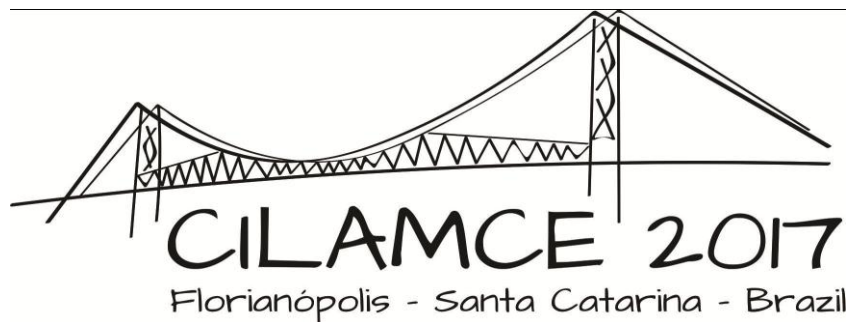




ANÁLISE DAS DEFLEXÕES MÁXIMAS DE LONGO TERMO DE UMA PONTE CONSIDERANDO O ENVELHECIMENTO E A FLUÊNCIA DO CONCRETO

Carlos Valbson dos Santos Araújo

Mariana de Alvarenga Silva

Francisco Evangelista Júnior

carlos.valbson.araujo@gmail.com

mari.alvarenga96@gmail.com

fejr.unb@gmail.com

Universidade de Brasília

Campus Universitário Darcy Ribeiro, CEP 70910-900, Brasília-DF, Brasil

Resumo. *O objetivo deste trabalho é a análise por elementos finitos, através do software comercial Abaqus, das deflexões de longas idades de uma ponte em concreto, considerando diferentes idades de carregamento, a fim de se verificar a influência do envelhecimento do concreto nas deflexões de longo termo. Uma análise viscoelástica da ponte Koror-Babeldaob foi realizada com a finalidade de se obterem as deformações ao longo do tempo. Foi também desenvolvida uma sub-rotina de usuário (UMAT) para o Abaqus, utilizando um algoritmo incremental baseado em séries de Prony para implementar o modelo constitutivo viscoelástico do concreto. Apesar das simplificações consideradas na modelagem da ponte, os resultados evidenciam a importância de se considerar o envelhecimento e a fluência do concreto em análises por elementos finitos. Além disso, a sub-rotina UMAT implementada foi capaz de descrever satisfatoriamente o comportamento do concreto para diferentes idades de aplicação do carregamento.*

Palavras-Chave: *Viscoelasticidade, Envelhecimento, Ponte em concreto armado, Método dos elementos finitos.*

1 INTRODUÇÃO

O estudo das propriedades reológicas dos materiais de construção civil é de extrema importância, visto que uma avaliação equivocada de seu comportamento pode levar uma estrutura à ruína. Um exemplo são as deformações de longo tempo ocasionadas em pontes de concreto armado, as quais podem chegar a valores extremos, como o caso da ponte estudada por Bažant *et al.* (2010) e Bažant *et al.* (2012a,b). Em outro estudo, Bažant *et al.* (2011) analisaram 56 pontes em concreto protendido e verificaram que a maioria apresentou deflexões excessivas entre 20 e 40 anos, bem abaixo da vida útil de 100 anos esperada em projeto.

Além dos comportamentos reológicos típicos de fluência e relaxação, o concreto é também um material com envelhecimento, onde a data de aplicação das solicitações influencia diretamente nas suas deformações finais. Assim, a modelagem via MEF que considere também o envelhecimento é uma forma de se obter valores mais reais das respostas finais de estruturas de concreto e contribuiria de forma significativa para a engenharia estrutural.

O objetivo desta pesquisa é a análise das deflexões de uma ponte, utilizando o *software* comercial Abaqus, considerando diferentes idades de carregamento, a fim de se verificar a influência do envelhecimento do concreto nessas deflexões. Além disso, foi implementada uma sub-rotina de usuário (UMAT) para o Abaqus, utilizando um algoritmo incremental baseado em séries de Prony, e foram comparados os resultados obtidos com essa UMAT com aqueles encontrados usando o módulo viscoelástico do Abaqus.

2 FLUÊNCIA E ENVELHECIMENTO DO CONCRETO

A fluência é um dos comportamentos básicos dos materiais viscoelásticos, a qual é caracterizada por uma deformação lenta e progressiva, quando o material é submetido a uma tensão constante. Para um dado histórico de tensões aplicadas, a equação constitutiva que relaciona as deformações ocasionadas no material com essas tensões é dada, para o caso uniaxial, pela seguinte integral de convolução:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t - \tau) \dot{\sigma}(\tau) d\tau \quad (1)$$

Sendo $J(t - \tau)$ a função de fluência do material e $\dot{\sigma}(\tau)$ um incremento de tensão aplicado num intervalo de tempo $d\tau$.

Materiais com envelhecimento são aqueles cujas propriedades mudam com o tempo, mesmo sem estar sob carregamento. Assim, para um material linearmente viscoelástico, a equação constitutiva para o caso uniaxial pode ser dada por:

$$\varepsilon(t, t') = \int_0^t J(t, t') \dot{\sigma}(t') dt' \quad (2)$$

Onde t' é a idade em que um incremento de tensão é aplicado. Nesse caso, a função de fluência depende de duas variáveis, podendo ser representada como uma família de curvas ou por uma superfície, como mostrado na Fig. 1.

No caso do concreto, a propriedade de envelhecimento pode influenciar bastante na resposta final de uma estrutura, uma vez que solicitações aplicadas em baixas idades do concreto geram deformações maiores do que quando aplicadas em idades mais avançadas. Esse comportamento foi estudado por Atrushi (2003) que, em sua tese, investigou o comportamento de fluência à tração do concreto submetido a carregamentos em baixas idades, comparando com a fluência à compressão, e a influência desse comportamento no desenvolvimento das tensões auto induzidas devidas à retração do concreto.

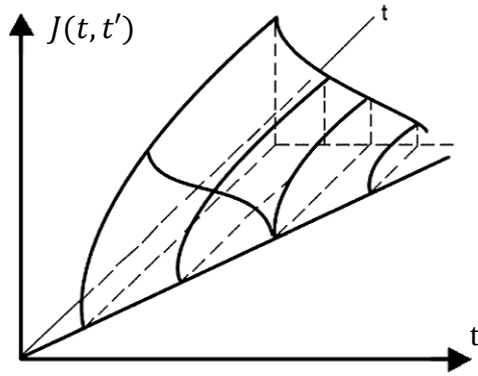


Figura 1. Superfície representando a função de fluência para um material com envelhecimento (Adaptado de Marques & Creus, 2012)

3 ALGORITMO INCREMENTAL PARA ANÁLISE VISCOELÁSTICA VIA MEF

Para se realizar análises considerando materiais com propriedades viscoelásticas, através do método dos elementos finitos, é necessário o uso da relação constitutiva dada pela Eq. (3), a qual expressa tensão como uma função das deformações.

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t - \tau) \dot{\epsilon}(\tau) d\tau \quad (3)$$

Contudo, a implementação computacional dessa relação exige o conhecimento de todo o histórico de tensões e deformações, o que dificulta a modelagem de problemas reais e mais complexos, uma vez que se precisa armazenar uma grande quantidade de dados para manter esse histórico.

Taylor *et al.* (1970) desenvolveram um método recursivo eficiente para implementação dessa relação via MEF, permitindo resolver problemas viscoelásticos lineares envolvendo grandes deformações. Porém, esse método é baseado na solução numérica da integral de convolução da equação constitutiva (3), fazendo com que seja dependente de todo o histórico de solicitações.

Pensando em resolver esse problema de armazenamento do histórico de tensões e deformações Ghazlan *et al.* (1995) propuseram um método numérico para incrementalização da Eq. (3), de modo a aproximar seus valores sem resolver a integral de convolução diretamente. Outro método incremental foi proposto por Zocher *et al.* (1997), o qual transforma a relação constitutiva da Eq. (3) em um conjunto de somatórios e utiliza séries de Prony para representar o módulo de relaxação do material.

Mais recentemente, Chazal & Pitti (2010) e Chazal & Pitti (2011) apresentaram um método semelhante ao de Zocher *et al.* (1997), o qual possui uma variável de estado interna para representar a influência do histórico de tensões e deformações e também utiliza séries de Prony. Porém, esse método utiliza algoritmos diferentes para análises de fluência e de relaxação, tornando-o mais dispendioso. Assim, nesta pesquisa foi utilizado o método de Zocher *et al.* (1997) o qual, simplificadamente, considera um incremento do vetor de tensões, para um incremento de tempo Δt , através da relação:

$$\Delta \sigma = \Delta \bar{\sigma} + \Delta \hat{\sigma} \quad (4)$$

$$\Delta \bar{\sigma} = C(\nu) \left[E_{\infty} + \sum_{i=1}^N \frac{\eta_i}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \right) \right] \Delta \epsilon \quad (5)$$

$$\Delta \hat{\sigma} = -\mathbf{C}(\nu) \left[\sum_{i=1}^N \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \right) \mathbf{S}_i(t) \right] \quad (6)$$

Onde $\mathbf{C}(\nu)$ é uma matriz constante ao longo do tempo, em função do coeficiente de Poisson ν . N é o número de pares e E_∞ , η_i e ρ_i são os termos da série de Prony, apresentados na Eq. (10). E o vetor $\mathbf{S}_i(t)$ representa a contribuição do histórico de tensões, sendo utilizado um vetor para cada par da série de Prony, dado em função do $\mathbf{S}_i$ do tempo anterior, como mostrado a seguir:

$$\mathbf{S}_i(t) = e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \mathbf{S}_i(t - \Delta t) + \eta_i \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\rho_i}} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (7)$$

Em que $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ é uma aproximação da derivada das deformações, considerada constante durante o incremento de tempo Δt e dada por:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t} - \boldsymbol{\varepsilon}_t) / (t + \Delta t - t) = \Delta \boldsymbol{\varepsilon} / \Delta t \quad (8)$$

Esse método é bastante eficiente computacionalmente, pois não necessita que a matriz de rigidez do sistema varie ao longo do tempo, uma vez que se mantenha um incremento de tempo Δt constante.

4 ESTUDO DE CASO

Para a realização dessa pesquisa foi modelada a ponte Koror-Babeldaob (KB), construída em 1977, ligando as ilhas de Koror e Babeldaob na República de Palau, ilustrada na Fig. 2. Tal ponte apresentou deflexões excessivas e entrou em colapso 19 anos após sua construção, tendo sido alvo de pesquisas e trabalhos publicados acerca dos motivos de sua ruína, como em Bažant *et al.* (2010) e Bažant *et al.* (2012a,b).



Figura 2. Ponte Koror-Babeldaob (Bažant *et al.*, 2010)

4.1 Geometria e materiais

A ponte analisada consiste de um vão principal de 241 m, o qual é formado por dois balanços simétricos conectados por uma rótula, e um vão de 72,2 m em cada lado do vão principal, com a finalidade de balancear os momentos nos pilares principais. O comprimento total da ponte é de 385,4 m.

Com uma seção vazada, do tipo viga caixão, a altura da seção transversal da ponte varia entre 14,17 m, nos pilares principais, e 3,66 m, no meio do vão principal. As espessuras das lajes também variam, ficando a superior entre 0,43 m e 0,28 m, e a inferior entre 1,15 m e

0,18 m. Comparadas com a altura da seção transversal, as paredes laterais têm uma espessura muito pequena, apenas 0,36 m. A Fig. 3 a seguir mostra as seções transversais da ponte nos apoios principais e no meio do vão principal.

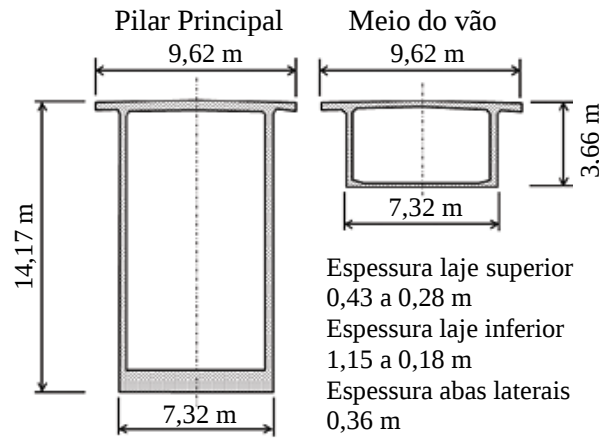


Figura 3. Seções transversais da ponte analisada (Adaptado de Bažant *et al.*, 2010)

De acordo com Bažant *et al.* (2012a) a densidade do concreto utilizado na construção da ponte KB era de 2325 kg/m³, e a laje superior era coberta por um pavimento de concreto com uma espessura média de 76 mm e uma densidade de 2233 kg/m³.

Para modelar as propriedades viscoelásticas do concreto foi necessário encontrar o seu módulo de relaxação a partir da interconversão da função de fluência apresentada por Bažant *et al.* (2012b), dada pelo modelo B3 (Baweja & Bažant, 1995) e ilustrada na Eq. (9).

$$J(t, t') = q_1 + q_2 Q(t, t') + q_3 \ln[1 + (t - t')^{0,1}] + q_4 \ln(t/t') \quad (9)$$

Aqui, foram considerados os mesmos parâmetros utilizados por Bažant *et al.* (2012b) para a criação das curvas de fluência do concreto para as idades de aplicação do carregamento de 7, 90 e 210 dias. A Fig. 4a mostra as curvas da função de fluência para cada uma das idades t' , e a Fig. 4b mostra as curvas para o módulo de relaxação E , obtidas por interconversão.

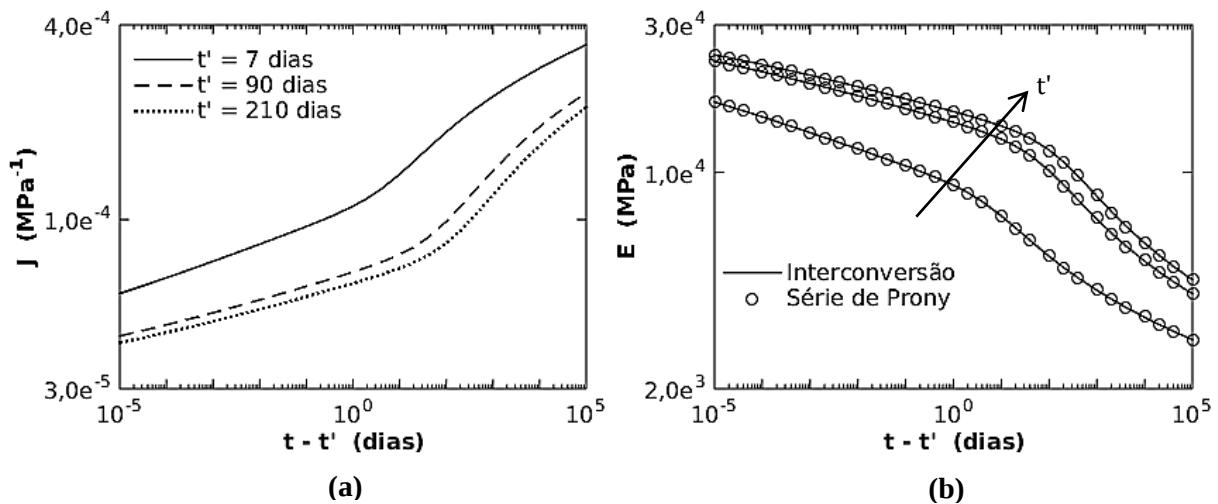


Figura 4. Funções (a) de fluência $J(t, t')$ e (b) de relaxação $E(t, t')$

Para a utilização do método incremental viscoelástico de Zocher *et al.* (1997), e para a modelagem das propriedades viscoelásticas de um material no Abaqus, é necessário realizar a regressão das curvas dadas na Fig. 4b para uma série de Prony, dada pela Eq. (10).

$$E(t, t') = E_{\infty}(t') + \sum_{i=1}^N E_i(t') e^{-\frac{t}{\rho_i}} \quad (10)$$

Para cada uma das curvas foram considerados 11 termos da série de Prony, o que permitiu uma ótima regressão dessas curvas, ficando os valores do coeficiente de determinação R^2 próximos de 1 para os três casos considerados. A Fig. 4b apresenta também os valores obtidos com as séries de Prony para os módulos de relaxação, para cada idade t' .

Ainda segundo Bazant *et al.* (2012b), o coeficiente de Poisson do concreto utilizado na ponte tinha um valor de aproximadamente 0,21, baseado em testes realizados *in situ*, e esse valor foi utilizado nesta pesquisa para a modelagem do concreto no Abaqus.

4.2 Modelagem no Abaqus

Dadas as dimensões da ponte analisada e, considerando as suas simetrias geométrica e de condições de contorno, foi modelada e analisada apenas uma metade da ponte. Foi realizada uma análise viscoelástica utilizando o módulo nativo do Abaqus, o qual exige como dados de entrada, além do coeficiente de Poisson, os termos da série de Prony para os módulos de relaxação volumérico, K , e de cisalhamento, G , os quais podem ser obtidos a partir dos valores para o módulo de relaxação $E(t, t')$, encontrados com a Eq. (10).

Foi implementada, na linguagem de programação Fortran, uma *User Material* (UMAT) para o Abaqus. Essa sub-rotina permite ao usuário modelar o seu próprio material. Dessa forma, é possível programar uma UMAT considerando o envelhecimento de materiais viscoelásticos, ou seja, levando em consideração a idade de aplicação dos carregamentos diretamente nas análises por elementos finitos. Porém, nessa pesquisa utilizou-se uma UMAT para análise viscoelástica sem envelhecimento, usando o algoritmo de Zocher *et al.* (1997), o qual é diferente do método implementado nativamente no Abaqus.

As análises das deflexões da ponte foram realizadas considerando o peso próprio do concreto e o carregamento distribuído sobre a laje superior devido ao pavimento de concreto existente. Não foram consideradas as armaduras da ponte, pois pretendeu-se analisar apenas a influência da idade de aplicação dos carregamentos nas deflexões e comparar os resultados obtidos a partir do módulo viscoelástico do Abaqus com aqueles obtidos usando a UMAT desenvolvida, não sendo essas análises dependentes da presença das armaduras no modelo.

A malha de elementos finitos considerada nas análises foi feita utilizando-se um elemento tridimensional quadrático com 10 nós, o C3D10, gerada automaticamente pelo Abaqus. Para verificar o tamanho do elemento que resultaria em uma malha mais eficaz, foram realizados testes elásticos utilizando diferentes quantidades de elementos e comparando as deflexões resultantes, a fim de se encontrar uma malha que gerasse um menor custo computacional sem perder a precisão dos resultados.

A Figura 5 a seguir mostra os valores do erro relativo entre as deflexões para diferentes tamanhos de malhas, com relação a uma malha contendo 61543 elementos. A partir dos testes realizados, optou-se por utilizar uma malha com 12416 elementos, uma vez que, aumentando o número de elementos para 61543, a diferença entre as deflexões medidas no meio do vão principal da ponte foi de apenas 0,28%.

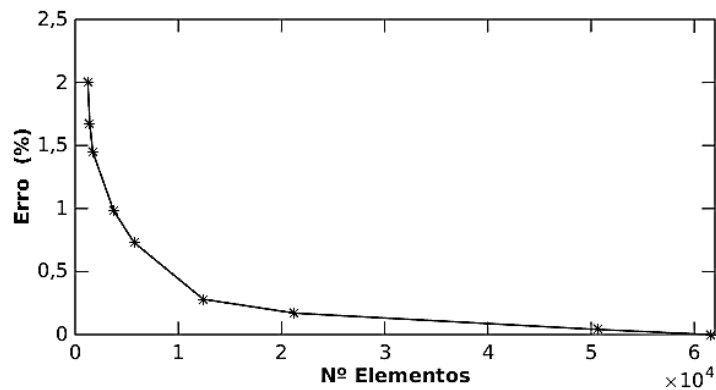


Figura 5. Erro relativo entre malhas com diferentes quantidades de elementos

A Figura 6 mostra a geometria e a malha de elementos finitos utilizada nas análises viscoelásticas, onde foi considerada apenas uma metade da ponte KB devido às suas simetrias.

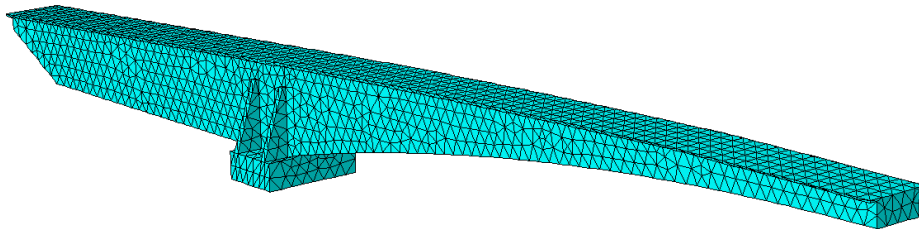


Figura 6. Geometria e malha utilizada nas análises

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 7 apresenta os resultados das deflexões obtidas no meio do vão principal da ponte, ao longo de 50 anos sob carregamento. Esses valores foram obtidos usando o módulo viscoelástico do Abaqus, tendo sido feitas análises para idades de aplicação do carregamento, t' , de 7, 90 e 210 dias. Aqui, procurou-se verificar quantas vezes as deflexões aumentam ao longo do tempo e quantas vezes elas diminuem à medida que se aumenta a idade de aplicação da carga. Por isso, as deflexões foram normalizadas com relação à deflexão instantânea apresentada na aplicação do carregamento para um $t' = 7$ dias.

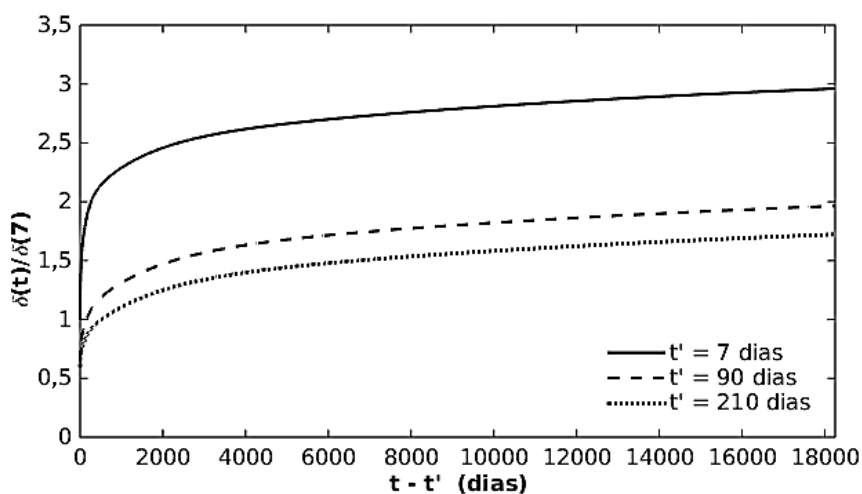


Figura 7. Deflexões normalizadas para diferentes idades t'

Como se percebe na Fig. 7, a deflexão após 50 anos (18250 dias) chega a 3 vezes o seu valor no momento da aplicação da carga, quando se considera $t' = 7$ dias. Já para idades t' de 90 e 210 dias, essa deflexão chega a 1,75 e 2 vezes o valor inicial, respectivamente.

Essas curvas obtidas foram comparadas com os valores encontrados utilizando-se a subrotina UMAT desenvolvida e são apresentadas nas Figuras 8 a 10. Foram plotados nessas figuras os resultados para $t - t'$ até 100 dias, uma vez que as diferenças entre essas curvas para tempos maiores de carregamento são praticamente nulas. As análises foram realizadas utilizando-se um incremento de tempo Δt de 1 dia. Como se percebe na Fig. 8, o erro relativo entre a UMAT e o módulo viscoelástico do Abaqus é de aproximadamente 10% no momento da aplicação do carregamento, diminuindo para valores próximos de zero ao longo do tempo.

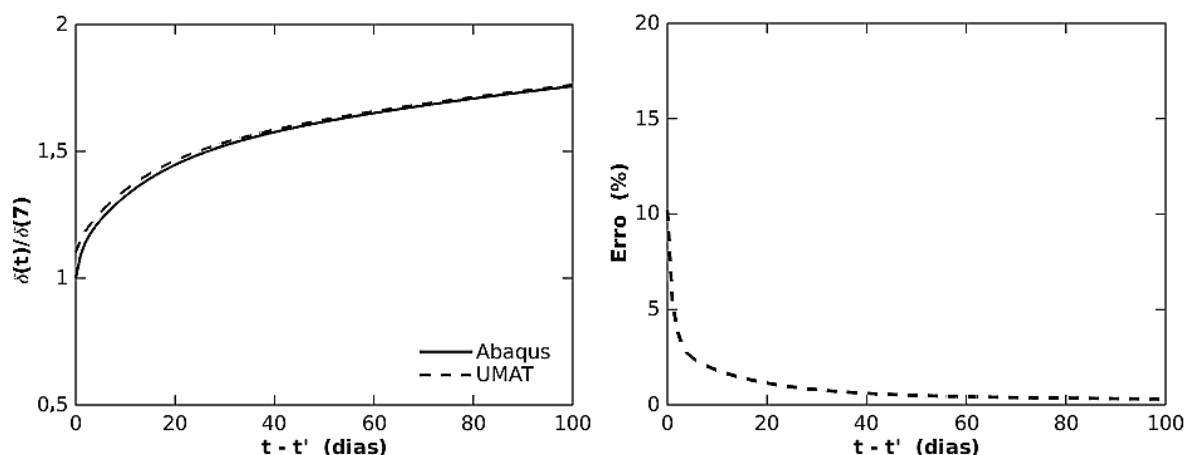


Figura 8. Deflexões iniciais para $t' = 7$ dias ($\Delta t = 1$ dia, Abaqus e UMAT)

Esse erro inicial está ligado diretamente à natureza do método utilizado para a incrementalização da relação constitutiva viscoelástica, sendo o método de Zocher *et al.* (1997), o qual foi utilizado na UMAT desenvolvida, altamente dependente do valor do incremento de tempo Δt . Assim, utilizando incrementos de tempo menores podem-se obter valores mais próximos entre o módulo viscoelástico do Abaqus e a UMAT.

A Figura 9 a seguir mostra os resultados obtidos utilizando-se um incremento de tempo de 0,1 dias para o Abaqus e de 0,05 dias para a UMAT. Verifica-se que, nessas condições, o erro relativo entre as curvas cai para menos da metade daquele apresentado na Fig. 8.

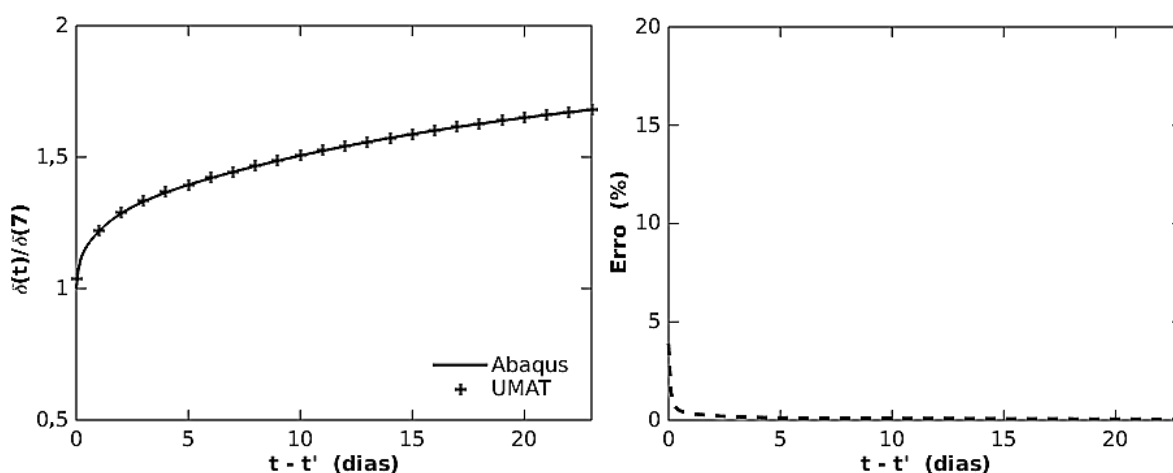


Figura 9. Deflexões para $t' = 7$ dias ($\Delta t = 0,1$ Abaqus e $\Delta t = 0,05$ UMAT)

A Figura 10 a seguir mostra a comparação entre a UMAT e o Abaqus para as idades t' de 90 e 210 dias, considerando um incremento de tempo $\Delta t = 1$ dia. Percebe-se que para os dois casos o erro relativo inicial fica em torno de 6% e decresce significativamente ao longo do tempo.

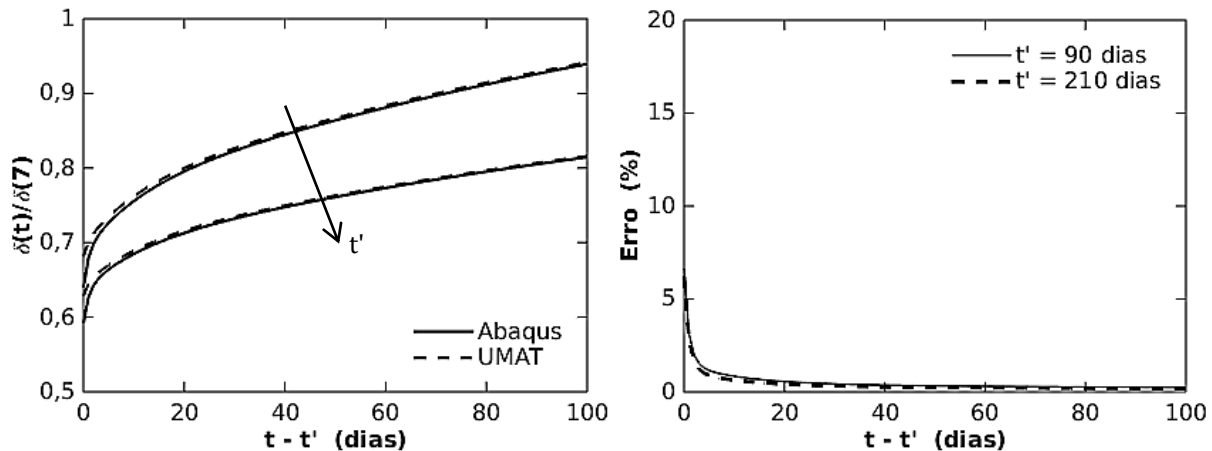


Figura 10. Deflexões iniciais para $t' = 90$ e $t' = 210$ dias

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises viscoelásticas da ponte KB mostraram que o envelhecimento influencia diretamente nas respostas de longas idades do concreto, havendo valores de deflexões bem maiores quando se aplicam os carregamentos numa estrutura com um concreto mais jovem. Assim, é importante a consideração da propriedade de envelhecimento do concreto em análises por elementos finitos, principalmente na modelagem de estruturas com uma vida útil de projeto de mais de 50 anos, como é o caso das pontes em concreto armado.

Os resultados obtidos com a UMAT implementada se mostraram bastante satisfatórios, evidenciando sua eficiência em análises viscoelásticas para diferentes idades de aplicação do carregamento, t' . Uma vez tendo essa UMAT implementada para simular o comportamento de fluência do concreto, a consideração do envelhecimento diretamente no modelo constitutivo do material fica mais fácil de ser programada, constituindo-se em uma ferramenta que pode contribuir significativamente para as análises de estruturas de concreto.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Universidade de Brasília (UnB) pelo apoio e incentivo à pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Atrushi, D. S., 2003. *Tensile and Compressive Creep of Early Age Concrete: Testing and Modelling*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology/Trondheim.
- Baweja, S. & Bažant, Z. P., 1995. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures – model B3. *Materials and Structures*, v. 28, n. 6, pp. 357-365.
- Bažant, Z. P., Hubler, M. H. & Yu, Q., 2011. Pervasiveness of excessive segmental bridge deflections: Wake-up call for creep. *ACI Structural Journal*, v. 108, n. 6, pp. 766-774.
- Bažant, Z. P., Yu, Q. & Li, G.-H., 2012a. Excessive Long-Time Deflections of Prestressed Box Girders. I: Record-Span Bridge in Palau and Other Paradigms. *Journal of Structural Engineering*, v. 138, n. 6, pp. 676-686.
- Bažant, Z. P., Yu, Q. & Li, G.-H., 2012b. Excessive Long-Time Deflections of Prestressed Box Girders. II: Numerical Analysis and Lessons Learned. *Journal of Structural Engineering*, v. 138, n. 6, pp. 687-696.
- Bažant, Z. P., Yu, Q., Li, G.-H., Klein, G. & Křístek, V., 2010. Excessive Deflections of Record-Span Prestressed Box Girder: Lessons Learned from the Collapse of the Koror-Babeldaob Bridge in Palau. *ACI Concrete International*, v. 32, n. 6, pp. 44-52.
- Chazal, C. & Pitti, R. M., 2010. Viscoelastic Incremental Formulation Using Creep and Relaxation Differential Approaches. *Mechanical of Time-Dependent Materials*, v. 14, pp. 173-190.
- Chazal, C. & Pitti, R. M., 2011. Incremental Constitutive Formulation for Time Dependent Materials: Creep Integral Approach. *Mechanical of Time-Dependent Materials*, v. 15, pp. 239-253.
- Ghazlan, G., Caperaa, S. & Petit, C., 1995. An Incremental Formulation for the Linear Analysis of Thin Viscoelastic Structures Using Generalized Variables. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 38, pp. 3315-3333.
- Marques, S. P. C. & Creus, G. J., 2012. *Computational Viscoelasticity*. Springer.
- Taylor, R. L., Pister, K. S. & Goudreau, G. L., 1970. Thermomechanical analysis of viscoelastic solids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 2, pp. 45-49.
- Zocher, M. A., Groves, S. E., Allen, D. H., 1997. A Three-Dimensional Finite Element Formulation for Thermoviscoelastic Orthotropic Media. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 40, pp. 2267-2288.