



MODELO DE FLUÊNCIA BÁSICA DO CONCRETO COMO FUNÇÃO DA HIDRATAÇÃO PARA IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

Vitor S. Colimodio

colimodio@poli.ufrj.br

Escritório Técnico da Universidade, Universidade Federal do Rio de Janeiro

Eduardo M. R. Fairbairn

eduardo@coc.ufrj.br

Programa de Engenharia Civil/COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, Programa de Engenharia Civil. Centro de Tecnologia – Bloco B – Sala 100. Cidade Universitária, Rio de Janeiro, RJ. CEP 21945-970. Caixa Postal 68506. Brasil.

Resumo. Assim como a relaxação e a retração, a fluência é um fenômeno diferido que pode ocorrer no concreto. A estimativa da fluência básica, que ocorre sem troca de umidade do concreto com o meio externo, é muito importante, por exemplo, para evitar a fissuração nas primeiras idades em estruturas de concreto massa, cujo comportamento é simulado através de modelos computacionais termo-químico-mecânicos. Existem diversos modelos para representar e prever a fluência básica do concreto. Os modelos mais completos, porém, são geralmente de difícil compreensão e seus parâmetros são de complicada obtenção. Este trabalho propõe um modelo para cálculo das deformações de fluência básica do concreto, baseado em cadeias de Kelvin-Voigt, com parâmetros facilmente ajustáveis e considerando os efeitos da hidratação. Com este modelo, ajustando os devidos parâmetros, conseguiu-se reproduzir resultados experimentais satisfatoriamente.

Palavras-chave: Concreto, Fluência básica, Hidratação, Implementação numérica.

1. INTRODUÇÃO

O concreto é um material que se deforma ao longo do tempo, existindo, convencionalmente, dois grandes tipos de deformações diferidas: retração e fluência. (Hilaire, 2014). No concreto restringido nas primeiras idades, a retração e as deformações térmicas induzem surgimento de tensões de tração, enquanto a fluência, através de um mecanismo de relaxação, alivia parte das tensões induzidas (Colimodio, 2016).

A simulação do comportamento do concreto, especialmente de suas deformações e de sua sensibilidade à fissuração, tornou-se um importante campo na análise estrutural (Atrushi, 2003). Para que haja sucesso no controle da fissuração do concreto nas primeiras idades, é necessária uma estimativa da fluência básica (Jiang et al., 2014).

Na literatura, podem ser encontrados diversos modelos para cálculo da fluência do concreto. Como exemplo, cita-se os modelos de Bazant & Prasannan (1989a, 1989b), Sercombe et al. (2000), Briffaut et al. (2011, 2012), Hilaire et al. (2014), além de modelos normativos, como o do Eurocódigo 2 (IPQ NP 1992-1-1, 2010) e da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014). Os modelos mais completos, porém, são bastante complexos, com parâmetros de complicada obtenção e premissas de difícil compreensão.

Este trabalho propõe um modelo simples para a fluência básica do concreto, baseado em unidades de Kelvin-Voigt, com parâmetros que podem ser obtidos sem maiores dificuldades, mas um modelo que possibilite reproduzir satisfatoriamente resultados experimentais existentes e permita a previsão das deformações de fluência básica em diferentes históricos de evolução da hidratação, compreendendo as premissas embutidas e as limitações existentes.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Modelagem da fluência do concreto através de unidades de Kelvin-Voigt

O comportamento geral de fluência do concreto pode ser descrito pelo Modelo de Kelvin, constituído pela associação em série de n unidades de Kelvin-Voigt (Bazant & Prasannan, 1989b). Uma unidade de Kelvin-Voigt consiste na associação em paralelo entre uma mola e um amortecedor (Atrushi, 2003). Uma mola helicoidal ideal (perfeitamente linear e sem massa) representa o comportamento elástico descrito pela Lei de Hooke, enquanto um amortecedor é um elemento viscoso ideal que se deforma a uma taxa proporcional à tensão aplicada (Creus, 1986). A Fig. 1 ilustra um modelo de Kelvin-Voigt.

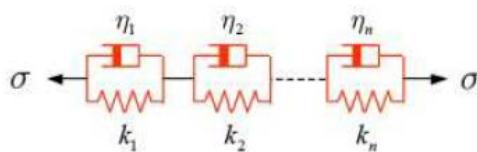


Figura 1 – Associação em série de n unidades de Kelvin-Voigt (Reviron, 2009).

A solução matemática do Modelo de Kelvin é conhecida como Série de Dirichlet, cujo número de termos, n , é igual ao número de unidades de Kelvin-Voigt, sendo expressa como (Delsaute et al., 2012):

$$J_{kv}(t, t') = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i(t')} [1 - e^{-(t-t')/\tau_i}] \quad (1)$$

Na Eq. (1), $J_{kv}(t, t')$ é a deformação de fluência em um instante de tempo t decorrente da aplicação de um carregamento unitário no instante de tempo t' , $k_i(t')$ é a rigidez da mola da unidade i de Kelvin-Voigt no instante de tempo t' e τ_i é o tempo de retardo ou tempo característico associado à unidade i de Kelvin-Voigt. A deformação total no instante de tempo t decorrente da aplicação de um carregamento unitário no instante de tempo t' é dada na Eq. (2), onde $E(t')$ é o módulo de elasticidade do material no instante de tempo t' .

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + J_{kv}(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i(t')} [1 - e^{-(t-t')/\tau_i}] \quad (2)$$

A solução matemática do Modelo de Kelvin através da Série de Dirichlet é obtida considerando como constante a razão entre a viscosidade do amortecedor, η_i , e a rigidez da mola, k_i , de cada unidade i de Kelvin-Voigt. A constante em questão é conhecida como tempo característico, ou de retardo, τ_i , associado à unidade:

$$\tau_i = \frac{\eta_i}{k_i} \quad (3)$$

Os tempos característicos ou de retardo não devem ser um conjunto de parâmetros das leis de evolução das deformações de fluência, isto para evitar a possibilidade de se cair em um problema mal condicionado (Bazant & Prasannan, 1989b). Sugere-se que a razão entre os tempos característicos de duas unidades consecutivas seja igual a 10 (Gaiofatto, 1995).

2.2 Evolução da hidratação

Evolução do grau de liberação de calor.

O grau de liberação de calor é definido como (Azenha, 2009):

$$\xi_T = \frac{\text{quantidade de calor gerado no tempo } t}{\text{quantidade de calor gerado no tempo } t \rightarrow \infty} \quad (4)$$

O acoplamento termoquímico durante a hidratação pode ser considerado em função do grau de liberação de calor através da seguinte forma (Fairbairn et al., 2017):

$$c\gamma\dot{T} = Q_\xi\dot{\xi}_T + k\nabla^2 T \quad (5)$$

Na Eq. (5), c é o calor específico, γ é a massa específica e k é a condutividade do concreto e T é a temperatura. O termo $Q_\xi\dot{\xi}_T$ representa o calor gerado pelo processo exotérmico da reação de hidratação, sendo Q_ξ uma constante do material.

Ulm & Coussy (1995, 1996) consideraram o concreto como um meio poroso quimicamente reativo, no qual há uma fase fluida constituída de água livre e um esqueleto

constituído de cimento não hidratado e hidratos, sendo que a massa de água livre diminui enquanto a massa do esqueleto aumenta durante a hidratação. Sob estas premissas, eles propuseram a seguinte equação de evolução da massa do esqueleto, baseada na lei de Arrhenius (Ulm & Coussy, 1995, 1996):

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{\eta(m)} A(m) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (6)$$

Na Eq. (6), dm/dt indica a variação de massa do esqueleto em relação ao tempo, correspondendo à cinética da hidratação, e $\eta(m)$ corresponde a alguma medida de viscosidade que aumenta com a evolução da hidratação, sendo por isto considerada função de m . $A(m)$ é a afinidade química, que indica a propensão que os reagentes têm para combinarem-se quimicamente e que, como deve variar ao longo da hidratação, também é considerada função de m . T é a temperatura em Kelvin, R é a constante universal dos gases e E_a é a energia de ativação, considerada constante ao longo do tempo. (Carvalho, 2002; De Faria, 2004)

A partir da Eq. (6), Fairbairn et al. (2017) propõem que a equação relativa à cinética da hidratação seja reescrita, em função do grau de liberação de calor:

$$\dot{\xi}_T = \tilde{A}(\xi_T) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (7)$$

Na Eq. (7), $\tilde{A}(\xi_T)$ é a afinidade normalizada em função do grau de liberação de calor, sendo esta a propriedade do concreto considerada independente da temperatura, enquanto o termo $\exp(-E_a/RT)$ é considerado o responsável pela termoativação (Carvalho, 2002). O valor de E_a/RT é normalmente considerado igual a 4000 K (De Faria, 2004).

A função $\tilde{A}(\xi_T)$ pode ser determinada a partir de uma curva de elevação adiabática da temperatura de um concreto. Considerando $\xi_T(t \rightarrow \infty) = 1$ e temperatura espacialmente uniforme, o grau de liberação de calor ξ_T no instante de tempo t , para o respectivo histórico de temperatura (ensaio de elevação adiabática da temperatura), é calculado como (Fairbairn et al., 2017):

$$\xi_T(t) = \frac{T^{ad}(t) - T_0^{ad}}{T_\infty^{ad} - T_0^{ad}} \quad (8)$$

Na Eq. (8), $T^{ad}(t)$ é a temperatura no instante de tempo t durante o ensaio de elevação adiabática da temperatura, T_0^{ad} é a temperatura no início do ensaio e T_∞^{ad} é a temperatura no final do ensaio. Desta forma, os valores de $\tilde{A}(\xi_T)$ podem ser determinados a partir da equação que segue.

$$\tilde{A}(\xi_T) = \dot{\xi}_T \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) \quad (9)$$

Conhecida a evolução da afinidade normalizada em função do grau de liberação de calor, pode-se calcular a evolução do grau de liberação de calor em relação ao tempo para qualquer histórico de temperatura (Colimodio, 2016).

Elevação adiabática da temperatura através da função Hill.

Uma curva de elevação adiabática da temperatura do concreto pode ser descrita satisfatoriamente pela função a seguir, denominada Função Hill (De Faria, 2004):

$$\Delta T^{ad}(t) = \Delta T_{\max}^{ad} \times \frac{t^n}{k^n + t^n} \quad (10)$$

Na Função Hill, t é a idade do concreto em dias, $\Delta T_{\max}^{ad}$ é a máxima variação de temperatura do concreto observada durante o ensaio de elevação adiabática (em °C), k é uma grandeza adimensional que representa o atraso devido ao calor latente, n é um coeficiente adimensional de aceleração para o período assintótico e $\Delta T^{ad}(t)$ é a variação de temperatura (em °C) sob condições adiabáticas em função da idade do concreto t .

Os parâmetros $\Delta T_{\max}^{ad}$, k e n , ajustados para descrever a elevação da temperatura adiabática do concreto, são intrínsecos à sua dosagem e à temperatura inicial do ensaio (Fairbairn et al., 2017).

A temperatura no instante de tempo t é dada por (Fairbairn et al., 2017):

$$T^{ad}(t) = T_0^{ad} + \Delta T^{ad}(t) \quad (11)$$

Grau de hidratação a partir do grau de liberação de calor.

A fim de calcular o grau de hidratação, ξ , a partir do grau de liberação de calor, ξ_T , foi utilizada a expressão proposta por Colimodio (2016):

$$\frac{\xi}{\xi_T} = 1,0618\xi_T^2 - 1,0580\xi_T + 0,9994 \leq 1 \quad (12)$$

3. DADOS DE ENTRADA

Os resultados experimentais considerados neste trabalho foram apresentados por Andrade (1997). Estes resultados dizem respeito a 2 (dois) diferentes concretos massa, identificados na Tabela 1, e foram obtidos em ensaios realizados no Laboratório de Concreto do Centro Tecnológico de Engenharia Civil de Furnas Centrais Elétricas S.A, em Goiânia - GO - Brasil.

Tabela 1 - Concretos considerados neste trabalho (Andrade, 1997).

Concreto	Aplicação
E1484	Usinas Nucleares de Angra dos Reis - RJ - Brasil
E4731	Usina Hidrelétrica de Serra de Mesa - GO - Brasil

As curvas de elevação adiabática da temperatura para os concretos considerados são dadas através dos parâmetros da Função Hill, apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros da Função Hill para curvas de elevação adiabática da temperatura, a partir de Andrade (1997).

Concreto	T_0^{ad} (°C)	ΔT_{max}^{ad} (°C)	k	n
E1484	21,25	53,7938	0,9897	1,4343
E4731	27,27	45,0868	0,2318	1,2324

Aplicando, na Eq. (10), os parâmetros apresentados na Tabela 2, obtém-se as curvas de elevação adiabática da temperatura apresentadas na Fig. 2.

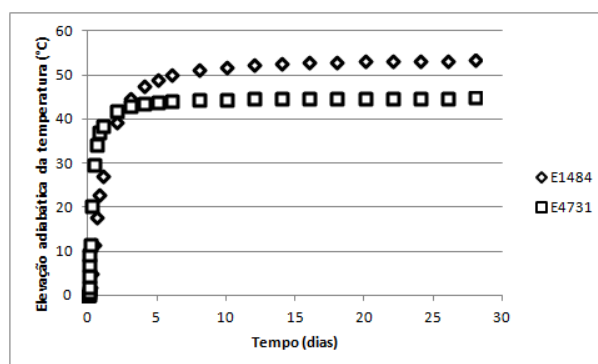


Figura 2 - Curvas de elevação adiabática da temperatura obtidas com aplicação, na Eq. (10), dos parâmetros apresentados na Tabela 2.

Os resultados de fluência considerados são relativos à fluência básica na compressão e são dados através dos parâmetros $E(t')$ e $F_k(t')$ da expressão de função de fluência proposta pelo U.S. Bureau of Reclamation (1975):

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + F_k(t') \cdot \log(1 + t - t') \quad (13)$$

Na Eq. (13), $E(t')$ é o módulo de elasticidade do concreto e $F_k(t')$ é um coeficiente de fluência, ambos na idade de carregamento t' (em dias). O termo $1/E(t')$ corresponde à deformação elástica instantânea, sendo a deformação de fluência dependente do parâmetro $F_k(t')$. A Tabela 3 mostra os valores apresentados por Andrade (1997) para os parâmetros das funções de fluência consideradas.

Os ensaios em questão de fluência básica na compressão foram realizados utilizando corpos de prova cilíndricos de 25 cm de diâmetro e 50 cm de altura, com histórico de temperatura de $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$ e umidade de $(60 \pm 10)\%$. A tensão aplicada foi de 35% da resistência à compressão na idade de carregamento. De modo a se obter as funções de fluência, as deformações obtidas foram divididas pela tensão aplicada. (Andrade, 1997)

Considerando o histórico de temperatura constante de 23°C , foram obtidas as evoluções do grau de liberação de calor e do grau de hidratação, para os concretos E1484 e E4731, apresentadas na Fig. 3.

Tabela 3 - Parâmetros das funções de fluência consideradas, apresentados por Andrade (1997).

Concreto	Parâmetro	1 dia	3 dias	7 dias	28 dias	90 dias	365 dias
E1484	$1/E(t')$ ($\times 10^{-6}/\text{MPa}$)	---	83,35	55,75	47,82	46,07	39,47
	$F_k(t')$ ($\times 10^{-6}/\text{MPa}$)	---	12,44	9,56	5,67	5,45	4,27
E4731	$1/E(t')$ ($\times 10^{-6}/\text{MPa}$)	133,16	80,71	66,18	55,28	---	---
	$F_k(t')$ ($\times 10^{-6}/\text{MPa}$)	17,46	13,48	10,31	7,43	---	---

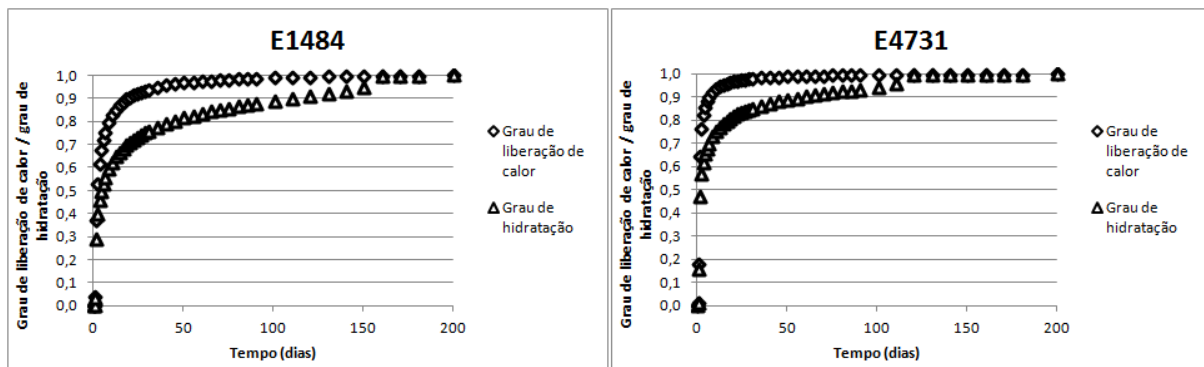


Figura 3 - Evolução do grau de liberação de calor e do grau de hidratação para os concretos E1484 e E4731 sob temperatura constante de 23°C.

Neste trabalho, a evolução do parâmetro $F_k(t')$ é ajustada, para o concreto E1484, através da Eq. (14). Para o concreto E4731, o respectivo ajuste foi feito por meio da Eq. (15).

$$F_k(t') = c_1 + \frac{c_2}{\log\left(1 + \frac{t'}{1\text{dia}}\right)} + \frac{c_3}{\log^2\left(1 + \frac{t'}{1\text{dia}}\right)} \quad (14)$$

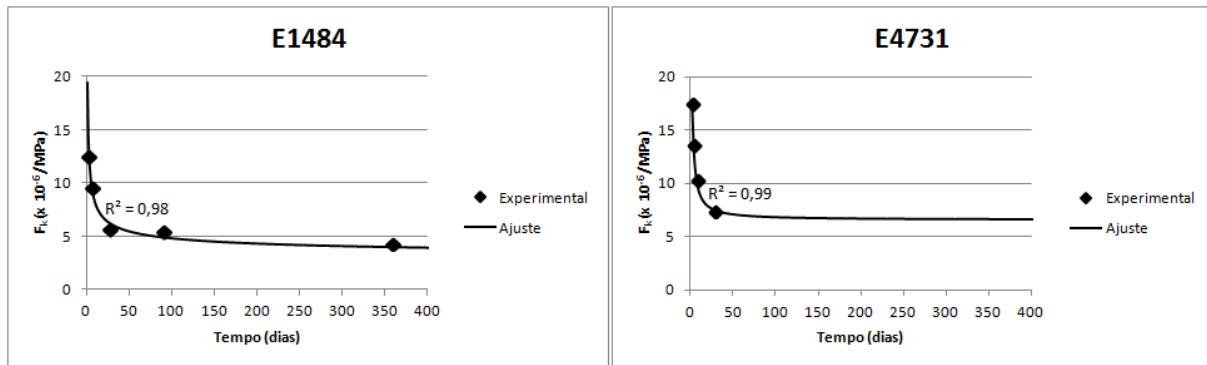
$$F_k(t') = c_1 + \frac{c_2}{\left(\frac{t'}{1\text{dia}}\right)} + \frac{c_3}{\left(\frac{t'}{1\text{dia}}\right)^2} \quad (15)$$

Os valores das constantes ajustadas e as correspondentes evoluções do parâmetro $F_k(t')$ são apresentados na Tabela 4 e na Fig. 4, respectivamente.

Uma consideração do coeficiente de fluência $F_k(t')$ coerente é fundamental para reprodução satisfatória de dados experimentais e obtenção de resultados consistentes em simulações de situações para as quais dados experimentais não são disponíveis.

Tabela 4 - Valores das constantes ajustadas para a Eq. (14), para o concreto E1484, e para a Eq. (15), para o concreto E4731.

Concreto	$c_1 (x 10^{-6})$	$c_2 (x 10^{-6})$	$c_3 (x 10^{-6})$
E1484	0,84	8,45	-0,85
E4731	6,62	26,61	-15,78

Figura 4 - Ajuste da evolução de $F_k(t')$ para os concretos E1484 e E4731.

4. AJUSTE DAS RIGIDEZES DAS MOLAS DAS UNIDADES DE KELVIN-VOIGT A PARTIR DE DADOS EXPERIMENTAIS

Conforme a Eq. (1), seja uma Série de Dirichlet com n termos a solução matemática da associação em série de n unidades de Kelvin-Voigt. Definido o valor de n e os valores dos tempos característicos τ_i , $i = 1, n$, os valores das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, $k_i(t')$, são ajustados através do método dos mínimos quadrados, para os resultados experimentais disponíveis de deformação de fluência básica ao longo do tempo, decorrentes dos carregamentos em diferentes idades t' .

Apesar do ajuste do parâmetro $F_k(t')$, foram utilizados dados do ajuste mas referentes apenas às idades de carregamento dos dados originais. Foram adotadas 3 (três) unidades de Kelvin-Voigt ($n = 3$) e verificou-se que, com os valores de tempos característicos $\tau_1 = 1$ dia, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias, foi possível reproduzir quase que exatamente a evolução experimental das deformações de fluência, como mostrado na Fig. 5, na Fig. 6 e na Fig. 7. O coeficiente de correlação do ajuste em relação aos pontos de entrada é de 0,99.

A Tabela 5 apresenta os valores ajustados das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, com os quais foram obtidas as deformações de fluência básica específica ajustadas apresentadas, para o concreto E1484. A Tabela 6 apresenta os respectivos valores ajustados para o concreto E4731.

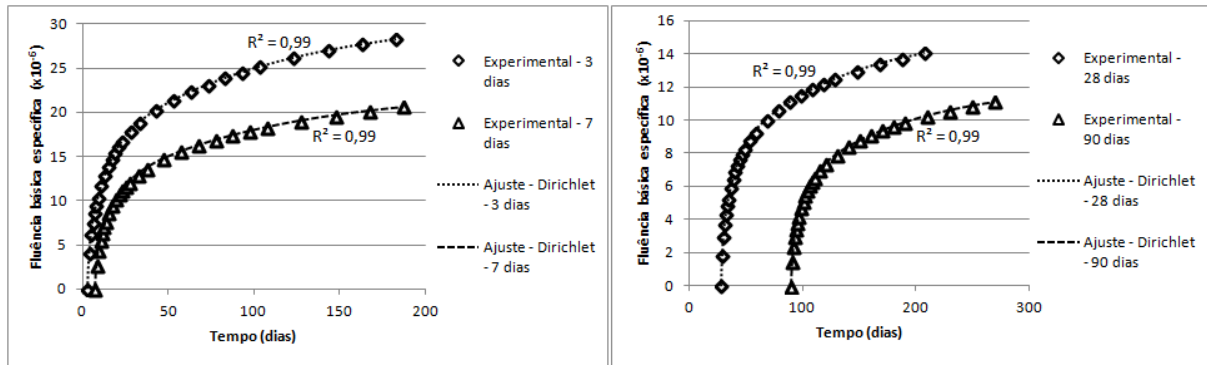


Figura 5 - E1484 - Fluência básica específica: pontos experimentais e ajuste pela Série de Dirichlet, para idades de carregamento de 3, 7, 28 e 90 dias e considerando $\tau_1 = 1$ dia, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

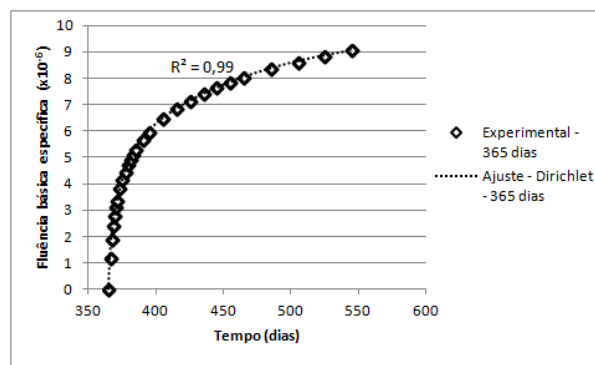


Figura 6 - E1484 - Fluência básica específica: pontos experimentais e ajuste pela Série de Dirichlet, para idade de carregamento de 365 dias e considerando $\tau_1 = 1$ dia, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

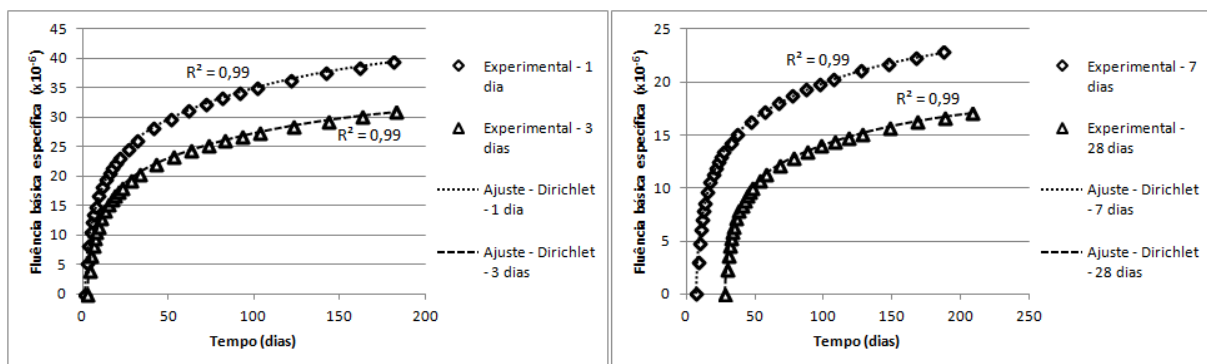


Figura 7 - E4731 - Fluência básica específica: pontos experimentais e ajuste pela Série de Dirichlet, para idades de carregamento de 1, 3, 7 e 28 dias e considerando $\tau_1 = 1$ dia, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

Tabela 5 - Valores ajustados das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, para o concreto E1484, considerando $\tau_1 = 1$ dia, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

	E1484				
t' (dias)	3	7	28	90	365
$k_1(t')$	223830	306380	450840	569690	698500
$k_2(t')$	91648	125450	184590	233250	286000
$k_3(t')$	64823	88731	130570	164980	202300

Tabela 6 - Valores ajustados das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, para o concreto E4731, considerando $\tau_1 = 1$ dia, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

	E4731			
t' (dias)	1	3	7	28
$k_1(t')$	160780	204280	277870	371710
$k_2(t')$	65838	83645	113770	152200
$k_3(t')$	46567	59163	80475	107650

5. EVOLUÇÃO DAS RIGIDEZES DAS MOLAS DAS UNIDADES DE KELVIN-VOIGT COM O GRAU DE HIDRATAÇÃO

Conhecendo-se, em relação ao tempo, a evolução do grau de hidratação e a evolução das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, pode-se obter a evolução das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt em função do grau de hidratação. A fim de considerar a rigidez das molas das unidades de Kelvin-Voigt em função do grau de hidratação, propõe-se a seguinte expressão:

$$k_i(\xi) = \sum_{j=1}^m c_{i,j} \cdot 10^{(j-1)\bar{\xi}} \quad (16)$$

Na Eq. (16), m é o número de termos considerados no somatório e $c_{i,j}$ é a constante do j -ésimo termo do somatório associado à rigidez da mola da unidade i de Kelvin-Voigt. A variável $\bar{\xi}$ é definida a seguir, conforme Benboudjema & Torrenti (2008):

$$\bar{\xi} = \frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0} \quad (17)$$

Na Eq. (17), ξ_0 é o patamar de percolação, que, dentre outras definições, pode ser "o grau de hidratação a partir do qual a rigidez do concreto torna-se significativa" (Hilaire, 2014) ou "o grau de hidratação para o qual o concreto deixa de ser um fluido para se tornar sólido" (Silvoso, 2003). Hilaire et al. (2013a) indicam o valor do patamar de percolação $\xi_0 = 0,1$, valor adotado no presente trabalho.

Verificou-se que os valores de $k_i(\xi)$ obtidos para os concretos E1484 e E4731, a partir dos resultados de ensaios de fluência básica sob mesmas condições para diferentes idades de carregamento e da evolução do grau de hidratação com o tempo, podem ser bem ajustados através da Eq. (16), com 4 (quatro) termos no somatório.

As constantes c_{ij} têm dimensão de força/comprimento² e são determinadas utilizando o método dos mínimos quadrados. Em todos os ajustes realizados, forçou-se, no conjunto de pontos de entrada para o ajuste, $k_i(\xi) = 0$ para $\xi = \xi_0$, sob a hipótese que as rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt deixam de ser nulas somente quando o grau de hidratação atinge o patamar de percolação.

Na Fig. 8, na Fig. 9 e na Fig. 10, são apresentados ajustes da evolução de $k_i(\xi)$ para as 3 (três) unidades de Kelvin-Voigt consideradas, com tempos característicos, respectivamente, $\tau_1 = 1$ dia, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias, para os concretos E1484 e E4731.

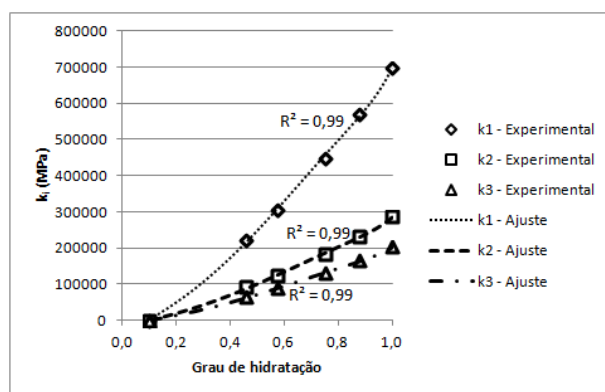


Figura 8 - Ajuste da evolução, com o grau de hidratação, das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, através da Eq. (16), com 4 (quatro) constantes, para o concreto E1484, para $\tau_1 = 1$ dias, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

Na (Fig. 9), é apresentado o ajuste da evolução de $k_i(\xi)$ para o concreto E4731 considerando, como dados de entrada, além do ponto (0,1; 0), apenas os pontos referentes às idades de carregamento para os quais Andrade (1997) apresenta resultados de ensaios de fluência básica (1, 3, 7 e 28 dias). Porém, neste ajuste, os valores de $k_i(\xi)$ aumentam muito no final da hidratação. Com o intuito de avaliar este comportamento, foram considerados mais dois pontos, referentes às idades de carregamento de 90 e de 365 dias, obtidos a partir do ajuste e da extrapolação do coeficiente $F_k(t')$, e, desta forma, obteve-se o ajuste apresentado na Fig. 10, com pequeno crescimento de $k_i(\xi)$ no final da hidratação, o que parece ser mais coerente.

A Tabela 7 apresenta as constantes ajustadas das expressões das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt em função do grau de hidratação, com as quais foram obtidas as evoluções das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt apresentadas, para o concreto E1484. A Tabela 8 apresenta as respectivas constantes ajustadas para o concreto E4731.

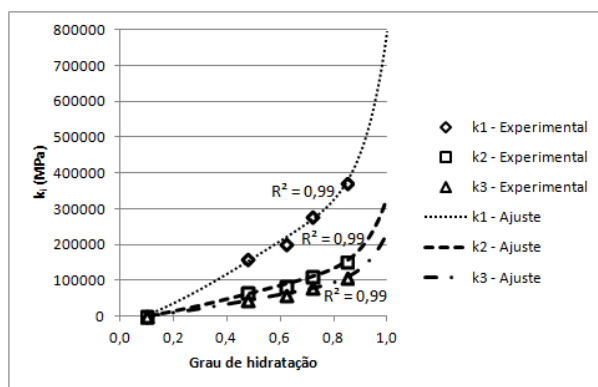


Figura 9 - Ajuste da evolução, com o grau de hidratação, das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, através da Eq. (16), com 4 (quatro) constantes, para o concreto E1484, para $\tau_1 = 1$ dias, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias, sem extrapolação dos dados de entrada de $F_k(t')$.

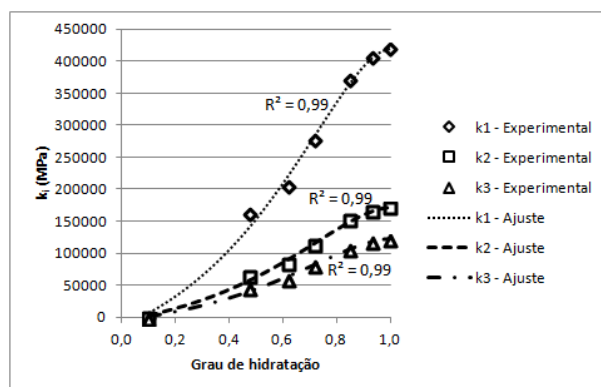


Figura 10 - Ajuste da evolução, com o grau de hidratação, das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt, através da Eq. (16), com 4 (quatro) constantes, para o concreto E1484, para $\tau_1 = 1$ dias, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias, com extrapolação dos dados de entrada de $F_k(t')$.

Tabela 7 - Constantes ajustadas para as expressões das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt em função do grau de hidratação, para o concreto E1484, para $\tau_1 = 1$ dias, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

	E1484		
	k ₁	k ₂	k ₃
c ₁ (MPa)	-183150	-74997	-53049
c ₂ (MPa)	206250	84455	59739
c ₃ (MPa)	-20879	-8551,4	-6049,0
c ₄ (MPa)	908,20	372,00	263,20

Tabela 8 - Constantes ajustadas para as expressões das rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt em função do grau de hidratação, para o concreto E4731, para $\tau_1 = 1$ dias, $\tau_2 = 10$ dias e $\tau_3 = 100$ dias.

	E4731 - sem extrapolação de $F_k(t')$			E4731 - com extrapolação de $F_k(t')$		
	k_1	k_2	k_3	k_1	k_2	k_3
c_1 (MPa)	-143560	-58801	-41582	-91574	-37493	-26523
c_2 (MPa)	170070	69663	49261	102190	41840	29597
c_3 (MPa)	-26883	-11016	-7787,4	-5227,7	-2140,4	-1514,9
c_4 (MPa)	1927,4	789,90	558,30	12,700	5,2000	3,7000

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho propôs um modelo simples para fluência básica do concreto, de fácil compreensão, com parâmetros facilmente ajustáveis a partir de resultados experimentais, através do método dos mínimos quadrados. Este modelo é baseado em unidades de Kelvin-Voigt e leva em conta os efeitos da hidratação.

Com o modelo proposto, foram reproduzidas satisfatoriamente deformações experimentais de fluência básica na compressão, apresentadas por Andrade (1997). Foi possível também ajustar satisfatoriamente a evolução dos parâmetros do modelo (rigidezes das molas das unidades de Kelvin-Voigt) com o grau de hidratação.

As próximas etapas de desenvolvimento do modelo apresentado correspondem a introduzir os efeitos da temperatura diretamente sobre a fluência e os efeitos de recuperação e irreversibilidade de fluência.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal do Rio de Janeiro e ao CNPq pelo apoio e incentivo para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Andrade, W.P. & Equipe do Laboratório de Concreto de Furnas, 1997, *Concretos: massa, estrutural, projetado e compactado com rolo*. 1ª edição, São Paulo, Editora Pini.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014, *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento*, Rio de Janeiro, Brasil.
- Atrushi, D.S., 2003, *Tensile and compressive creep at early age concrete: testing and modelling*. Tese de D.Sc., Department of Civil Engineering, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Noruega.
- Azenha, M.A.D., 2009, *Numerical simulation of the structural behaviour of concrete Since its Early Ages*. Tese de D.Sc., Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto.

- Bazant, Z.P., & Prasannan, S., 1989a, Solidification theory for concrete creep. I: formulation. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 115, n. 8, pp. 1691-1703.
- Bazant, Z.P., & Prasannan, S., 1989b, Solidification theory for concrete creep. II: verification and application. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 115, n. 8, pp. 1704-1725.
- Benboudjema, F., & Torrenti, J.M., 2008, Early-age behaviour of concrete nuclear containments, *Nuclear Engineering and Design*, n. 238, pp. 2495-2506.
- Briffaut, M., Benboudjema, F., Torrenti, J.M., & Nahas, G., 2011, Numerical analysis of the thermal active restrained shrinkage ring test to study the early age behavior of massive concrete structures, *Engineering Structures*, n. 33, pp. 1390-1401.
- Briffaut, M., Benboudjema, F., Torrenti, J.M., & Nahas, G., 2012, Concrete early age basic creep: experiments and test of rheological modelling approaches, *Construction and Building Materials*, n. 36, pp. 373-380.
- Carvalho, A.G., 2002, *Energia de Ativação dos Concretos: Experimentação e Modelagem*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Colimodio, V.S., 2016, *Modelos numéricos para fluência básica do concreto: revisitando a cadeia de Kelvin*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Creus, G.J., 1986, *Viscoelasticity - basic theory and applications to concrete structures (Lecture notes in Engineering, 16)*, 1ª ed., Berlim, Springer-Verlag.
- De Faria, E.F., 2004, *Predição da exotermia da reação de hidratação do concreto através de modelo termo-químico e modelo de dados*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Delsaute, B., Staquet, S., & Boulay, C., 2012, Monitoring of the creep and the relaxation behaviour of concrete since setting time, part 2: tension, eds, *SSCS 2012 - Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structure*. Aix-en-Provence, França.
- Fairbairn, E.M.R., Silvosio, M.M., Ribeiro, F.L.B., & Toledo-Filho, R.D., 2017, Determining the adiabatic temperature rise of concrete by inverse analysis: case study of a spillway gate pier, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, vol. 21, pp. 272-288.
- Gaiofatto, R.L., 1995, *Desenvolvimento de funções de fluência para o concreto desde as primeiras idades*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Hilaire, A., Benboudjema, F., Darquennes, A., Berthaud, Y., & Nahas, G., 2013, Some issues on prediction of massive structures cracking at early age, eds, *VIII International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (Francos-8)*.

- Hilaire, A., Benboudjema, F., Darquennes, A., Berthaud, Y., & Nahas, G., 2014, Modeling basic creep in concrete at early-age under compressive and tensile loading, *Nuclear Engineering and Design*, n. 269, pp. 222-230.
- Hilaire, A., 2014, *Étude des déformations différées des bétons en compression et en traction, du jeune âge au long terme*. Tese de D.Sc., École Normale Supérieure de Cachan, França.
- Instituto Português da Qualidade (IPQ), 2010, *NP EN 1992-1-1 - Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão*, Caparica, Portugal.
- Jiang, W., De Schutter, G., & Yuan, Y., 2014, Degree of hydration based prediction of early age basic creep and creep recovery of blended concrete. *Cement & Concrete Composites*, vol. 48, pp. 83-90.
- Reviron, N., 2009, *Etude du fluage des bétons en traction. Application aux enceintes de confinement des centrales nucléaires à eau sous pression*. Tese de D.Sc., Ecole Normale Supérieure de Cachan, França.
- Sercombe, J., Hellmich, C., Ulm, F.J., & Mang, H., 2000, Modeling of early age creep of shotcrete. I: model and model parameters. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 126, n. 3, pp. 284-291.
- Silvoso, M.M., 2003, *Otimização da Fase Construtiva de Estruturas de Concreto em Face dos Efeitos da Hidratação Via Algoritmos Genéticos*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Ulm, F.J., & Coussy, O., 1995, Modeling of thermochemomechanical couplings of concrete at early ages, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, v. 121, n. 7, pp. 785-794.
- Ulm, F.J., & Coussy, O., 1996, Strength growth as chemo-plastic hardening in early age concrete, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, v. 122, n. 12, pp. 1123-1132.
- U. S. Bureau of Reclamation, 1975, *Concrete Manual*, 8ª ed., Denver, Estados Unidos.