



SISTEMA DE RASTREIO E PREVISÃO DE TEMPESTADES ELÉTRICAS NO BRASIL

Mariana Kleina

marianakleina@ufpr.br

Universidade Federal do Paraná, Departamento de Engenharia de Produção, Rua Francisco H. dos Santos, 210, Centro Politécnico, Caixa Postal 19011, Curitiba, Paraná, Brasil

Eduardo Alvim Leite

alvim@simepar.br

Sistema Meteorológico do Paraná – SIMEPAR, Rua Francisco H. dos Santos, Centro Politécnico, Caixa Postal 19100, Curitiba, Paraná, Brasil

Resumo. O objetivo deste estudo é realizar monitoramento e previsão de conjuntos de raios organizados no espaço e no tempo (tempestades elétricas) em todo o território brasileiro, em tempo real. O Sistema de Previsão Probabilística de Eventos de Raios (SIPPER) faz o rastreamento de até três horas do caminho dos núcleos das tempestades de minuto a minuto, delimitando áreas em que cada tempestade se desenvolve, e faz previsão do comportamento das tempestades para a hora seguinte, indicando áreas que serão atingidas com maior e menor intensidade. Algumas das variáveis fornecidas pelo sistema são a probabilidade maior ou menor de ocorrência do evento, posição geográfica do centro da tempestade, número esperado de raios por quilômetro quadrado, direção e velocidade de deslocamento e ocorrência de altos picos de corrente elétrica. São utilizados os métodos de agrupamento de dados Convergent Data Sharpening para o monitoramento e de extrapolação de dados para a previsão. O sistema processa em tempo real os dados de raios de todo o território nacional, possibilitando observar a cada minuto o deslocamento e previsão das tempestades. Como resultado é possível emitir alertas de tempestades potencialmente severas à regiões vulneráveis, tais como linhas de energia e campos abertos.

Palavras-Chave: Tempestades elétricas, Monitoramento, Previsão, Visualização científica

INTRODUÇÃO

O Brasil é líder mundial na ocorrência de descargas atmosféricas (popularmente chamadas de raios) com cerca de 50 milhões de ocorrências por ano, segundo dados do Grupo de Eletricidade Atmosférica (ELAT, 2017) do INPE. Esse feito é porque o Brasil é o país mais extenso territorialmente da zona tropical do planeta – local onde o clima é mais quente e assim mais propício à formação de tempestades e incidência de raios, ainda segundo o ELAT (2017).

Descargas nuvem-solo são aquelas que atingem o solo e despertam maior interesse de estudo por afetar a segurança humana e causar prejuízos materiais. Um setor econômico fortemente impactado por raios é o setor elétrico, em especial o setor elétrico brasileiro, que é predominantemente aéreo, isto é, as linhas de energia ficam expostas as condições climáticas, incluindo a incidência de raios. Assim, os sistemas de transmissão e distribuição de energia sofrem constantemente por apagões ou desligamentos não programados causados por queda de torres, queima de capacitores e transformadores, entre outros (SILVA NETO, 2004; SHIGA, 2007; BRAGA, 2009; NUCCI, 2010). Segundo ELAT (2017), cerca de 70% dos desligamentos na transmissão e 40% na distribuição são ocasionados por raios.

Descargas atmosféricas são fenômenos naturais associadas a eventos meteorológicos que podem durar de poucas horas até vários dias. As descargas, quando organizadas, caracterizam as tempestades elétricas (assim chamadas neste trabalho), as quais podem causar perigo eminente às áreas por onde se difundem. Se acompanhadas, diversos atributos das tempestades podem ser estimados e utilizados para categorizar um evento atuante. Com a previsão de para onde uma tempestade elétrica está se deslocando e qual sua intensidade, tomadas de decisões importantes podem ser facilitadas.

Incertezas relacionadas a qualidade dos dados, comportamento desordenado dos fenômenos naturais e imprecisão dos métodos numéricos utilizados são alguns dos desafios encontrados que cercam a difícil tarefa de rastrear e prever eventos meteorológicos. Muitos trabalhos foram desenvolvidos com esse propósito. O algoritmo *Thunderstorm Identification, Tracking, Analysis, and Nowcasting* (TITAN) desenvolvido por Dixon e Wiener (1993) monitora e faz previsão a curto prazo de tempestades com base em dados de radar. *Thunderstorms Radar Tracking* (TRT) (HERING *et al.*, 2004) é um algoritmo que utiliza dados de três radares para detecção, monitoramento e previsão de intensos sistemas convectivos na região dos Alpes suíços. Steinacker *et al.* (2000) propõem um método para monitorar células convectivas e complexas utilizando dados de radar, porém a região de aplicação – Alpes da Áustria – sofre por frequentes colapsos nas estações de radar, por isso também foram utilizados dados de raios. Bonelli e Marcacci (2008) apresentam dois sistemas capazes de prever e emitir alertas de tempestades severas no norte da Itália, baseados na detecção, rastreo e previsão de tempestades para meia hora, um utilizando dados de precipitação pluvial estimada por um radar e o outro com dados de raios. Betz *et al.* (2008) propõem um método de identificação e monitoramento de células de tempestades em uma região da Alemanha utilizando somente dados de raios. Woolford e Braun (2006) utilizam dados de raios para monitorar centros de tempestades elétricas no espaço e no tempo, a fim de investigar a ligação entre incêndios florestais e raios em Ontário no Canadá.

1 MATERIAIS E MÉTODOS

O Sistema de Previsão Probabilística de Eventos de Raios (SIPPER) é o sistema proposto nesta pesquisa, alimentado com dados de raios de todo o Brasil. É capaz de identificar e monitorar, por até três horas, núcleos de tempestades eletricamente ativas e fazer previsão para uma hora a frente de algumas variáveis das tempestades elétricas, tais como número médio, pico de corrente médio e distribuição espacial dos raios.

1.1 Dados

Os dados utilizados no trabalho e que alimentam o SIPPER são provenientes de duas fontes: da RINDAT, a Rede Integrada Nacional de Detecção de Descargas Atmosféricas, operada em parceria entre as empresas SIMEPAR, Furnas, CEMIG e INPE, com cobertura de cerca de um terço do território brasileiro (regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste); e do GLD360 (*Global Lightning Dataset*) operado pela empresa finlandesa Vaisala, que fornece ao SIMEPAR dados de raios de todo o Brasil e alguns países vizinhos, incluindo áreas marítimas. As informações dos raios são: posição geográfica (longitude e latitude), tempo de ocorrência (ano, mês, dia, hora, minuto, segundo e milissegundo), polaridade (positiva ou negativa) e intensidade do pico de corrente elétrica (em kA).

1.2 Região de estudo

A região de abrangência do SIPPER compreende todo o território brasileiro, incluindo áreas de linhas de transmissão de energia elétrica. É uma região retangular (FIGURA 9) que abrange uma pequena área de países vizinhos e área oceânica.

1.3 Métodos

O SIPPER consiste basicamente de três etapas principais: a primeira consiste na identificação das tempestades elétricas, a segunda etapa faz o rastreo das tempestades e a última etapa realiza previsão de atributos das tempestades rastreadas.

1.3.1 Identificação

Para identificar quais raios compõem uma tempestade elétrica é utilizada a técnica de agrupamento de dados *Convergent Data Sharpening* utilizada por Woolford e Braun (2006). Esta técnica é derivada do método *Data Sharpening* proposto por Choi e Hall (1999), que consiste em reduzir o viés na estimativa de densidade. Uma estimativa para a densidade desconhecida $f(x)$ dos dados originais $x_1, x_2, \dots, x_n$ em um ponto x é dada pela Eq. (1).

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_h(x_i - x) \quad (1)$$

em que k_h é uma função densidade de probabilidade simétrica (função *kernel*), com parâmetro h (este parâmetro controla a suavidade da função estimada: um valor pequeno de h

gera uma aproximação fiel aos dados, em contrapartida, um valor grande de h ocasiona uma aproximação mais suavizada).

Choi e Hall (1999) não utilizam os dados originais na estimativa da densidade, mas sim os dados ajustados $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n$, representados na Eq. (2).

$$\hat{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^n k_h(x_i - x_j)x_i}{\sum_{i=1}^n k_h(x_i - x_j)} \quad (2)$$

Portanto, a densidade estimada é realizada sobre os dados ajustados, conforme Eq. (3).

$$\hat{f}_s(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_h(\hat{x}_i - x) \quad (3)$$

A função $\hat{f}(x)$ tende a subestimar densidades nos picos e superestimar nos vales, enquanto que a função $\hat{f}_s(x)$ faz com que cada dado original se desloque para mais perto de modos locais da função densidade de probabilidade.

Woolford e Braun (2006) propõem um teorema que diz que para h fixo e qualquer vetor inicial x_0 , o método *Data Sharpening* converge para um único vetor $\hat{x}$. O método *Convergent Data Sharpening* consiste em aplicar repetidas vezes o método *Data Sharpening*, assim os modos locais do conjunto de dados representam os centros dos agrupamentos com aderência a eles.

O método de agrupamento *Convergent Data Sharpening* é utilizado para agrupar raios por meio de sua localização espacial (latitude e longitude) e assim compor as tempestades elétricas. Deste modo, raios espacialmente próximos são dispostos em mesmas tempestades, porém, conjuntamente, para agrupar raios temporalmente próximos foi empregada janela móvel de uma hora com passo de um minuto. Em outras palavras, os raios de uma mesma hora são agrupados pela sua latitude e longitude e, para o agrupamento seguinte, a nova janela temporal considerada é a anterior retirando um minuto do início e acrescentando um minuto ao final da janela temporal. Com isso, os agrupamentos de uma janela temporal podem ser utilizados para os próximos agrupamentos da janela temporal consecutiva. Essa estratégia permite uma forma de continuidade de uma tempestade elétrica. Uma característica fundamental no método *Convergent Data Sharpening* é o fato de que não é necessária a informação prévia do número de agrupamentos para um conjunto de dados.

O parâmetro h da função *kernel* k_h foi escolhido por meio de uma otimização multicritério, descrita em Kleina *et al.* (2016), assumindo o valor 0,2. Resumidamente, esse parâmetro foi escolhido a partir de comparações entre valores previstos e observados das variáveis das tempestades, minimizando o erro total.

1.3.2 Rastreo

A aplicação da metodologia descrita na Seção 1.3.1 gera retratos temporais das tempestades elétricas, ou seja, gera agrupamentos de raios de janelas temporais consecutivas que necessitam de uma conexão para caracterizar o deslocamento/movimento das tempestades. Grupos de raios de janelas consecutivas são conectados uns aos outros se uma

distância espacial máxima é respeitada. Testes empíricos mostraram que 5 km/min é o deslocamento máximo realista que o núcleo de uma tempestade elétrica pode percorrer, ou seja, em um minuto é permitido um deslocamento de, no máximo, 5 km do centro de uma tempestade de raios.

Por convenção, foi adotado o critério de rastrear uma tempestade elétrica por até 3 horas. Portanto, se uma tempestade tem duração superior a 3 horas, o passado mais antigo é descartado para dar lugar ao histórico mais recente da tempestade elétrica.

As variáveis estimadas das tempestades elétricas monitoradas são:

- Centro das tempestades (longitude e latitude) estimado por meio do valor médio das posições dos raios que compõem cada tempestade;
- Número médio de raios por hora (raios/hora) de cada tempestade;
- Média do valor absoluto do pico de corrente dos raios (kA) que compõem cada tempestade;
- Abrangência da tempestade (*graus*²) representada por um polígono que engloba os raios pertencentes à tempestade;
- Velocidade de deslocamento das tempestades (km/h) estimada pela divisão do deslocamento estimado sobre o tempo.

1.3.3 Previsão

Os processos de identificação e monitoramento de uma tempestade elétrica (descritos nas Seções 1.3.1 e 1.3.2, respectivamente) permitem acompanhar diversas características da tempestade. Com o monitoramento destas características (o que realmente foi observado) é possível fazer uma previsão das mesmas (o que se espera acontecer). Neste trabalho, devido às incertezas do problema, optou-se por fazer uma previsão à curtíssimo prazo, de uma hora à frente.

Para as variáveis relacionadas à posição central da tempestade, são ajustadas as seguintes funções extrapoladoras para a latitude (Eq. (4)) e longitude (Eq. (5)), respectivamente:

$$f(t) = e^{a_1 t + b_1} \quad (4)$$

$$f(t) = e^{a_2 t + 2} \quad (5)$$

onde t representa a variável tempo, a_1 e b_1 são coeficientes obtidos de um ajuste linear que utiliza a transformação semi-log dos dados, ou seja, $\log(lat_1, \dots, lat_n) \sim (t_1, \dots, t_n)$, em que $lat_1, \dots, lat_n$ são latitudes passadas e conhecidas. De maneira análoga, a_2 e b_2 são obtidos de $\log(lon_1, \dots, lon_n) \sim (t_1, \dots, t_n)$. Latitude e longitude são extrapoladas independente uma das outras.

Para as variáveis número médio de raios e pico de corrente médio é usada a função extrapoladora da Eq. (6).

$$f(t) = e^{a \cdot \log(t) + b} \quad (6)$$

em que t é o tempo, a e b são coeficientes de um ajuste linear que utiliza a transformação log-log dos dados, ou seja, $\log(y_1, \dots, y_n) \sim \log(t_1, \dots, t_n)$, y sendo número médio de raios e pico

de corrente médio dos raios, de forma independente. A transformação das variáveis utilizando o logaritmo nas funções extrapoladoras é para que ajustes lineares sejam realizados ao invés de ajustes não lineares, assim a determinação dos coeficientes das funções extrapoladoras ocorre pelo método de regressão linear por quadrados mínimos (KLEINA, 2015).

Todos os coeficientes dos ajustes não são calculados uma única vez, mas sim calculados em tempo de processamento para cada tempestade, utilizando seu histórico recente e construindo um modelo no tempo, para então projetá-las uma hora à frente. Em todas as funções extrapoladoras é utilizado um histórico de 30 minutos passados.

Para realizar previsão da abrangência dos raios da próxima hora, primeiramente é calculada a elipse de incerteza de 95% que abrange os raios da última hora. Esta elipse é projetada (rotacionada e transladada) uma hora à frente, em que o centro da elipse é estimado a partir da previsão da posição espacial do núcleo da tempestade. Então, o polígono de abrangência dos raios para a hora seguinte é estimado com base na mesma probabilidade que os raios da última hora se posicionam dentro da elipse de incerteza, considerando a distância de cada raio em relação ao centro da tempestade (representado pelo centro da elipse).

A velocidade de deslocamento prevista é calculada por meio da divisão da distância de deslocamento prevista da tempestade e o tempo (uma hora). A distância de deslocamento prevista da tempestade é determinada pela distância euclidiana entre a posição prevista do centro da tempestade (latitude e longitude previstas) e a atual posição do centro da tempestade (latitude e longitude observadas).

Além da previsão das variáveis citadas anteriormente, também foram previstos o número esperado de raios (NER) por quilômetro quadrado e probabilidade (PROB) de ocorrência de raios (%) por quilômetro quadrado, por meio da discretização do espaço por uma malha regular de $10\text{km} \times 10\text{km}$.

Cada tempestade é representada por uma distribuição de probabilidade normal bivariada e com as previsões dos atributos das tempestades, é possível estimar a probabilidade de ocorrência de raios (PROB) para cada ponto da malha (quadrícula) por meio da integração numérica desta função de probabilidade. O número esperado de raios (NER) para cada quadrícula de $10\text{km} \times 10\text{km}$ é calculado como a soma dos produtos do PROB pela previsão do número médio de raios de cada tempestade.

1.4 Softwares utilizados

Toda a etapa de preparação dos dados (leitura de banco de dados e retirada de dados espúrios), identificação (agrupamento de dados), rastreo (encadeamento dos agrupamentos) e previsão das tempestades (extrapolação de dados) é realizada no *software* R (R Core Team, 2012). Além disso, os *shapes* das tempestades foram gerados no R. Estes *shapes* são plotados na plataforma GeoServer (2014), que permite a visualização geoespacial em alta performance do percurso das tempestades, bem como todas as características monitoradas e previstas. Vale ressaltar que ambos os *softwares* utilizados são livres.

Como forma de publicação dos resultados, foi utilizada programação em HTML e *Java Script* para criação de um site privado.

2 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O SIPPER é um sistema de alta frequência que realiza monitoramento e previsão de tempestades elétricas de minuto a minuto em todo o território brasileiro. Antes de visualizar o SIPPER por completo, serão apresentadas imagens aproximadas de algumas tempestades elétricas a fim de melhor visualização das variáveis monitoradas e previstas.

A Fig. 1 ilustra o caminho percorrido por uma tempestade elétrica. Os trajetos em tons de rosa representam a etapa de rastreo da tempestade; são até três horas monitoradas e cada trajeto (tons de rosa diferentes) tem duração de até uma hora. O trajeto em azul representa a previsão do percurso da tempestade (uma hora à frente). Ainda na Fig. 1, são apresentadas as áreas que englobam os raios da última hora monitorada (polígono rosa) e os raios previstos na próxima hora (polígono azul).



Figura 1. Trajeto da tempestade elétrica

A Fig. 2 acrescenta à Fig. 1 a velocidade de deslocamento (em km/h) tanto do passado da tempestade, quanto da previsão.



Figura 2. Velocidade de deslocamento da tempestade elétrica

A Fig. 3 ilustra a probabilidade do valor absoluto do pico de corrente dos raios que pertencem à tempestade ser maior que um valor crítico, estipulado em 50 kA.



Figura 3. Probabilidade do valor absoluto do pico de corrente ser maior que 50 kA

Na Fig. 4 é apresentado o número médio de raios em cada trecho da tempestade, tanto na etapa de monitoramento quanto na etapa de previsão.

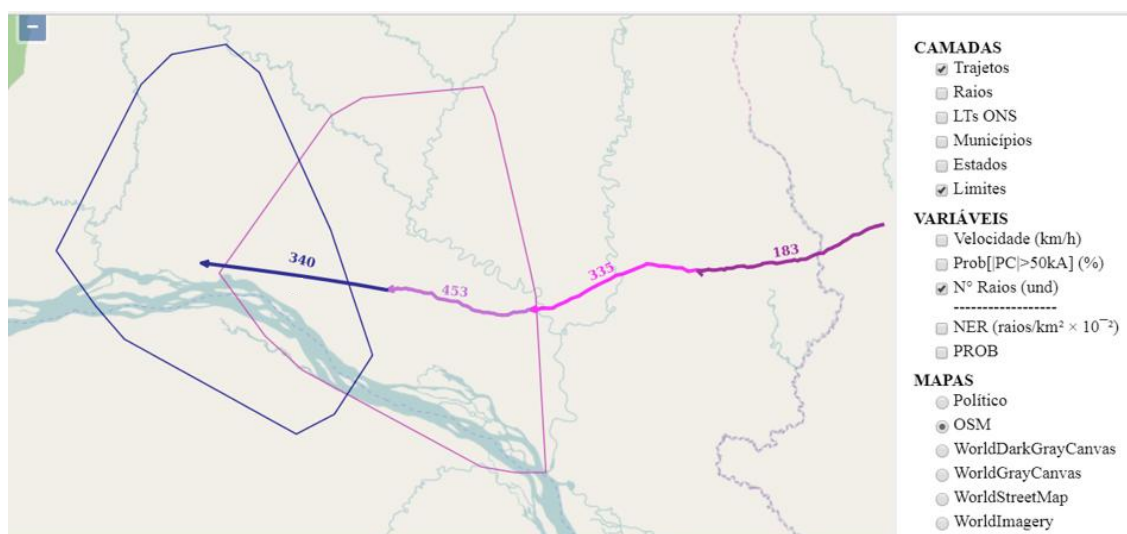


Figura 4. Número médio de raios

A Fig. 5, em especial a imagem colorida ao fundo, representa a densidade de raios, isto é, o número esperado de raios (NER) a cada 100km², pelo fato de que o espaço é discretizado em uma malha regular de 10km x 10km.

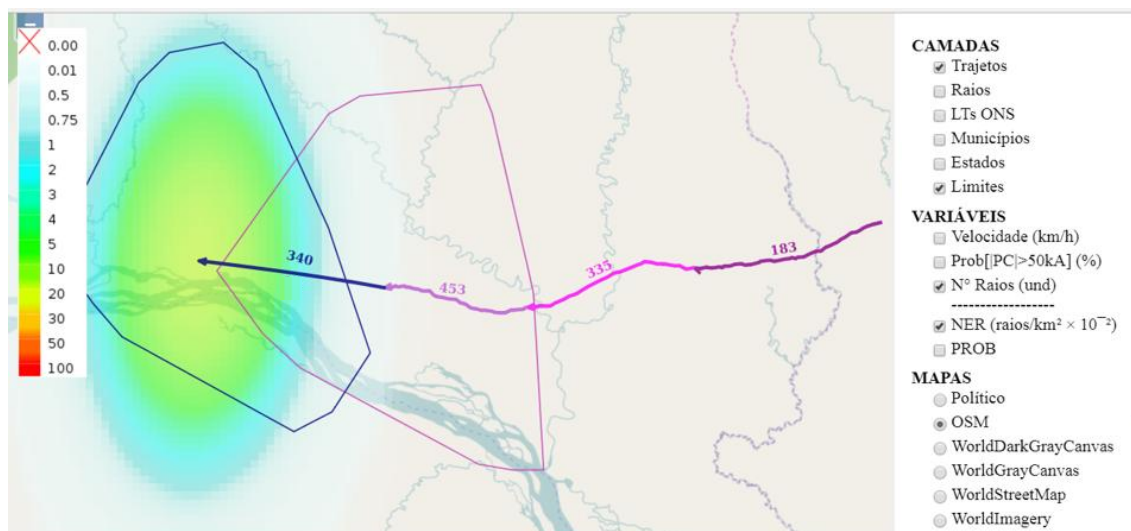


Figura 5. Densidade de raios

A Fig. 6 representa a probabilidade (PROB) de ocorrer raio em uma certa localidade.

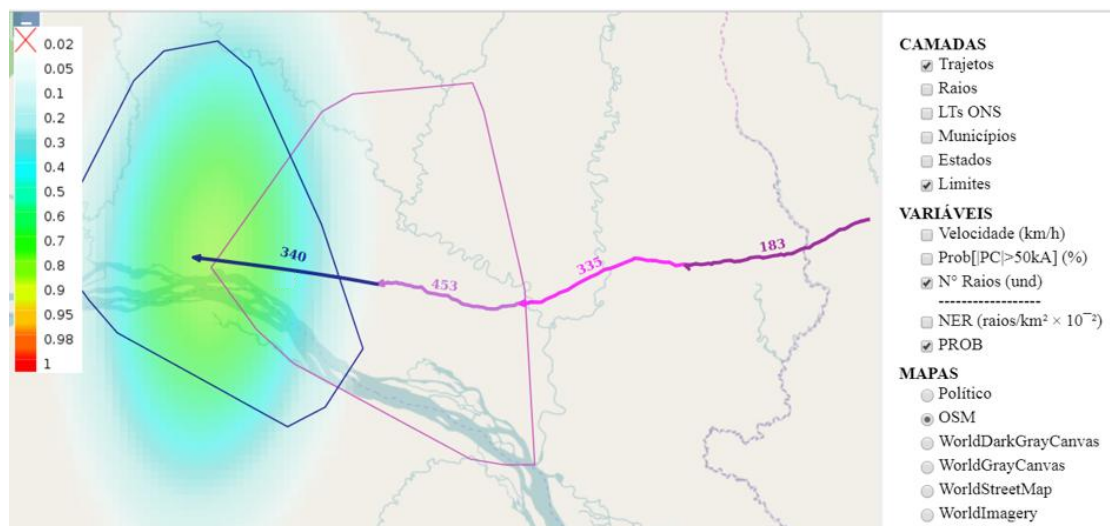


Figura 6. Probabilidade de ocorrência de raios

Na Fig. 7, os raios da última hora monitorada são plotados em tons terrosos: os mais claros são os mais antigos e os mais escuros são os mais recentes. Também foi acrescentado ao mapa as linhas de transmissão de energia.

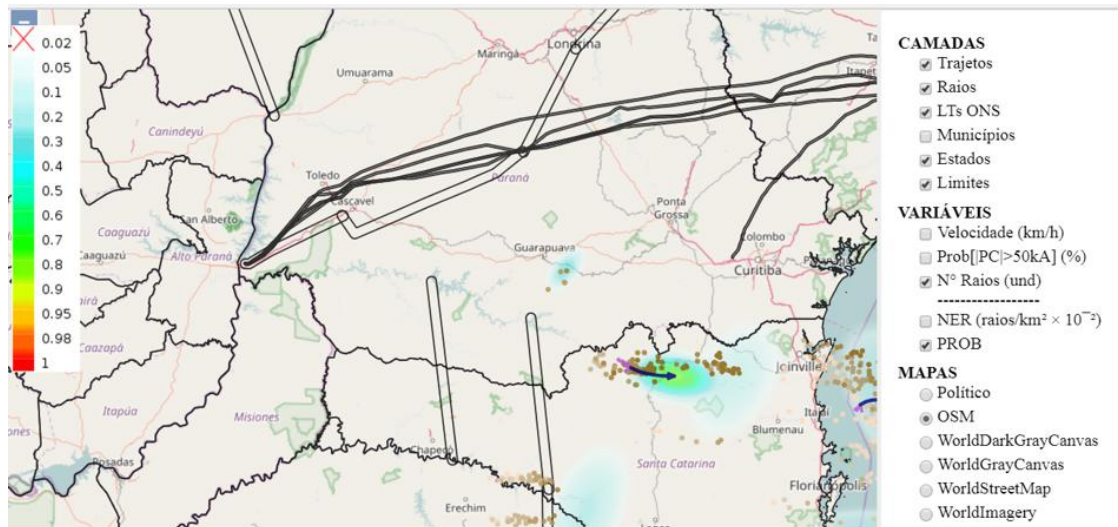


Figura 7. Raios e linhas de energia

É possível alterar o plano de fundo do SIPPER, conforme Fig. 8, em que é possível visualizar as tempestades sob divisão territorial dos países, estados e municípios, estradas e rodovias, e imagem de satélite.

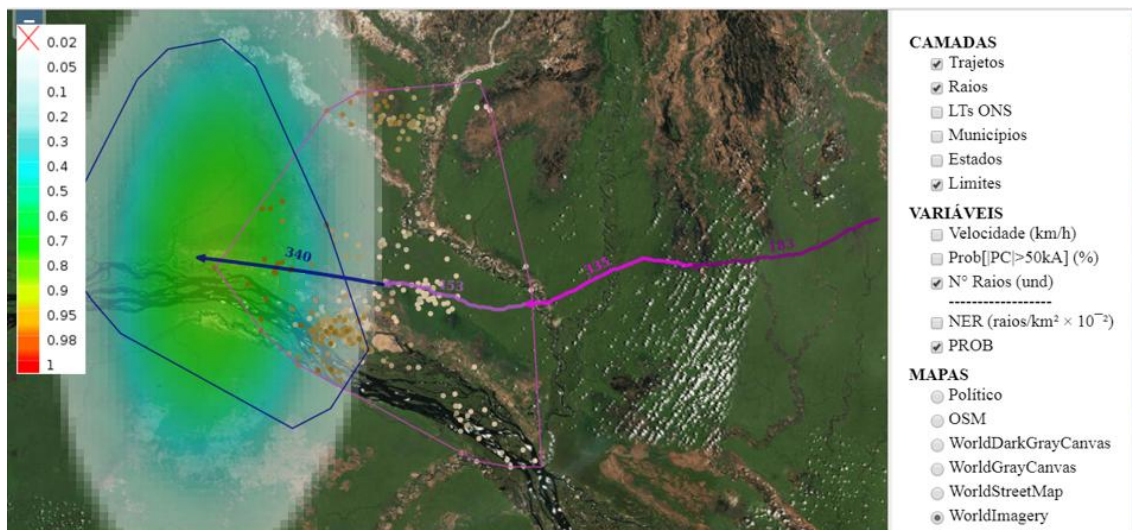


Figura 8. Visualização com imagens de satélite ao fundo

Depois de apresentadas todas as variáveis das tempestades elétricas que o sistema é capaz de monitorar e prever e a forma que são visualizadas, serão expostas situações pertinentes que o SIPPER capturou no decorrer de sua implementação.

Na Fig. 9 é apresentada uma visão geral da área de cobertura do SIPPER. Esta figura foi capturada no dia 14 de agosto de 2017, em que 74.669 raios caíram de 16h35min à 17h35min na área de cobertura do SIPPER, sendo os raios agrupados em 187 tempestades elétricas.

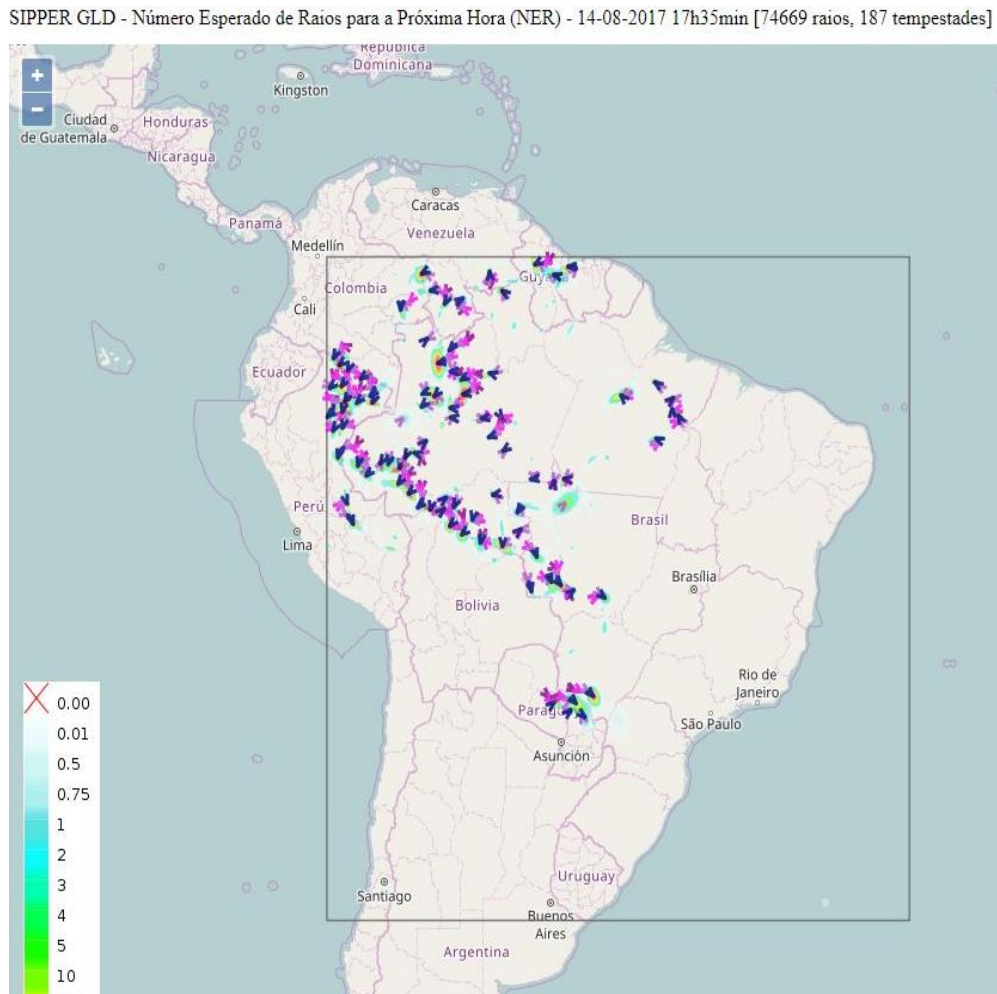


Figura 9. Tempestades elétricas no dia 14/08/2017

No dia 20 de outubro de 2016, o Brasil foi atingido por uma intensa atividade elétrica, conforme Fig. 10, chegando a quase 140 mil raios registrados em apenas uma hora, na área de cobertura do SIPPER. Na Fig. 11, são visualizadas linhas de transmissão de energia situadas na sua grande maioria na região Nordeste do Brasil, e é possível observar o deslocamento das tempestades elétricas no sentido das linhas. Se constatado alguma vulnerabilidade das linhas em relação a alguma variável monitorada (pico de corrente alto ou grande número de raios, por exemplo), medidas operacionais de precaução podem ser tomadas.

A Fig. 12 ilustra, para este mesmo dia, linhas de energia situadas predominantemente na região Sul do Brasil, sendo atingidas pela intensa atividade elétrica. A linha mais forte da Fig. 12 é a linha LT 765 kV que transporta energia produzida na hidrelétrica de Itaipu para as proximidades do centro de consumo da região Sudeste do Brasil (ITAIPU, 2017). Esta linha é composta por quatro subestações, duas mil torres, além de transformadores, todos estes expostos a raios. Se for conhecido o comportamento de tempestades de raios que se aproximam destas linhas e que podem vir a causar danos em equipamentos e apagões de energia, tomadas de decisões podem ser fundamentadas com o auxílio do SIPPER.

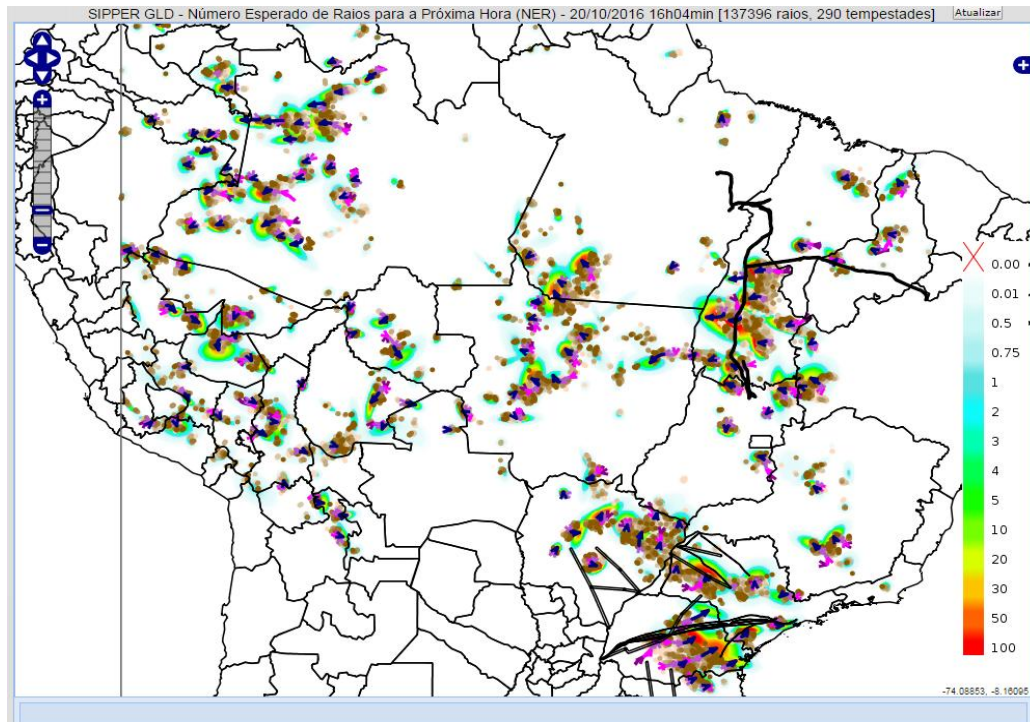


Figura 10. Tempestades elétricas no dia 20/10/2016

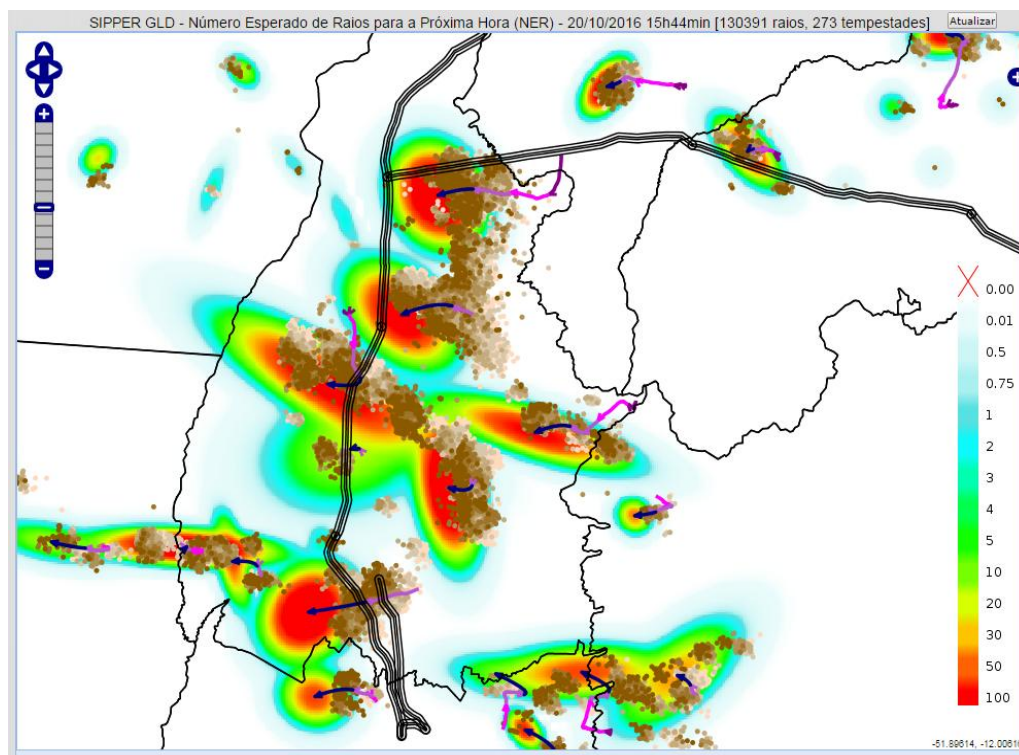


Figura 11. Linhas de energia predominantes na região Nordeste sendo atingidas por raios no dia 20/10/2016

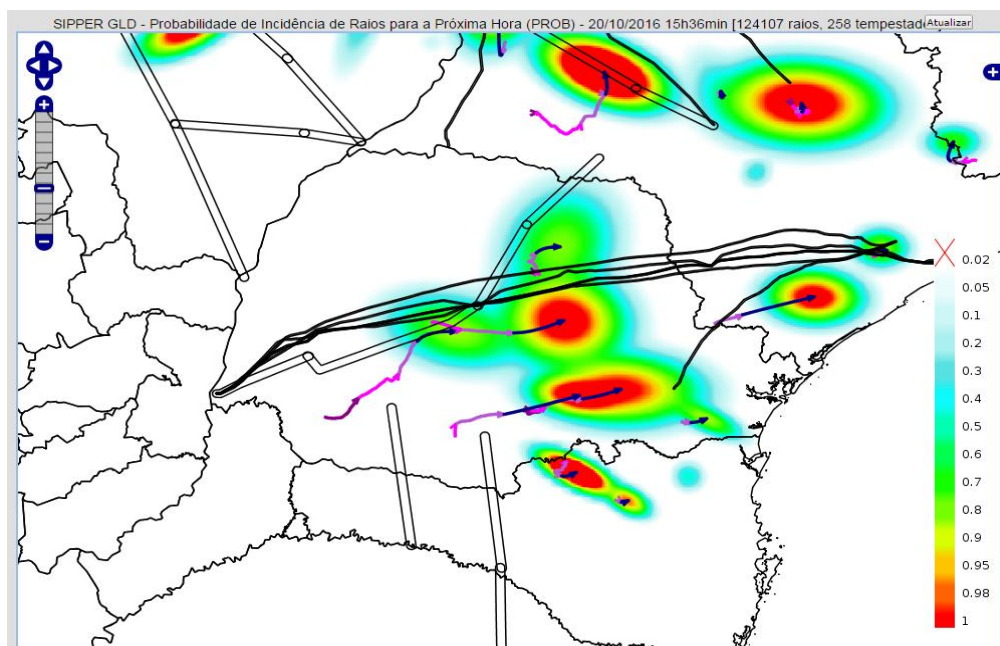


Figura 12. Linhas de energia predominantes na região Sul sendo atingidas por raios no dia 20/10/2016

CONCLUSÕES

O SIPPER, Sistema de Previsão Probabilística de Eventos de Raios, é um sistema desenvolvido para identificar e acompanhar o percurso de tempestades elétricas, além de prever valores de atributos destas tempestades, tais como número médio de raios, velocidade de deslocamento e probabilidade de ocorrer ou não raios em uma determinada região. O sistema utiliza somente dados de raios e abrange uma área que cobre todo o território brasileiro.

A base que compõe o SIPPER é constituída por métodos numéricos que realizam identificação, monitoramento e previsão de tempestades de raios. O sistema é capaz de processar centenas de milhares de raios em apenas um minuto, realizando previsões a curtíssimo prazo.

O sistema representa uma ferramenta auxiliadora em situações críticas que envolvam perigo eminente decorrente de atividade elétrica. Entre as aplicações da emissão de alertas estão a proteção de linhas de energia e vigilância por parte da defesa civil a fim de salvar vidas em risco que estão em campos abertos e praias, por exemplo. Isto é possível visto que o SIPPER é um sistema de monitoramento e previsão em tempo real de alta frequência, com diversas plataformas de visualização, tais como ruas, divisas de municípios e imagens de satélite.

REFERÊNCIAS

Betz, H. D. *et al.*, 2008. Cell-tracking with lightning data from LINET. *Advances in Geosciences*, vol. 17, p. 55–61.

Bonelli, P., & Marcacci, P., 2008. Thunderstorm nowcasting by means of lightning and radar data: algorithms and applications in northern Italy. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol. 8, pp. 1187–1198.

Braga, J. L. P. V., 2009. *Desempenho de Linhas de Distribuição Frente a Descargas Atmosféricas: Estudo e Implementação do Guia IEEE Std 1410*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais.

Choi, E. & Hall, P., 1999. Data sharpening as a prelude to density estimation. *Biometrika*, vol. 86, pp. 941–947.

Dixon, M., & Wiener, G., 1993. TITAN: Thunderstorm identification, tracking, analysis, and nowcasting - a radar-based methodology. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, pp. 785–797.

ELAT – Grupo de Eletricidade Atmosférica, 2017. INPE. <http://www.inpe.br/webelat/homepage/menu/el.atm/perguntas.e.respostas.php>
Acesso: 25/07/17.

Geoserver, 2014. *Open Source Geospatial Foundation*. <http://geoserver.org/>.

Hering, A. M. *et al.*, 2004. Nowcasting thunderstorms in the alpine region using a radar based adaptive thresholding scheme. *Proceedings of ERAD*, vol. 10, n. 6, pp. 1–6.

ITAIPU, 2017. Integração ao Sistema Brasileiro. <https://www.itaipu.gov.br/energia/integracao-ao-sistema-brasileiro>
Acesso: 30/08/2017.

Kleina, M., 2015. *Identificação, monitoramento e previsão de tempestades elétricas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná.

Kleina, M., *et al.*, 2016. Identificação, monitoramento e previsão de tempestades elétricas utilizando métodos numéricos. *Boletim de Ciências Geodésicas*, vol. 22, n. 4, pp. 589–612.

Nucci, C. A., 2010. A survey on cigré and IEEE procedures for the estimation of the lightning performance of overhead transmission and distribution lines. In: *Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility*. Beijing: IEEE, pp. 1124–1133.

R Core Team, 2012. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

Shiga, A. A., 2007. *Avaliação de custos decorrentes de descargas atmosféricas em Sistemas de Distribuição de Energia*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo.

Silva Neto, A., 2004. *Tensões induzidas por descargas atmosféricas em redes de distribuição de baixa tensão*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Steinacker, R. *et al.*, 2000. Automatic tracking of convective cells and cell complexes from lightning and radar data. *Meteorology and Atmospheric Physics*, vol. 72, pp. 101–110.

Woolford, D. G., & Braun, W. J., 2006. Convergent data sharpening for the identification and tracking of spatial temporal centers of lightning activity. *Environmetrics*, vol. 18, pp. 461–479.