



UMA ANÁLISE NUMÉRICA DO FENÔMENO SLOSHING EM TANQUES CIRCULARES E ELÍPTICOS

Matheus Marques Araujo

matheus.marques.araujo@usp.br

Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo

Av. Prof. Mello Moraes, 2231, 05508-030, Cidade Universitaria, São Paulo - SP, Brasil

Cezar Augusto Bellezi

cezar.bellezi@usp.br

Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo

Av. Prof. Mello Moraes, 2231, 05508-030, Cidade Universitaria, São Paulo - SP, Brasil

Liang-Yee Cheng

cheng.yee@usp.br

Departamento de Engenharia de Construção Civil, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo

Av. Prof. Almeida Prado, trav. 2, nº 83, 05508-030, Cidade Universitaria, São Paulo - SP, Brasil

Resumo. O sloshing é o movimento violento de fluido dentro de tanques parcialmente preenchidos e que pode resultar em perigosos impactos hidrodinâmicos nas paredes do tanque. Tal fenômeno é particularmente interessante para o transporte rodoviário de líquidos, uma vez que o sloshing pode afetar a dinâmica do veículo, provocando sobrecargas nos pavimentos e até causando acidentes, assim como para o transporte marítimo de cargas líquidas tais como petróleo e GNL em navios aliviadores. O objetivo deste trabalho é o estudo dos aspectos básicos do fenômeno de sloshing em tanques com seções transversais circulares e elípticas de diferentes excentricidades sob diversas condições de preenchimento e movimento. A investigação deste complexo fenômeno é feita por meio

das simulações numérico-computacional utilizando o método de partículas *Moving Particles Semi-Implicit (MPS)*.

Palavras-chave: *Sloshing, Método de Partículas, Hidrodinâmica não-linear, Impacto hidrodinâmico, Moving Particles Semi-Implicit Method*

1 INTRODUÇÃO

Diversas embarcações e estruturas flutuantes, tais como navios cargueiros de Gás Natural Liquefeito (GNL), navios petroleiros e plataformas *Floating Production Storage and Offloading* (FPSO), possuem grandes tanques para o armazenamento de fluido em seu interior. Sob a ação das ondas, ocorre a excitação do fluido no interior dos tanques. Em determinadas situações, pode resultar em movimento violento do fluido, que é denominado *sloshing*, danificar a estrutura dos tanques e até afetar o movimento do navio, prejudicando a sua operação.

Outra manifestação relevante do *sloshing* se dá no contexto do transporte terrestre de cargas líquidas, onde as forças longitudinais causados por *sloshing* podem gerar sobrecargas estruturais nos tanques e nos pavimentos podendo até, em casos mais críticos, ocasionar o tombamento do veículo de carga líquida. Entre outras áreas na qual o *sloshing* é intensamente estudado temos os grandes reservatórios terrestres sujeitos a abalos sísmicos ou aeronaves ou foguetes de combustível líquido.

O *sloshing* é altamente relacionado a geometria do tanque e ao nível de preenchimento do mesmo. Por isso, o estudo dos efeitos da geometria do tanque em condições operacionais, visando a obtenção dos carregamentos hidrodinâmicos não lineares, é imprescindível para o projeto das estruturas. Sendo assim, o foco deste estudo é investigar o comportamento básico do fenômeno de *sloshing* em tanques de geometrias circulares e elípticas. A investigação será feita por meio de simulações numérico-computacionais e, por simplicidade, será restrita ao problema bidimensional.

Dada a importância do fenômeno para as mais diversas aplicações práticas em engenharia, é possível encontrar um grande número de trabalhos abordando o tema, os quais empregam as mais diferentes abordagens teóricas, experimentais e numérico-computacionais.

Para análises numéricas adotando uma abordagem bidimensional, pode-se destacar os trabalhos de Faltinsen e Timokha (2010), que trata de tanques circulares, e de Hasheminejad e Aghabeigi (2011), que aborda tanques elípticos preenchidos pela metade. Em ambos os trabalhos são adotadas simplificações para que seja possível modelar o escoamento do fluido pela teoria potencial. Entre elas é particularmente importante a hipótese de pequenos deslocamentos de superfície livre, cujo resultado prático é restringir a aplicabilidade dos resultados assim obtidos a apenas uma faixa de preenchimentos próxima de 50%.

Já em relação aos estudos relacionados aos casos tridimensionais, cabe citar van Twillert (1970), Faltinsen and Timokha (2013), Hata et al. (2015) e Strahan and Hernandez (2011). Faltinsen e Timokha (2013) estenderam a modelagem por teoria potencial para o caso de tanques esféricos. Hata et al. (2015) realizou experimentos para tanques esféricos e cilíndricos, através dos quais identificou os diferentes tipos de escoamento e comparou os

dados experimentais a resultados numéricos. Outros exemplos envolvendo geometrias mais complexas são Strandberg (1978) e D'Alessandro (2011), que analisam tanques de transporte terrestre rodoviário. Rattaya (1965) estudou o *sloshing* em tanques elipsoidais e Eronn et al. (2004) lidou com *sloshing* durante a separação de tanques externos de espaçonaves.

O fenômeno de *sloshing* possui natureza complexa e altamente não linear, cuja modelagem, principalmente devido à superfície livre com grandes deformações e à geometria complexa dos tanques, representa um grande desafio aos métodos tradicionais de CFD, baseado em malhas. Neste cenário, os métodos numéricos baseados na descrição lagrangeana apresentam importantes vantagens para a modelagem de fenômenos de impacto hidrodinâmico, de forma que optou-se neste trabalho por utilizar o método *Moving Particles Semi-Implicit* (MPS). Entre as vantagens, destacam-se os bons resultados na simulação de problemas que envolvem grandes deformações, fragmentação e junção de superfície livre, interação fluido-estrutura, geometrias complexas e impactos hidrodinâmicos. O método MPS foi inicialmente proposto por Koshizuka et al. (1995) e modela escoamentos incompressíveis, adotando uma descrição do domínio computacional inteiramente por partículas.

Quanto à análise do *sloshing* com o método *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS), Rueda et al. (2008) validou o método para o problema de *sloshing*, observando boa aderência entre os resultados experimentais e numéricos. Tsukamoto (2011) empregou o método para analisar mecanismos de supressão de *sloshing* baseados em anteparas ligadas as paredes do tanque por meio de vínculos elásticos.

Na análise realizada neste trabalho, são estudados modelos de seção transversal circular e de seções transversais elípticas de diferentes excentricidades. A investigação é realizada por meio de simulações utilizando tanques com diferentes níveis de preenchimento e sujeitos a movimentos cíclicos de rotação em diferentes amplitudes e frequências. Os resultados são avaliados em termos de séries temporais de pressão em alguns pontos dos tanques e diagramas de força dinâmica no domínio da frequência.

2 MÉTODO MOVING PARTICLE SEMI-IMPLICIT METHOD (MPS)

2.1 Equações Governantes

São as equações governantes do escoamento incompressível a equação de continuidade e a equação de Navier-Stokes, respectivamente:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{1}{\rho} \nabla P + \mathcal{G} \nabla^2 \vec{u} + \frac{\vec{f}}{\rho} + \vec{g}, \quad (2)$$

Em que ρ é a densidade do fluído, $\vec{u}$ o vetor velocidade, P a pressão, $\vec{g}$ o vetor de aceleração da gravidade, $\vec{f}$ as forças de campo externas, $\mathcal{G}$ a viscosidade cinemática e t o tempo.

2.2 Operadores

No método MPS, a aproximação numérica dos operadores diferenciais é feita por meio de um modelo de interação entre partículas baseado em uma “função peso”. A “função peso” $\omega(r)$ consiste em uma ponderação da contribuição das j -ésimas partículas dentro do raio de vizinhança r_e da i -ésima partícula em questão.

$$\omega(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } (0 \leq r \leq r_e) \\ 0 & \text{for } (r_e \leq r) \end{cases}, \quad (3)$$

onde $r = |\vec{r}_j - \vec{r}_i|$ é a distância entre duas partículas i e j , e r_e é o raio de vizinhança. Define-se o pnd como a densidade do número de partículas. Esse número deve ser mantido aproximadamente constante para garantir a incompressibilidade do fluido.

$$[pnd]_i = \sum_{j \neq i} \omega(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|), \quad (4)$$

A partir do modelo de interação entre partículas são obtidos os operadores diferenciais. Apresentam-se os operadores gradiente e laplaciano de uma função escalar Φ calculados para a i -ésima partícula:

$$[\nabla \Phi]_i = \frac{d}{pnd^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\Phi_j - \Phi_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) \omega(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right], \quad (5)$$

$$[\nabla^2 \Phi]_i = \frac{2d}{pnd^0 \delta} \sum_{j \neq i} [(\Phi_j - \Phi_i) \omega(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)]. \quad (6)$$

Onde a constante δ é dada por:

$$\delta = \frac{\int_V \omega(r) r^2 dv}{\int_V \omega(r) dv}, \quad (7)$$

onde d é o número de dimensões do problema (igual a 2 para casos bidimensionais e 3 para casos tridimensionais) e o pnd^0 é a densidade do número de partículas considerando-se a vizinhança completamente preenchida e um arranjo reticulado quadrado.

2.3 Cálculo da pressão

O cálculo da pressão é feito implicitamente, através da solução de um sistema linear de equações de Poisson; estas últimas obtidas através da condição de conservação de massa (Eq. 8), e da Eq. 4.

$$[\nabla^2 P^{n+1}]_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{[pnd^*]_i - pnd^0}{pnd^0}, \quad (8)$$

onde, pnd^* é o valor do pnd estimado na etapa explícita de cálculo.

2.4 Condições de contorno

São comumente adotadas duas condições de contorno do tipo *Dirichlet* no método de partículas MPS. A primeira delas é a imposição de velocidades para os sólidos de movimento prescrito e sólidos fixos (caso particular do tipo anterior). Nela, a velocidade prescrita é imposta ao sólido na etapa explícita do cálculo.

O segundo tipo de condição de contorno do tipo *Dirichlet* adotada é para imposição do valor da pressão, a qual é atribuída como zero nas partículas de superfície livre. Neste estudo, é adotado o algoritmo de identificação das partículas de superfície livre proposto por Tsukamoto et al. (2016), denominado NPCD (*neighborhood particles centroid deviation*). Neste algoritmo, para a partícula ser identificada como sendo de superfície livre, ela deve satisfazer duas condições (Eq. 9). A primeira condição é baseada no *pnd* e, satisfazendo esta, é então verificada uma segunda condição, esta baseada na posição do centróide das partículas dentro da vizinhança, uma forma de quantificar a assimetria da mesma (Eqs. 9 e 10). Em Tsukamoto et al. (2016) é sugerido adotar os valores de $\beta = 0.97$ e $\varepsilon = 0.2$ como coeficientes de corte.

$$i \in S \quad \begin{cases} pnd^* < \beta \cdot pnd^0 \\ \sigma > \varepsilon \cdot l_0 \end{cases}, \quad (9)$$

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{|\sum_{i \neq j} x_{ij} w_{ij}|^2 + |\sum_{i \neq j} y_{ij} w_{ij}|^2 + |\sum_{i \neq j} z_{ij} w_{ij}|^2}}{\sum_{i \neq j} w_{ij}}. \quad (10)$$

2.5 Algoritmo

No algoritmo semi-implícito do MPS, o acoplamento entre a pressão e a velocidade na equação de conservação do momento é realizada por meio de um método de passo fracionado. Em tais métodos, o cálculo é feito em duas etapas: primeiro são realizados os cálculos de velocidade e posição explicitamente a partir dos termos de viscosidade e força externa da equação de conservação do momento.

A segunda etapa é implícita, com o cálculo da pressão através da solução de um sistema linear de equações de Poisson, derivada a partir da conservação de massa. Para o cálculo da pressão é utilizado como ponto de partida a configuração intermediária das partículas obtida na etapa explícita anterior.

Ao final da etapa implícita há o processo de correção da velocidade estimada na etapa explícita, agora considerando o termo do gradiente da pressão (Eq. 12). Ato contínuo, as posições das partículas são atualizadas (Eq. 13) e é feito o incremento de tempo:

$$\vec{v}'_i = \vec{v}_i^* + \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P_i^{t+\Delta t}, \quad (12)$$

$$\vec{r}_i^{t+\Delta t} = \vec{r}_i^t + \Delta t \vec{v}'_i, \quad (13)$$

onde $\vec{v}'_i$ é a velocidade final corrigida, composta pela velocidade intermediária estimada na etapa explícita $\vec{v}_i^*$ e pelo gradiente de pressão ∇P .

3 MODELO

Neste trabalho será adotada uma abordagem bidimensional do problema, por meio da representação de tanques cilíndricos por suas seções transversais circulares e elípticas. As dimensões principais das seções transversais das elipses são determinadas de modo que o volume de fluido acomodado seja equivalente a aquele do modelo com seção transversal circular. As dimensões principais da seção circular adotadas neste trabalho são baseadas em Hata et al. (2015).

O movimento imposto aos tanques é uma rotação harmônica. O centro de rotação (C) passa pelo eixo na direção vertical que atravessa o centro do tanque, a uma distância c do centro fixada em 0,027 mm. As amplitudes de oscilação (θ_0) variam de 2 grau a 6 graus, com incrementos de 2 graus. Além disso, o movimento é imposto a frequências em uma faixa indo de 1 Hz a 2,5 Hz, com incrementos de 0,05 Hz. Em momento posterior, ao identificar-se a região de ressonância, foram simulados casos adicionais nessa faixa com incremento de 0,025 Hz.

Os experimentos foram realizados para preenchimentos de 30%, 50% e 70%. O nível de preenchimento do tanque (p) representa a razão entre o volume ocupado pelo fluido e o volume total do tanque; enquanto a altura (h) é a distância entre a superfície livre e o fundo do tanque (em relação ao ponto de menor coordenada y). A excentricidade (e) das elipses, dada pela Eq. 12, vai de 0 (caso particular que equivale ao círculo no qual $a = b = R$.) a 0,8, com incrementos de 0,2. Na Fig. 1 está a representação esquemática dos tanques e das suas dimensões principais, enquanto na Tabela 1 e na Tabela 2 estão explicitados os parâmetros de cada caso.

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (12)$$

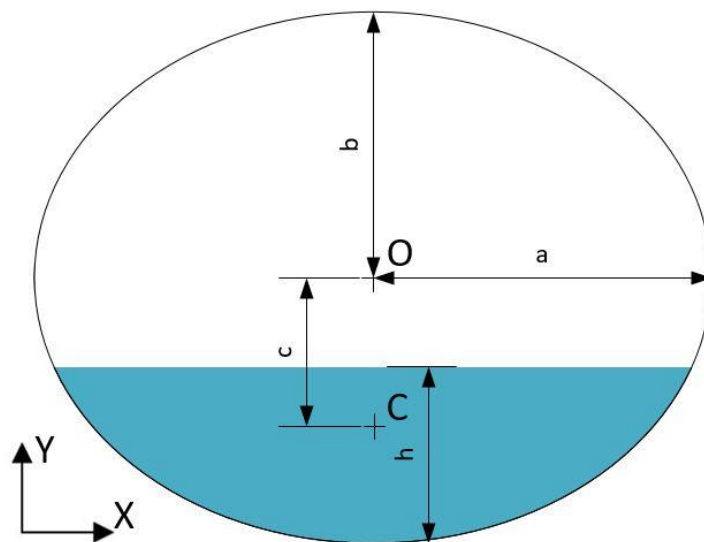


Figura 1. Esquema dos parâmetros geométricos dos tanques circular e elíptico

Tabela 1. Parâmetros dos tanques elípticos (unidades em mm)

Parâmetro	$e = 0$	$e = 0,2$	$e = 0,4$	$e = 0,6$	$e = 0,8$
a [mm]	90.0	90.9	94.0	100.6	116.2
b [mm]	90.0	89.1	86.2	80.5	69.7
c [mm]	27.0	27.0	27.0	27.0	27.0
h – 30% [mm]	61.2	60.6	58.6	54.8	47.4
h – 50% [mm]	90.0	89.1	86.2	80.5	69.7
h – 70% [mm]	118.8	117.6	113.7	106.2	92.0

4 RESULTADOS

4.1 Análise de Convergência

A primeira etapa do trabalho consiste no teste de convergência, cujo objetivo é definir a resolução a ser utilizada de modo a obter uma relação adequada entre o custo de processamento e a precisão do resultado. No método MPS a pressão é resolvida implicitamente por meio de um sistema linear; a necessidade da solução de uma matriz cujo tamanho é proporcional à quantidade de partículas do modelo faz com que o aumento da resolução leve a um aumento ainda maior no custo de processamento. Além disso, pela natureza da análise demandar um grande número de simulações, tal questão ganha ainda maior importância.

Foi realizada a análise de convergência para cada um dos 3 preenchimentos considerados; adotou-se movimento de rotação com amplitude de 3 graus e no período de ressonância. O período de ressonância para cada um dos níveis de preenchimento foi calculado a partir da estimativa analítica aproximada proposta por Budiansky (1960). As resoluções utilizadas podem ser vistas na Tabela 3.

Tabela 3. Demonstração da Resolução equivalente a cada distância entre partículas

Distância entre Partículas (dp) [mm]	0,75	0,9	1	1,5	1,8	2,25	3
Resolução (R/dp)	120	100	90	60	50	40	30

Já que as simulações partem da condição inicial do fluido em repouso, o escoamento passa inicialmente por um período transiente, apenas após o qual a variação dos parâmetros físicos do escoamento, por exemplo, pressão, força, elevação de superfície livre nas paredes,

que são calculados para cada ciclo, passam a ser aproximadamente constantes. Os resultados das simulações numéricas mostraram ser suficiente considerar os 7 primeiros ciclos do movimento como o trecho transiente. Assim sendo, as análises deste trabalho foram baseadas nas séries temporais da força transversal do trecho posterior ao oitavo ciclo, este já considerado como regime permanente. A partir deste trecho da série temporal, são identificados os valores da dupla amplitude da força transversal em cada ciclo de movimento do tanque, a partir da subtração do valor máximo pelo valor mínimo da força. A força transversal dinâmica (ΔF_x) é então obtida a partir média dos valores da dupla amplitude da força. A Fig. 3 mostra a força dinâmica na direção transversal do tanque em função da resolução.

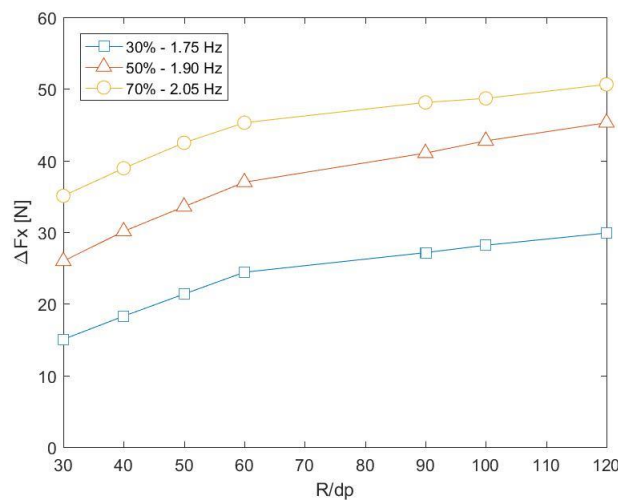


Figura 3. Convergência – Força dinâmica em função da resolução

Nota-se que, em geral, a variação do valor de força obtido entre resoluções sucessivas diminui com o aumento da resolução, caracterizando a convergência do modelo numérico. As curvas da Fig. 3 mostram que a partir da resolução $R/dp > 60$ o ganho marginal da precisão passa a ser pequeno. Tendo em vista que aumento adicional de resolução está associado a um crescimento exponencial do tempo de processamento, como solução de compromisso, adotou-se nas simulações deste trabalho uma distância entre partículas de 1 mm ($R/dp = 90$), a menor do segundo trecho. Para esse valor de distância entre partículas, o passo de tempo utilizado foi entre $2 \cdot 10^{-4}$ s e $6 \cdot 10^{-4}$ s.

4.2 Tanques circulares e elípticos

Na Fig. 4 é mostrado o comportamento típico do escoamento de fluido dentro de tanques parcialmente preenchidos sob movimento harmônico. A imagem trata do caso do tanque circular (excentricidade 0) com preenchimento de 30%, movimento com amplitude de 6° e frequência de 1.75 Hz.

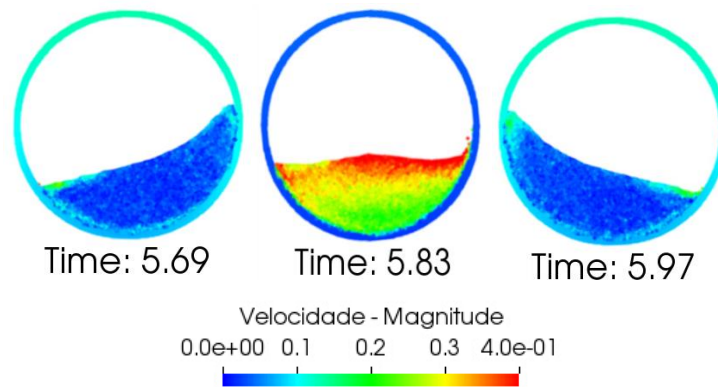


Figura 4. Representação do comportamento do fluido no tanque (30% - 6° - 1.75 Hz)

A escala de cores indica a magnitude da velocidade local do escoamento e são apresentados três instantes importantes. O primeiro instante mostrado consiste na situação de maior elevação da superfície livre na parede da direita, situação do máximo de energia potencial e mínimo de energia cinética. Após este momento a coluna de líquido na direita passa a descer enquanto o fluido do lado esquerdo para a subir. O segundo instante mostra, então, a situação de menor energia potencial e maior energia cinética, conforme pode ser observado pelas altas velocidades do escoamento na região da superfície livre. Por fim, o escoamento atinge a configuração do terceiro instante apresentado, de maior elevação de superfície livre na parede da esquerda.

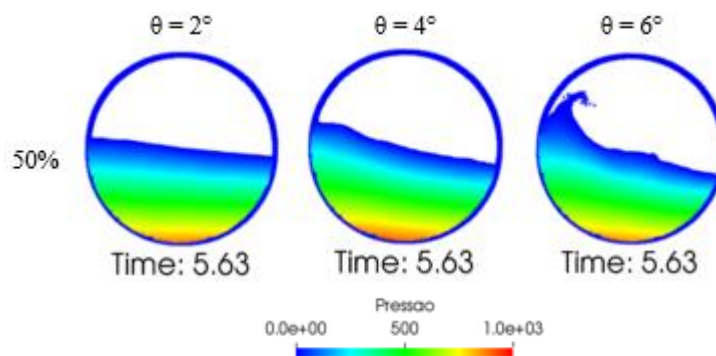


Figura 5. Representação da situação de máxima elevação da superfície livre para diferentes amplitudes ($e = 0$, $p = 50\%$)

É interessante observar o comportamento do escoamento com o aumento da amplitude. A Fig. 5 mostra o momento de maior elevação de superfície livre na parede da esquerda para o caso do tanque circular, na condição de ressonância, para as 3 diferentes amplitudes. Para pequenas amplitudes, como 2 graus, nota-se que a superfície livre do fluido adquire perfil aproximadamente linear, em um tipo de escoamento conhecido como “planar”. Com o aumento da amplitude, porém, começam a ser observadas não-linearidades na superfície livre, como a formação de um ressalto próximo a parede esquerda no caso de 4° e a quebra de onda observada para o caso de amplitude de 6 graus.

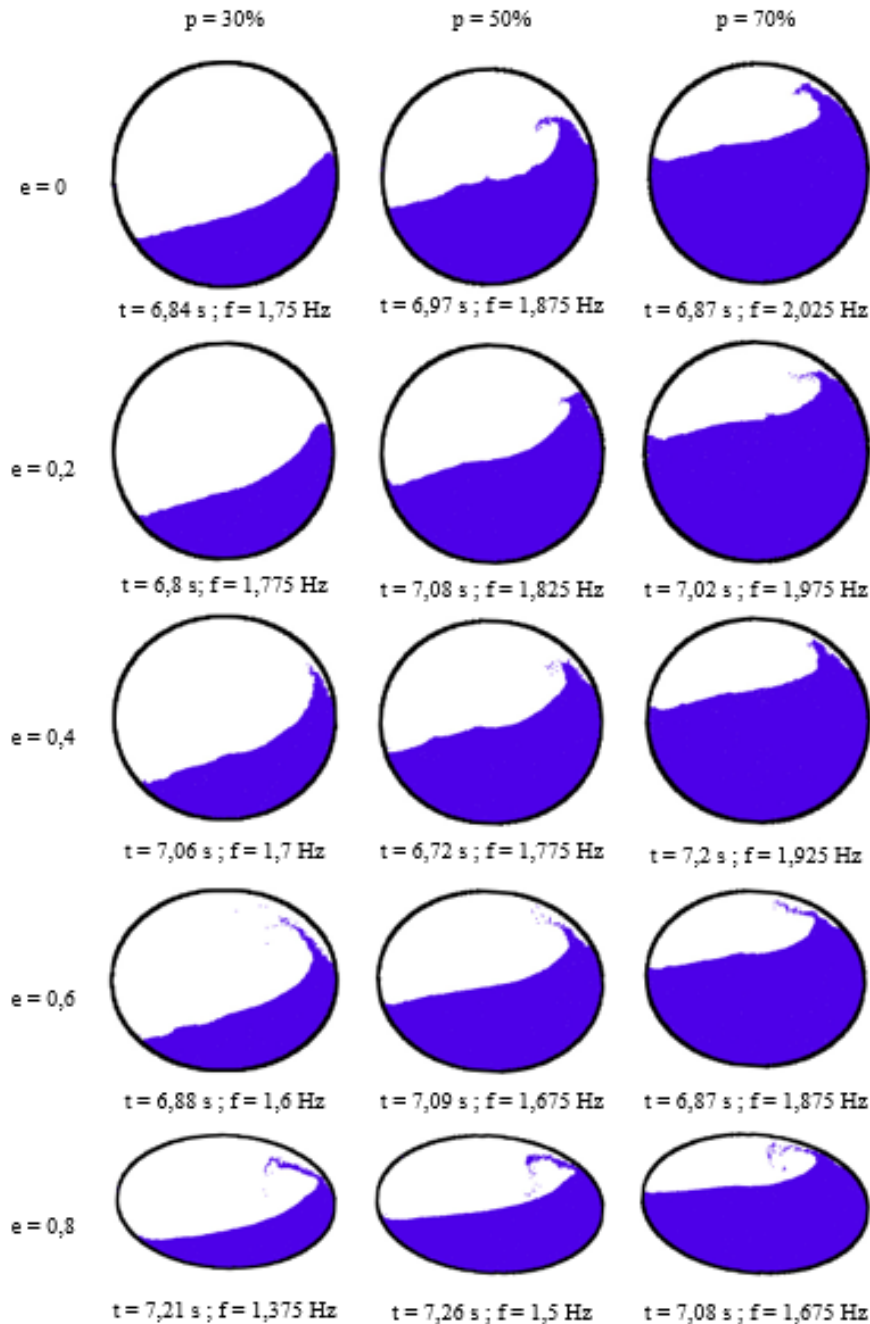


Figura 6. Representação da situação de maior elevação de superfície livre na parede da direita para diferentes preenchimentos e excentricidades ($\theta_0 = 6^\circ$)

Na Fig. 6 são apresentados *snapshots* da simulação numérica nos instantes de máxima elevação de superfície livre na parede da direita para as diferentes excentricidades e níveis de preenchimento, com movimento de amplitude de 6° e na respectiva ressonância para cada nível de preenchimento. As condições de ressonância mostradas nos *snapshots* da Fig. 6 foram aquelas nas quais se observou o maior deslocamento de superfície livre dentre as simulações numéricas. É possível observar que ambos os aspectos tem efeito significativo sobre o escoamento nas situações de ressonância.

Em relação ao efeito da excentricidade, principalmente para o preenchimento de 30%, com o aumento da excentricidade fica mais evidente a projeção de uma pequena coluna de fluido ao longo da parede lateral a qual, após perder velocidade, se “descola” da parede. A formação desta coluna é também mais facilmente observada para o maior nível de preenchimento simulado.

Integrando-se a pressão nas partículas ao longo da parede do tanque pode ser calculada a força em cada instante de tempo. Em seguida, o resultado da força é pós-processado, por meio de uma filtragem por janelamento, cujo objetivo é suprimir oscilações numéricas de alta frequência da série temporal. Tal janelamento, a cada passo de tempo, é realizado através do cálculo de médias locais dentro de uma janela que contempla 16 passos de tempo, dos 8 passos anteriores aos 8 seguintes, o que resulta em uma janela de duração de $3 \cdot 10^{-3}$ s. As séries temporais da força transversal no tanque circular, na situação de ressonância de cada nível de preenchimento, são apresentadas na Fig. 7.

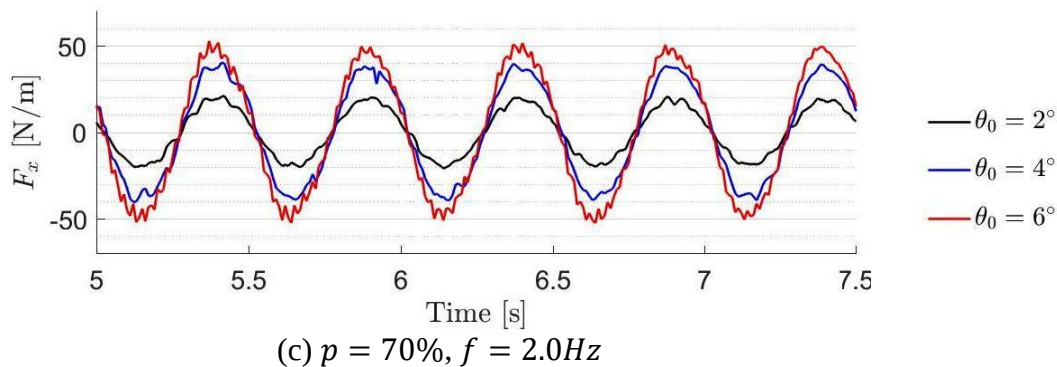
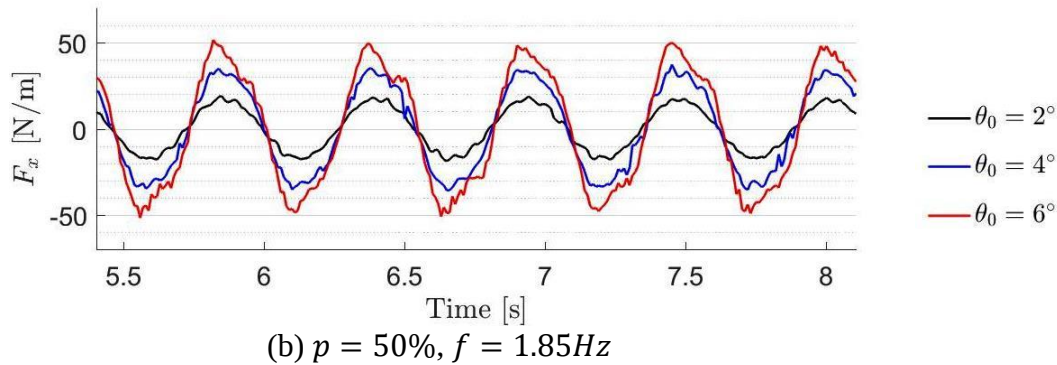
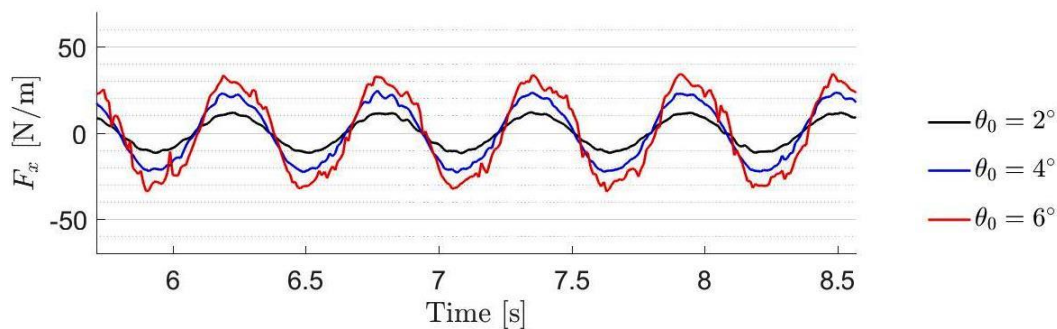


Figura 7. Série temporal da força transversal: tanque circular

Em primeiro lugar, observa-se que, nos três níveis de preenchimento, a curva de força transversal para o escoamento cuja amplitude de excitação é de 2° sempre adquire uma forma muito próxima da senoidal indicando, a priori, um fenômeno linear. Por outro lado, as curvas associadas ao escoamento sob movimento harmônico de amplitude de excitação de 6° passam a apresentar diferenças sutis em relação à forma senoidal. Na Fig. 7-(b), para o preenchimento de 50%, fica bastante clara a diferença na curva ao observar-se as regiões de pico e cavado da curva. Neste caso, chega a ser observado um segundo pico de menor magnitude, por volta de $t = 6,5s$. Uma observação mais atenta aos picos e cavados da curva da Fig. 7-(a), no caso de 6° , indica que o perfil da curva também não é senoidal. Tal segundo pico, ou a mudança no perfil da curva de força próxima ao pico, é causado pelo colapso da coluna de água formada na parede lateral após o instante de máxima elevação de superfície livre na parede já observada previamente nos snapshots da Fig. 6.

Com o objetivo de entender o comportamento do fenômeno de *sloshing* ao longo do espectro da frequência, as análises apresentadas a seguir são baseadas nos valores da força transversal dinâmica. Para verificar os efeitos não lineares, tais valores são adimensionalizados. Em primeiro lugar, é feita uma análise mais detalhada do caso circular ($e = 0$). Os diagramas da força transversal dinâmica no tanque circular, para os três níveis de preenchimento, é apresentado pela Fig. 8.

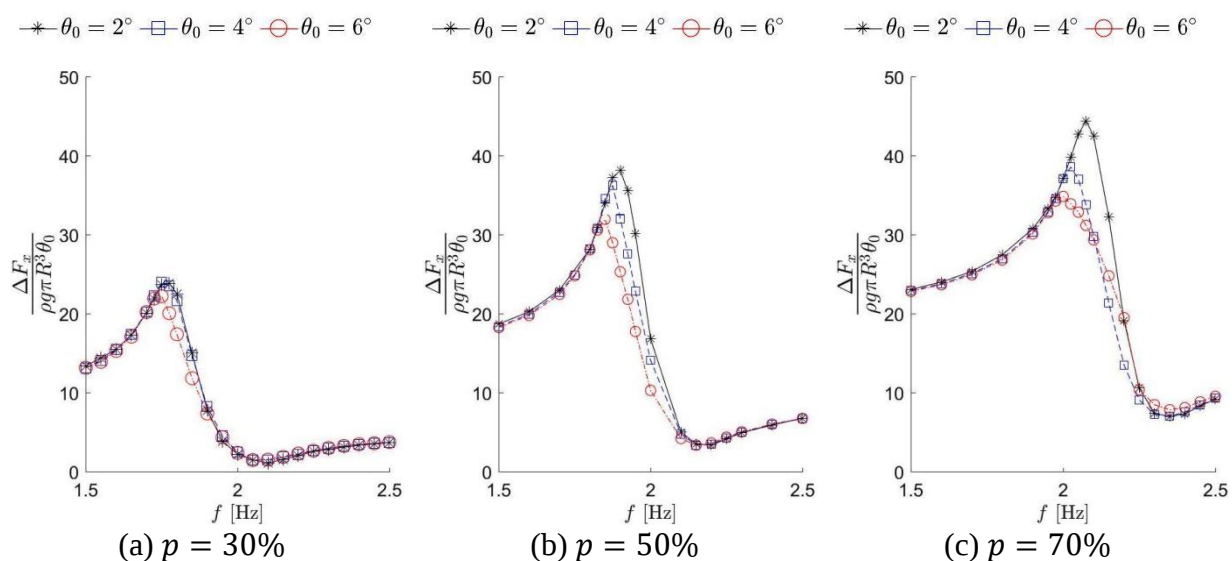


Figura 8. Força dinâmica adimensionalizada no domínio da frequência: tanque circular

O caso de curvas adimensionalizadas sobrepostas, para os movimentos sob as três diferentes amplitudes, indica a ocorrência de um fenômeno linear. Tal tendência pode ser observada apenas para as maiores e menores frequências. No entanto, para os três níveis de preenchimento, observa-se uma diferença significativa entre as curvas das diferentes amplitudes na região de ressonância. Para o menor nível de preenchimento, a diferença é clara apenas para o movimento de maior amplitude. Não obstante, a diferença é nítida entre as três amplitudes para os demais níveis. Sobretudo a partir da Fig. 8-(b) e da Fig. 8-(c), observa-se que o aumento da amplitude do movimento é relacionado (i) a uma suave redução na força

transversal dinâmica adimensionalizada do pico, assim como (ii) uma pequena redução na frequência na qual o pico de força dinâmica é observado. Tal comportamento indica que os efeitos não lineares que surgem com o aumento da amplitude do movimento introduzem um pequeno amortecimento ao sistema.

A Tab. 4 é obtida a partir da identificação dos picos dos diagramas da Fig. 8. Nela fica clara a redução da frequência natural em função do aumento da amplitude.

Tabela 4. Frequências naturais de *sloshing* para o tanque circular

Frequências Naturais de Vibração – Círculo			
Amplitude (θ)	30%	50%	70%
2°	1.775	1.9	2.075
4°	1.75	1.875	2.025
6°	1.75	1.85	2.0

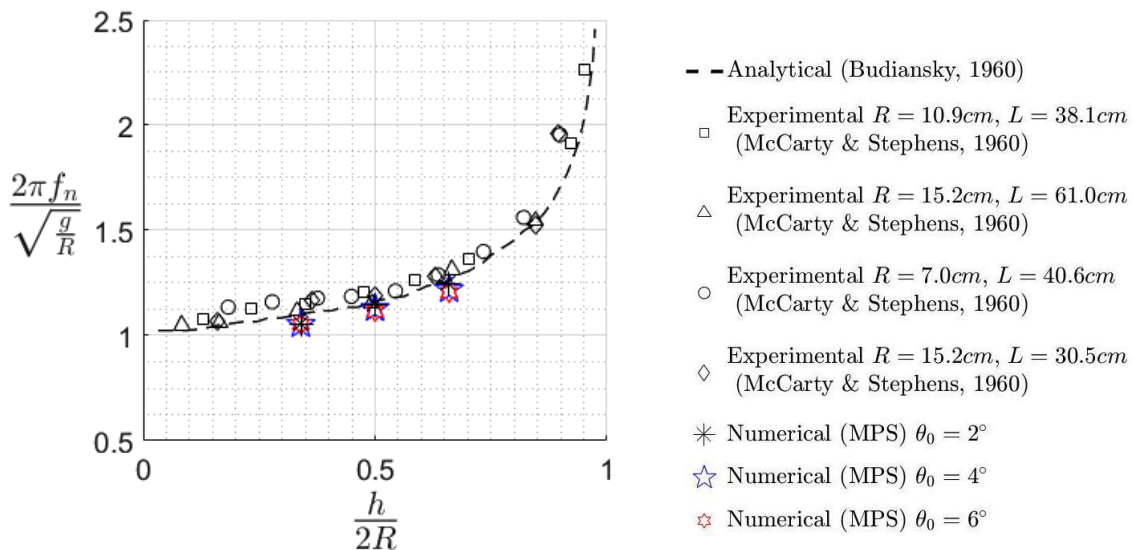


Figura 9. Frequência natural em função do preenchimento (Adaptado do Ibrahim (2005))

Para comparar os valores numéricos obtidos no presente trabalho a outro resultados encontrados na literatura, foi elaborada a Fig. 9. Os resultados numéricos por partículas apresentaram boa aderência tanto aos resultados experimentais retirados de McCarty & Stephens (1960) como à estimativa semi-analítica apresentada por Budiansky (1960).

A segunda parte deste estudo é focada em analisar o efeito da excentricidade de tanques elípticos no *sloshing*. Na Fig. 10 são apresentados os diagramas de força transversal dinâmica no domínio da frequência para as diferentes excentricidades em tanques preenchidos em 30%.

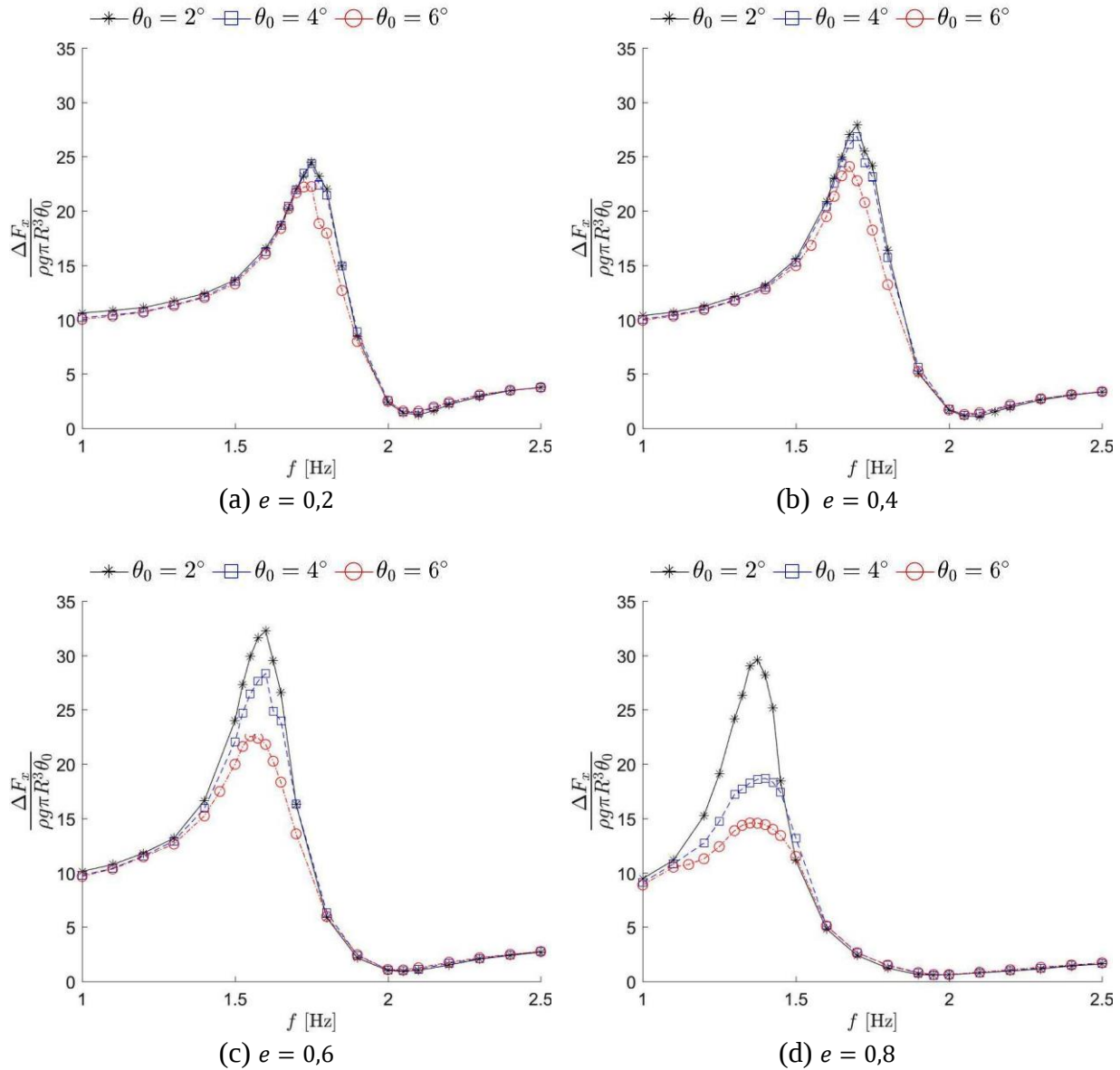


Figura 10. Diagrama da força dinâmica transversal adimensionalizada no domínio da frequência: tanques elípticos, preenchimento $p = 30\%$

Comparando entre si os gráficos da Fig. 10, nota-se que as frequências naturais diminuem com o aumento da excentricidade. Além disso, a não linearidade do fenômeno em função do aumento da amplitude cresce conforme o aumento da excentricidade. Isso se evidencia uma vez que, ao aumentar a excentricidade, as curvas de força dinâmica adimensionalizada tornam-se mais distintas entre si na região de ressonância.

Uma maior não linearidade do fenômeno observada nos casos de maior excentricidade pode ser explicada em razão da variação da curvatura das paredes. Nos tanques de maior

excentricidade, a inclinação da parede aumenta de forma mais intensa a partir do centro do tanque em direção ao topo ou em direção ao fundo do tanque. Ao aumentar a amplitude do movimento harmônico imposto é esperado um respectivo aumento na variação da elevação de superfície livre nas paredes. Dessa maneira, o fato de a superfície livre ter uma maior variação faz com ela perceba regiões com maiores diferenças de inclinação e a não linearidade resultante seja mais aparente.

Uma das dificuldades para o estudo de *sloshing* em tanques circulares, esféricos e elipsoidais consiste justamente no fato de a normal das paredes do tanque, assim como o ângulo formado entre paredes e a superfície livre, variar com o nível de preenchimento. Por este motivo, na maioria das abordagens numéricas, ou empregam-se condições de contorno mais complexas ou passam a ser adotadas simplificações que restringem a validade dos resultados para apenas preenchimentos próximos de 50% ou pequenas amplitudes. Ao não estar restrito a nenhuma destas limitações, o uso do método MPS permitiu estudar o *sloshing* em tanques de grande excentricidade.

No âmbito de cada excentricidade, os efeitos do aumento da amplitude já observados para o caso particular do círculo se repetem para o caso da elipse: (i) redução do pico de força transversal dinâmica e (ii) suave redução da frequência natural.

Por fim, a partir dos diagramas da Fig. 10, assim como os diagramas para os demais níveis de preenchimento, pode-se chegar aos valores da frequência de ressonância e da magnitude da força dinâmica na ressonância. Tais valores permitem elaborar os diagramas da Fig. 11, os quais relacionam tais valores à excentricidade do tanque. As linhas de mesmo tipo (contínuas, tracejadas e traço-ponto) indicam um mesmo preenchimento. As linhas de mesma cor, por sua vez, indicam mesma amplitude do movimento imposto.

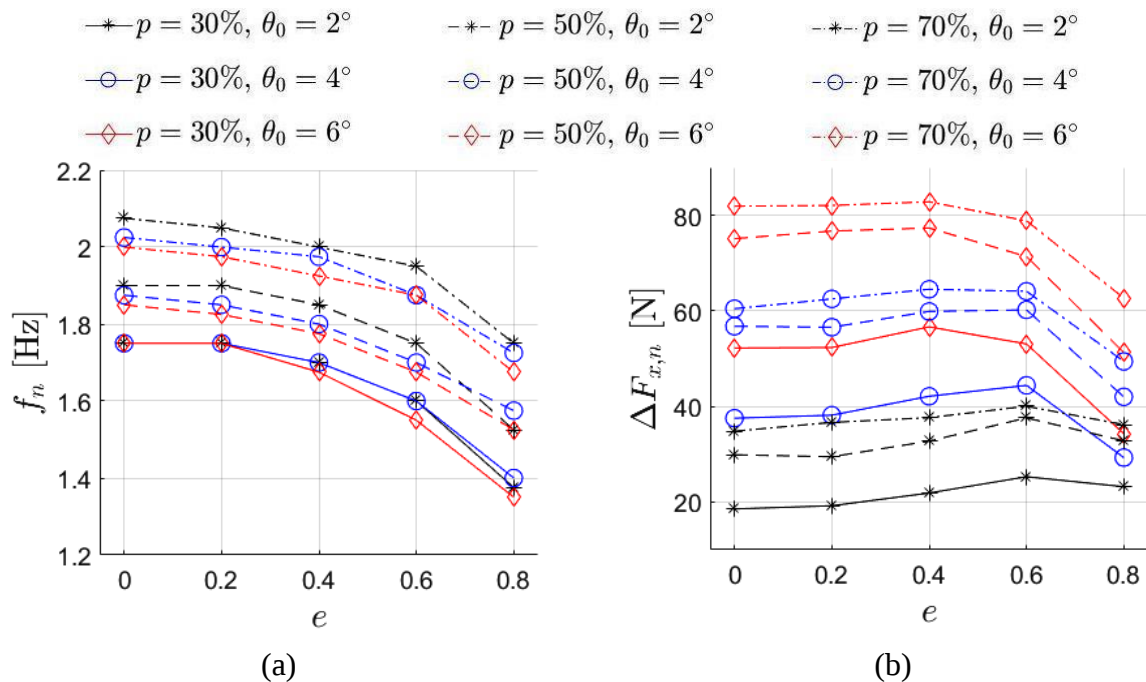


Figura 11. (a) Frequência natural e (b) Força dinâmica transversal na ressonância em função da excentricidade

As curvas da Fig. 11-(a) mostram, em primeiro lugar, que a frequência natural decresce monotonicamente em função da excentricidade. O comportamento das curvas pode ser aproximado por uma função logarítmica, na qual a frequência natural tende a um valor constante para baixas excentricidades e tende a zero para altas excentricidades. Também observa-se, assim como inferiu-se previamente, que o aumento da amplitude do movimento resulta em uma pequena redução na frequência natural.

Por sua vez, as curvas da Fig. 11-(b) podem ser divididas em dois trechos de comportamentos distintos. No primeiro trecho, para baixas excentricidades, ocorre um crescimento bastante suave da magnitude da força dinâmica em função da excentricidade. No segundo trecho, para maiores excentricidades, passa a ocorrer uma queda (mais acentuada) da força dinâmica com o aumento da excentricidade. Este comportamento indica que há um tanque elíptico cuja excentricidade maximize a força devido ao *sloshing*.

Na Fig. 11-(b), observando-se a diferença entre o valor máximo da força dinâmica na ressonância e seus valores para baixas e altas excentricidades, as curvas de mesma amplitude (mesma cor) mostram comportamento mais próximo entre si do que as curvas para um mesmo preenchimento. Para o movimento com menor amplitude ($\theta_0 = 2^\circ$), o valor da força dinâmica para baixas excentricidades ($e = 0$) e altas excentricidade ($e = 0,8$) é bastante próximo. Por outro lado, para as maiores amplitudes ($\theta_0 = \{4^\circ, 6^\circ\}$), observa-se que a força dinâmica na ressonância para altas excentricidades ($e = 0,8$) é significativamente menor do que para baixas excentricidades ($e = 0$). Para o sloshing sob amplitude de 2° , esse máximo aparenta ocorrer por volta de $e = 0,6$. Para amplitude de 4° , parece ocorrer entre $e = 0,4$ e $e = 0,6$. Por fim, para amplitude de 6° , parece ocorrer para $e = 0,4$.

CONCLUSÃO

Em primeiro lugar, para a frequência de ressonância em tanque circular a diferentes níveis de preenchimento, observou-se boa aderência entre os resultados numéricos obtidos pelo método de partículas e resultados semi-analíticos e experimentais presentes na literatura. Ainda para o caso do tanque circular, observou-se que o fenômeno é não-linear em relação ao aumento da amplitude do movimento harmônico imposto ao tanque. Tal aumento da amplitude do movimento resultou em suaves reduções tanto na frequência natural quanto na magnitude da força dinâmica na ressonância; sinal de que as não linearidades introduzem amortecimento no sistema. Mesmo para pequenas amplitudes do movimento, o fenômeno mostrou não linearidades para os maiores preenchimentos. A razão disso é a curvatura das paredes laterais de tanques circulares e elípticos para preenchimentos maiores que 50% , as quais interferem e restringem o movimento dos fluidos.

A segunda parte do estudo focou-se na análise dos efeitos no *sloshing* causados pela excentricidade em tanques elípticos, bem como as relações deste parâmetro com o nível de preenchimento do tanque e a amplitude do movimento. Os tanques de menor excentricidade apresentaram comportamento mais linear diante do aumento da amplitude do movimento, enquanto os tanques de maior excentricidade apresentaram comportamento altamente não linear. Mais uma vez, tal resultado pode ser explicado pela curvatura das paredes laterais do tanque. O aumento da excentricidade resultou em um decréscimo monotônico da frequência natural para todos os casos. Por outro lado, a magnitude da força dinâmica apresentou um máximo local, para excentricidades entre 0,4 e 0,6, indicando a existência de uma excentricidade crítica para a qual é observado o maior valor de força dinâmica. O valor de tal

excentricidade parece, a priori, guardar maior correlação com a amplitude do movimento imposto ao tanque do que com o nível de preenchimento.

Assim sendo, em termos práticos de engenharia e do ponto de vista da redução do fenômeno de *sloshing*, para os níveis de preenchimento analisados, identificou-se que tanques elípticos de excentricidade entre 0,3 e 0,7 podem resultar em intensificação de *sloshing*. Desta maneira, com intuito de reduzir o *sloshing*, os melhores resultados para movimentos de pequenas amplitudes foram obtidos em tanques circulares (baixa excentricidade), enquanto os melhores resultados para movimentos de maiores amplitudes foram obtidos nos tanques de maior excentricidade.

REFERÊNCIAS

- D'Alessandro, V., 2011. *Modeling of tank vehicle dynamics by fluid sloshing coupled simulation*. Dissertação de Doutorado, Politecnico di Milano, 2011.
- Eronn, B., Lindberg, A., Ljungberg, F., 2004. Method of Simulation of Fuel Sloshing Effects on External Fuel Tank Separation. *Rto-mp-avt, Linköping*, n. 108.
- Faltinsen, O.M.; Timokha, A.N., 2010. A multimodal method for liquid sloshing in a two-dimensional circular tank. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 665, pp. 457–479
- Faltinsen, O.M.; Timokha, A.N., 2013. Multimodal analysis of weakly nonlinear sloshing in a spherical tank, *Journal of Fluid Mechanics*, vol 719, pp.129-164.
- Hashemineiad, S.M.; Aghabeigi, M., 2012. Sloshing characteristics in half-full horizontal elliptical tanks with vertical baffles. *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, no. 1, pp. 57–71. 2011.
- Hata, R.; Arai, M.; Furth, M., 2015. Sloshing and swirling inside a spherical tank. *TEAM 2015, Oct. 12 - 15, Vladivostok, Russia*.
- Ibrahim, R.A., 2005. *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. Edição. Nova Iorque: Cambridge, . 972 p.
- Koshizuka, S.; Oka, Y., 1996. Moving Particle Semi-Implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nuclear Science and Engineering*, 123, pp.421-34.
- Rattayya, J.V., 1965. Sloshing of Liquids in Axisymmetric Ellipsoidal Tanks. *2nd Aerospace Sciences Meeting*.
- Rueda, G.E.; Tsukamoto, M.M.; Medeiros, H.F.; Yee, C.L.; Nishimoto, K., 2008. Validation Study of MPS (Moving Particle Semi-implicit Method) for Sloshing & Damage Stability Analysis. *27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*.
- Strahan, A.; Hernandez, H., 2011. Slosh Baffle Design and Test for Spherical Liquid Oxygen and Liquid Methane Propellant Tank for a Lander. *NASA Technical Reports Server*.
- Strandberg, L., 1978. Lateral Stability of Road Tankers, *VTI Report No. 138A, vol. 1*.

Tsukamoto, M.M., 2011. *Modelagem analítica e simulação numérica de um sistema móvel de supressão de sloshing*. Dissertação de Doutorado em Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

Tsukamoto, M. M., Cheng, L.-Y., & Motezuki, F. K., 2016. *Fluid interface detection technique based on neighborhood particles centroid deviation (NPCD) for particle methods*. International Journal for Numerical Methods in Fluids.

Twillert, M.J., 1970. The effect of sloshing in partially filled spherical LNG tanks on ship motions. *TU Delft Repositories*, 1 Jan. 1970.

McCarty J. L. and Stephens D. G., 1960. Investigation of the natural frequencies of fluid in spherical and cylindrical tanks. *NASA TN D-252*.

Budiansky B., 1960. Sloshing of liquids in circular canals and spherical tanks, *J. Aero./Space Sciences* 27(3), pp. 161–172.