



OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL COM USO DE ALGORITMO GENÉTICO MULTI OBJETIVO

Jonathas Iohanathan Felipe de Oliveira

Antonio Carlos de Oliveira Miranda

jonathas.oliveira@ifce.edu.br

acmiranda@unb.br

Universidade de Brasília

Universidade de Brasília, SG-12, Campus Darcy, 70.910-900, DF, Brasília, Brazil

Resumo. A concepção estrutural é um processo em que o projetista deve decidir sobre a topologia de um sistema estrutural, materiais a serem utilizados, disposição dos elementos e suas dimensões. Em sua essência, este é um processo iterativo. Começa com uma escolha feita pelo projetista, com base em sua experiência e recomendações técnicas, e é continuamente alterado até que alguns critérios do projeto sejam alcançados, como os deslocamentos máximos permitidos e a capacidade de resistência. Em estruturas de concreto armado aporticadas, o posicionamento dos pilares é uma das escolhas que o projetista deve fazer. Este artigo aplica técnicas de otimização, como algoritmos genéticos, para encontrar o melhor posicionamento de colunas em molduras de concreto armado e fornecer alternativas de projeto. Ao alterar as dimensões dos elementos e as posições dos pilares, um algoritmo genético multiobjetivo é usado para minimizar o custo com concreto, reforço de aço e formas, e deslocamento máximo. Este artigo difere dos outros na literatura no modo como os pilares são posicionados e sua aplicação em estruturas aporticadas de topologia não-regulares

Keywords: Otimização Multiobjetivo, Estruturas, Posicionamento de Pilares.

1 INTRODUÇÃO

O projeto de estruturas usuais de concreto armado pode ser dividido simplificadaamente em quatro etapas iterativas: o lançamento da estrutura, análise, dimensionamento, e o detalhamento. Ainda que se trate de um procedimento sequencial, o processo como um todo é iterativo sendo as etapas aqui definidas interdependentes.

Atualmente, o projeto de estruturas convencionais de concreto armado conta com o auxílio de programas computacionais especializados, que permitem a concepção de modelos complexos e proporcionam maior produtividade, possibilitando ao projetista uma maior liberdade e poder na concepção e estudo do comportamento da estrutura. Os referidos programas, atualmente automatizam grande parte do processo da elaboração de projetos, atuando principalmente nas etapas de determinação dos esforços, cálculos de dimensionamento e elaboração do detalhamento. Entretanto, a etapa do lançamento e concepção estrutural ainda possui um elevado nível de dependência do projetista. Os programas disponíveis ainda necessitam que o usuário determine manualmente a posição dos elementos, suas características geométricas, materiais, vinculações e outras características fundamentais para a definição do modelo da estrutura.

As técnicas de otimização têm sido aplicadas em diversos problemas no projeto e concepção de estruturas. Embora sejam técnicas utilizadas na busca de soluções ótimas, muitas delas não são necessariamente aplicadas com este o intuito. A otimização pode ser também utilizada na busca por soluções alternativas que possam ser mais atraentes frente a soluções já conhecidas e ou adotadas, sendo o motivo de sua utilização neste trabalho.

A proposta do presente trabalho consiste na aplicação de uma técnica de otimização multiobjetivo ao projeto de estruturas, em especial, estruturas em pórticos de concreto armado. Pretende-se expor uma metodologia para a exploração do espaço de soluções de projeto, de forma a apresentar e propor soluções de projeto alternativas, objetivando uma melhor performance da estrutura. A procura por estas soluções se dará através da busca por um melhor posicionamento dos pilares e variação das seções transversais dos elementos, considerando que as disposições das vigas de um pavimento são informadas antes do processo de otimização.

2 OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS

A aplicação de técnicas de otimização em problemas de engenharia tem sido explorada como uma ferramenta de auxílio na busca de melhores soluções para produtos. Projetar é um processo iterativo. Da concepção até a obtenção de um resultado final, o projeto de um produto passa por inúmeras modificações até que se chegue em uma solução que possa ser considerada aceitável. Na etapa de projeto, o projetista propõe uma solução inicial baseada em sua experiência, intuição ou até mesmo em algumas análises matemáticas simples. A solução é então analisada para determinar sua aceitabilidade e, caso a solução seja aceita, o processo é terminado. Entretanto, no processo de otimização, a solução é reanalisada para determinar se é a melhor solução [1]. Para ser possível avaliar se uma solução é a melhor, é preciso definir critérios que permitam avaliar essa característica. A escolha destes critérios é uma decisão do projetista e das necessidades de cada projeto.

A otimização tem sido amplamente aplicada a estruturas, com os mais diferentes propósitos. De modo geral, o uso de otimização busca melhorar uma ou mais características da estrutura, variando parâmetros que a influenciam. A seguir alguns trabalhos são apresentados de modo a apresentar o domínio de aplicação da otimização em estruturas.

Treliças são um dos tipos de estruturas mais estudadas no que diz respeito a otimização de estrutural. A otimização dessas estruturas é comumente dividida em três tipos principais: otimização topológica, de forma e de dimensionamento. O uso de técnicas de busca foi proposto por Fu [2], o qual tinha como objetivo a otimização de treliças planas sujeitas a múltiplas condições de carregamento. Outros trabalhos que tratam de otimização de treliças planas utilizando programação matemática podem ser consultados em [3] e [4].

Hajela & Lee [5] realizaram otimização topológica e de dimensionamento de treliças planas utilizando algoritmos genéticos e o método ground structure (estrutura base, tradução livre). O método ground structure consiste em definir previamente uma estrutura base, comumente contendo a maior quantidade de conexões possíveis entre os nós, de modo que, ao longo do processo de otimização, elementos possam ser removidos sucessivamente da estrutura até que se alcance o peso mínimo, atendendo as restrições impostas. A otimização de treliças utilizando algoritmos genéticos é um dos temas mais recorrentes relacionados a otimização de estruturas, sendo explorado também em diversos outros trabalhos [6], [7].

Em algumas situações é desejável otimizar mais de uma função objetivo simultaneamente. Nesses casos são empregados técnicas de otimização multiobjetivo, que permitem a consideração de mais de uma função objetivo, e que buscam o equilíbrio entre os objetivos, de modo que uma não seja favorecido em relação aos demais. Essa característica é muito interessante por comumente produzir um conjunto de soluções ótimas, e não só uma única solução, proporcionando soluções ótimas alternativas de projeto.

Liu & Juang [8] aplicou técnicas de otimização multiobjetivo em problemas envolvendo pórticos metálicos rígidos. Em seu trabalho, três objetivos foram otimizados ao mesmo tempo: o peso da estrutura, o valor médio e a variação da demanda sísmica. O algoritmo utilizado foi o NSGA-II, e as seções dos elementos foram tomadas como variáveis de decisão, sendo as seções de vigas em um mesmo pavimento iguais, assim como a de pilares em um mesmo alinhamento em até dois níveis adjacentes. Para outros trabalhos semelhantes ver [9] e [10].

Um dos objetivos do presente trabalho consiste em alterar o posicionamento dos pilares durante o processo de otimização. Em estruturas de pórticos, uma das funções dos pilares é servir de apoio para as vigas de um pavimento. Portanto, alguns trabalhos consideram a mudança de posição dos apoios durante o processo de otimização, como descritos a seguir.

Maciunas e Belevicius [11] aplicaram um algoritmo genético adaptativo para a otimização multiobjetivo de grelhas de fundações, buscando a redução da carga máxima de reação nos apoios e o momento fletor máximo na grelha. Wang [12] fez uma análise de sensibilidade sobre o posicionamento de apoios simples em vigas e placas. Tanto apoios elásticos quanto rígidos foram considerados. A otimização também foi realizada de modo a buscar o posicionamento ótimo dos apoios de modo a minimizar o deslocamento máximo na estrutura. Trabalhos semelhantes buscaram otimizar o dimensionamento e posição dos apoios em grelhas [13], [17], vigas contínuas e pórticos planos [14], e ou placas [15], [16].

Diferentemente das estruturas de aço, as estruturas de concreto armado apresentam uma maior variedade e complexidade nas características do material, o que influencia diretamente

em seu comportamento e análise. Grande parte dos trabalhos que envolvem otimização de estruturas de concreto utilizam a abordagem da minimização do custo da estrutura, conforme pode ser visto em Sarma & Adeli [18] e outros autores [19], [20],[21], [22].

Um destaque especial deve ser dado ao trabalho de Sharafi [23], que trata da otimização de pórticos espaciais de concreto armado, considerando a variação do posicionamento dos pilares. O algoritmo Ant System foi utilizado para a busca do menor custo através da alteração das dimensões de suas seções transversais e da alteração do posicionamento dos pilares. O posicionamento dos pilares nesse trabalho diz respeito ao afastamento, nas duas direções, entre pilares sucessivos em estruturas retangulares regulares. Diferentemente do que será apresentado no presente trabalho, o trabalho de Sharafi [23], não contempla o posicionamento de pilares em estruturas em pórticos de formatos não regulares, como é comum em muitas construções. Outros trabalhos relevantes que contemplam o posicionamento de pilares, especialmente em estruturas ortogonais, são apresentados por [24], [25] e [26].

O presente trabalho emprega o algoritmo NSGA-II para a otimização de estruturas, em especial de concreto armado, alterando as seções transversais dos elementos e o posicionamento dos pilares, inclusive em estruturas aporticadas de topologia não regular.

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Nos projetos correntes de edifícios em concreto armado, a disposição das vigas em um pavimento, em sua maioria, é condicionada as posições das alvenarias. Ainda que esta consideração não seja necessariamente restritiva, para fins de simplificação será adotado neste trabalho que a disposição das vigas é determinada anteriormente ao processo de otimização. É importante observar que a suposição de que as vigas estão vinculadas a posição das alvenarias é simplesmente uma consideração simplificadora, não sendo obrigatória a existência de alvenaria sobre as mesmas, como o exemplo apresentado na Fig. 1.

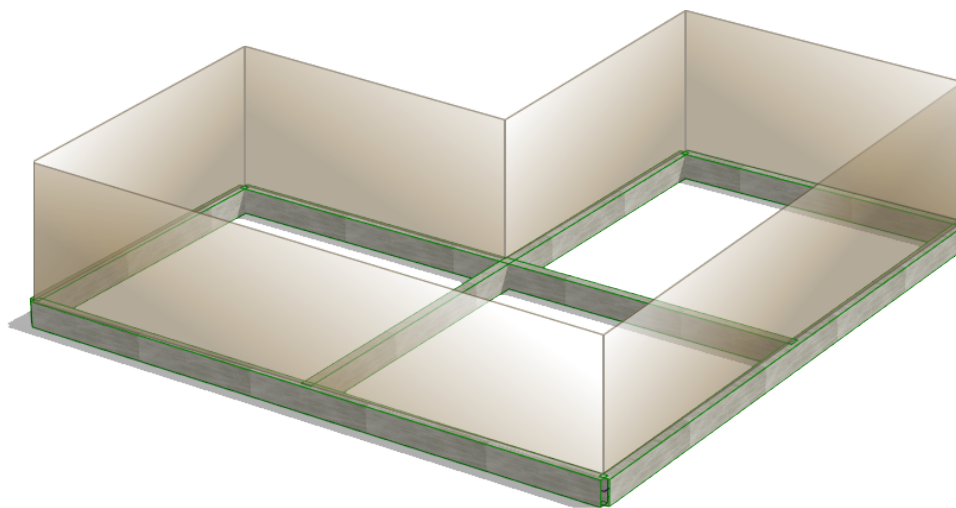


Figura 1 - Exemplo da predefinição das vigas de um pavimento.

Assim como as vigas, as lajes devem ser predefinidas pelo usuário, devido a definição dos seus painéis serem delimitados pelas vigas. Assim, as lajes permanecerão inalteradas durante o processo de otimização, ainda que sejam consideradas na análise do modelo.

3.1 Dimensões das seções transversais

Embora a disposição das vigas permaneça inalterada durante o processo de otimização, as dimensões de suas seções transversais podem ser alteradas a cada iteração. Para tanto, é necessário definir os limites máximos e mínimos permitidos para as dimensões das seções transversais a serem produzidas durante o processo de otimização. Devido a menor influência das larguras das seções transversais na capacidade resistente a flexão das vigas, a largura das seções é considerada constante e igual a todas as vigas. Assim, apenas os limites máximos e mínimos para a altura das seções transversais devem ser definidos, respectivamente, $h_{max}^{(v)}$ e $h_{min}^{(v)}$.

Devido a facilidade e economia da execução, é comum limitar a quantidade de seções distintas utilizadas em um projeto. Esta consideração proporciona uma economia na confecção de formas, maior facilidade de execução e economia de mão-de-obra. Entretanto, a quantidade máxima de seções distintas (s_{vigas}) a serem consideradas no projeto é uma escolha do projetista, não existindo um consenso ou regra geral que limite o seu uso. Portanto, neste trabalho, a quantidade máxima de seções distintas permitidas durante o processo de otimização é definida pelo usuário.

Uma estratégia semelhante será utilizada para os pilares, onde a quantidade máxima de seções distintas para os pilares ($s_{pilares}$) deverá ser arbitrada pelo usuário. Assim como para as vigas, a menor dimensão do pilar será mantida constante para todos os pilares, sendo a maior dimensão variável, tendo como limites máximos, $h_{max}^{(p)}$ e $h_{min}^{(p)}$, respectivamente.

As condições aqui definidas referentes as dimensões das seções podem ser resumidas pelas equações Eq. 1 e Eq. 2, respectivamente para as seções de vigas e pilares.

$$h_{min}^{(v)} \leq h_i^{(v)} \leq h_{max}^{(v)} \quad (1)$$

$$h_{min}^{(p)} \leq h_i^{(p)} \leq h_{max}^{(p)} \quad (2)$$

Além das quantidades máximas de seções utilizadas para pilares e suas dimensões limite, pretende-se, nas próximas etapas do trabalho, considerar a quantidade de pilares na estrutura ser variável, participando do processo de otimização, e não ter valor fixo.

3.2 Posicionamento dos pilares

A estratégia para o posicionamento dos pilares da estrutura é uma das etapas mais complexas da modelagem do problema de otimização. Será considerado que o posicionamento dos pilares estará restrito ao domínio das vigas, isto é, só será possível posicionar pilares que interceptem vigas, não sendo permitido o posicionamento de pilares em contato direto com as lajes.

Nos trabalhos presentes na literatura, o posicionamento dos pilares, quando considerado, é parametrizado por meio da construção da distribuição uniforme em direções perpendiculares, semelhante a matrizes, como o considerado por Sharafi et al. (2012). Em outra estratégia, está menos utilizada, o posicionamento se dá pelas coordenadas do centro geométrico da seção do pilar em planta, sendo verificado em seguida se a interceptação com vigas ocorre.

O procedimento para o posicionamento dos pilares neste trabalho consiste em: (1) transformar cada pavimento em uma viga equivalente parametrizada, (2) definir o posicionamento do pilar nesta viga equivalente, (3) identificar em qual elemento de viga do pavimento e (4) em qual posição deste deverá ser posicionado o pilar. Os estágios do procedimento descrito estão esquematicamente representados na Fig. 2.

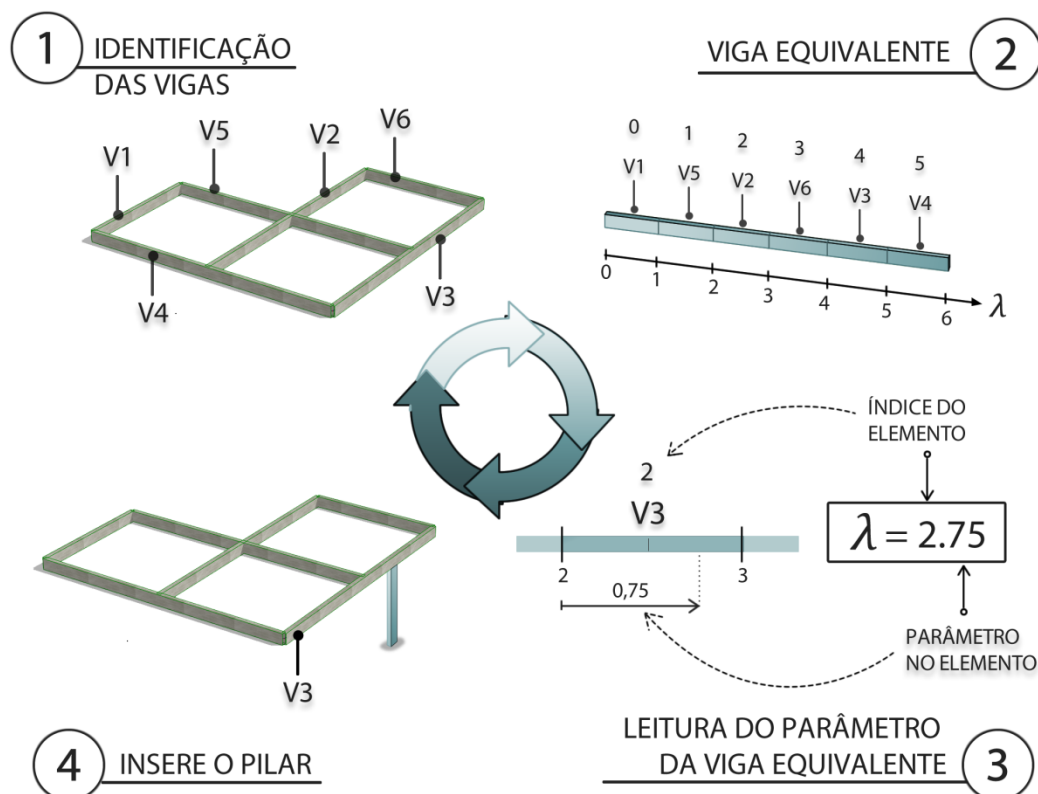


Figura 2 – Esquema dos estágios do posicionamento dos pilares.

No estágio 1 da Figura 2, as vigas do pavimento são identificadas e guardadas em uma lista ordenada, sendo possível acessá-las posteriormente através de um índice, j , correspondente ao seu posicionamento na lista, onde $0 \leq j < n_{pav}$, onde n_{pav} é a quantidade de vigas em um pavimento.

No estágio 2, as vigas do pavimento são transformadas em uma viga equivalente. A viga equivalente é composta por uma quantidade n_{pav} de vigas de comprimento unitário, posicionadas em série, respeitando a ordem dos elementos na lista das vigas do pavimento criada no estágio 1. É importante observar que a viga equivalente terá comprimento total igual a quantidade de vigas presentes no pavimento.

Devido a adoção da estratégia de conversão de um pavimento em uma única viga equivalente, o posicionamento de um pilar poderá ser definido através de um único parâmetro

de posicionamento, λ_i , que identificará em qual posição da viga equivalente o pilar deverá ser posicionado. Esta estratégia possibilita a redução da quantidade de variáveis necessárias para definir o posicionamento dos pilares, sendo uma das contribuições adicional deste trabalho. É importante destacar que nas estratégias presentes na literatura, duas variáveis são necessárias para caracterizar o posicionamento dos pilares. Em uma estratégia, considera-se as coordenadas dos pilares para definir a sua posição, sendo necessárias duas variáveis seriam necessárias (para as coordenadas x_i e y_i do pilar), além da verificação da interseção com as vigas. Em outra estratégia, o posicionamento de um pilar é caracterizado por uma variável para identificar em qual elemento o pilar deve ser posicionado, e uma segunda variável que identifica em qual posição deste elemento deverá ser posicionado. Para exemplificar, suponha que se deseja posicionar 15 (quinze) pilares em uma estrutura. Nas estratégias adotadas na literatura, seriam necessárias duas variáveis para cada pilar, isto é, 30 (trinta) variáveis ao todo para representar o posicionamento dos 15 (quinze) pilares. Na estratégia adotada neste trabalho, será necessária a definição de apenas uma variável por pilar, isto é, 15 (quinze) variáveis, reduzindo pela metade a quantidade de variáveis requeridas para os pilares e, consequentemente, a complexidade do problema.

A partir do parâmetro de posicionamento, λ_i , é possível definir em qual posição da viga equivalente o mesmo deverá ser alocado, como apresentado no estágio 3 da Figura . Devido ao parâmetro de posicionamento ser uma variável de decisão, seus limites admissíveis precisam ser definidos obedecendo a Eq. 3.

$$0 \leq \lambda_i < (n_{pav}) \quad i = 1, 2, \dots, n_{pilares} \quad (3)$$

Se λ_i respeitar a Eq. 3, o índice na lista de vigas do pavimento do elemento no qual o pilar deverá ser posicionado será dado pela parte inteira de λ_i , enquanto sua posição relativa neste elemento será dada pela parte decimal de λ_i e $n_{pilares}$ a quantidade de pilares considerados. Portanto, o índice na lista de vigas de um pavimento do elemento no qual o pilar deve ser posicionado é dado pela Eq. 4, e a posição relativa do posicionamento neste pilar é expresso pela Eq. 5,

$$j = \lfloor \lambda_i \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z} \mid m \leq \lambda_i\} \quad (4)$$

$$\bar{\lambda}_i = \lambda_i - j \quad (5)$$

onde j é o índice na lista das vigas do pavimento do elemento onde o pilar deverá ser posicionado, $\lfloor \lambda_i \rfloor$ é a função piso (ou o arredondamento para baixo, ver Iverson (1969, p. 12)) do parâmetro de posicionamento na viga equivalente, e $\bar{\lambda}_i$ é o parâmetro de posicionamento relativo do pilar na j -ésima viga da lista de vigas do pavimento. A Figura exemplifica a utilização do parâmetro $\bar{\lambda}_i$ para o posicionamento de um pilar na j -ésima viga de um pavimento.

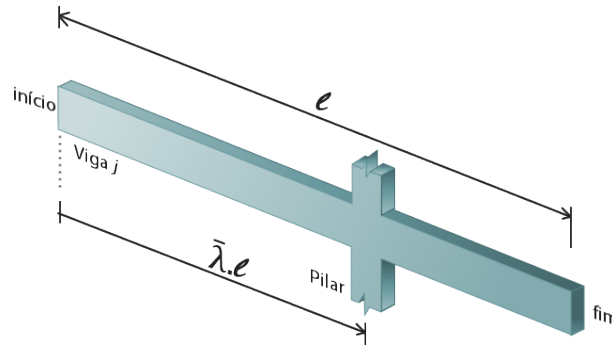


Figura 3 - Parâmetro de um pilar em uma viga do pavimento.

3.3 Vetor de projeto

Em um projeto de otimização, as variáveis de decisão do problema devem ser reunidas em um único vetor, chamado aqui de vetor de projeto. O vetor solução particularizará uma solução no processo de otimização, sendo modificado a cada interação. Devido o vetor de projeto conter cada uma das variáveis de decisão, a quantidade de informações contidas no mesmo irá variar para cada problema analisado.

Para os problemas aqui formulados, o vetor solução deverá conter as seguintes variáveis de decisão: as alturas das seções das vigas ($\mathbf{x}^{(1)}$), a informação de qual seção deverá ser atribuída a cada viga ($\mathbf{x}^{(2)}$), as dimensões máximas das seções dos pilares ($\mathbf{x}^{(3)}$), a informação de qual seção deverá ser atribuída a cada pilar ($\mathbf{x}^{(4)}$) e os parâmetros de posicionamento λ_i de cada pilar ($\mathbf{x}^{(5)}$). A composição do vetor de projeto, $\mathbf{X}$, está representado esquematicamente na Fig. 4.

$$\mathbf{X}^T = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^{(1)} \\ \mathbf{x}^{(2)} \\ \mathbf{x}^{(3)} \\ \mathbf{x}^{(4)} \\ \mathbf{x}^{(5)} \end{Bmatrix} \begin{matrix} \longrightarrow \text{dimensão das seções de vigas} \\ \longrightarrow \text{seção das vigas} \\ \longrightarrow \text{dimensão das seções dos pilares} \\ \longrightarrow \text{seção dos pilares} \\ \longrightarrow \text{posição dos pilares} \end{matrix}$$

Figura 4 - Representação esquemática do vetor de projeto.

Uma definição mais formal, o vetor de projeto, $\mathbf{x}$, é apresentada na Eq. 6, sendo suas componentes definidas pelas Eq. 7 a Eq. 11,

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{x}^{(1)} \quad \mathbf{x}^{(2)} \quad \mathbf{x}^{(3)} \quad \mathbf{x}^{(4)} \quad \mathbf{x}^{(5)}\} \quad (6)$$

$$\mathbf{x}^{(1)} = x_i^{(1)}, \quad i = 1, 2, \dots, s_{vigas} \quad (7)$$

$$\mathbf{x}^{(2)} = x_k^{(2)}, \quad k = 1, 2, \dots, n_{vigas} \quad (8)$$

$$\mathbf{x}^{(3)} = x_m^{(3)}, \quad m = 1, 2, \dots, s_{pilares} \quad (9)$$

$$\mathbf{x}^{(4)} = x_p^{(4)}, \quad p = 1, 2, \dots, n_{pilares} \quad (10)$$

$$\mathbf{x}^{(5)} = x_p^{(5)}, \quad p = 1, 2, \dots, n_{pilares} \quad (11)$$

onde $n_{pilares}$ e n_{vigas} são a quantidade de pilares e vigas no modelo, respectivamente.

É importante ressaltar que os resultados apresentados posteriormente nesta versão do presente trabalho ainda não contemplarão a variação do posicionamento dos pilares nem a variação de sua seção, devido a estas funções ainda estarem em desenvolvimento.

3.4 Funções objetivo

Em problemas de otimização multiobjetivo, a função objetivo é representada por um vetor de funções objetivo. Até a presente versão deste trabalho, são adotadas como funções objetivo: o custo total da estrutura e o deslocamento máximo da estrutura.

O custo total da estrutura considerado neste trabalho é referente ao consumo de materiais, podendo o custo com mão-de-obra ser indireta e aproximadamente considerado através dos custos unitários dos materiais. A função custo é definida conforme a Eq. 12,

$$f_1 = \sum_{i=1}^N C_c \cdot V_{c_i} + C_s \cdot \gamma_s \cdot A_{s_i} \cdot L_i + C_f \cdot A_{f_i} \quad (12)$$

onde C_c , C_s e C_f são o custo unitário por volume de concreto, por peso de aço e área de forma, respectivamente; N é a quantidade de elementos no modelo, V_{c_i} é o volume de concreto, A_{s_i} é a área de aço, L_i o comprimento e A_{f_i} a área de forma do i -ésimo elemento da estrutura.

A função do deslocamento máximo global consiste em buscar na estrutura qual o deslocamento máximo, em valor absoluto. O deslocamento máximo é obtido navegando nos elementos do modelo e avaliando se os deslocamentos dos mesmos é o maior em valor absoluto na estrutura. A função deslocamento máximo é formalizada na Eq. 13,

$$f_2 = \max(\boldsymbol{\delta}) \quad (13)$$

onde $\boldsymbol{\delta}$ é o vetor de deslocamentos da estrutura.

É intuitivo que o aumento das seções em estruturas submetidas a flexão tende a aumentar sua rigidez e, conseqüentemente, reduzir os deslocamentos. Entretanto, o aumento das seções provocará um aumento no consumo de materiais, elevando o custo com materiais da estrutura. Deste modo, percebe-se que as duas funções tendem a apresentar uma correlação inversa, isto é, se o valor de uma aumenta, o da outra tende a diminuir. Portanto, tendo em vista que se deseja minimizar ambas as funções objetivo simultaneamente, buscar-se-á fazê-lo de modo que não se melhore uma em detrimento da outra, buscando encontrar a Fronteira de Pareto para o problema, de forma semelhante a apresentada na Fig. 4.

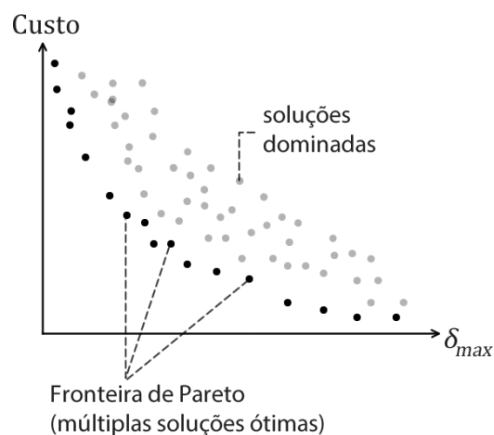


Figura 4 - Exemplo de uma Fronteira de Pareto.

3.5 Restrições

Até a presente versão do trabalho, as restrições impostas no problema de otimização são referentes as dimensões máximas e mínimas das seções transversais dos elementos e deslocamentos máximos. Diferentemente de grande parte dos trabalhos apresentados na literatura, não é verificada diretamente a capacidade resistente dos elementos, sendo os elementos dimensionados para resistirem aos esforços solicitantes e, caso dimensionamento não seja possível, as funções objetivo são penalizadas.

Devido a integração com o Robot, a verificação de flechas limite, o dimensionamento e a eventual verificação da capacidade resistente dos elementos, bem como a verificação da abertura de fissuras, podem ser verificadas pelo próprio Robot, dependendo da norma adotada para o projeto e personalizações do projetista.

Ocorrendo a violação dos limites configurados no próprio Robot, alertas de cálculo são emitidas pelo mesmo, informando a não conformidade do projeto aos parâmetros definidos. Antecipa-se que, no estágio atual da implementação, alertas quaisquer de violação das condições de dimensionamento e verificação emitidas pelo Robot, independentemente de sua natureza, são tratados simplesmente como violação das condições de projeto, penalizando as funções objetivos.

A verificação da violação das flechas máximas em vigas é realizada pelo próprio Robot. Entre seus parâmetros, o Robot permite definir em termos de frações do vão qual o deslocamento máximo permitido às vigas. De forma a aproximar mais da realidade dos projetos brasileiros, as flechas limites permitidas foram definidas como $L/350$, diretamente no Robot.

As penalizações às funções objetivos consistem em amplificar o valor calculado das funções por pesos, de modo que o projeto que apresente violações às restrições possa ser desfavorecido no processo de otimização, diminuindo suas chances de estar presente na solução ótima final. A função penalidade adotada no presente trabalho é semelhante à adotada por Miguel et al. (2012), modificada para uma grandeza generalizada, e é apresentada na Eq. 14,

$$P_t(\mathbf{x}) = h \cdot \left[\sum_{k=1}^N \left| \frac{\mu_k(\mathbf{x}) - \mu_k^{max}}{\mu_k^{max}} \right| \right] \quad (14)$$

onde N é quantidade de elementos na estrutura, h é o peso da penalidade, comumente definido como um número alto, x é o vetor de projeto analisado, μ_k é o valor de uma determinada grandeza que se deseja avaliar e μ_k^{max} é o valor máximo permitido para a grandeza em questão.

4 IMPLEMENTAÇÃO

A análise da estrutura será realizada utilizando o programa computacional Autodesk Robot Structural Analysis® 2017 (Robot). O Robot é um programa de análise estrutural por elementos finitos, com tecnologia BIM (modelagem baseada na informação, da sigla em inglês), mantido pela empresa Autodesk. Com o Robot é possível desde a análise linear de estruturas de barras, até modelos complexos de elementos finitos, com simulação computacional de fluidos para análise dinâmica, considerando efeitos causados pelo vento (ver Fig. 5).

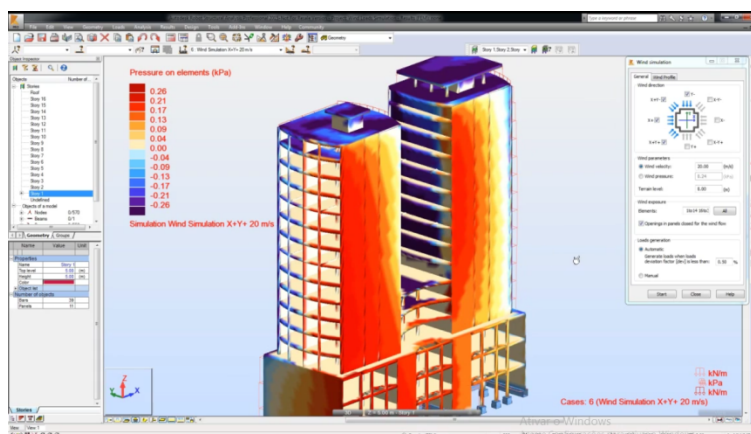


Figura 5 - Interface do programa Autodesk Robot Structural Analysis 2017.

No presente trabalho, o Robot é utilizado como ambiente para a modelagem e configuração da estrutura inicial, processamento dos resultados e visualização dos resultados finais.

É pela na entrada gráfica que o usuário deverá definir a posição das vigas dos e as dimensões iniciais de suas seções, os painéis de lajes e os pilares que o mesmo deseja que se mantenham inalterados durante a análise. A partir da estrutura modelada é que se dará a mudança das seções dos elementos, a adição e mudança de posição dos novos pilares, baseado em uma quantidade de pilares desejada pelo usuário.

É importante ressaltar que alguns cuidados devem ser tomados na definição do modelo da estrutura para que a metodologia aqui utilizada funcione corretamente. Entre estes cuidados está na definição do tipo do elemento para vigas e pilares. No Robot, elementos lineares podem ser do tipo viga, coluna ou barra. Para que o dimensionamento e o posicionamento ocorram como o esperado, os elementos lineares que representam as vigas ser definidos no Robot como tendo no atributo Objeto Estrutural a opção Vigas, sendo ainda inseridas como Vigas de CA (podendo ser verificado no atributo Tipo), em referência a vigas de concreto armado (ver Fig. 6).

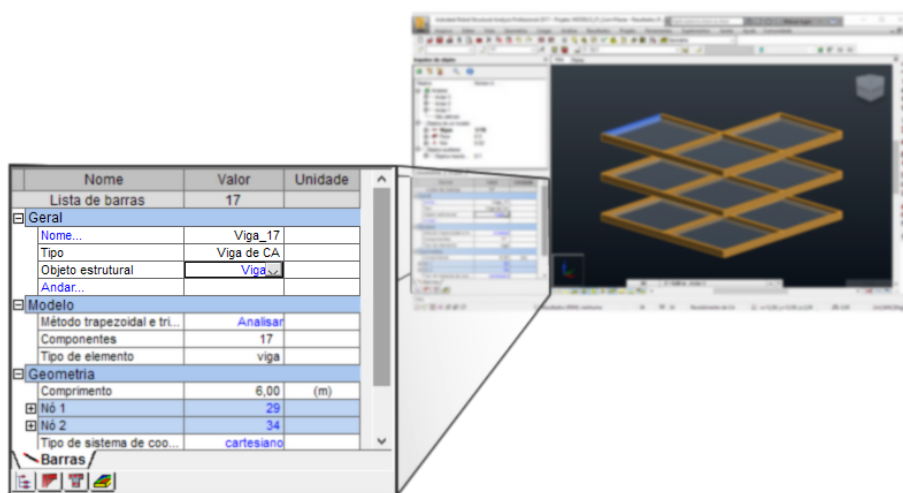


Figura 6 - Propriedades dos elementos das vigas.

Algoritmos evolutivos são algoritmos que mimetizam o comportamento evolutivo dos indivíduos. Na nomenclatura dos algoritmos evolutivos, cada solução é chamada de indivíduo. O conjunto de indivíduos gerados em uma iteração do algoritmo (também chamada de geração), é chamado de população. Durante cada iteração, indivíduos dominantes, com maior aptidão de melhorar a solução, chamados de pais, são selecionados e são combinados através do procedimento de combinação e mutação para gerar novos indivíduos, isto é, novas soluções. Quanto uma parte da população é mantida inalterada entre iterações, diz-se que ocorre o elitismo. O elitismo é uma estratégia adotada de modo a conservar indivíduos dominantes, que apresentem uma boa aptidão, durante as gerações e contra os procedimentos de mutação e cruzamento. A cada geração, o procedimento a seguir é repetido até que se alcance o fim das gerações ou um critério de convergência estabelecido: uma população aleatória de indivíduos é gerada, a função objetivo é avaliada para cada indivíduo da população, e uma nova população deverá ser criada; a criação de uma nova população se dá através da seleção dos pais, cruzamento entre os pais com ocorrência ou não de mutação (leve alteração nas características herdadas dos pais); em seguida a população anterior é substituída pela nova população, com ou sem elitismo, e o processo é repetido até que se atinja um critério de parada.

O NSGA-II (algoritmo genético de classificação não-dominante 2, na tradução da sigla do inglês), é um algoritmo genético elitista desenvolvido por Debs et al. (2002), para a solução de problemas de otimização multiobjetivo. A principal característica do NSGA-II é o procedimento de classificação rápida não-dominante, onde uma população é classificada em fronteiras formadas por indivíduos não-dominantes, isto é, todos têm chances iguais de reprodução. Em cada iteração deste algoritmo, indivíduos são identificados para formar as Fronteiras de Pareto, baseado no conceito de não-dominância (GANDOMI et al., 2013), sendo os procedimentos padrão dos algoritmos evolutivos conduzidos em seguida. Outra característica importante do NSGA-II é a preservação da diversidade das soluções (DEBS et al., 2002), isto é, os indivíduos tendem a estar bem distribuídos sobre as Fronteiras de Pareto em cada geração. O pseudocódigo do NSGA-II está descrito na Fig. 7.

```

Início
Inicialize Populacao;
Gere N soluções aleatórias e insira em Populacao;
Para i = 1 até MaxGeracoes, faça:
    Gere PopulacaoFilha de tamanho N;
    Selecione Pais da Populacao;
    Crie Filha a partir de Pais;
    Faça a mutação em Filha;
    Combine Populacao e PopulacaoFilha em PopulacaoAtual com tamanho 2N;
    Para cada indivíduo em PopulacaoAtual faça
        Atribua rank baseado em Pareto (Classificação Rápida Não-Dominante);
    FimPara
    Gere conjuntos de vetores não-dominantes ao longo da
    FrenteiraParetoConhecida
    Adicione soluções a próxima geração de Populacao iniciando da melhor
    frenteira
    ...até que N soluções sejam encontradas e determine a distancia entre
    ...os indivíduos de cada frenteira;
FimPara
Mostre os resultados;
Fim

```

Figura 7 - Pseudocódigo do algoritmo NSGA-II. Fonte: Adaptado de Syberfeldt (2014).

O algoritmo NSGA-II presente neste trabalho está presente na biblioteca jMetal, elaborada por Durillo e Nebro (2011), originalmente para a linguagem Java, possuindo também uma versão para C#, sendo a utilizada neste trabalho. Para mais detalhes sobre o NSGA-II e sua implementação, é recomendado ao leitor os trabalhos de Durillo e Nebro (2011) e Debs et al. (2002), não sendo sua implementação direta um dos objetivos deste trabalho.

4.1 Interoperabilidade Robot-NSGA-II

Para que a estrutura definida no Robot possa ser otimizada se faz necessária a integração do mesmo com um algoritmo de otimização NSGA-II. A integração pode ser realizada através da implementação computacional de um programa que utilize a Robot API e faça a integração com a biblioteca jMetal, que contempla entre seus algoritmos o NSGA-II.

Portanto, um programa computacional que permita a integração entre a Robot API e o NSGA-II está sendo desenvolvido neste trabalho. Até a presente versão deste trabalho, o programa consiste em seis módulos principais: PainelControl, Flx, RobotConexao, Modelo, Otimizacao e NSGA-II (ver Fig. 8).

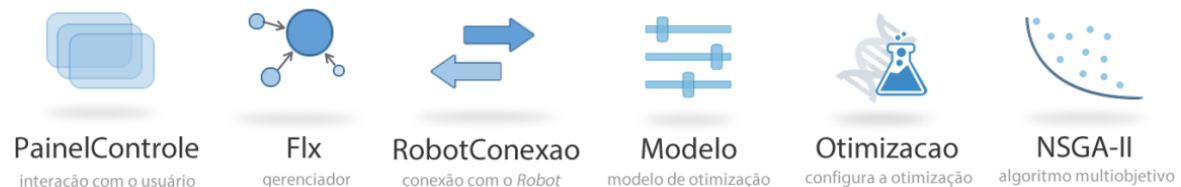
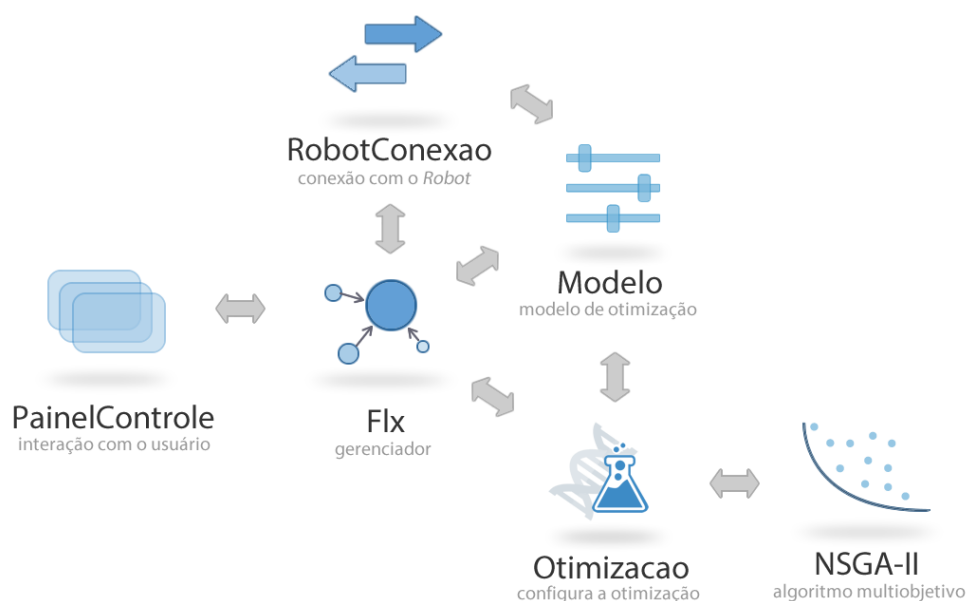


Figura 8 - Módulos do programa em desenvolvimento.

O módulo PainelControle é responsável pela interface gráfica amigável com o usuário, entrada de dados e apresentação dos resultados. O Flx é responsável pela comunicação entre a interface e os demais módulos. É neste módulo que os dados da interface são lidos e passados para os outros módulos. O Modelo é responsável por armazenar os valores das variáveis de decisão, e onde a determinação das restrições e funções objetivos são avaliadas. É importante destacar que é no módulo Modelo, o módulo Otimizacao é responsável pela a estrutura do processo de otimização, sendo nele definido o Modelo a ser otimizado e os parâmetros da otimização, como o tamanho da população, gerações, parâmetros de mutação e combinação. Dentro do módulo Otimizacao é que o NSGA-II é executado, sendo neste último onde são executadas as operações do processo de otimização efetivamente. Entretanto, após realizada a otimização, os resultados e parâmetros da análise são armazenados no módulo Otimizacao, sendo os mesmos transferidos sucessivamente aos módulos Flx e PainelControle, onde são apresentados ao usuário. A integração e relação entre os módulos é apresentada Fig. 9.

**Figura 9 - Interação entre os módulos.**

5 RESULTADOS

Para ilustrar a aplicação da metodologia proposta, exemplos são descritos a seguir e alguns resultados obtidos através deste serão apresentados e comentados.

Em todos os casos a geometria dos pavimentos, através do posicionamento das vigas e lajes, foi pré-determinada na interface gráfica do Robot, utilizando suas funções nativas, assim como os tipos, casos e combinações de carregamento da estrutura, tipo e propriedades dos materiais.

É importante destacar que, em todos os exemplos, não é necessário definir um posicionamento inicial para os pilares, sendo este, bem como todos os demais, definidos pelo

próprio processo de otimização, não necessitando de nenhuma informação prévia sobre o posicionamento dos pilares.

Cabe ressaltar também que, nos exemplos apresentados, considera-se que não há limitação para o posicionamento dos pilares. Embora não esteja contemplada na presente versão deste trabalho, os autores já possuem testes onde são consideradas restrições ao posicionamento dos pilares como, por exemplo, em função do posicionamento de portas e janelas.

5.1 Exemplo 01

Os exemplos de 01 a 04 objetiva mexplorar as possibilidades da metodologia proposta, apresentando 4 casos com diferentes abordagens. Em todos os casos será utilizado um edifício de 3 pavimentos, com a geometria dos pavimentos apresentada na Fig. 10. A distância entre os pavimentos foi adotada igual a 3 m.

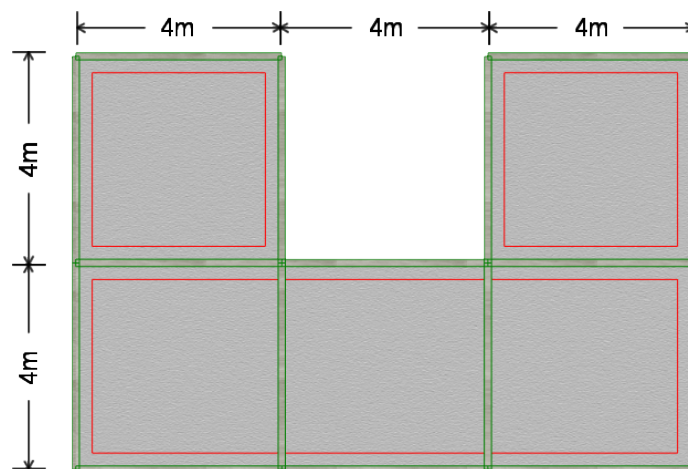


Figura 10 - Geometria do exemplo 01.

Foi considerado que sobre cada uma das vigas atuará uma carga uniformemente distribuída de 5,85 kN.m-1, equivalente a uma alvenaria de 14 cm de espessura e 3 m de altura em tijolo cerâmico furado. Além disso, uma carga uniformemente distribuída de 3 kN.m-2 foi aplicada nos painéis das lajes. O peso próprio dos elementos também foi considerado. Foram utilizados 20 indivíduos por geração e um total de 100 gerações e as configurações padrão do NSGA-II disponibilizado pela biblioteca jMetal (Durillo et al., 2011).

Assim como utilizado no trabalho de Babaei (2016), foram utilizados 100 indivíduos (exceto na primeira iteração, onde 200 indivíduos são analisados para aumentar a diversidade inicial) e 100 gerações em cada um dos casos. Os parâmetros do NSGA-II utilizados foram os pré-definidos, a saber: taxa de mutação de 0,50; probabilidade de mutação de 0,10; taxa de cruzamento de 0,80; e proporção de elitismo de 0,50, isto é, mantimento de metade da população i na iteração $i+1$.

Neste caso só foi permitida única seção para todas as vigas da edificação, tendo sido fixada a largura a 14 cm e sua altura variada ao longo das iterações entre 30 e 70 cm. De forma semelhante, apenas uma seção foi considerada para todos os pilares. A menor dimensão da seção transversal foi adotada como sendo de 14 cm. A maior dimensão foi considerada variável

entre 30 e 50 cm. As funções objetivos escolhidas foram o custo com materiais (concreto, aço e formas) versus o deslocamento máximo vertical no pavimento. A única restrição imposta foi a que o deslocamento máximo em cada viga não superasse a razão entre o seu comprimento e 350. A limitação do deslocamento pode ser configurada no próprio Robot que, ao ser violada, emite-se um erro no dimensionamento, sendo o projeto que a gerou penalizado.

Com os parâmetros mencionados anteriormente, após 100 iterações foi obtido o conjunto de soluções apresentadas na Fig. 11, em que o gráfico mostra a Fronteira de Pareto considerando os deslocamentos em centímetros e o custo em milhares de reais.

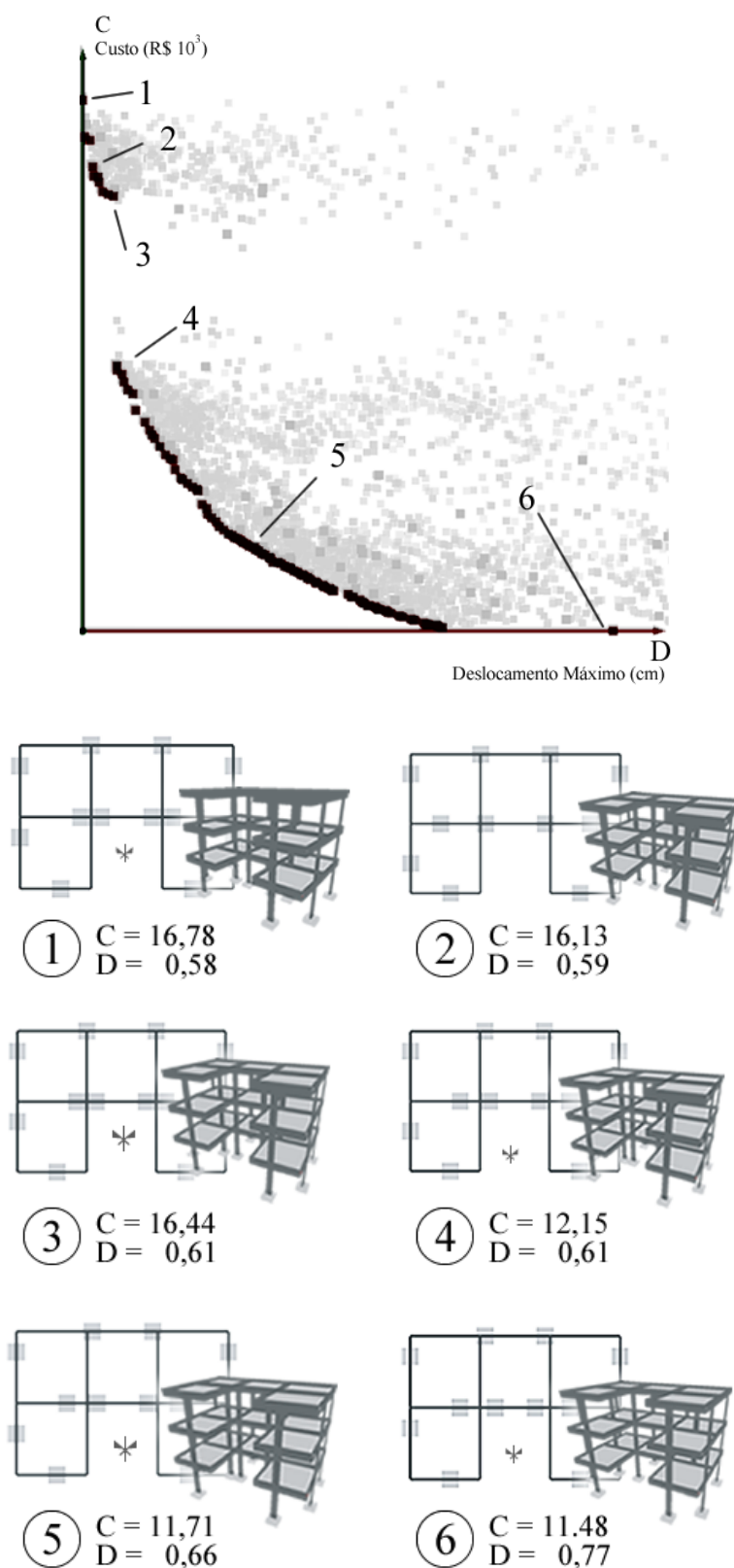


Figura 11 - Solução do processo de busca do Exemplo 01.

Ao observar a Fig. 11, pode-se perceber uma descontinuidade na Fronteira Pateto para este caso. Após inspeção nos indivíduos das soluções 3 e 4 destacadas na figura, averiguou-se que embora as topologias deles sejam semelhantes, a diferença está na altura das vigas de cada caso. O indivíduo 3 possui vigas de 61 cm de altura, enquanto o indivíduo 4 possui 60 cm de altura. Essa pequena variação na altura das vigas ocasiona uma grande diferença entre o custo dos dois grupos. Isto ocorre devido vigas com altura maior do que 60 cm necessitarem da utilização de armadura de pele, ocasionando em um aumento considerável de armadura, evidenciada pela descontinuidade da Fronteira de Pareto obtida.

Além disso, pode-se observar que na parte inferior da Fronteira de Pareto, referente as soluções com vigas com menos de 60 cm, que pequenas variações do custo (resultando em economia), provoca um aumento proporcionalmente maior nos deslocamentos, enquanto a parte superior apresenta uma variação praticamente proporcional entre deslocamentos máximos e custo.

Quanto ao posicionamento dos pilares, observa que a diferença entre as soluções destacadas é praticamente nula, fato que foi também observado nas demais soluções que compõem a Fronteira de Pareto da Fig. 11.

A Figura 12 apresenta a evolução do hipervolume ao longo das iterações, alcançando o valor de 0,982 ao fim das 100 gerações.

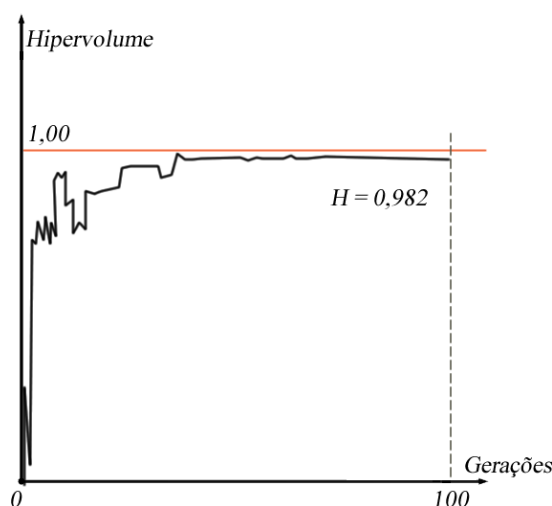


Figura 12 – Evolução do hipervolume ao longo de 100 gerações.

5.2 Exemplo 02

De modo a verificar se a variação das alturas de vigas e pilares influenciaram na falta de diversidade das soluções do Exemplo 01, no que diz respeito ao posicionamento dos pilares, o Exemplo 02 apresenta o mesmo problema do Exemplo 01, porém considerando que as seções dos elementos são pré-estabelecidas e invariáveis ao longo do processo de otimização. Desta forma, a altura das vigas foi mantida igual a 50 cm e a maior dimensão dos pilares em 40 cm. Assim, as partes do custo referentes ao concreto e formas ficarão fixas, podendo variar apenas o custo com armadura. A Figura 13 apresenta os resultados referentes a este caso.

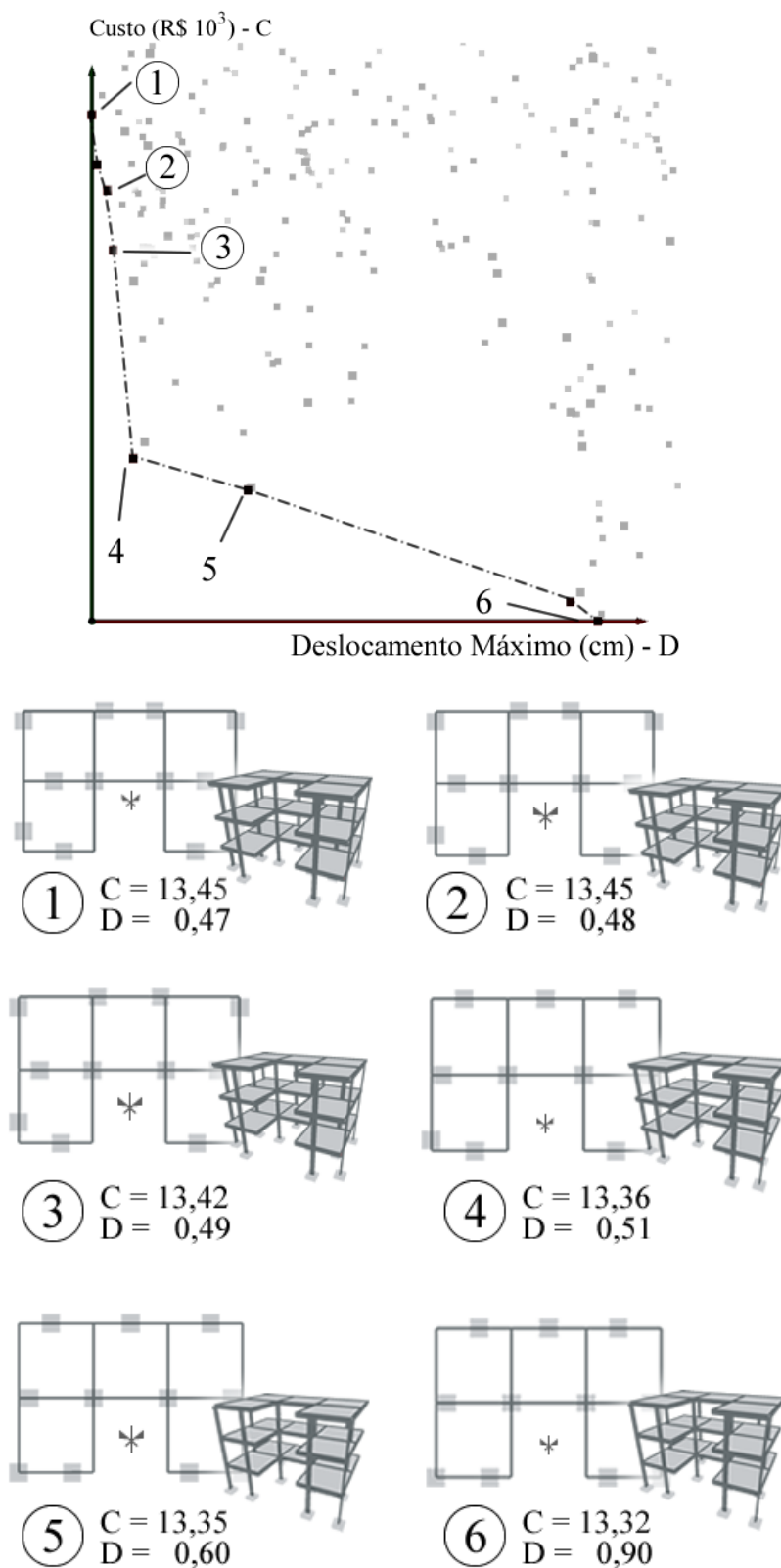


Figura 13 - Soluções para o Exemplo 02.

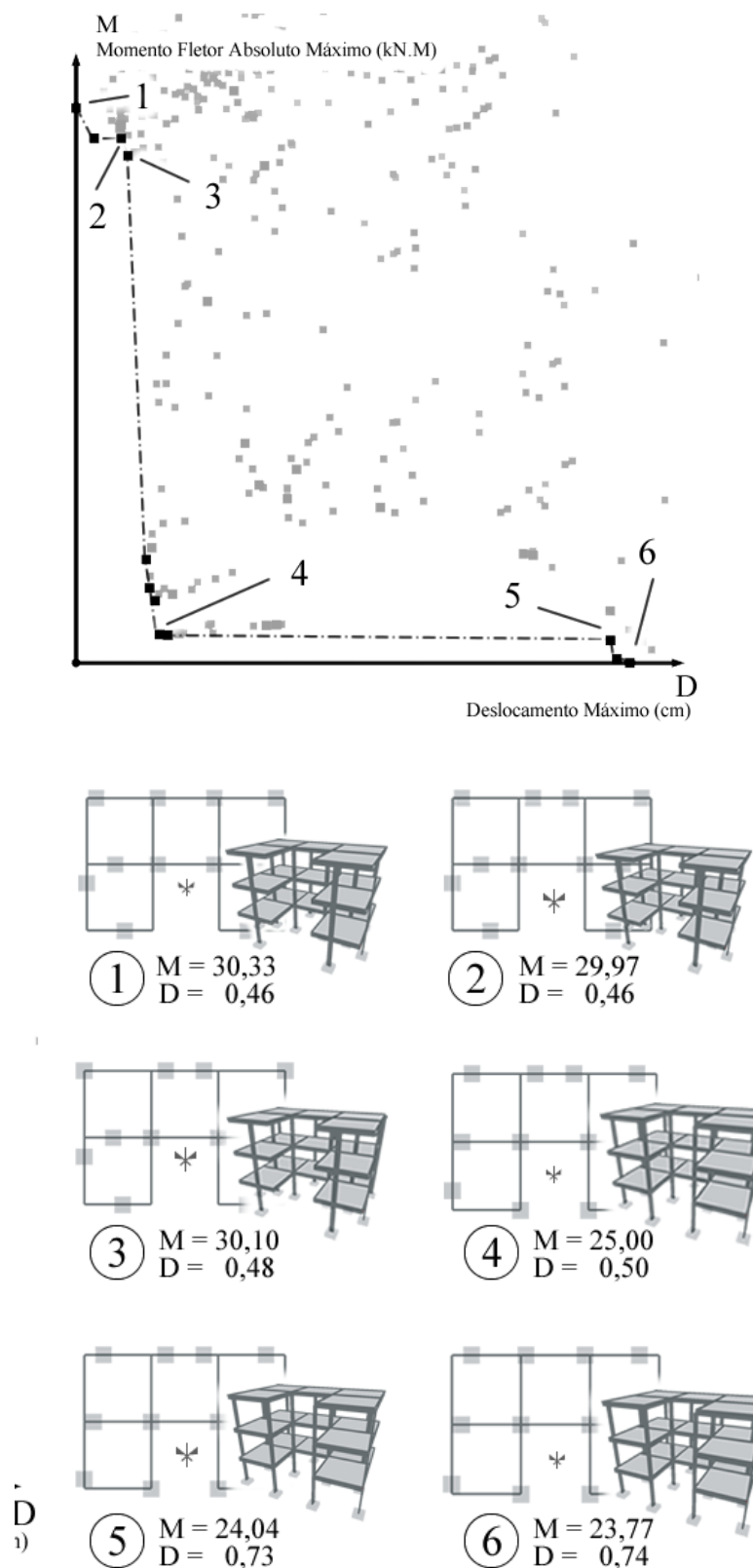


Figura 14 – Soluções do Exemplo 03.

Com base na Fig. 13 é possível perceber que a fixação das dimensões das vigas e pilares não produziu significativas alterações na topologia da estrutura, apresentando um posicionamento dos pilares bastante semelhante aos do Exemplo 01 (ver Fig. 11).

5.3 Exemplo 03

A partir da experiência com o Exemplo 02, no Exemplo 03 é apresentada a consideração do momento máximo absoluto como uma das funções objetivos, em substituição ao custo da estrutura. Dessa forma, a otimização é realizada buscando a minimização do momento fletor absoluto nas vigas, em conjunto com o deslocamento máximo. Uma vez que a armadura longitudinal é função dos momentos fletores das vigas, acredita-se que minimizando o momento fletor absoluto máximo da estrutura, esteja-se indiretamente limitando a área de aço máxima requerida nas vigas. As soluções obtidas são apresentadas na Fig. 14.

5.4 Exemplo 04

Neste último caso, buscou-se utilizar um critério semelhante ao utilizado por Kripka (1998). Além do deslocamento máximo nas vigas, foi adotada como função objetivo a diferença entre os momentos positivos e negativos máximos, de modo a se buscar uma uniformidade nos valores dos momentos fletores na estrutura, variando as seções das vigas, que tem influência direta nos deslocamentos. Os resultados para esse caso são apresentados na Fig. 15.

Ao observar a Fig. 15 é possível concluir que grandes variações da diferença entre os momentos resultam em variações discretas nos deslocamentos, com exceção do indivíduo 6. O indivíduo 6 apresenta a menor seção entre as apresentadas na Fig. 15, o que certamente influenciou na discrepância do seu deslocamento em relação aos demais indivíduos da solução.

É importante destacar que para este caso, as soluções diferiram mais entre si no que diz respeito ao posicionamento dos pilares, sendo o caso 6, possivelmente, uma solução próxima ao que seria proposto por um projetista em um projeto cotidiano.

5.5 Exemplo 05

O exemplo 05 tem como objetivo mostrar a versatilidade da metodologia proposta no que diz respeito as formas do pavimento em que pode ser empregada. Nos trabalhos presentes na literatura, como mostrado no capítulo 2, as metodologias para a busca do posicionamento ótimo dos pilares só são empregadas em estruturas de topologia regular, frequentemente com pavimentos com as vigas de espaçamento regular e perpendiculares entre si. A partir deste exemplo se pretende mostrar que a metodologia é capaz de lidar com pavimentos de formas não regulares, como, por exemplo, contendo elementos não-ortogonais e até vigas curvas.

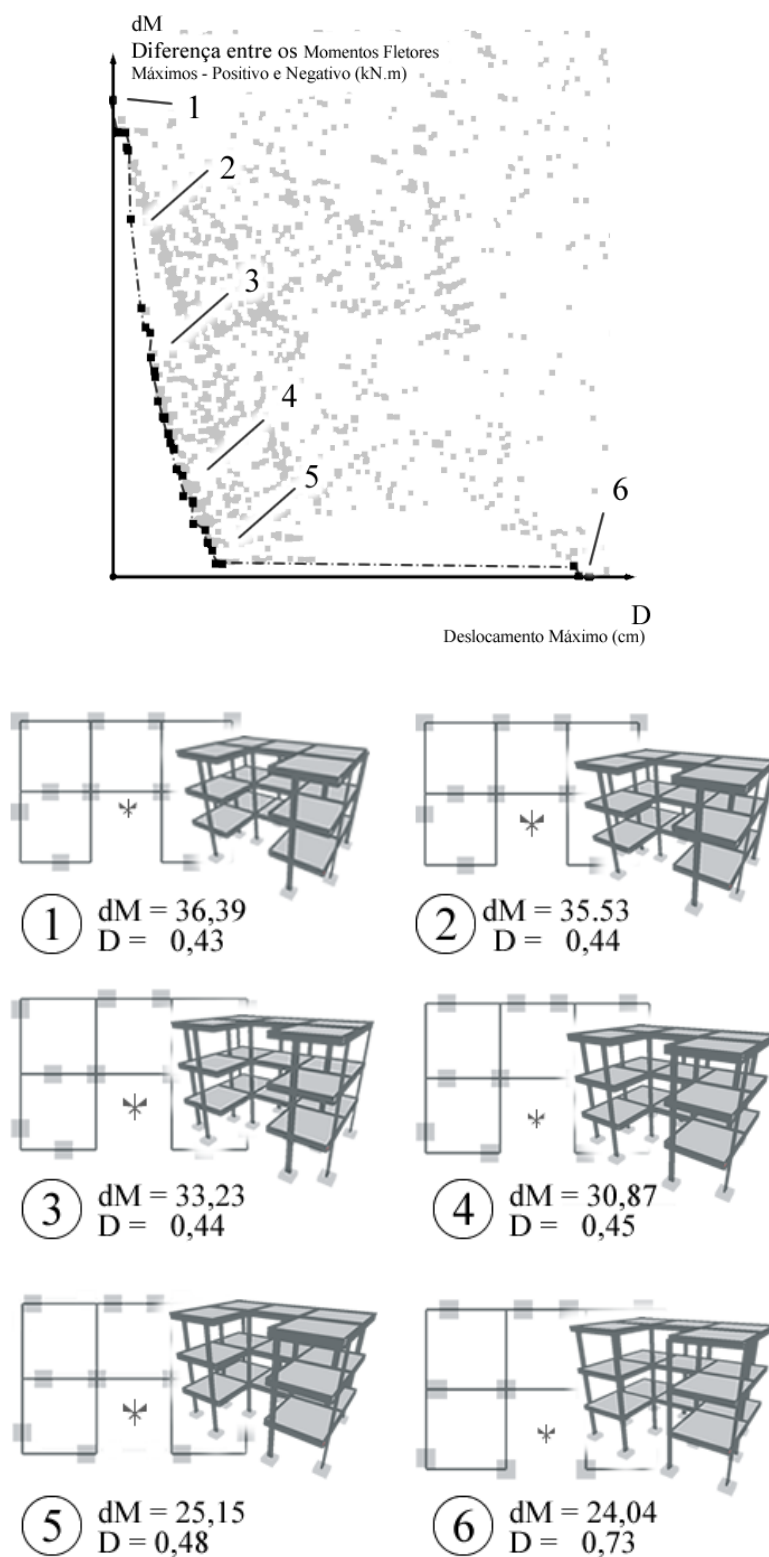


Figura 15 - Resultados para o Exemplo 04.

A forma do pavimento tipo da estrutura é apresentada na Fig. 16, sendo o espaçamento entre pisos igual a 3 m. Foi considerada uma carga uniformemente distribuída em todas as lajes igual a $3,75 \text{ kN.m}^{-2}$, e sobre as vigas, uma carga uniformemente distribuída de $5,85 \text{ kN.m}^{-1}$, referente às alvenarias, conforme o exemplo 01.

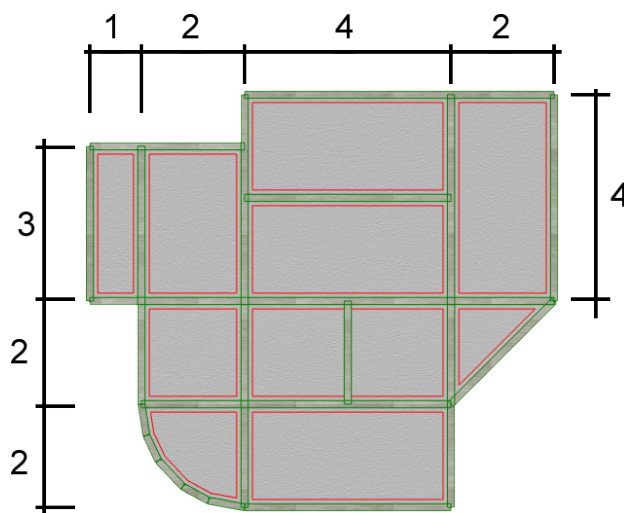


Figura 16 - Resultados para o Exemplo 05.

De forma semelhante ao Exemplo 04, as funções objetivos adotadas foram a diferença entre o momento positivo e negativo máximos, e o deslocamento máximo das vigas. Foi escolhido utilizar 16 pilares no lançamento. Além disso, a altura das vigas foi considerada variável ao longo das iterações, com intervalos semelhantes aos do exemplo 01.

Optou-se por alterar os parâmetros do algoritmo, de modo a avaliar sua influência nos resultados. Assim, para o Exemplo 05, foi considerada uma probabilidade de mutação de 0,20 (20%), diferentemente dos 0,10 (10%) adotados em todos os exemplos de 1 a 5. Os resultados para este caso são apresentados na Fig.17.

Observa-se na Figura 17, que a mudança nos parâmetros de mutação não proporcionou um aumento da diversidade dos resultados, principalmente no tocante ao posicionamento dos pilares, produzindo resultados muito semelhantes entre si. Entretanto, considera-se que as soluções obtidas pela metodologia produziram resultados exequíveis com pequenas alterações práticas, desde que não haja limitação quanto ao posicionamento dos pilares.

6 CONCLUSÕES

A metodologia sugerida neste trabalho se mostrou ser uma ferramenta com potencial de exploração do espaço de soluções do problema, capaz de encontrar um conjunto de soluções ótimas para um problema proposta pela variação das seções dos elementos e do posicionamento dos pilares. Embora os resultados apresentados possam ser contestáveis quando a sua exequibilidade e atendimento a recomendações práticas, principalmente devido estar sujeito a preferências do projetista e práticas regionais, em sua maioria, independentemente das funções objetivo adotadas, os resultados produziram soluções que podem servir como auxílio na concepção estrutural.

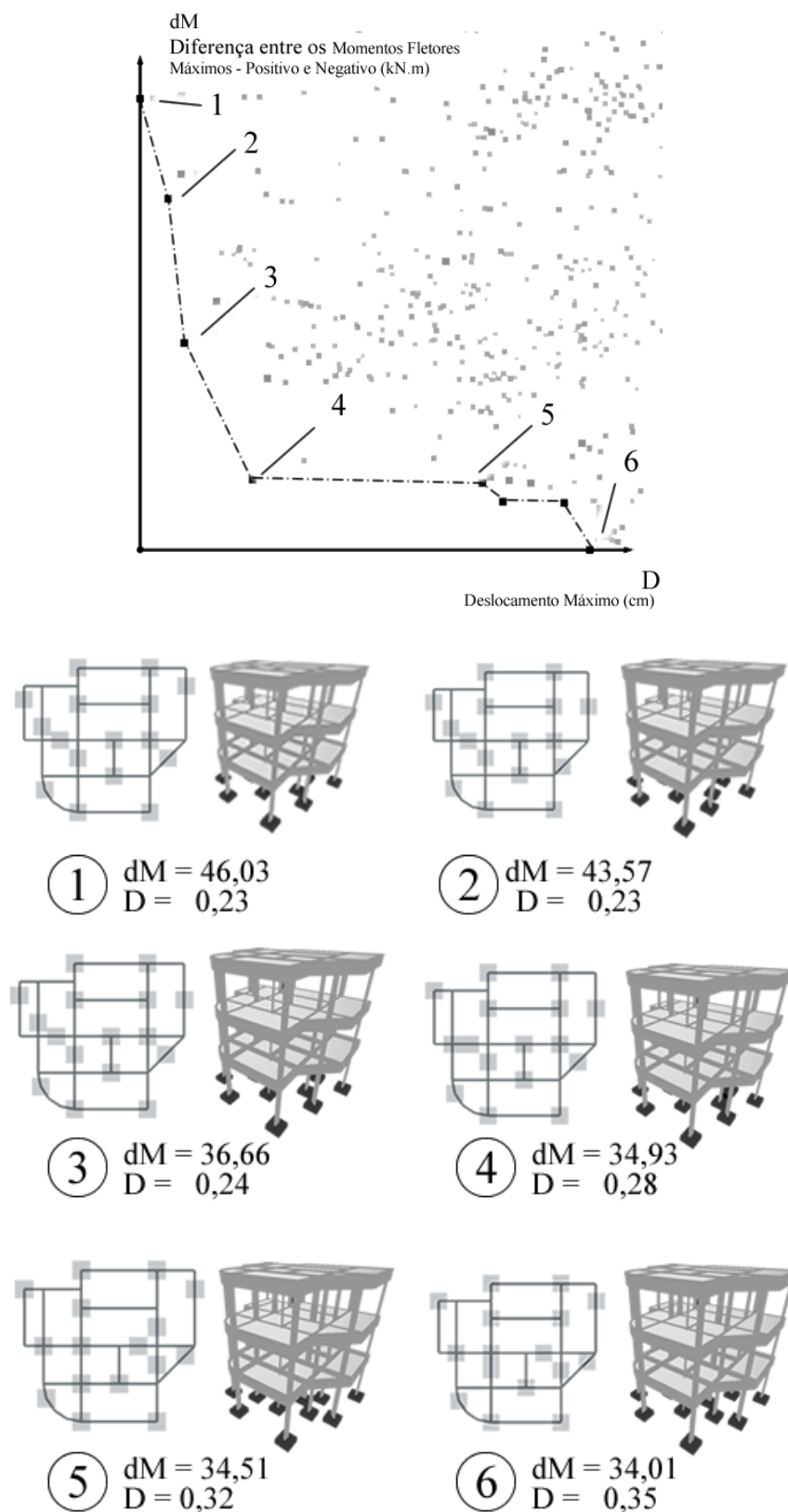


Figura 17 - Resultados para o Exemplo 06.

Como se pode perceber nos comentários realizados sobre os exemplos, o objetivo principal nunca esteve na busca de estruturas ótimas, ainda que essa seja a principal função do algoritmo, mas sim em utilizar técnicas de otimização para produzir sugestões de estruturas como um auxílio ao projetista. Entretanto, é inevitável perceber que a metodologia proposta necessita de aprimoramentos, principalmente no que diz respeito ao aumento da diversidade genética das soluções. Em todos os exemplos apresentados, pode-se notar a presença de soluções muito semelhantes, principalmente no tocante ao posicionamento dos pilares. Tal fato pode estar ligado à forma como os problemas foram formulados como, por exemplo, nas funções objetivo adotadas e nos critérios para o dimensionamento aproximados.

O presente trabalho também traz como contribuição uma metodologia alternativa ao posicionamento dos pilares, como demonstrado no item 3.1.3, que é capaz de reduzir consideravelmente a quantidade de variáveis envolvidas nos problemas. Além disso, a busca pelo posicionamento dos pilares havia previamente sido apresentado apenas para estruturas de topologia regulares nos pavimentos, em sua maioria em formatos retangulares e perpendiculares. Outra interessante característica do trabalho é a integração entre um programa comercial voltado para o projeto de estruturas com um algoritmo de otimização multiobjetivo, que é uma alternativa ainda muito pouco explorada.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à CAPES pelo apoio à realização deste trabalho e à Universidade de Brasília.

REFERÊNCIAS

- Arora, J. S. Introduction to optimum design. 3 ed. Waltham: Elsevier, 2012. 896 p.
- Babaei, M.; Mollayi, M. Multi-objective optimization of reinforced concrete frames using NSGA-II algorithm. Engineering Structures and Technologies, v. 8, n. 4, p. 157-164, 2016.
- Bojczuk, D.; Mróz, Z. On optimal design of supports in beam and frame structures. Structural Optimization, v. 16, p. 47-57, 1998.
- Camp, C. V.; Pezeshk, S.; Hansson, H. Flexural design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm. Journal of Structural Engineering, v. 129, n. 1, p. 105-115, 2003.
- Fu, K. C. An application of search technique in truss configurational optimization. Computers and Structures, v. 3, p. 315-328, 1973.
- Imam, M. H.; Al-Shihri, M. Optimum topology of structural supports. Computers & Structures, v. 61, n. 1, pp. 147-154, 1996.
- Kripka, M. Determinação do posicionamento ótimo dos apoios em edificações analisadas pelo modelo de grelha. 1998. p. 131. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

- Lee, C.; Ahn, J. Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm. *Journal of Structural Engineering*, v. 129, n. 6, p. 762-774, 2003.
- Leps, M.; Sejnoha, M. New approach to optimization of reinforced concrete beams. *Computers and Structures*, v. 81, p. 1957-1966, 2003.
- Liu, Z.; Atamturktur, S.; Juang, C. H. Performance based robust design optimization of steel moment resisting frames. *Journal of constructional steel research*, v. 89, p. 165-174, 2013.
- Maciunas, D.; Belevicius, R. Multi-objective optimization of grillages using adaptive genetic algorithm. *International Review of Mechanical Engineering*, v. 6, n. 3, p. 432-439, 2012.
- Martinez-Martin, F. J.; et al Multi-objective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms. *Journal of Zhejiang University-Science A (Applied Physics & Engineering)*, v. 13, n. 6, 420-432, 2012.
- Mottl, J. Truss system optimization using the voting method. *Computers and Structures*, v. 45, n. 1, 127-142, 1992.
- Ohsaki, M. Genetic Algorithm for Topology Optimization of Trusses. *Computers and Structures*, v. 57, n. 2, p. 219-255, 1995.
- Sarma, K. C.; Adeli, H. Cost optimization of concrete structures. *Journal of Structural Engineering*, v. 124, n. 5, p. 570-578, 1998.]
- Sharafi, P.; Hadi, M. N. S.; Teh, L. Conceptual design optimization of rectilinear building frames: a knapsack problem approach. *Engineering Optimization*. v. 47, n. 10, p. 1303-1323, 2015.
- Sharafi, P.; Hadi, M. N. S.; Teh, L. Form finding for rectilinear orthogonal buildings through charged system search algorithm. *International Journal of Optimization in Civil Engineering*. v. 7, n. 1, p. 129-142, 2017.
- Sharafi, P.; Hadi, M. N. S.; Teh, L. Heuristic approach for optimum cost and layout design of 3D reinforced concrete frames. *Journal of Structural Engineering*. v. 138, n. 7, p. 853-863, 2012.
- Shaw, D.; Miles, J.; Grey, A. Determining the structural layout of orthogonal framed buildings. *Computers and Structures*. v. 86, p. 1856-1864, 2008.
- Sesok, D.; Mockus, J.; Belevicius, R.; Kaceniauskas, A. Global optimization of grillages using simulated annealing and high performance computing. *Journal of Civil Engineering and Management*, v. 16, n. 1, p. 95-101, 2010.
- Trivedi, H. V.; Munjal, B. S. Proposed approach for tubular truss optimization using graphics. *Computers and Structures*, v. 39, n. 5, p. 399-413, 1991.
- Yang, B.; Bletzinger, K. U.; Zhang, Q.; Zhou, Z. Frame structural sizing and topological optimization via a parallel implementation of a modified particle swarm algorithm. *Journal of Civil Engineering*, v. 16, n. 6, p. 1359-1370, 2013.
- Wang, B. P.; Chen, J. L. Application of genetic algorithm for the support location optimization of beams. *Computers & Structures*, v. 58, n. 4, pp. 797-800, 1996.
- Wang, D. Optimization of support positions to minimize the maximal deflection of structures. *International Journal of Solids and Structures*, v. 41, p. 7445-7458, 2004.

Wu, S.-J.; Chow, P.-T. Integrated discrete and configuration optimization of trusses using genetic algorithms. *Computers and Structures*, v. 55, n. 4, p. 696-702, 1995.