (10)$$

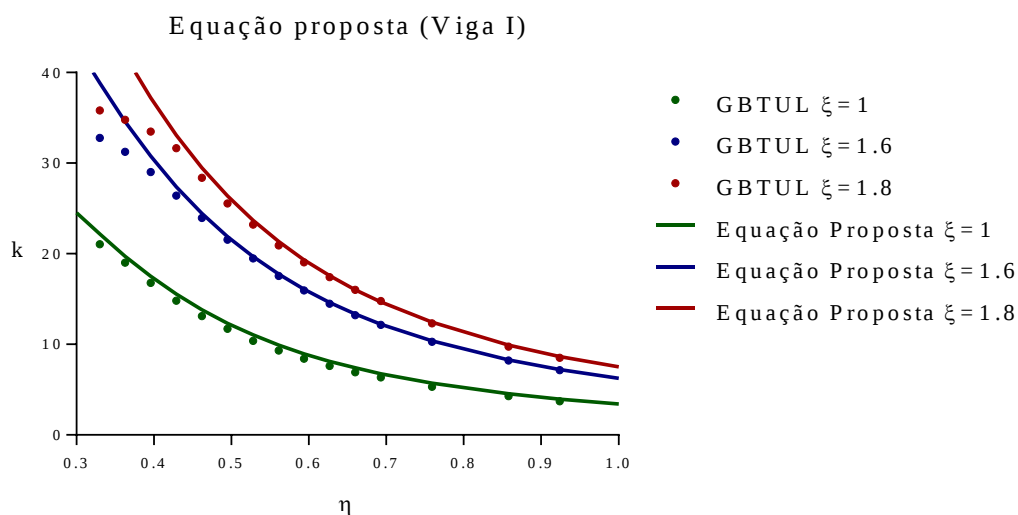


Figura 5 - Comparação da equação proposta com GBTul, para a Viga I

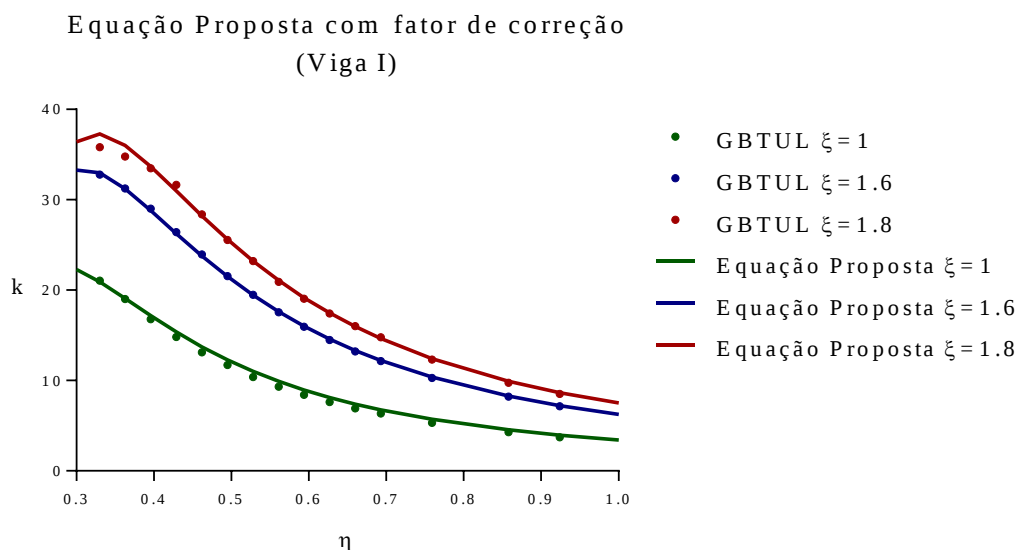


Figura 6 . Comparação da equação proposta com fator de correção com o GBTul, para a viga castelada

5. EQUAÇÃO PROPOSTA VIGA CASTELADA

A segunda parte desse trabalho tem por objetivo determinar uma equação de previsão da tensão crítica devido a flambagem local de vigas casteladas, assim como foi feito para a viga I.

Diferentemente da seção I onde se sabia como seria a função de deflexão, para a viga castelada foi desenvolvido um modelo em elementos finitos para determinar a forma dessa deflexão.

Esse modelo foi feito na Abaqus, onde foram utilizados elementos de casca quadrangulares e triangulares com interpolação quadrática, integração reduzida e com 5 graus de liberdade por nó (*S8R5* e *STR165*). A discretização da malha foi adotada, de modo que, na região do furo a malha fosse bem refinada, pois essa era a área de interesse, longe do furo foi adotada uma malha menos refinada, com relação de aspecto de 8:1, conforme descrito em (Moen, 2009)

A viga foi considerada bi apoiada, com os apoios localizados na metade da altura da alma, Figura 7. O grande desafio da modelagem, foi representar a flexão pura. Para tanto, foi aplicado um momento unitário nos mesmo nós dos apoios. Para evitar a distorção da seção transversal, foi aplicado restrições nessas seções (Constraints) para que elas não distorcessem, ou seja, apresentassem o mesmo giro. A última condição de contorno foi o impedimento do deslocamento para fora do plano (direção x) na junção entre a mesa e alma.

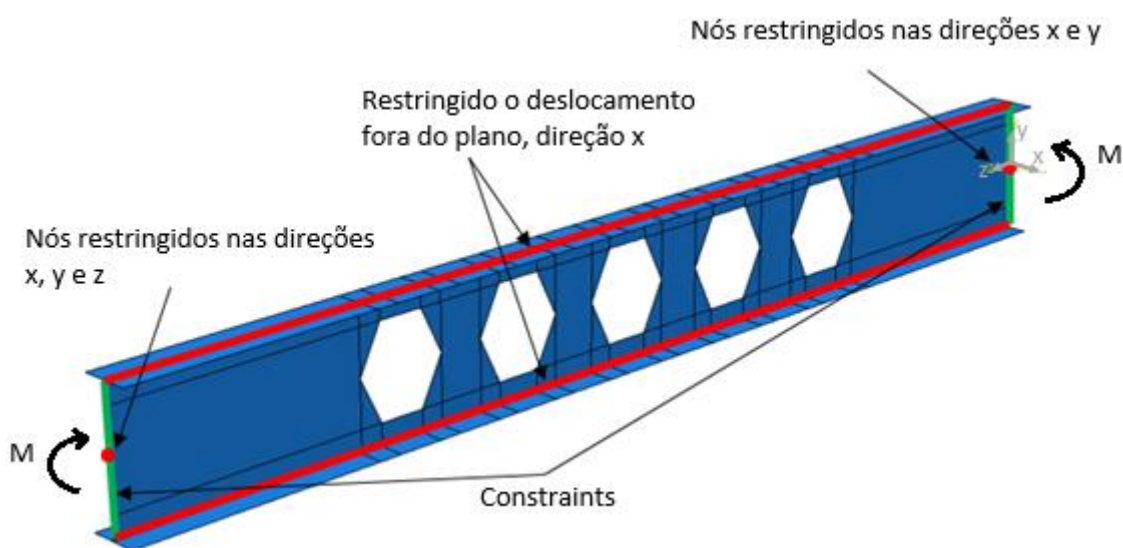


Figura 7 . Condições de contorno e carregamento viga castelada

Importantes conclusões podem ser tiradas da modelagem. Enquanto que o “te” comprimido apresentou uma grande deflexão, o “te” tracionada permaneceu indeformado, Figura 8. Essa

observação permitiu utilizar a deflexão do “te” superior para a derivação da equação de deflexão, e, omitir a deflexão do “te” inferior.

A fim de comprovar essa suposição, foi comparada a tensão crítica de um perfil “te”, submetido a flexo-compressão, com a tensão crítica de vigas casteladas, submetidas a flexão pura. Essa comparação mostrou que essa suposição é válida com pequenas diferenças na tensão, de até 6%, Figura 9.

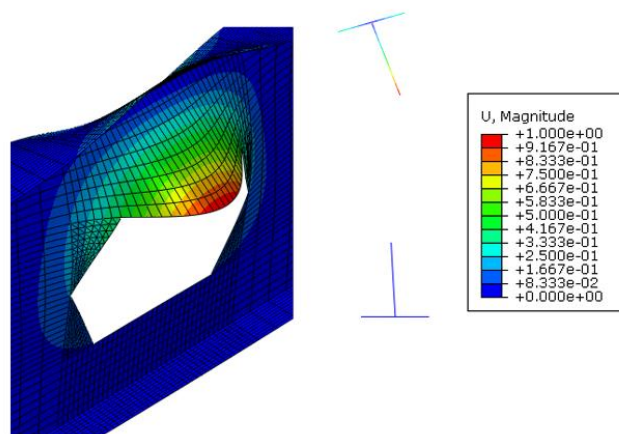


Figura 8 . Forma flambada do da viga castelada, com grande deflexão no “te” superior

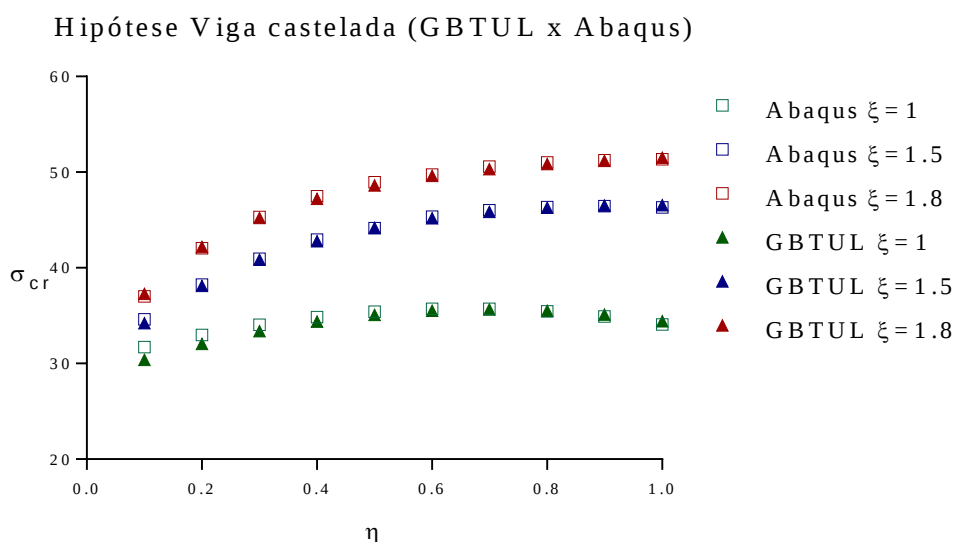


Figura 9 . Comparação da tensão crítica de um perfil “te”, submetido a flexo-compressão (GBTul), e vigas casteladas (Abaqus)

Com base nessa simplificação, o desenvolvimento da equação proposta para a viga castelada seguiu a mesma metodologia da utilizada para a viga I.

A equação da alma e da mesa na direção y foram assumidas como uma função linear com rotação θ , Eq. (11) e (12), respectivamente. Novamente foi considerada a compatibilização de rotação entre esses elementos. Na direção x foi considerada a função senoidal para representar a meia onda da forma flambada, sendo seu comprimento igual a C . A Figura 10 mostra a forma de deformação do “te” submetido a flexo-compressão e os seus eixos locais.

$$w_w = \text{sen}\left(\frac{\pi x}{C}\right)y\theta \quad (11)$$

$$w_f = \text{sen}\left(\frac{\pi x}{C}\right)y\theta \quad (12)$$

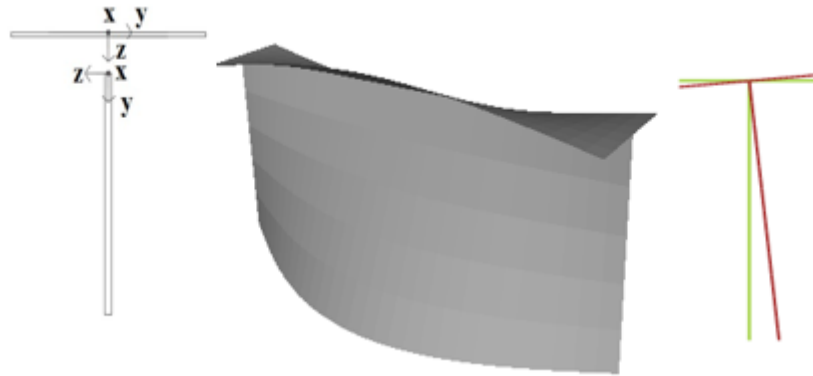


Figura 10 . Modo de flambagem do “te” superior da viga castelada

O comprimento crítico assumido foi igual ao comprimento do furo, (L). Resolvendo a equação Eq. (4), foi obtida a tensão crítica da viga castelada. Depois de algumas manipulações algébricas ela pode ser reescrita como Eq. (13).

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D_w}{b_w^2 t_w} \left[\frac{(96(-\nu - \eta \xi^3(\nu - 1)) + \pi^2 \eta^3 \xi^3 + 135)}{4\pi^2 \left(\eta^3 \xi + \frac{5}{2} \right)} \right] \quad (13)$$

Sendo, D_w a rigidez referente a alma do “te” do perfil castelado

A equação proposta foi comparada com os valores obtidos pelo GBTul e pelo Abaqus para a faixa comercial, Figura 11. Conclusões importantes podem ser obtidas. Para $t_f/t_w=1, 1.5$ e 1.8 a maior diferença percentual da tensão crítica da equação proposta e do GBTul foi de 3%, 35% e 73%, respectivamente.

Novamente, foi utilizado um fator de correção para corrigir a equação proposta no trecho onde ela diverge do GBTul. A equação com o fator de correção (FC) adotada para a viga castelada é mostrada na Eq. (14), e a comparação dessa equação com o GBTul, para a faixa de projeto, na Figura 12.

$$FC = (0.8207\xi - 0.722)\eta^2 + (-1.3467\xi + 1.1987)\eta + 0.0751\xi + 0.9461 \quad (14)$$

Sendo, (ξ) igual a relação t_f/t_w e (η) igual a relação b_f/b_w

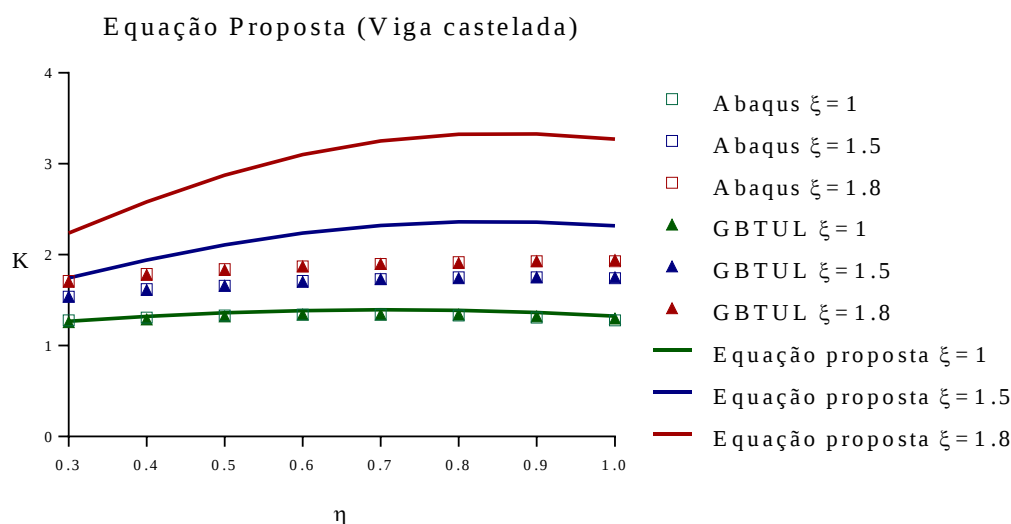


Figura 11 . Comparação da equação proposta para vigas casteladas com o GBTul

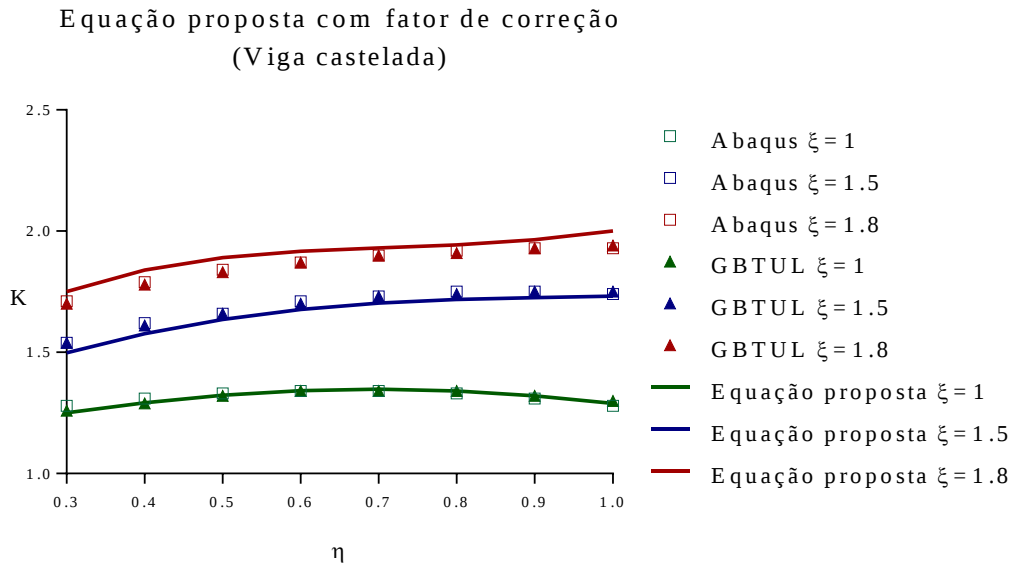


Figura 12 . Comparação da equação proposta com fator de correção para vigas casteladas com o GBTul

6. CONCLUSÕES

Nesse trabalho, foi proposto uma equação simples e precisa para a previsão da tensão crítica de viga I e castelada, devido a flambagem local submetidas a flexão pura. O método de Rayleigh foi utilizado para determinar as equações baseado em diferentes equações de deflexão e os resultados quando comparados como GBTul foram precisos, menores que 10%.

As equações propostas levaram em consideração a interação entre mesa e alma na flambagem. O que não é levado em conta na norma atual.

Finalmente, é importante observar que a aplicação do método de Rayleigh é bastante intuitiva e compreensiva, e, leva a resultados muito bons caso seja escolhida uma função de deflexão adequada.

AGRADECIMENTOS

Os autores desse trabalho agradecem o apoio financeiro concedido pela Capes e CNPQ

REFERÊNCIAS

- Aglan, A. A. e Redwood, R. G., 1974. Web buckling in castellated beams. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2: Research and Theory*, vol. 57, pp. 307-320.
- Bebiano, R., Pina, P., Silvestre, N. e Camotim, D., 2008. GBTUL–buckling and vibration analysis of thin-walled members.
- de Oliveira, J. P., 2017. Design equation for local buckling of castellated beams subjected to pure bending. Dissertação de mestrado, *PUC-Rio/Rio de Janeiro*.
- Design Guide 31, 2016. Castellated and Cellular Beam Design. *American Institute of Steel Construction*.
- Kerdal, D. e Nethercot, D. A., 1984. Failure modes for castellated beams. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 4, n. 4, pp. 295-315.
- Moen, C. D. S., B.W., 2009. Elastic buckling of thin plates with holes in compression or bending. *Thin-Walled Structures*, vol. 47, pp. 1597-1607.
- NBR8800, 2008. Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*.
- Stowell, E. Z. e Lundquist, E. E., 1939. Local Instability of Columns with I, Z, Channel and Rectangular-Tube Section. *Technical notes - National advisory committee for aeronautics*, vol. 743.
- Zirakian, T. e Showkati, H., 2006. Distorcional Buckling of castellated beams. *Jornal of Constructural Steel Research*, vol. 62, pp. 863-871.