



SISTEMA MULTIPLATAFORMA PARA ANÁLISE DE PÓRTICOS PLANOS UTILIZANDO AMBIENTE WEB

Gledson Carlos de Oliveira Assis

Eric Mateus Fernandes Bezerra

gledson_453@hotmail.com

eric.fernandes@ufersa.edu.br

Engenharia Civil, Universidade Federal Rural do Semi Árido (UFERSA)

Avenida Francisco Mota, 59625-900, Rio Grande do Norte, Mossoró, Brasil

Resumo. A simulação do comportamento real da estrutura é realizada na análise estrutural, fato que torna esta uma das etapas mais importantes do projeto de estruturas. O modelo de pórticos planos tem se mostrado eficiente em muitas análises estruturais, caracterizando-se como uma metodologia representativa, simples e que demanda um baixo custo computacional. O mesmo, no entanto, só se torna viável, para a maioria dos casos, se for assistido por uma ferramenta computacional. Este trabalho evidencia, portanto, o desenvolvimento de uma plataforma web denominado ANA-WEB, capaz de obter a linha elástica e os diagramas de esforços solicitantes de pórticos planos. Por meio de uma interface em linguagem HTML (HyperText Markup Language), customizada com um mecanismo CSS (Cascading Style Sheets), o usuário insere parâmetros, que, a partir de um conjunto de comandos e rotinas implementados em um arquivo na linguagem JavaScript, poderão ser acompanhados de forma dinâmica, fornecendo um ambiente interativo. Os resultados obtidos, que estão em conformidade com os fornecidos pelo Ftool, mostram a eficiência e o potencial do módulo ANA-WEB na análise linear elástica de pórticos planos, que pode ser realizada sem consumir espaço na memória dos dispositivos.

Palavras-chave: Análise estrutural, pórticos planos, ambiente web.

1 INTRODUÇÃO

A evolução e difusão dos computadores e dos métodos numéricos mudaram a forma como as estruturas são pensadas, haja vista que o comportamento real destas pode ser simulado com maior fidelidade, considerando características do modelo cujo tratamento é complexo e que, até pouco tempo, era inviável. Isso refletiu na atual concepção arquitetônica e tornou as ferramentas computacionais indispensáveis, fato que estimula o desenvolvimento destas. Além de permitir estimar de forma mais aproximada os parâmetros que descrevem o fenômeno, as ferramentas computacionais proporcionaram maior agilidade, concedendo mais tempo ao projetista para análise de várias possibilidades para solucionar um determinado problema.

As ferramentas computacionais são recursos comprovadamente eficientes para a compreensão da mecânica das estruturas. Ferramentas gratuitas como o *Ftool* ou o *DS-Frame2D* costumam ser utilizados com frequência no processo de aprendizado do comportamento das estruturas, atuando como agente facilitador do entendimento de disciplinas dessa área.

Uma das fases mais importantes de um projeto de estruturas é a análise estrutural, já que é nessa etapa onde é realizada uma previsão do comportamento real das mesmas (Martha, 2017). Para tanto, é necessário abstrair a estrutura a partir de hipóteses sobre as cargas atuantes, sobre a interação entre os elementos constituintes e sobre o comportamento dos materiais, obtendo, assim, um modelo matemático capaz de simular, com certo nível de precisão, o comportamento mecânico da estrutura. Com isso, é possível determinar a resposta do sistema ante as solicitações externas, que pode ser expressa em termos de esforços internos e deslocamentos, cuja determinação é necessária para verificar se a estrutura concebida é capaz de absorver tais solicitações com segurança e adequado uso em serviço. Essa etapa, portanto, influencia diretamente nas etapas do projeto que a sucedem.

Quanto mais sofisticado e, naturalmente, realista for um modelo estrutural, maior a complexidade do tratamento das suas equações governantes. Para tornar a análise viável, é conveniente adotar hipóteses simplificadoras sobre a geometria, carregamento, condições de vínculo e comportamento do material. Contudo, quanto mais simplificado, menos representativo é o modelo. Sendo assim, a busca tem sido por um modelo estrutural que alie um bom nível de representatividade, fornecendo soluções aceitáveis, a um baixo custo computacional. O modelo que melhor atende a essa demanda é o modelo de pórtico plano, fato que o torna um dos modelos mais utilizados na análise de estruturas reticuladas.

Os pórticos planos são formados pela ligação de elementos lineares (vigas e pilares, por exemplo) que se situam em um mesmo plano. Neste modelo, a distribuição dos esforços é conduzida naturalmente pela interação entre os elementos, já que é levado em conta a transmissão de esforços entre os mesmos, o que torna o modelo mais preciso do que o de vigas contínuas na análise de cargas verticais. Nesse modelo, são levados em consideração componentes de forças nas direções contidas no plano e momento em torno do eixo normal a este, não sendo possível, portanto, considerar esforços de torção. Isto é, no modelo de pórtico plano, podem ser obtidos os esforços normais, esforços cortantes e momentos fletores desenvolvidos nos elementos que o compõe.

A *World Wide Web* (WWW), também conhecida simplesmente por *web*, consiste em uma rede de computadores distribuída por todo o globo, que comunicam uns com os outros através de um protocolo de comunicação padrão chamado HTTP (*HyperText Transfer Protocol*)

(Neves, 2004). O HTML é uma linguagem de formatação de texto que possibilita a construção de ficheiros de texto, com a extensão *htm* ou *html*. Neste ficheiro estão contidas marcações (*tags*) que indicam ao navegador (*browser*) como apresentar o conteúdo contido no documento. O CSS é o ficheiro responsável pela estilização da página *web*. Com esta, o processo para definir o *layout* da página se torna mais simples, resultando em ambientes mais agradáveis e atrativos para o usuário (Eis; Ferreira, 2012).

Atualmente, o HTML se encontra na versão 5.0. Essa versão, padronizada pela organização internacional de padronização de elemento da internet (W3C), possibilita a criação de marcadores personalizados com a linguagem *JavaScript*, que é diretamente compatível com o HTML que funciona como ferramenta de manipulação dos elementos existentes na página.

Este trabalho evidencia o desenvolvimento de uma multiplataforma *online* com um ambiente, denominado ANA-WEB, capaz de obter a linha elástica e os diagramas de momento fletor, esforço normal e esforço cortante de pórticos planos sujeitos a cargas verticais e horizontais (distribuídas ou concentradas) e momentos fletores. Para tanto, por meio de uma interface em linguagem HTML, customizada com um mecanismo CSS, o usuário insere parâmetros, que, a partir de um conjunto de comandos e rotinas implementados em um arquivo na linguagem *JavaScript*, poderão ser acompanhados de forma dinâmica, fornecendo um ambiente interativo. Após a inserção de todos os dados, a estrutura pode ser processada, enviando uma requisição aos servidores em formato PHP. A ferramenta integra a plataforma *HAND Structure (HAND)*. Busca-se, por meio desta, ampliar o número de ferramentas gratuitas com esse propósito para auxiliar no ensino e no projeto de estruturas.

2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO PLANO

A incógnita primária de um problema de estruturas é o deslocamento. As demais grandezas (deformações, tensões e esforços internos) podem ser obtidas por relações cinemáticas exatas. No Método dos Elementos Finitos (MEF), adota-se uma função de aproximação para os deslocamentos que seja admissível (contínua e diferenciável), assim como é feito no Método de Rayleigh-Ritz. Entretanto, diferentemente deste último, no MEF um sistema contínuo é transformado em discreto por meio da divisão do domínio de integração em um número finito de elementos, e a resposta do sistema é determinada para cada subdomínio. A partir dos deslocamentos nodais, os deslocamentos no interior do elemento podem ser interpolados. Dessa maneira, a convergência pode ocorrer de duas maneiras: redução do tamanho do elemento ou aumento do grau do polinômio de interpolação. O Método de Rayleigh-Ritz, no qual o MEF herda a premissa, garante que se a função de interpolação contiver o campo de deslocamentos da estrutura, a solução do método convergirá para a solução exata. O MEF é o método de análise estrutural mais empregado no mundo atual.

De acordo com o princípio da energia potencial total estacionária (PEPTE), o equilíbrio é garantido quando o campo de deslocamentos (v) extremiza a energia potencial (Π). Sendo assim, a estrutura estará em equilíbrio quando:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial v} = 0. \quad (1)$$

A energia de deformação interna (U_e) do elemento de viga-coluna, com o comportamento de viga assumindo as hipóteses de Bernoulli, que negligencia o efeito do cisalhamento e escreve as rotações como derivadas das deflexões, é dada por:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_0^\ell EA \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^\ell EI \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 dx. \quad (2)$$

sendo u o campo de deslocamentos axiais, v o campo de deslocamentos transversais, E o módulo de elasticidade longitudinal, A a área e I o momento de inércia da seção transversal.

Conforme pode ser visto na Fig. 1, o elemento finito de pórtico plano possui três graus de liberdade por nó: o deslocamento horizontal u_i , o deslocamento vertical v_i e a rotação θ_i , sendo i o número que identifica o nó. Esses deslocamentos podem ser expressos no sistema de coordenadas local ($\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{\theta}_i$) ou no sistema de coordenadas global (u_i, v_i, θ_i), que está inclinado α em relação ao local.

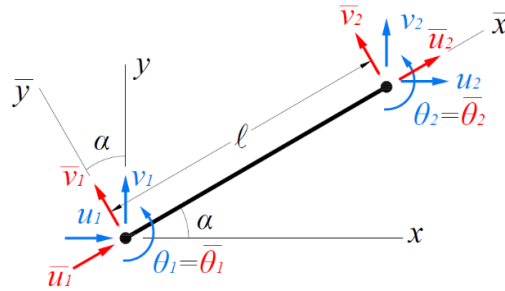


Figura 1. Elemento finito de pórtico plano.

O vetor dos deslocamentos nodais no sistema global ($\mathbf{u}_e$) pode ser expresso em função dos deslocamentos no sistema local ($\bar{\mathbf{u}}_e$) como:

$$\bar{\mathbf{u}}_e^T = [\bar{u}_1 \quad \bar{v}_1 \quad \bar{\theta}_1 \quad \bar{u}_2 \quad \bar{v}_2 \quad \bar{\theta}_2] \Rightarrow \mathbf{u}_e = \mathbf{T} \bar{\mathbf{u}}_e \quad (3)$$

sendo $\mathbf{T}$ a matriz de transformação, dada

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

De modo análogo, o vetor de forças global ($\mathbf{f}$) pode ser obtido em função do vetor de forças local ($\bar{\mathbf{f}}$):

$$\mathbf{f} = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{f}}. \quad (5)$$

Para resolver a condição de equilíbrio na Eq. (1), serão adotadas funções aproximadas para descrever os deslocamentos no interior do elemento a partir dos deslocamentos nodais. Os deslocamentos axiais não podem ser aproximados por uma constante, pois resultaria em energia nula. Sendo assim, estes serão interpolados por uma função linear. Para os deslocamentos transversais, deve ser garantido que a sua primeira derivada (rotações) seja contínua entre dois elementos. Dessa maneira, será adotado um polinômio de aproximação de terceira ordem (polinômio de Hermite). O campo de deslocamentos será, assim, expresso por:

$$\begin{aligned}
v(x) = & u_1 \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) + v_1 \left(1 - \frac{3x^2}{\ell^2} + \frac{2x^3}{\ell^3} \right) + \theta_1 \left(x - \frac{2x^2}{\ell} + \frac{x^3}{\ell^2} \right) + u_2 \left(\frac{x}{\ell} \right) + \\
& + v_2 \left(\frac{3x^2}{\ell^2} - \frac{2x^3}{\ell^3} \right) + \theta_2 \left(-\frac{x^2}{\ell} + \frac{x^3}{\ell^2} \right)
\end{aligned} \quad (6)$$

Fazendo essas aproximações para os deslocamentos, U_e pode ser reescrita na forma:

$$U_e = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{u}}_e^T \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{u}}_e = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{K}} \mathbf{T} \mathbf{u}_e = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K} \mathbf{u}_e \quad (7)$$

onde

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{K}} \mathbf{T} \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Resolvendo a condição de equilíbrio da Eq. (1), resulta:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} - \mathbf{f}_0 \quad (10)$$

em que $\mathbf{f}_0$ é o vetor com o carregamento nodal equivalente consistente, obtido a partir da energia potencial externa decorrente do carregamento distribuído no elemento.

3 ESTRUTURAÇÃO DA APLICAÇÃO

3.1 Interface gráfica (*front-end*)

Utilizando a linguagem HTML (linguagem de marcação interpretada por *browsers*, ou navegadores), aliado a um arquivo em CSS (responsável pela estilização da página *web*), foi possível desenvolver a interface de interação do usuário com a plataforma. A primeira página desenvolvida, página *Home*, tem por função apresentar um pouco a plataforma ao usuário. Nesta, está incorporada uma *tag* de *slide* interativo, com imagens e informações do sistema e um menu de acesso a outras páginas. A aba *Library* contém algumas ferramentas computacionais (planilhas do *Microsoft Excel*[®], aplicativos para *android*, etc.) que estão sendo desenvolvidas com intuito de auxiliar alunos e engenheiros no tratamento de problemas estruturais. Já a aba ANA-WEB dá acesso ao ambiente de análise estrutural de pórticos planos. A Fig. 2 ilustra a página inicial da plataforma *HAND*.

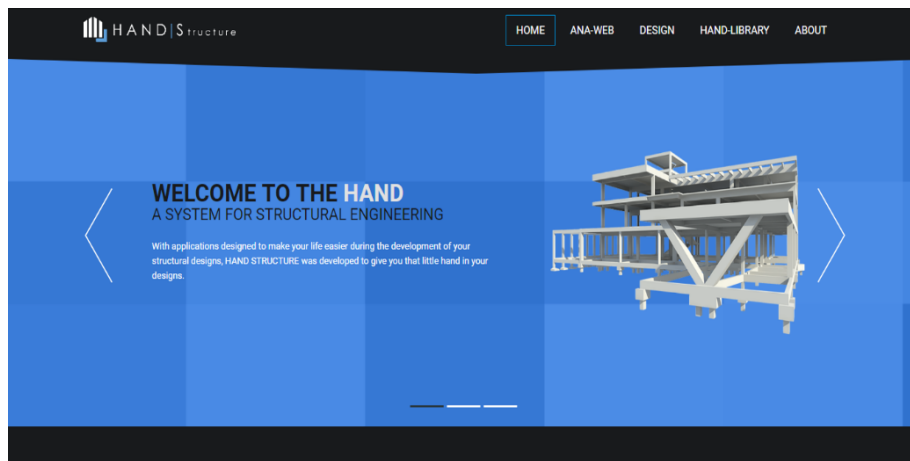


Figura 2. Página inicial da plataforma HAND.

Na aba ANA-WEB o usuário se depara com uma *viewport* gráfica de exposição da estrutura e um menu de inserção de dados da mesma. Esta página pode ser vista na Fig. 3. Para a criação do ambiente gráfico de exposição das estruturas, foi utilizado o elemento *canvas*, elemento gráfico nativo na linguagem de programação HTML a partir da versão 5.0, tornando desnecessário a implementação de um *plugin* para utilizar tal elemento. Todavia, este elemento pode ser considerado como um receptáculo para a renderização dos gráficos, funcionando apenas como uma lona de desenho manipulada via *JavaScript*, exigindo assim que todos os gráficos sejam pré-configurados a partir de um *script* de programação no próprio arquivo HTML ou um arquivo *JavaScript* previamente programado. Ainda na primeira seção visível, foram previstos botões com funções de interação com o elemento *canvas*. Estes possuem as funções de movimento da *viewport*, *zoom* e *download* do elemento gráfico desenhado.

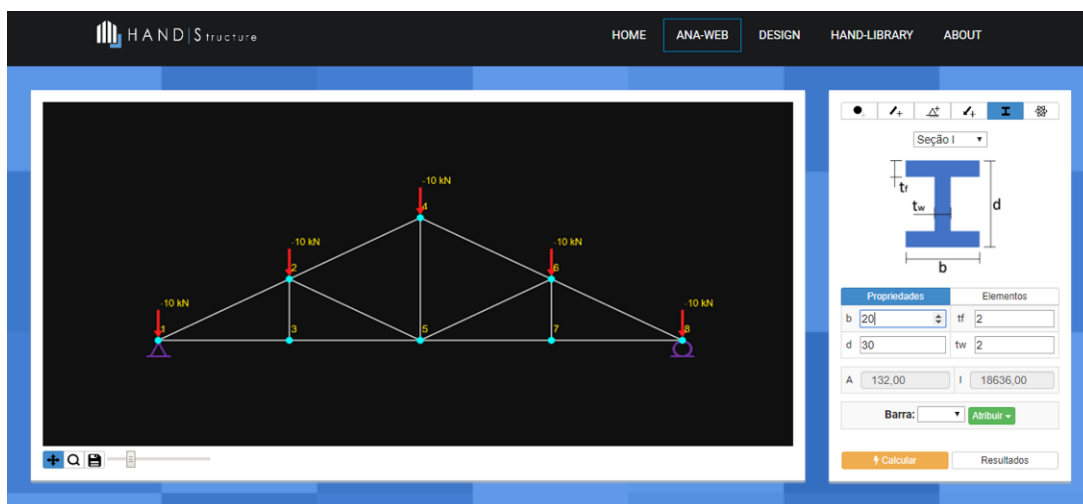


Figura 3. Ambiente ANA-WEB.

Uma segunda área foi implementada com todas as funções de entrada da estrutura. Nesta, seis botões possibilitam a navegação entre submenus de inserção de dados, que estão associados à: (1) inserção dos nós por coordenadas; (2) inserção dos elementos; (3) definição dos vínculos; (4) inserção do carregamento; (5) definição das propriedades geométricas e (6) do material das barras. A interface conta, ainda, com *labels* com as unidades de medida de cada dado ao lado de cada caixa de inserção. As propriedades geométricas da seção transversal são calculadas automaticamente para algumas formas típicas (retangular, circular, T, I, etc.).

3.2 Funcionalidades (back-end)

Ao clicar no botão de cálculo, o usuário estará executando o código de funções matemáticas da plataforma ANA-WEB. O algoritmo coleta todos os dados inseridos pelo usuário e os armazena em variáveis, utilizando-as posteriormente quando necessário.

Após a aquisição dos dados é criada uma matriz com dimensões de linhas e colunas igual a três vezes o número de nós existentes na estrutura. Essa matriz, ainda com valores zerados, será a matriz de rigidez global da estrutura. Em seguida, a matriz de rigidez de cada elemento no sistema local é gerada e transformada para o sistema global. Feito isso, a matriz de rigidez de cada elemento tem seus coeficientes alocados na matriz de rigidez da estrutura de acordo com a identificação de cada nó. O algoritmo rastreia os graus de liberdade restritos na estrutura e anula a linha e coluna referente a esse grau de liberdade na matriz de rigidez da estrutura.

A partir da matriz global da estrutura montada anteriormente, do vetor das forças externas fornecido e dos esforços de engastamento perfeito no sistema global, foi implementado o método de eliminação de Gauss para solucionar o sistema linear de equações de equilíbrio e determinar os deslocamentos nodais no sistema global. Em seguida, obtém-se as reações de apoio e as forças nodais no sistema local. Com estas, é possível efetuar uma interpolação a partir dos valores nodais para obter os esforços internos em qualquer ponto no interior do elemento, que serão expostos graficamente para o usuário. Os diagramas contam ainda com uma ferramenta para alterar a escala de visualização.

Finalmente, após a exposição dos diagramas na área de gráfico, o sistema libera funções de seleção para cada elemento de barra. Ao selecionar uma barra, o programa exibe informações pormenorizadas do mesmo, tais como esforço máximo, mínimo ou qualquer valor ao longo do comprimento. Todo o processo descrito pode ser avaliado no fluxograma na Fig. 4.

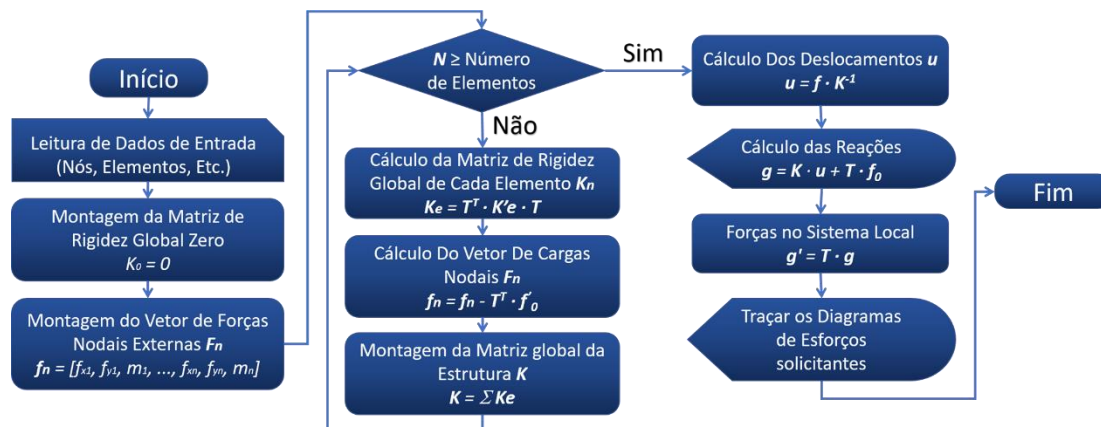


Figura 4. Fluxograma do algoritmo.

Os dados de entrada poderão ser exportados em um arquivo .csv e importados quando a análise quiser ser retomada. O mesmo também poderá ser carregado por outros dispositivos. Dessa maneira, o usuário poderá salvar os seus modelos e manipulá-los quando desejar.

4 APLICAÇÃO NUMÉRICA

A validação do ambiente de análise estrutural de pórticos planos ANA-WEB será feita mediante a comparação dos seus resultados para o problema exposto na Fig. 5 com as obtidas

peço *Ftool*, que é um *software* consolidado e amplamente utilizado pela comunidade acadêmica e científica. O problema foi proposto por Martha (2010), que adota, para todas as barras, $A = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, $I = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ e $E = 2 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$.

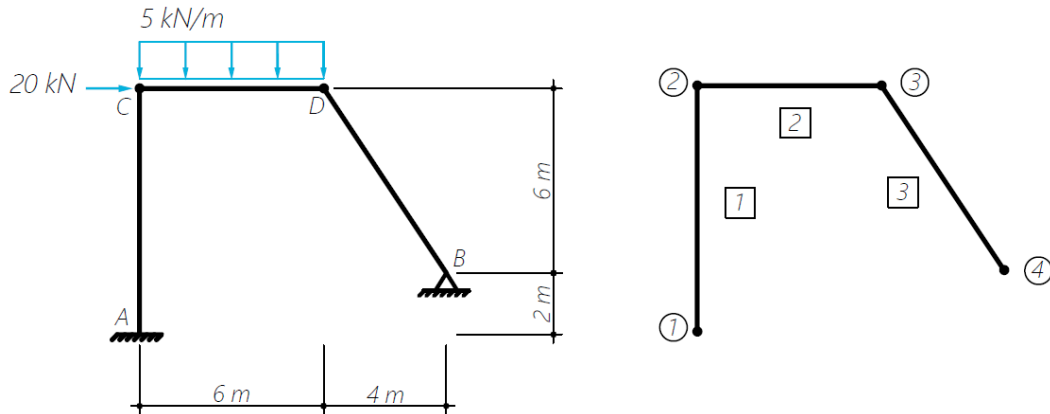


Figura 5. Modelo de pórtico plano estudado. Adaptado de Martha (2010).

A Fig. 6 mostra o modelo do pórtico concebido no *Ftool* e no ANA-WEB.

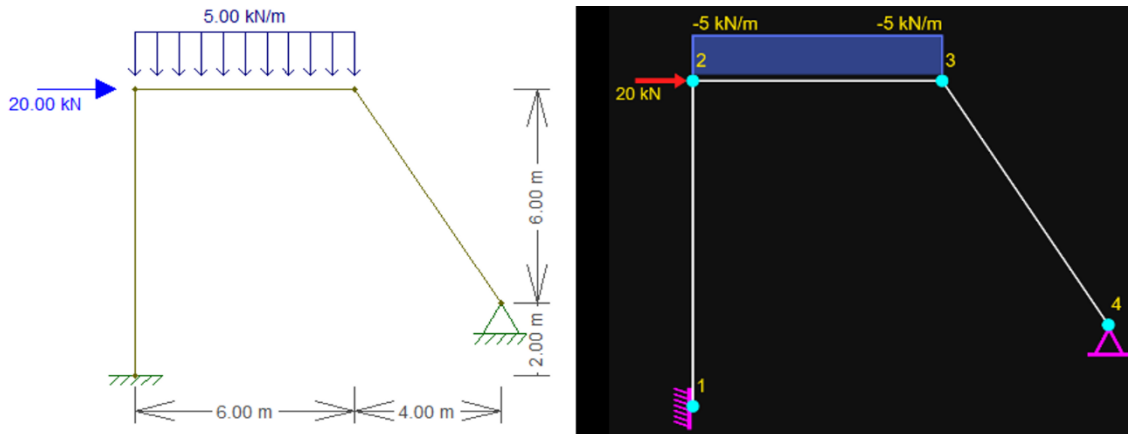


Figura 6. Modelo proposto concebido no a) *Ftool* e no b) ANA-WEB.

Os diagramas de esforço normal, esforço cortante e momento fletor do pórtico no *Ftool* e no ANA-WEB são mostrados, respectivamente, na Fig. 7 e na Fig. 8.

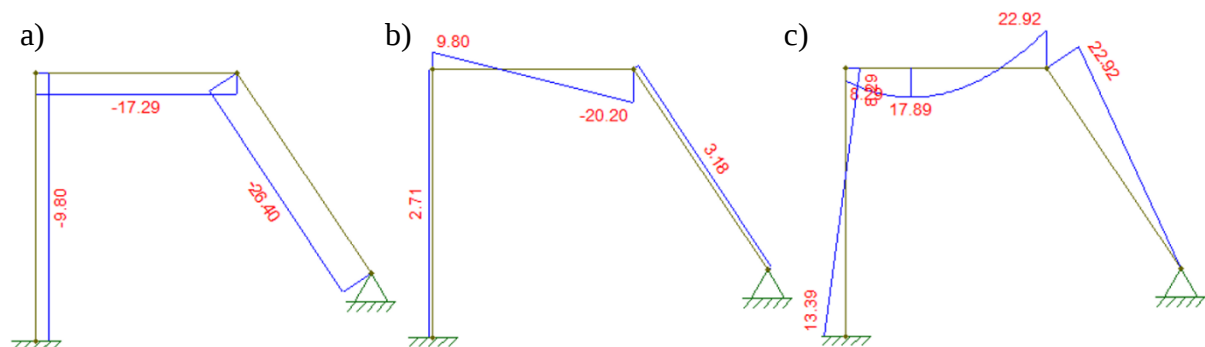


Figura 7. Diagramas de a) esforço normal, b) esforço cortante e c) momento fletor no *Ftool*.

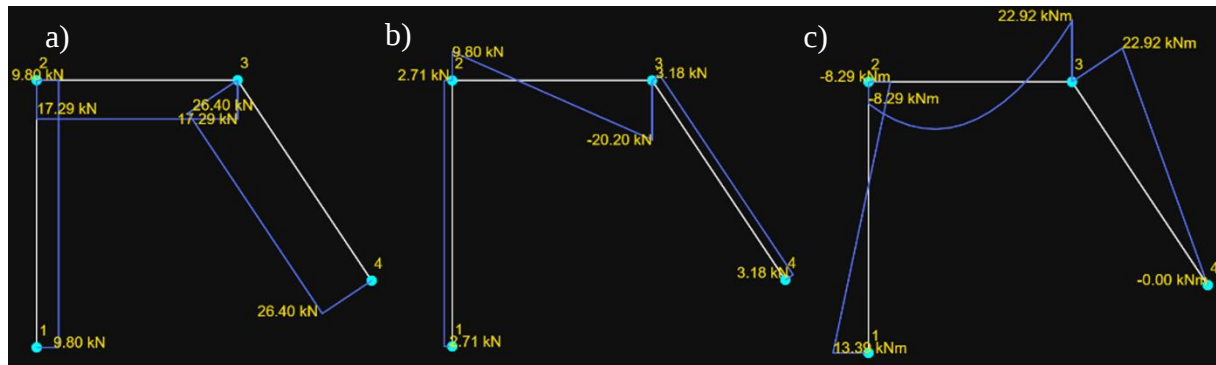


Figura 8. Diagramas de a) esforço normal, b) esforço cortante e c) momento fletor no ANA-WEB.

Os resultados para os deslocamentos nos nós da estrutura são expostos nas Tabelas 1 e a linha elástica obtida pelo *Ftool* e pelo ANA-WEB na Fig. 9. É possível notar que os resultados obtidos pelas duas ferramentas são iguais, o que mostra que o ANA-WEB foi devidamente implementado e pode ser utilizado na análise linear elástica de pórticos planos sujeitos a cargas externas.

Tabela 1. Deslocamentos nodais.

Nó	<i>Ftool</i>			ANA-WEB		
	u_x (mm)	u_y (mm)	θ_z (rad)	u_x (mm)	u_y (mm)	θ_z (rad)
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,97	-7,83e-2	-2,04e-4	1,97	-7,83e-2	-2,04e-4
3	1,87	1,02	2,57e-4	1,87	1,02	2,57e-4
4	0,00	0,00	-5,69e-4	0,00	0,00	-5,69e-4

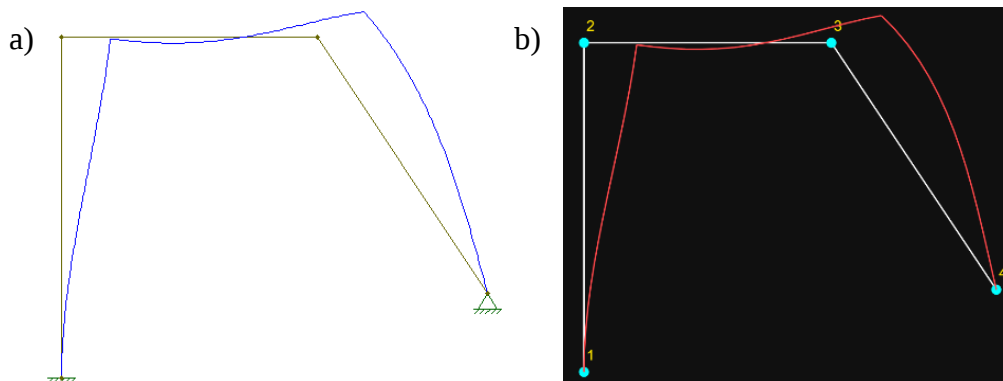


Figura 9. Deformada da estrutural pelo a) *Ftool* e b) pelo ANA-WEB.

5 CONCLUSÕES

A plataforma online *HAND Structures* concatena um conjunto de ferramentas computacionais, desenvolvidas no âmbito da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, que podem ser utilizadas para auxiliar na resolução de problemas estruturais. Nesse trabalho, um ambiente destinado à obtenção de esforços e deslocamentos de pórticos planos, denominado ANA-WEB, foi implementado utilizando as linguagens de programação HTML, CSS e

JavaScript. O mesmo foi concebido com intuito de ampliar o número de ferramentas computacionais (e o acesso a estas) que tratam da análise estrutural de pórticos planos, que é um dos modelos estruturais mais utilizados na simulação do comportamento das estruturas.

Um pórtico plano foi proposto e os resultados para os deslocamentos e para os diagramas de esforços solicitantes obtidos pelo *Ftool*, *software* comprovadamente eficiente no tratamento de problemas dessa natureza, foram os mesmos obtidos pelo ANA-WEB, fato que valida as respostas fornecidas por este. Dessa forma, o ANA-WEB se mostra como uma alternativa eficiente para aplicação desse modelo estrutural, tanto no projeto como um recurso pedagógico, tendo como diferencial a possibilidade de processar estruturas em um ambiente *online* por meio de qualquer dispositivo com acesso à internet. Além disso, a ferramenta se mostra intuitiva e com uma interface amigável, mostrando-se atrativa e com grande potencial de exploração. Os recursos da ferramenta podem ser acessados gratuitamente no domínio registrado no site www.handstructure.com.

A plataforma não exige computadores de alta capacidade de processamento e não ocupa espaço na memória dos dispositivos. A integração da plataforma com a *internet* permite ainda maior flexibilidade e mobilidade na análise, uma vez que o usuário pode iniciar um estudo em um dispositivo qualquer e facilmente migrar para outro sem a necessidade de tempo de instalação ou *download* de *softwares* específicos.

No ANA-WEB ainda não é possível avaliar a resposta da estrutura sujeita a variações de temperatura e com apoios elásticos. Ressalta-se, no entanto, que a ferramenta se encontra em desenvolvimento e as funcionalidades supracitadas serão em breve implementadas. Objetiva-se, futuramente, desenvolver funções para determinação de modos de flambagem, modos de vibrações e frequências naturais, para permitir uma análise estrutural mais completa de pórticos planos. Atualmente, funções para o dimensionamento de estruturas de aço e concreto armado sujeitas a diversos tipos de solicitações estão sendo implementadas.

6 REFERÊNCIAS

- Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., Witt, R. J., 2012. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. 4ª ed. John Wiley & Sons.
- Eis, D., Ferreira, E., 2012. *HTML5 e CSS3 com farinha e pimenta*. 1ª ed. Tableless.
- Hibbeler, R. C., 2013. *Análise das estruturas*. 8ª ed. Pearson Prentice Hall.
- Leet, K. M., Uang, C., Gilbert, A. M., 2009. *Fundamentos da análise estrutural*. 3ª ed. McGraw-Hill.
- Martha, L. F., 2010. *Análise de Estruturas*. 1ª ed. Campus.
- Neves, P. M. C., 2014. *O guia prático da HTML*. 1ª ed. Centro Atlântico.