



UM MÉTODO MULTIESCALA ITERATIVO MODIFICADO PARA VOLUME DE CONTROLE PARA RESERVATÓRIOS MUITO HETEROGÊNEOS

¹Lorena M. C. Barbosa

²Artur C. R. De Souza

³Darlan K. E. de Carvalho

⁴Paulo R. M. Lyra

¹lorenamcavalcanti@gmail.com

²arturcastiel@gmail.com

³dkarlo@uol.com.br

⁴prmlyra@ufpe.br

^{1,2,3,4}Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Pernambuco

Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária,

Recife - PE - CEP: 50670-901, Brasil

Alessandro R. E. Antunes

areantunes1973@gmail.com

Núcleo de Tecnologia, Universidade Federal de Pernambuco

Rodovia BR 104, km 59, Nova Caruaru

Caruaru - PE - CEP: 55002-970, Brasil

Abstract. *Métodos multiescala são capazes de fornecer soluções numéricas acuradas para as equações de fluxos em reservatórios de petróleo muito heterogêneos e ortotrópicos, com custos computacionais relativamente baixos quando comparados ao custo da simulação diretamente na escala mais fina. No entanto, Método de Volumes Finitos Multiescala (MsFVM) pode apresentar baixa acurácia ao modelar o escoamento em reservatórios de petróleo com elevados contrastes de permeabilidade, devido à imposição das condições de localização. Para corrigir essas limitações, no presente trabalho, apresentamos uma variante do método multiescala, denominado Método Multiescala Iterativo Modificado para Volume de Controle (I-MMCVM). No I-MMCVM calculamos iterativamente as pressões em cada volume da malha grossa primal utilizando as pressões anteriormente calculadas pelo MsFVM como condições de contorno de Dirichlet. Com o desacoplamento do campo de pressão perder-se conservação nas interfaces do volume de controle da malha grossa primal. Para recuperar a conservação, utilizamos o fluxo “upscaled”, obtido a partir do MsFVM, como parâmetro de*

correção e através de um fator de ponderação, em cada superfície de controle da malha grossa, corrigimos o fluxo “upscaled” obtido do I-MMCVM. Para avaliarmos a acurácia do I-MMCVM, resolvemos alguns problemas de referência e os resultados encontrados são bastante promissores e equivalentes aos melhores encontrados na literatura.

Keywords: *Métodos multiescala para volumes finitos, reservatórios heterogêneos, escoamento bifásico em meios porosos, simulação de reservatórios.*

1 INTRODUÇÃO

Problemas envolvendo múltiplas escalas representam fenômenos em diferentes escalas espaciais e temporais, apresentando complexos mecanismos físicos, o que os torna difíceis de serem analisados. A simulação direta de problemas multiescala é extremamente difícil de ser realizada, pois resolver as escalas mais finas requer uma quantidade elevada de capacidade de processamento e memória computacional, o que torna o processo proibitivo atualmente (Hou e Wu, 1997; Zhou e Tchelepi, 2008; Zhou, 2010; Møyner, 2012). Para possibilitar a análise numérica de modelos geológicos mais realistas, métodos de transferências de escalas são utilizados, possibilitando solucionar as equações que governam o fenômeno físico considerando um número de graus de liberdade computacionalmente razoável, e mantendo a acurácia desejada. Neste contexto destacam-se as metodologias atualmente denominadas multiescala. Os métodos multiescala consistem em capturar informações da escala fina através da construção de funções de base, responsáveis pela transferência de informações entre as escalas envolvidas, em cada volume de controle, considerando condições de contorno especiais, que têm por objetivo de desacoplar os subproblemas definidos em cada volume de controle da malha grossa. Segundo a literatura (Lunati et al., 2011; Hajibeygi, 2011; Møyer, 2012), através dessa metodologia é possível obter soluções numéricas acuradas, com baixo custo computacional, quando comparados ao custo da simulação numérica diretamente na escala mais refinada, em reservatórios isotrópicos altamente heterogêneos, que apresentem fraturas e barreiras.

Todas as variantes dos métodos MsFVM, usam a organização de malhas proposta por Jenny et al. (2003, 2004, 2006), uma malha fina, uma grossa primal e uma grossa dual. O uso da malha grossa dual, implica no uso de condições de contorno reduzidas que desacoplam os subproblemas de pressão no domínio. Como consequência ocorre um erro na solução do campo de pressão, nas regiões próximas dos contornos dos volumes da malha grossa dual, ocasionando uma perda de acurácia da solução nas interfaces dos volumes duais (Hesse et al., 2008; Lunati et al., 2011; Møyner, 2012, Cortinovis e Jenny, 2014). Segundo Cortinovis e Jenny (2014) quando zonas de baixa permeabilidade atravessam as arestas dos volumes duais, o cálculo das funções de base nessa área é prejudicado, acarretando em erros significativos na solução global.

Assim, de forma geral, o MsFVM tem grandes dificuldades em simular meios com variações bruscas de permeabilidade (fraturas e barreiras) e meios anisotrópicos (Hajibeygi, 2008, Kippe et al. 2008). Para contornar essas limitações, Faroughi et al. (2013) tentaram corrigir esse erro, e propuseram uma correção nas condições de contorno reduzidas. Quando existirem regiões com acentuado gradiente de permeabilidade e estas atravessarem as faces dos volumes

de controle da malha dual, calcula-se uma permeabilidade efetiva nestes volumes, suavizando o gradiente de permeabilidade e melhorando a solução do campo de pressão nestas regiões. Cortinovis e Jenny (2014) também realizaram correções nas funções de bases através de interpolantes, aumentando a taxa de convergência quando se utilizam métodos iterativos multi-escala.

Wang et al. (2015) desenvolveram o M-MsFVM (*Monotone Multiscale Finite Volume Method*) para problemas isotrópicos e heterogêneos, utilizando duas condições de contorno diferentes: as denominadas clássicas e as lineares. As condições lineares não garantem monotonicidade, porém diminuem o grau de não-monotonicidade quando comparado as condições de contorno reduzidas, enquanto as clássicas sempre resultam em operadores matriciais monótonos. É importante ressaltar que em alguns casos a solução clássica multiescala é mais eficiente e acurada que a obtida com o M-MsFVM. Lunati et al. (2011) e Hajibeygi (2011) propõem o uso de métodos iterativos para resolver as limitações das técnicas MsFVM, e de forma iterativa calculam as condições de contornos reduzidas, conseguindo soluções com alta acurácia. O problema desta metodologia é que para problemas complexos e mais realistas, o I-MsFVM é inviável devido ao alto custo computacional (Cortinovis e Jenny, 2014).

Neste trabalho vamos apresentar uma variação do MsFVM, o Método Multiescala Iterativo para Volume de Controle Modificado (I-MMCVM). A ideia deste método é recalcularmos a pressão em cada volume de controle da malha grossa primal, utilizando as pressões anteriormente calculadas pelo MsFVM como condições de contorno de Dirichlet, e com poucas iterações melhorarmos a solução do campo de pressão a cada passo iterativo. Para recuperar a conservação, utilizamos o fluxo *upscaled*, obtido a partir do MsFVM, como parâmetro de correção e através de um fator de ponderação, em cada superfície de controle da malha grossa, corrigimos o fluxo *upscaled* obtido do I-MMCVM. Para avaliarmos a acurácia do I-MMCVM, aplicamos para alguns problemas de referência e os resultados encontrados são bastante promissores e equivalentes aos melhores encontrados na literatura.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta seção são descritas as equações que governam o escoamento bifásico num reservatório de petróleo, considerando escoamentos incompressíveis e meios porosos rígidos (porosidade constante). Assumindo que a velocidade de cada fase obedece a Lei de Darcy, e que esta pode ser escrita como, $\vec{v}_j = -K\lambda_j \nabla p_j$ na ausência do efeito de gravidade, sendo K é o tensor permeabilidade absoluta do meio, representando uma propriedade da rocha, p_j é a pressão da fase j , $\lambda_j = -(k_{rj} / \mu_j)$ é a mobilidade da fase j , onde k_{rj} é a permeabilidade relativa e μ_j é a viscosidade da fase. Desconsiderando ainda os efeitos capilares, a conservação da massa para cada fase j pode ser escrita como:

$$-\vec{\nabla} \cdot (\rho_j \vec{v}_j) + q_j = \phi \frac{\partial (\rho \phi S_j)}{\partial t}, j = o, w \quad (1)$$

onde ϕ é a porosidade do meio, ρ_j é a massa específica, S_j a saturação, e q_j representa um termo de fonte ou sumidouro de fluido na fase j com o e w representando as fases óleo e água, respectivamente.

Ao considerar o meio poroso totalmente saturado, pode-se escrever a equação constitutiva ou de restrição das saturações como:

$$\sum_{j=o,w} S_j = 1 \text{ ou } S_o + S_w = 1 \quad (2)$$

Utilizando a conservação da massa, a lei de Darcy e a equação constitutiva, podemos obter a equação da pressão como:

$$-\nabla \cdot (\vec{v}) = Q \quad (3)$$

com as condições de contorno dadas pela Eq. (4):

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{n} &= g_N, & \text{em } \Gamma_N \times [0, t] \\ p &= g_D, & \text{em } \Gamma_D \times [0, t] \end{aligned} \quad (4)$$

Observe que $\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{v}_w$ é a velocidade total e $\vec{\lambda} = \vec{\lambda}_o + \vec{\lambda}_w$ é a mobilidade total, $Q_o + Q_w = Q$ é a taxa de produção ou injeção, com $Q_i = (q_i / \rho_i)$ para um domínio Ω , com fronteira $\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N$, onde Γ_D e Γ_N , são os contornos de Dirichlet e Neumann, respectivamente. E g_N e g_D são os valores de fluxo e pressão, respectivamente.

O fluxo fracional da fase j pode ser definido como $f_j = \lambda_j / \lambda$, obtendo desta forma a equação da saturação da água:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = -\nabla \cdot (f_w \vec{v}) + Q_w \quad (5)$$

3 APROXIMAÇÃO MULTIESCALA

O MsFVM foi originalmente desenvolvido para possibilitar a resolução da equação elíptica da pressão de forma acurada e eficiente, em um espaço transformado, onde o número de graus de liberdade é consideravelmente menor do que no espaço original. Esta metodologia assemelha-se às metodologias denominadas *upscaling*, porém, mantendo sempre a conexão entre os espaços, e fornecendo soluções acuradas e computacionalmente viáveis no espaço original. Para um melhor entendimento, considere um domínio Ω discretizado através de uma malha denominada fina, com n_f volumes de controles (V.C.), que representa o espaço vetorial original. Duas malhas auxiliares são construídas, a primeira denominada malha grossa primal com n_c volumes de controle, é criada a partir da aglomeração de volumes da malha fina original, e representa o espaço transformado. A segunda, chamada de malha grossa dual,

é criada, em linhas gerais, conectando-se os centroides dos V.C. da malha grossa primal, conforme pode ser visualizado na Fig. 1.

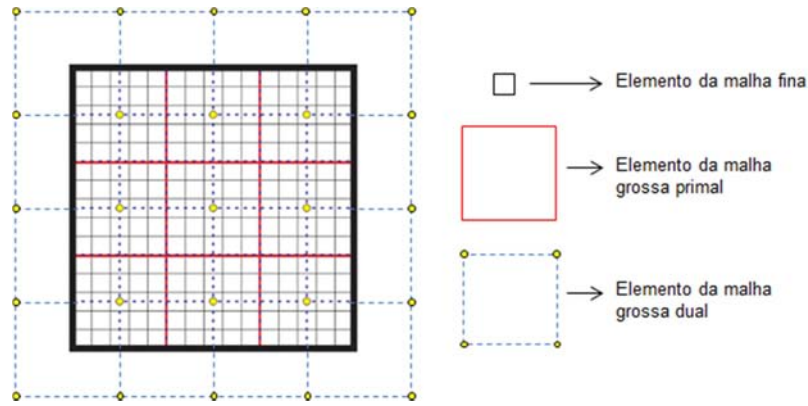


Figura 1– Domínio Ω , volumes malha fina (Ω^f) - linhas finas e pretas, malha grossa primal Ω_p^c - linhas vermelhas, e malha grossa dual Ω_d^c - linhas tracejadas azuis, e ponto de colocação da malha grossa primal x^p (círculos amarelos).

Deseja-se obter o campo de pressão na malha fina, porém antes é preciso obter a pressão na malha grossa, e para isso necessita-se de um operador que transfira informações entre as malhas. Portanto, define-se um operador de prolongamento ($\tilde{P}_{op}$) que transmite informações da malha grossa para a fina. De forma análoga, define-se um operador de restrição ($\tilde{R}_{or}$) que transmite informações da malha fina para a grossa. Esses operadores possuem representações na forma matricial de dimensões $n_f \times n_c$ e $n_c \times n_f$ respectivamente. Desta forma, é possível obter-se uma formulação totalmente algébrica da metodologia multiescala, facilitando a sua aplicação, e a inclusão de novas físicas, como compressibilidade, por exemplo. Na seção a seguir, será detalhada esta formulação algébrica

3.1 Descrição matemática do MsFVM

No método multiescala, pode-se definir a pressão no interior do volume fino ($\tilde{P}^f$), como:

$$\tilde{P}^f = \tilde{P}_{op} \tilde{P}^c \quad (6)$$

sendo $\tilde{P}^c$ é a pressão no interior da célula (*cell-center*) de um volume grosso primal e $\tilde{P}_{op}$ é o operador de prolongamento. Para construir o operador de prolongamento é necessário obter um conjunto de funções de base ϕ_i^I . Essas funções são definidas como soluções de problemas elípticos homogêneos, em cada volume da malha grossa dual, como mostra as Eq.(7)-(9):

$$-\vec{\nabla} \cdot (\tilde{K} \cdot \vec{\nabla} \phi_i^I) = 0 \quad \text{em } \Omega_d^c \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\tilde{K} \frac{\partial \phi_i^I}{\partial \tau} \right) = 0 \quad \text{em } \partial \Omega_d^c \quad (8)$$

$$\phi_i^I(x^p) = \delta_{Ip} \quad (9)$$

onde x^p é um ponto de colocação localizado no centroide de cada volume da malha grossa primal, o índice “ i ” representa o volume de controle da malha fina contido no volume da malha grossa dual, “ I ” é o índice que indica em qual volume de controle da malha grossa primal, a função está sendo definida, τ indica a componente tangencial do fluxo na fronteira do volume da malha grossa dual, e δ_{Ip} é a função delta de Kronecker. Note que a condição e contorno definida pela Eq. (8), desacopla os subproblemas na malha grossa.

Portanto o operador de prolongamento é definido por:

$$P_{\tilde{op}_{i,I}} = \phi_i^I(x_i) \quad (10)$$

Assim, como tem-se um operador que transmite informações da malha grossa para a malha fina, precisa-se de um operador que transmita informações da malha fina para a grossa. Este operador é denominado operador de restrição (R_{or}), e determina como é realizado o mapeamento da malha fina para a malha grossa, sendo definido considerando-se a conservação da massa (E_i). Ou seja,

$$E_i = 0 \quad \text{em } \Omega_i^f, i = 1, \dots, n_f \quad (11)$$

com n_f representando o número total de volumes na malha fina.

A Eq. (11) representa a conservação de massa na malha fina, e desta forma, a equação de conservação da massa na malha grossa primal é dada por:

$$\sum_{\Omega_i^f \in \Omega_{p,I}^c} E_i = 0 \quad \text{em } \Omega_{p,I}^c, I = 1, \dots, n_c \quad (12)$$

onde n_c representa o número total de volumes na malha grossa.

Sendo assim, o operador de restrição é construído a partir da Eq. (12), juntamente com a Eq. (11), resultando

$$R_{or(I,i)} = \begin{cases} 1 & \text{se } \Omega_i^f \subset \Omega_{p,I}^c \\ 0 & \text{se } \Omega_i^f \not\subset \Omega_{p,I}^c \end{cases} \quad (I = 1, \dots, n_c; i = 1, \dots, n_f) \quad (13)$$

Com os operadores que mapeiam as informações entre as malhas fina e grossa definidos, é possível resolver um sistema de equações na malha grossa, para obter $\tilde{P}^c$.

Considerando que a Eq. (3) pode ser escrita, na forma discreta, como:

$$\tilde{T}^f \tilde{P}^f = \tilde{Q}^f, \text{ para todo } \tilde{P}^f \in \Omega^f \quad (14)$$

onde $\tilde{T}^f$ é a matriz de transmissibilidade da malha fina com dimensão $n_f \times n_f$ e $\tilde{Q}^f$ é o vetor com as informações de termos fontes/sumidouro e/ou quantidades conhecidas das condições de contorno da malha fina, de dimensão $n_f \times 1$. De forma semelhante, é possível definir o problema elíptico na malha grossa como:

$$\tilde{T}^c \tilde{P}^c = \tilde{Q}^c, \forall \tilde{P}^c \in \Omega^c \quad (15)$$

portanto existe um vetor solução $\tilde{P}^c$ no espaço Ω^c .

Ao substituir a Eq. (6) na Eq. (14), e pré-multiplicando pelo operador de restrição ($\tilde{R}_{or}$) chega-se, a:

$$\tilde{R}_{or} \tilde{T}^f \tilde{P}_{op} \tilde{P}^c = \tilde{R}_{or} \tilde{Q}^f \quad (16)$$

Comparando a Eq. (16) com a Eq. (15) tem-se que:

$$\tilde{T}^c = \tilde{R}_{or} \tilde{T}^f \tilde{P}_{op} \quad (17)$$

$$\tilde{Q}^c = \tilde{R}_{or} \tilde{Q}^f$$

E resolvendo a Eq. (15), tem-se:

$$\tilde{P}^c = (\tilde{T}^c)^{-1} \tilde{Q}^c \quad (18)$$

e ainda, usando as Eqs. (6), (17) e (18), a solução para o campo de pressão, obtida através da formulação multiescala é dada por:

$$\tilde{P}^{ms} = \tilde{P}_{op} \tilde{P}^c = \tilde{P}_{op} (\tilde{T}^c)^{-1} \tilde{Q}^c \equiv \tilde{P}_{op} [\tilde{R}_{or} \tilde{T}^f \tilde{P}_{op}]^{-1} \tilde{R}_{or} \tilde{Q}^f \quad (19)$$

3.2 Cálculo do Campo de Velocidade

As condições de contorno reduzidas com o consequente desacoplamento entre os problemas locais acarretam inconsistência da pressão nas fronteiras dos volumes grossos duais, portanto não é possível obter um campo de velocidade conservativo na malha fina, através da

pressão calculada pela Eq. (19). Para contornar esse problema, calcula-se novamente a pressão, $\tilde{P}^p$, em cada volume grosso primal, utilizando condições de contorno de Neumann, sendo o fluxo calculado a partir das pressões conhecidas, obtidas pelo método multiescala, $\tilde{P}^{ms}$, nos volumes da malha fina localizados nas fronteiras dos volumes primais (Lunati e Lee, 2009; Zhou, 2010; Møyner, 2012).

Com o valor do campo de pressões recalculado $\tilde{P}^p$ nas fronteiras dos volumes duais, basta obter o campo de velocidades (i.e. fluxos), localmente conservativo em todo o domínio. Adicionalmente, podem ser realizadas iterações de Jacobi no campo de pressão para melhorar a acurácia da solução, caracterizando um I-MsFVM (*Iterative Multiscale Finite Volume Method*).

4 MÉTODO MULTIESCALA ITERATIVO MODIFICADO PARA VOLUME DE CONTROLE (I-MMCVM)

Na definição das funções de base, assume-se que não existe fluxo normal ao longo das fronteiras dos volumes da malha grossa dual, induzidos por quaisquer termos fonte ou sumidouro. O uso dessas condições acarreta limitações ao MsFVM, em meios altamente heterogêneos com regiões com bruscas variações de heterogeneidade, podendo ter soluções não físicas no campo de pressão.

Nesse trabalho, propõe-se um método iterativo alternativo, recalculando a pressão em cada volume da malha grossa primal, utilizando as pressões anteriormente calculadas pelo MsFVM como condições de contorno de Dirichlet, de forma a melhorar a acurácia da solução. Este método pode ser ilustrado através da Figura 2, onde é possível observar um fragmento de uma malha estruturada quadrangular, com nove volumes de controle de uma malha grossa primal. Nesta figura observamos um volume de controle denominado “E”, no qual recalculamos a pressão. Conforme mostra a Eq. (20) no primeiro passo de iteração, usaremos a pressão P^d , que nada mais é que a pressão obtida através dos operadores multiescala oriundos da Eq. (19), e logo depois recalcularemos a pressão em todos os volumes de controle pertencentes à malha grossa primal. Observe que esse processo pode ser realizado de forma independente visto que os subproblemas de pressão são independentes entre si. Finalizado o primeiro passo de iteração temos um novo campo de pressão denominado P^p , que é a pressão recalculada em cada volume de controle da malha grossa primal de forma iterativa. De forma geral, repetimos o processo usando agora P^p , como condição de contorno e repetimos novamente o mesmo processo anterior. O objetivo com a aplicação deste método iterativo alternativo é que com poucas iterações, usamos geralmente três, melhoramos a acurácia do campo de pressão.

Teoricamente, qualquer método iterativo, tal como Jacobi ou Gauss-Seidel, pode ser utilizado para recalculer a pressão nas malhas primais, embora a taxa de convergência para a solução exata da equação discreta seja dependente do método utilizado. Neste trabalho estamos utilizando o método de Jacobi.

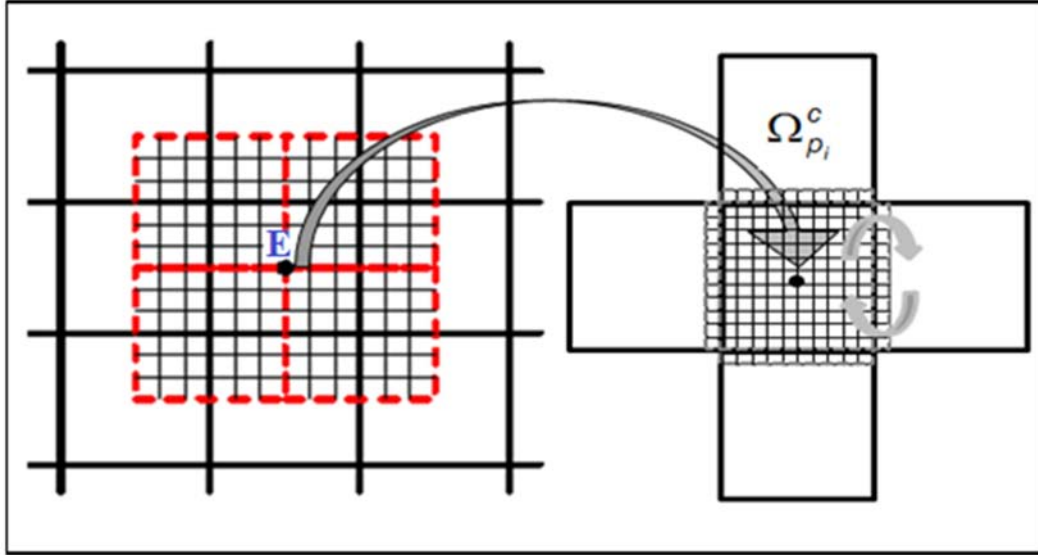


Figura 2. Esboço do método I-MMCVM usando as condições de Dirichlet como condição de contorno

$$\begin{aligned}
 &n = 0 \\
 &P^n = P^D \\
 &\left\{ \begin{array}{l} \text{Fazer, } n = n + 1, \text{ ntir} \\ \left\{ \begin{array}{l} -\nabla \cdot (K \nabla P^n) = f \quad \text{over } \Omega_{p_i}^c \\ P^n = P^{n-1} \quad \text{over } \partial \Omega_{p_i}^c \end{array} \right. \\ \text{Fim} \end{array} \right. \\
 &P^P = P^n
 \end{aligned} \tag{20}$$

4.1 Funções de correção do I-MMCVM

O uso do método iterativo, utilizando as condições de contorno de Dirichlet, elimina as oscilações do campo de velocidade, e com poucas iterações, é possível obter soluções acuradas na pressão. Entretanto, no momento do desacoplamento do problema de pressão, perde-se a conservação existente nas interfaces dos volumes da malha grossa primal.

Diante disso, propomos uma técnica denominada Correção do Fluxo Iterativo por Face (CF) que recupera a conservação utilizando o fluxo *upscaled*, obtido a partir do MsFVM, como parâmetro de correção. Através de um fator de ponderação, em cada superfície de controle da malha grossa, corrigimos o fluxo *upscaled* obtido do I-MMCVM.

Dessa forma, apresentamos o Método Multiescala Iterativo Modificado Para Volume De Controle Com Correção Por Face (I-MMCVM-CF) que é capaz de obter um campo de pres-

são com boa precisão através do método iterativo já introduzido nesse trabalho e um campo de saturação conservativo e acurado através das correções por face.

Sabe-se que o somatório dos fluxos f_{ik} nas n_{Faces} de cada volume discreto satisfaz a Eq. (21).

$$\sum_{ik=1}^{n_{Faces}} f_{ik} = \sum_{ik=1}^{n_{Faces}} -\frac{\lambda K}{\mu} \vec{\nabla} p \cdot \vec{N} = \bar{Q} \quad (21)$$

Se um problema não é conservativo a Eq. (22) se transforma em:

$$\sum_{ik=1}^{n_{Faces}} f_{ik} - \bar{Q} = \varepsilon \quad (22)$$

onde ε é o resíduo da solução iterativa multiescala, que impede que o somatório dos fluxos seja conservativo. De forma que, quando a solução iterativa multiescala convergisse para a fina o resíduo tenderia a zero ($\varepsilon=0$).

Considere que existe um fluxo *upscaled* que atravessa a superfície de controle de um volume de controle da malha grossa primal, denominado de f^c , calculado a partir do campo de pressão P^D , Eq. (19), por definição temos que:

$$f^c = F_1^{P^D} + F_2^{P^D} + F_3^{P^D} + F_4^{P^D} + \bar{Q} \quad (23)$$

e,

$$F_N^{P^D} = f_1^{P^D} + f_2^{P^D} + \dots + f_n^{P^D} \quad (24)$$

onde $F_N^{P^D}$ é a vazão *upscaled* que atravessa uma das faces do volume de controle da malha grossa primal, sendo $N=1,\dots,4$, visto que estamos usando polígonos de quatro faces e $f_n^{P^D}$ é a vazão nas faces dos volumes de controle da malha fina, calculados a partir de P^D , que compõem a face grossa F avaliada e n representa a superfície fina avaliada. Lembrando que por definição f^c é conservativo na malha grossa primal.

Ao iterarmos P^D utilizando as condições de contorno de Dirichlet obtemos um campo de pressão acurado denominado P^P , diminuimos as oscilações locais e geramos um fluxo *upscaled* denominado de f^P , onde:

$$f^P = F_1^{P^P} + F_2^{P^P} + F_3^{P^P} + F_4^{P^P} + \bar{Q} \quad (25)$$

e,

$$F_N^{Pp} = f_1^{Pp} + f_2^{Pp} + \dots + f_n^{Pp} \quad (26)$$

sendo F_N^{Pp} é a vazão *upscaled* que atravessa uma das faces do volume de controle da malha grossa primal, e f_n^{Pp} é a vazão nas faces dos volumes de controle finos, calculados a partir de P^p , que compõem a face grossa F avaliada e n representa a superfície fina avaliada.

Devido ao desacoplamento temos que $\tilde{f}^p$ não é conservativo na malha grossa primal, conforme descrito na Eq. (22), a menos que convirja para a solução de referência. Para garantir conservação em $\tilde{f}^p$ usaremos $\tilde{f}^c$, que segundo a literatura (Kippe et al., 2008; Lunati e Jenny, 2006) possui uma boa acurácia, e sofre menos problemas de oscilação do que f_n^{Pp} . Na Figura 3 mostramos a composição dos fluxos $\tilde{f}^c$ e $\tilde{f}^p$, para um volume de controle pertencente à malha dual.

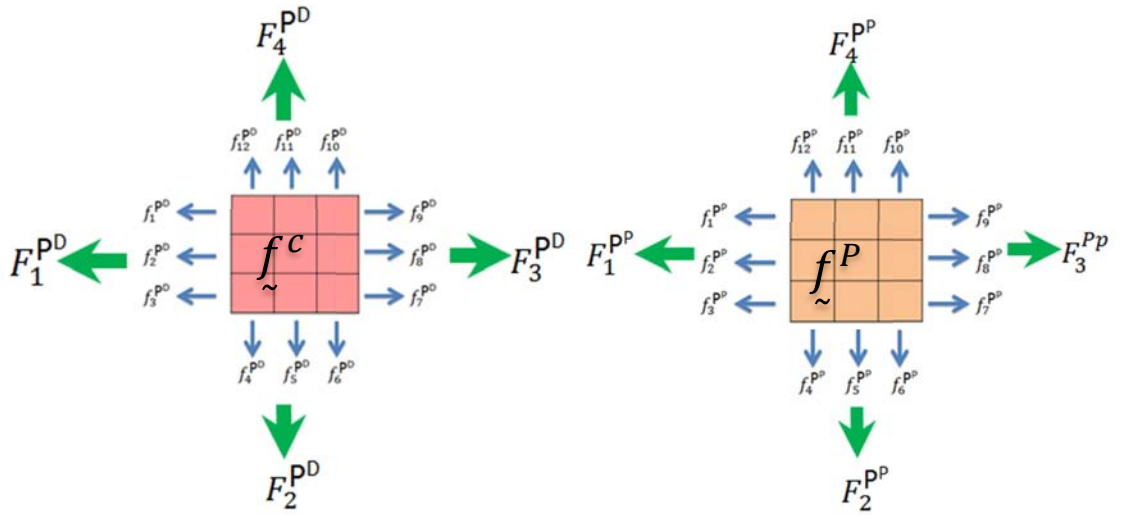


Figura 3. Composição do fluxo $\tilde{f}^c$ e $\tilde{f}^p$ que atravessa as superfícies de controle de um volume de controle pertencente a malha grossa primal.

Para garantir conservação considera-se que:

$$F_N^{Pp} - F_N^{Pp} = \varepsilon_{FN} \quad (27)$$

assim,

$$F_N^{Pp} = F_N^{Pp} + \varepsilon_{FN} \quad (28)$$

onde ε_{FN} é a diferença entre os dois fluxos *upscaled* na face avaliada e N varia de 1 a 4. Como exemplo ilustrativo, considere a face 1 do volume de controle apresentado na Figura 3. Logo, temos:

$$F_1^{pD} = f_1^{pP} + f_2^{pP} + f_3^{pP} + \varepsilon_{F1} \quad (29)$$

Precisamos assim distribuir a diferença de vazão entre todos os volumes de controle da malha fina de maneira que o somatório dos fluxos volte a ser conservativo. Para isso, é necessário redistribuir essa diferença de maneira proporcional. Portanto, precisamos escolher um fator de ponderação δ_{fn}^{pD} que respeite as propriedades físicas do meio. Uma escolha natural para o cálculo destes pesos é normalizá-los a partir da vazão. Esse processo é descrito na Eq. (30), a seguir:

$$\delta_{fn}^{pD} = \frac{|f_n^{pP}|}{\sum_i^n |f_n^{pP}|} \quad (30)$$

onde f_n^{pP} vazão nas faces dos volumes de controle da malha fina. É importante ressaltar que essa ponderação respeita as propriedades e características físicas do fenômeno analisado, visto que se, por acaso, f_n^{pP} é nulo, o fluxo corrigido continuará nulo, assim:

$$\varepsilon_{F1} = \delta_1^1 \varepsilon_{F1} + \delta_2^1 \varepsilon_{F2} + \dots + \delta_n^1 \varepsilon_{Fn} \quad (31)$$

$$F_1^{pD} = (f_1^{pP} + \delta_1^1 \varepsilon_{F1}) + (f_2^{pP} + \delta_2^1 \varepsilon_{F1}) + \dots (f_n^{pP} + \delta_n^1 \varepsilon_{Fn}) \quad (32)$$

Chamando $f_1^{cor} = f_1^{pP} + \delta_1^1 \varepsilon_{F1}$, portanto f_n^{cor} é o novo fluxo que atravessa a face n do volume de controle da malha fina corrigido e conservativo. É importante ressaltar que f_n^{cor} é diferente de f_n^{pD} , conforme será observado nos exemplos, esse novo fluxo mantém a acurácia existente de f_n^{pP} e a conservação vinda de f_n^{pD} . Assim, diminuimos as oscilações no campo de velocidade do método MsFVM e garantimos conservação em qualquer volume de controle, a cada passo de tempo. Por fim, resolvemos um problema de Neuman, usando a vazão f_n^{cor} , de forma que garantimos conservação em toda a malha.

Destacamos ainda que o método I-MMCVM-CF é um importante aprimoramento do método apresentado por Lunatti e Jenny (2006), visto que os autores corrigiam as oscilações do campo de velocidade, através do fluxo *upscaled* aplicando uma média aritmética, ou seja, uma homogeneização das velocidades que atravessam a superfície do volume de controle da malha grossa primal. Porém o campo de saturação obtido com essa homogeneização, para todos os problemas heterogêneos e isotrópicos se mostrava menos preciso quando comparada ao método MsFVM, ao contrário do método I-MMCVM-CF, conforme será mostrado na seção de resultados, logo a seguir.

4.2 Cálculo do erro da solução multiescala

Para avaliar a acurácia do procedimento descrito nesse trabalho, define-se os erros relativo e absoluto em cada iteração, E_{rel} e E_{abs} , dados por:

$$E_{rel} = \frac{|P - P^{ms}|}{|P|} \quad (33)$$

$$E_{abs} = |P - P^{ms}| \quad (34)$$

onde P e P^{ms} são as soluções de referência e multiescala, respectivamente. Também foi utilizado o erro médio definido como a média aritmética do erro relativo, calculado por:

$$\bar{E} = \frac{1}{N_{EL}} \sum_{j=1}^{N_{EL}} E_{rel_j} \quad (35)$$

onde N_{EL} é a quantidade de elementos da malha fina avaliados. Nesse caso são selecionados os elementos da malha fina onde se deseja avaliar o erro médio.

Por fim, foi utilizada a norma do supremo, ou infinito, dada por:

$$\|A\|_{\infty} = \max_{i=1:N_{EL}} \{A_i\} \quad (36)$$

onde A é um vetor de dimensão $N_{EL} \times 1$.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção apresentaremos os resultados obtidos considerando-se um escoamento bifásico óleo-água, num domínio 2D utilizando a metodologia IMPES (*Implicit Pressure Explicit Saturation*). As soluções de referência foram obtidas resolvendo-se a equação da pressão e saturação diretamente na malha fina, e as soluções via método multiescala foram obtidas considerando-se diferentes razões de engrossamento. Em ambos os casos, utilizou-se uma formulação de volumes finitos do tipo TPFA (*Two Flux Approximation*), tais aproximações são fisicamente intuitivas para a determinação dos fluxos nas arestas dos volumes de controle, e a discretização dos operadores diferenciais resultam em matrizes positivas-definidas, quando as malhas são ortogonais com respeito aos tensores de permeabilidade. Para a equação da saturação usou-se uma formulação explícita do tipo *upwind* de primeira ordem. Como neste trabalho estamos utilizando malhas ortogonais e considerando em todos os casos meios heterogêneos com a ausência de anisotropia, este método está habilitado para fornecer as soluções de forma acurada. Para maiores detalhes consultar Barbosa (2017).

5.1 Escoamento bifásico em um reservatório altamente heterogêneo numa configuração de ¼ de cinco poços

O método MsFVM nem sempre é capaz de fornecer soluções acuradas a todas as camadas do SPE-10th (Christie et al., 2001), que é um problema teste muito utilizado. Conforme já relatado, o MsFVM apresenta sérias dificuldades em simular meios altamente heterogêneos, com bruscos gradientes de permeabilidade, muitas vezes gerando soluções não condizentes com a natureza física do problema. Em alguns casos, alterar a razão de engrossamento (Cr), de forma que as arestas dos volumes de controle da malha grossa dual não atravessem essas regiões, ameniza o problema (Møyner, 2012). Outras vezes, independente do Cr, os volumes de controle da malha grossa dual atravessarão essas regiões, logo possivelmente teremos uma solução multiescala com baixa acurácia.

Para mostrar a acurácia do método I-MMCVM-CF quando comparamos com o MsFVM, utilizamos o campo de permeabilidades do Modelo 2 (formação *Upper Ness*) do *10th Comparative Solution Project da SPE*, um problema realmente desafiador, que é disponibilizado (Christie et al., 2001). Assim, escolhemos uma camada onde o MsFVM falha, ou tem baixa acurácia, e tentaremos reproduzi-las através do método proposto nesse trabalho. Para todos os problemas dessa secção usamos as formulações TPFA (*Two Point Flux Approximation*).

Considere um reservatório que é representado por um domínio computacional retangular definido por: $\Omega = [0;1] \times [0;0.5]$ (Figura 4a), onde a malha fina contém 64x32 volumes de controle. Simulou-se apenas um quarto do domínio de um reservatório com arranjo de cinco poços. Temos uma pressão prescrita no poço de produção ($\bar{p}_{prod} = 0$), localizada no volume de controle do canto superior direito da malha fina, saturação da água $S_w = 1.0$, vazão prescrita no poço de injeção ($\bar{Q}_{inj} = 1$) localizado no canto inferior esquerdo do reservatório. As saturações residuais do óleo e da água no reservatório são $S_{or} = S_{wr} = 0.0$, a razão entre as viscosidades das fases é $\mu_o / \mu_w = 4$. Para todos os problemas o fator de engrossamento utilizado foi $Cr = 113,8$ (6x3 volumes de controle na malha grossa primal). Neste problema usamos a camada 45 do SPE 10th (Fig. 4b.), que representa um exemplo clássico onde o campo de permeabilidade é heterogêneo e apresenta regiões com elevados gradientes de permeabilidade.

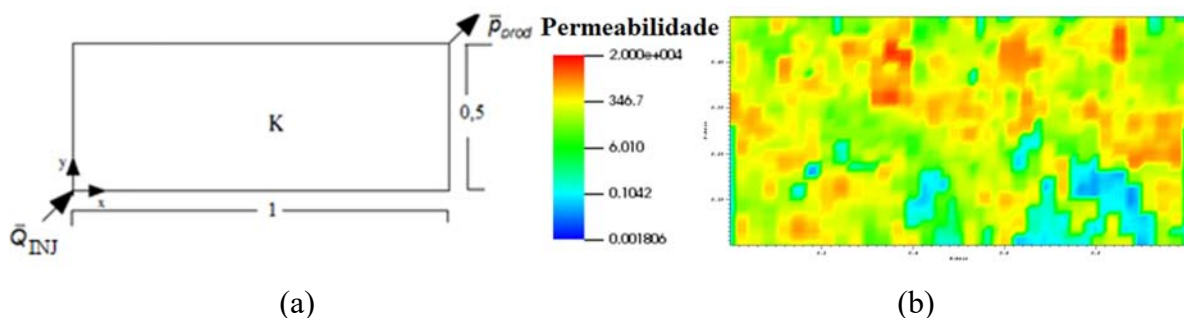


Figura 4. (a) Domínio Físico – (b) Mapa do Campo de Permeabilidade SPE 10th - 45

Nas Figuras 5 e 6 apresentamos os campos de saturações para os tempos de 0,02 e 0,03 VPI (volume poroso injetado), considerando a solução de referência, MsFVM e a I-

MMCVM. Observe que o MsFVM apresenta dificuldades em capturar todos os efeitos da variação do campo de permeabilidades. Isso acontece porque as arestas dos volumes de controle da malha grossa dual atravessam regiões com grandes variações de permeabilidade. Assim, o método MsFVM antecipa fortemente o *breakthrough*, conforme observado na Figura 6.

Temos que no tempo de 0,03 VPI (volume poroso injetado), o erro do campo de saturação, usando a norma L_2 , é de 58,8% para a solução MsFVM. Esse erro cai para 28,1% quando usamos o método I-MMCVM, e essa melhora pode ser percebida qualitativamente nas Fig.(5-6).

Nas Figura e 8 apresentamos o volume de óleo acumulado, recuperado e o corte de água, respectivamente, para as formulações investigadas. Conforme, já observado na Figura 6, o método MsFVM antecipa significativamente o *breakthrough*. Observe que o método I-MMCVM-CF melhora a solução corrigindo satisfatoriamente, a antecipação do *breakthrough*.

É importante destacar, que embora a solução MsFVM não seja acurada, o fluxo *upscaled* obtido de P^D , apresenta boa acurácia, e muitas vezes pode ser muito próximo da solução de referência, conforme relatado na literatura (Lunati e Jenny.,2006; Kippe et al. 2008).

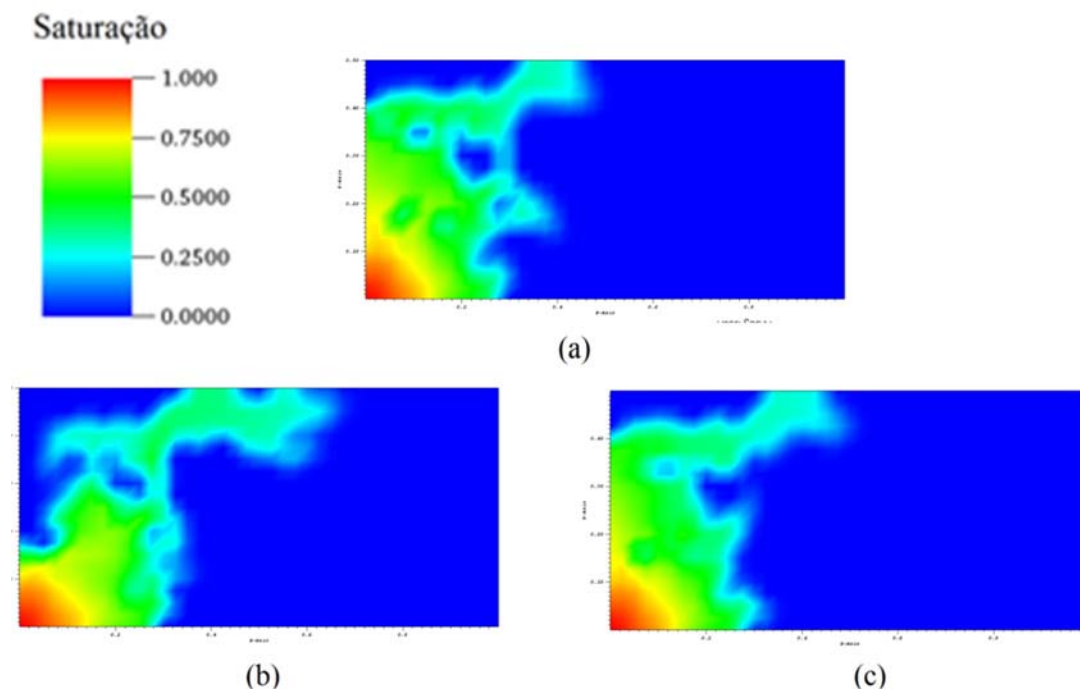


Figura 5. Campo de saturações para o escoamento bifásico de água e óleo na Camada 45 do Modelo 2 do 10th Comparative Solution Project da SPE: (a) Solução de Referência; (b) Solução MsFVM; (c) Solução I-MMCVM-CF – VPI: 0,02.

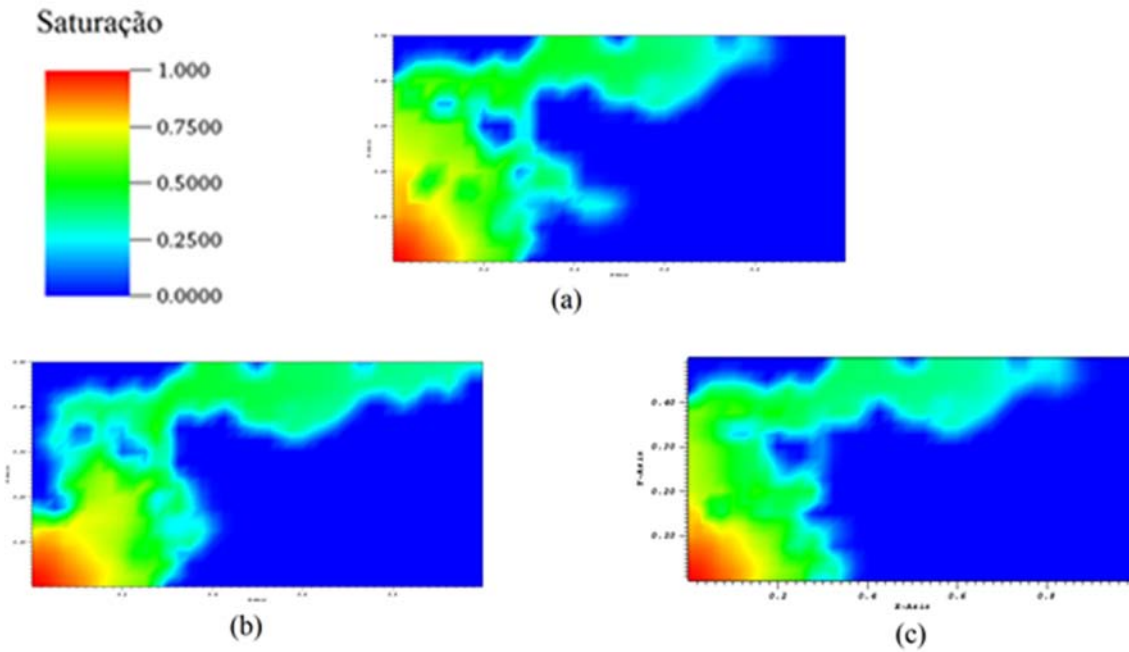


Figura 6. Campo de saturações para o escoamento bifásico de água e óleo na Camada 45 do Modelo 2 do 10th Comparative Solution Project da SPE: (a) Solução de Referência; (b) Solução MsFVM; (c) Solução I-MMCVM-CF – VPI: 0,03.

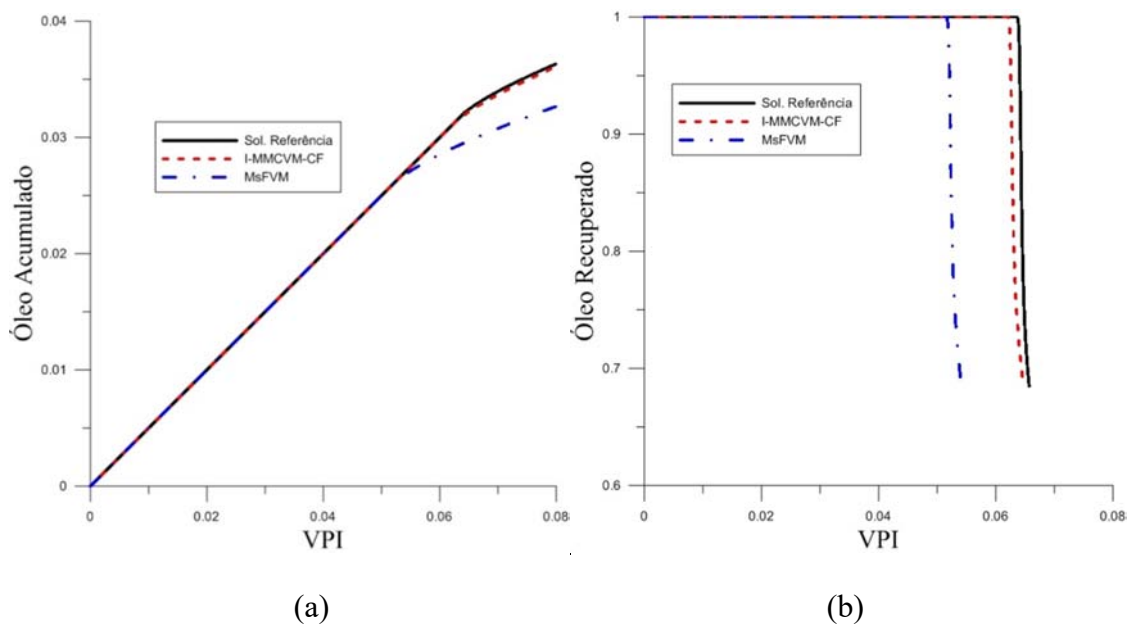
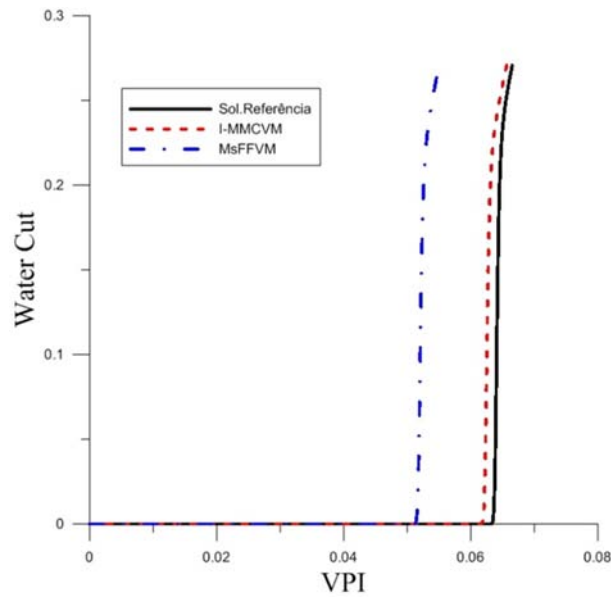


Figura 7. Curvas de produção obtidas para o problema do escoamento bifásico de água e óleo na Camada 45 do Modelo 2 do 10th Comparative Solution Project da SPE: (a) Óleo Acumulado; (b) Óleo Recuperado.



(c)

Figura 8. Curva de produção obtidas para o problema do escoamento bifásico de água e óleo na Camada 45 do Modelo 2 do 10th Comparative Solution Project da SPE: Corte de Água.

6 CONCLUSÃO

Nesse trabalho apresentamos uma variação do MsFVM, denominado de Método Multiescala Iterativo Modificado Para Volume de Controle Com Correção Por Faces (I-MMCVM-CF) para solução de escoamentos bifásicos em reservatório de petróleo altamente heterogêneos. Esta técnica visa corrigir as limitações das técnicas MsFVM, através de um método iterativo que itera o campo de pressão em cada volume de controle da malha grossa primal e para garantir conservação utiliza o método da correção do fluxo *upscaled* por face. De forma geral, podemos dizer que esta técnica é um aprimoramento da correção de fluxo *upscaled* desenvolvida por Lunati e Jenny (2006). Assim, concluímos que I-MMCVM-CF é capaz de melhorar a acurácia da solução obtida pelo método MsFVM, quando considerados reservatórios com elevado grau de heterogeneidade, e mantendo um baixo custo computacional.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à Fundação de Amparo a Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), ao CENPES-PETROBRÁS (SIGER-Rede Temática de Simulação e Gerenciamento de Reservatórios) e à FINEP (Financiamento de Estudos e Projetos) pelo apoio durante o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barbosa, L. M. C. *Formulações multiescala localmente conservativas para a simulação de reservatórios de petróleo muito heterogêneos e anisotrópicos*. Tese. Universidade Federal de Pernambuco, 2017.
- Christie, M. A., & Blunt, M. J. Tenth SPE Comparative Solution Project: A Comparison of Upscaling Techniques. Society of Petroleum Engineers. v. 4, p. 308-317, 2001.
- Cortinovis, D., Jenny, P., Iterative Galerkin-enriched multiscale finite-volume method. J. Comp. Phys. v. 277, p. 248-267, 2014.
- Faroughi, S. A, Faroughi, S. and MCadams, J., A prompt sequential method for subsurface flow modeling using the modified multi-scale finite volume and streamline methods. Int. J. Numer. Anal. Model. v. 4, p. 129-15, 2013.
- Hajibeygi H. Iterative multiscale finite volume method for multiphase flow in porous media with complex physics. Tese de Doutorado. Sharif University of Technology. Tehran. 2011.
- Hajibeygi H., Bonfigli G., Hesse M. A., Jenny P. Iterative multiscale finite-volume method. J. Comp. Phys. v. 227, p. 8604–8621, 2008.
- Hajibeygi, H. *Iterative multiscale finite volume method for multiphase flow in porous media with complex physics*, Sharif University of Technology, 2011.
- Hesse, A.M., Mallison, B. T, Tchelepi A. H. Compact Multiscale Finite Volume Method for Heterogeneous Anisotropic Elliptic Equations. *Multiscale Modeling & Simulation*, Vol. 7, No. 2 , pp. 934-962, 2008.
- Hou, T., & Wu, X. H. A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media. *Journal of Computational Physics*, vol. 134, pp. 169-189, 1997.
- Jenny, P, Lee, S. H., Tchelepi, H. A., Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation. J. Comp. Phys. v. 187, p. 47-67, 2003.
- Jenny, P., Lee, S. H., Tchelepi, H. A., Adaptive multiscale finite volume method for multi-phase flow and transport. *Multiscale Model. Simul.* v. 3, p. 50-64, 2004.
- Jenny, P., Lee, S. H., Tchelepi, H. A., An adaptive fully implicit multi-scale finite-volume algorithm for multi-phase flow in porous media. J. Comp. Phys. v. 217, pp. 627-641, 2006.
- Kippe V., Aarnes, J.E., Lie, K.A. A comparison of multiscale methods for elliptic problems in porous media flow. *Comput. Geosci.* v. 12, p. 377-398, 2008.
- Lunati, I. & Lee, S. H. An operator formulation of the Multiscale Finite-Volume Method with correction function. *Multiscale Modeling & Simulation* , Vol. 8, n. 1, pp. 96-109, 2009.

Lunati, I. , Jenny, P. Treating highly anisotropic subsurface flow with the multiscale finite-volume method. *Multiscale Modeling & Simulation* , Vol. 6, n. 1, pp. 308-318, 2006.

Lunati, I., Tyagi M., & Lee S.H. An iterative multiscale finite volume algorithm converging to the exact solution. *Journal of Computational Physics*, vol. 230, pp. 1849–1864, 2011.

Møyner, O. *Multiscale Finite Volume Methods: extension to unstructured grids with applications in reservoir simulation*. MSc dissertation, University of Science and Technology, 2012.

Wang, Y., Hajibeygi, H., Tchelepi, H.A. Monotone multiscale finite volume method. *Computational Geosciences*, vol. 20, n. 3, pp. 509-524, 2016.

Zhou, H., & Tchelepi, H. A. Operator-based multi-scale method for compressible flow. *The Society of Petroleum Engineers*, vol. 13, pp. 267-273, 2008.

Zhou, H. *Algebraic Multiscale Finite-Volume for reservoir simulation*. Ph.D. Thesis, Stanford University, 2010.