

ESTUDO DO MOVIMENTO DOS CORPOS MOEDORES NO PROCESSO DE MOAGEM UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

Wladimir José Florêncio, e-mail: wladimir@ifpi.edu.br,

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Campina Grande. Av. Tranquilino Coelho Lemos, 671, Bairro Dinamérica, Campina Grande – PB, Brasil.

Neilor Cesar dos Santos, e-mail: neilor@ifpb.edu.br,

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus João Pessoa. Av. Primeiro de Maio, 720, Bairro Jaguaribe, João Pessoa – PB, Brasil.

Resumo

Neste trabalho mostrou-se as simulações do movimento dos corpos moedores juntamente com minério no interior de um moinho de bolas em escala de laboratório, utilizando-se o Método dos Elementos Discretos (MED) com o coeficiente de atrito $\mu=0,51$ e com moinho operando com 57%, 60%, 65%, 70%, 75% e 80% da sua velocidade crítica. O comportamento da dinâmica do processo de moagem foi observado a partir de experimentos realizados no laboratório, onde se obteve uma distribuição granulométrica para as malhas de +30#, +50# e +80#, onde os seus deslocamentos foram analisados para os tempos de 30s, 180s, 300s, 360s, 480s e 600s e comparando-os com os obtidos pela simulação computacional em 2D, realizada no software de simulação DEMpack®. Verificou-se a presença dos regimes cascata e catarata nas simulações, tal fato foi possível devida à variação da velocidade crítica do moinho mesmo com um grau de enchimento (J) de aproximadamente 50%. Devido à existência dos dois regimes de operação cascata e catarata na moagem, houve uma diferença na distribuição granulométrica em parte das moagens realizadas experimentalmente.

Palavras-chave: Moinho de bolas, Moagem, Método dos Elementos Discretos.

1 INTRODUÇÃO

Na indústria de mineração, para a obtenção de uma granulometria desejada, considerada ideal para uma determinada substância mineral, muitas vezes se faz necessário uma sequência de processos físicos, como: britagem, moagem, classificação e concentração e algumas vezes processos químicos como a flotação. Dada a complexidade destas operações, envolvendo materiais particulados, muitas vezes se faz necessário que em algumas destas etapas, possam ser realizadas simulações para auxiliar no estudo da eficiência do processo.

Atualmente, os pesquisadores têm buscado estudar modelos para simulação e controle dos circuitos de moagem, com o objetivo de retratar a dinâmica destes processos e otimiza-los. Para tanto, baseiam-se no modelo de balanço populacional das partículas, onde o processo de moagem é visto como resultado de subprocessos independentes e simultâneos, que produzem a distribuição de tamanhos dentro do moinho e o produto da moagem propriamente dito (Carvalho, 2009). Mais recentemente estudos a partir do Método dos Elementos Discretos (MED) envolvem a simulação do movimento da carga do moinho Shirsath *et al* (2015) e Mishra (2003a e 2003b).

O conceito original do Método dos Elementos Discretos (MED) foi estabelecido por Cundall e Strack (1979, v.29, p.49 - 75) apud Mishra (2003, p.74) que aplicaram ao estudo de sólidos particulados sob condições de carregamento dinâmico. Em operações onde se utilizam

moinhos cadentes¹, para realização da moagem, desde os primeiros trabalhos realizados por Mishra e Rajamani (1992) e Mishra e Rajamani (1994 a e 1994 b) o Método dos Elementos Discretos (MED) vem sendo utilizado.

O MED refere-se a um método numérico que permite a determinação de rotações e deslocamentos finitos de corpos discretos que interagem entre si ou entre os limites do domínio local por meio de leis de contato, onde a perda do contato e a formação de novos contatos entre os corpos são calculados num ciclo progressivo. A lei de contato muitas vezes permite a penetração virtual entre as partículas. A quantidade e a taxa de penetração levam a determinação da força de contato incremental. Cada ciclo de cálculo leva o sistema do tempo (t), para o tempo ($t + \Delta t$) envolvendo a aplicação de leis de interação incrementais força-deslocamento em cada contato, resultando em novas forças e novos momentos entre partículas que são resolvidos para se obter o equilíbrio dessas novas forças e novos momentos para cada partícula.

A integração numérica da segunda lei do movimento de Newton produz as velocidades lineares e rotação de cada partícula. Uma segunda integração produz os deslocamentos das partículas elementares, e usando as novas posições das partículas e das velocidades, tanto na translação quanto na rotação, o ciclo de cálculo é repetido no passo seguinte do tempo, esse passo de tempo (Δt) utilizado é uma fração do intervalo de tempo crítico. Revisões do estado da arte da simulação do comportamento de moinhos de bolas foram feitas por Mishra (2003a e 2003b).

A simulação pelo MED constitui-se numa ferramenta importantíssima tendo em vista a possibilidade do estudo da dinâmica do comportamento da carga em moinhos de bolas, isto é possível, como já foi dito, com base nas equações do movimento e da teoria de contato entre partículas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Moinho de bolas

Os moinhos de bolas se enquadram no grupo dos moinhos cilíndricos de carga cadente. Isso significa que a moagem é desenvolvida em um vaso cilíndrico rotativo, revestido internamente com placas de aço ou borracha, contendo uma carga de corpos moedores, livre para se movimentar em seu interior.

Os moinhos de bolas são essencialmente unidades de moagem fina, capazes de fornecer produtos desde 80% passante na malha de 35 mesh até extremamente finos, passantes em malhas de poucos microns (Metso, 2010).

A moagem é a área da fragmentação que requer maiores investimentos, ocorre maior gasto de energia e é considerada uma operação importante para o bom desempenho de uma instalação de tratamento de minérios. A submoagem do minério resulta num produto de granulometria grossa, com liberação parcial do mineral útil, inviabilizando o processo de concentração. Neste caso, a recuperação parcial do mineral útil e a baixa razão de enriquecimento respondem pela inviabilidade do processo. A sobremoagem, também, não é desejada, pois esta reduz o tamanho das partículas, desnecessariamente, o que acarretará maior consumo de energia e perdas no processo de concentração. Luz *et al.* (2010).

2.2 Método dos Elementos Discretos – MED

¹ Os moinhos cadentes constituem-se de cilindros rotativos, onde a fragmentação do material é realizada pela ação de corpos moedores (geralmente barras ou bolas), submetidos a movimentos giratórios, (Chaves et al, 2003).

O Método dos Elementos Discretos (MED) do inglês Discrete Element Method (DEM) refere-se a um método numérico cuja abordagem recai sobre os métodos discretos, os quais podem representar o meio, como um conjunto de partículas independentes, interagindo com o seu vizinho mais próximo por meio de leis de contatos locais, onde a perda de contatos e formação de novos contatos entre as partículas ocorrem progressivamente.

No MED é possível compreender basicamente dois estágios, o cálculo das forças de contato e posteriormente o cálculo do movimento das partículas por meio da segunda Lei de Newton. No primeiro, as forças de interação entre partículas são calculadas permitindo-se uma interpenetração entre os elementos, tornando esta formulação para cálculo da relação força-deslocamento conhecida como método dos contatos suaves, Donzé et al, (2008). Como apontado por Cundall e Hart (1992), apesar desta abordagem parecer um pouco forçada, ela de fato representa o que ocorre na superfície do plano de deformação entre duas partículas. No segundo estágio, a segunda Lei de Newton é utilizada para determinar as acelerações e as velocidades de cada partícula, e a partir daí, a nova posição destas partículas. Este processo é repetido até que seja atingido o equilíbrio do sistema, e é também conhecido como Dinâmica Molecular (Neves, 2009).

No MED os modelos são baseados em diferentes tipos de leis constitutivas para os contatos. O modelo mais simples é assumir leis de contatos lineares para a força normal e cisalhante, além de rigidez e ângulo de atrito constantes no deslizamento. Existem outros modelos força-deslocamento para a componente normal, como leis elásticas não lineares, e rigidez normal e cisalhante dependente da força. Ainda existem modelos que consideram a resistência ao rolamento das partículas (Neves, 2009).

Como dito anteriormente, o MED foi introduzido, Cundall e Strack (1979), ele foi adaptado inicialmente por Mishra e Rajamani (1992) e Mishra e Rajamani (1994 a e 1994 b) e, posteriormente, por muitos outros, para acompanhar o movimento da carga em moinho de grandes diâmetros. Quase todos os pesquisadores que utilizaram o MED para resolver problemas de engenharia mineral têm analisado o movimento da carga em moinhos tubulares. Atualmente, existem várias pesquisas direcionadas para a compreensão da dinâmica de carga em moinhos tubulares, Shirsath *et al* (2015), Cleary (2001), Inoue e Okaya (1996), Misra e Rajamani et al, (1999, 2000b) e Van Nierop et al, (2001).

2.3 Leis do Movimento

Neste trabalho, as forças e torques, devido à gravidade, a colisão e o atrito de rolamento são considerados e a equações do movimento de Newton para uma partícula (i) em contato com a partícula (j), assume a seguinte forma:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum (\mathbf{F}_{ij}^n + \mathbf{F}_{ij}^t) + m_i \mathbf{g} \quad (1)$$

$$I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum (\mathbf{R}_i \times \mathbf{F}_{ij}^t) - \boldsymbol{\tau}_{ij}^r \quad (2)$$

Onde m_i , I_i , $\mathbf{v}_i$, e $\boldsymbol{\omega}_i$ são respectivamente a massa, momento de inercia e velocidade translacional e rotacional da partícula (i). $\mathbf{F}_{ij}^n$ e $\mathbf{F}_{ij}^t$ são as forças normais e tangenciais devido ao contato entre a partícula (i) e (j) no passo de tempo atual, conforme relatado na Fig. 1. $\mathbf{R}_i$ é o vetor entre o centro da partícula (i) e o ponto de contato onde a força $\mathbf{F}_{ij}^t$ é aplicada.

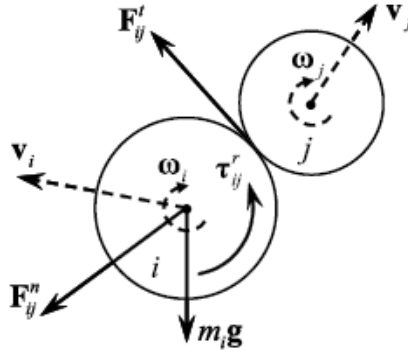


Figura 1. Contato entre a partícula i e a partícula k , adaptado de Marigo (2010).

O termo $\tau_{ij}^r = -\mu_r \mathbf{R}_i \mid \mathbf{F}_{ij}^n \mid \hat{\omega}_i$, na Equação 2 é adicionado devido ao torque causado pelo atrito de rolamento. O parâmetro μ_r é definido como o coeficiente de atrito de rolamento e $\hat{\omega}_i$ é o vetor unitário da velocidade angular da partícula (i).

Após o cálculo da força de contato e a sua contribuição para cada partícula, o movimento das partículas pode ser determinado. O movimento translacional pode ser escrito em termos de posição, velocidade e aceleração, e o movimento rotacional em termos de sua velocidade angular e aceleração angular.

As equações do movimento dadas nas Equações (1) e (2) são integradas usando diferenças finitas centrais que envolvem um valor (Δt) para o passo de tempo. Os valores das velocidades translacionais e velocidades angulares são calculadas para intervalos de tempo ($t \pm n \frac{\Delta t}{2}$). No entanto, os valores dos deslocamentos, acelerações translacionais e angulares, força e torque, são calculados em intervalos primários ($t \pm n \Delta t$).

As acelerações são calculadas como:

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \left[\mathbf{v}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} - \mathbf{v}_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} \right] \quad (3)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \left[\boldsymbol{\omega}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} - \boldsymbol{\omega}_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} \right] \quad (4)$$

As Equações (3) e (4) podem ser substituídas em 1 e 2 determinando as velocidades para o tempo ($t \pm n \frac{\Delta t}{2}$). Tem-se como resultado:

$$\mathbf{v}_i^{(t+\Delta t/2)} = \mathbf{v}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\sum \frac{1}{m_i} (\mathbf{F}_{ij}^n + \mathbf{F}_{ij}^t) + \mathbf{g} \right) \Delta t \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i^{(t+\Delta t/2)} = \boldsymbol{\omega}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\sum (\mathbf{R}_i \times \mathbf{F}_{ij}^t) - \boldsymbol{\tau}_{ij}^r \right) \Delta t \quad (6)$$

As velocidades mostradas nas equações acima são usadas para atualizar a posição do centro da partícula. A posição da partícula pode-se determinar como segue:

$$\mathbf{r}_i^{(t+\Delta t)} = \mathbf{r}_i^{(t)} + \mathbf{v}_i^{(t-\Delta t/2)} \Delta t \quad (7)$$

O passo de tempo para a integração numérica deve ser definido menor do que um determinado valor crítico para que o cálculo seja estável. Com base na frequência natural de um sistema massa-mola característico de oscilação, o período de oscilação pode ser calculado como:

$$\Delta t = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (8)$$

Onde, m é a massa da partícula e K é a rigidez do sistema massa-mola. Em sistemas reais, o passo de tempo é calculado utilizando a menor massa e a maior rigidez.

Uma vez definida a Equação para o instante em que as partículas entram em contato, alguns modelos podem ser apresentados como forma de encontrar a força que surge no momento da colisão.

2.4 Modelos de Contato

O modelo de contato inicialmente usado por Cundall e Strack é baseado no modelo de Kelvin-Voigt representado na Fig. 2. Uma mola, um amortecedor e um deslizador representam o modelo de contato na direção normal e tangencial. Este modelo assume a definição dos seguintes parâmetros nas direções normais e tangenciais: Rigidez – k ; Coeficiente de amortecimento – η e Coeficiente de atrito – μ .

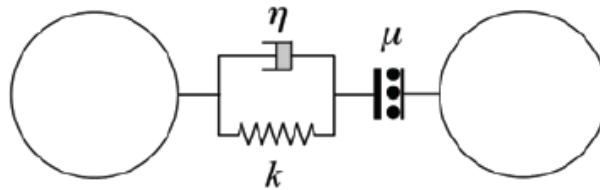


Figura 2. Modelo de contato Kelvin – Voigt, adaptado de Marigo (2010).

Cundall e Strack definem na Equação 9 o modelo de contato na direção normal e na Equação (10) para força de contato na direção tangencial.

$$\mathbf{F}_{ij}^n = (-k_n \delta_{ij}^n - \eta_n \mathbf{v}_{ij}^n) \quad (9)$$

$$\mathbf{F}_{ij}^t = (-k_t \delta_{ij}^t - \eta_t \mathbf{v}_{ij}^s) \quad (10)$$

Os parâmetros de rigidez nas direções normais e tangenciais (k_n e k_t), parâmetros de amortecimento (η_n e η_t), e o coeficiente de atrito μ devem ser definidos no modelo de

simulação. δ_{ij}^n e δ_{ij}^t são os deslocamento normal e tangencial devido as forças normais e tangenciais, $\mathbf{v}_{ij}^s$ representa a velocidade de deslizamento no pontos de contato definida conforme a Eq.(11):

$$\mathbf{v}_{ij}^s = \mathbf{v}_{ij} - (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij})\mathbf{n} + (R_i\omega_i + R_j\omega_j) \times \mathbf{n}_{ij} \quad (11)$$

Mishra (2003) estudou um modelo não-linear cuja adaptação é relativa ao modelo de contato de Cundall e Strack, Fig.3.

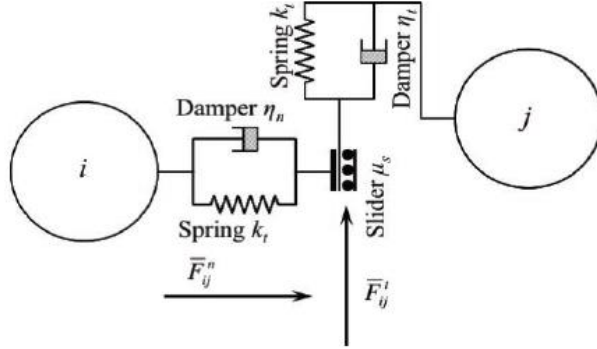


Figura 3. Modelo de contato de Hertz Mindlin, adaptado de Mishra (2003).

Neste modelo, o primeiro termo da Equação (9) é substituído por um termo não linear que considera a Teoria Hertz para contato normal. Para o contato tangencial Mishra propôs uma adaptação da Eq. (9) para incluir um termo de dissipação viscosa na Eq. (11). Por conseguinte o modelo de contato modificado resulta na seguinte forma:

$$\mathbf{F}_{ij}^n = \left(-k_n \delta_{ij}^{n^{3/2}} - \eta_n (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}) \mathbf{n}_{ij} \right) \quad (12)$$

$$\mathbf{F}_{ij}^t = \left(-k_t \delta_{ij}^t - \eta_t \mathbf{v}_{ij}^t \right) \quad (13)$$

Onde $\mathbf{v}_{ij}^s$ velocidade de deslizamento foi substituída por $\mathbf{v}_{ij}^t$ velocidade tangencial relativa. Forças tangenciais suficientemente alta fará com que as partículas escorreguem uma em relação a outra ou outras superfícies com as quais elas estão em contato. Considere menos coesivas as partículas sujeitas a uma força normal constante: a medida do escorregamento devida a tangencial é determinada por:

$$|\mathbf{F}_{ij}^t| < \mu |\mathbf{F}_{ij}^n| \quad (14)$$

Estas equações representam um corte para a magnitude da máxima força tangencial para um dado coeficiente de atrito estático μ e é conhecida como Lei de Coulomb do atrito. Se a Eq. (14) é satisfeita o efeito de $\mathbf{F}_{ij}^t$ é provocar um pequeno movimento relativo, denominado "microdeslizamento" e a Eq. (13) é utilizada como força tangencial. Se a Eq. (14) não é satisfeita

o deslizamento abrange toda a área de contato e isso pode ser referido como "grosso deslizamento". Neste caso, a força tangencial é dada pela primeira lei de atrito da seguinte forma, onde $\hat{\mathbf{t}}_{ij}$ é o vetor unitário tangencial:

$$\mathbf{F}_{ij}^t = -\mu |\mathbf{F}_{ij}^n| \hat{\mathbf{t}}_{ij} \quad (15)$$

Este modelo é uma extensão do modelo de força de contato linear mola amortecedor de Cundall e Strack. As forças de contato normais e tangenciais não-lineares são representadas pelas Eqs.(16) e (17) e que resultam de uma combinação do modelo não linear de Hertz na direção normal e do modelo de Mindlin linear elástico na direção tangencial com um termo dissipativo na direção tangencial. Para ambas as direções normais e tangenciais um segundo termo de dissipação é aplicado para explicar a energia perdida durante as colisões através de deformação inelástica e atrito.

No modelo de contato de Hertz Mindlin a colisão entre as duas esferas i e j , a força normal $\mathbf{F}_{ij}^n$ atuando em cada esfera é dado por:

$$\mathbf{F}_{ij}^n = -\frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \delta_{ij}^{n\frac{3}{2}} - 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \Psi \sqrt{S_n m^*} \mathbf{v}_{ij}^n \quad (16)$$

Onde E^* é o Módulo de Young das duas partículas que colidem, R^* é o raio equivalente δ_{ij}^n representa o deslocamento de partícula normal devido à força normal, m^* é a massa equivalente, a rigidez do contato normal $S_n = 2E^* \sqrt{R^* \delta_n}$ e $\mathbf{v}_{ij}^n$ a componente normal da velocidade relativa. O coeficiente de amortecimento Ψ é uma função do coeficiente de restituição, e , assume um valor entre 0 e 1 (totalmente viscoso para totalmente elástico)

A força tangencial $\mathbf{F}_{ij}^t$ depende do deslocamento tangencial δ_{ij}^t , a velocidade relativa tangencial $\mathbf{v}_{ij}^t$ e a rigidez de contato tangencial $S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n}$. A força tangencial pode ser ainda limitada pela condição de deslizamento definida pela lei do atrito de Coulomb.

$$\mathbf{F}_{ij}^t = -S_t \delta_{ij}^t - 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \Psi \sqrt{S_n m^*} \mathbf{v}_{ij}^t \quad (17)$$

O coeficiente de amortecimento é uma função do coeficiente de restituição e é definida como:

$$\Psi = -\frac{\ln e}{\sqrt{(\ln e)^2 + \pi^2}} \quad (18)$$

onde e é o coeficiente de restituição.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Moinho de Bolas

O moinho utilizado do tipo jarra, inserido num suporte de aço e posto sobre o equipamento para a movimentação, bem como, o minério calcário e os corpos moedores utilizados no experimento, podem ser vistos na Fig. 4:

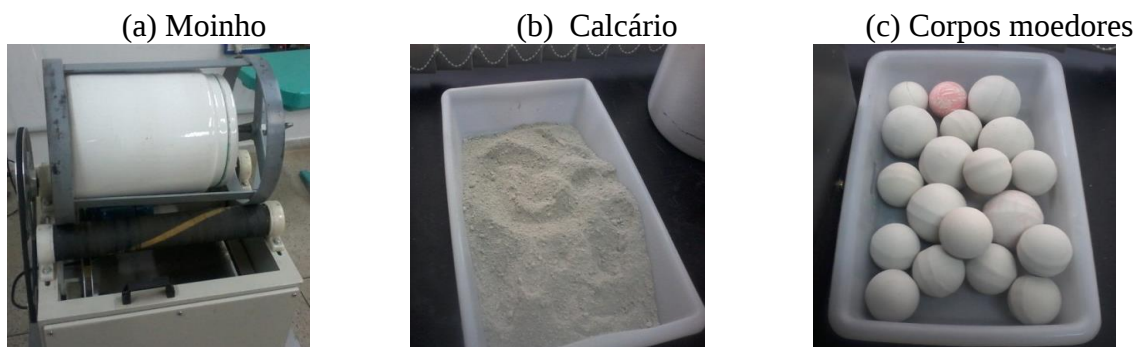


Figura 4. Moinho no suporte, calcário e corpos moedores, autoria própria.

Foram utilizados também um inversor de frequência para controlar a velocidade do motor do moinho, um tacômetro digital para medir a rotação do moinho para que o mesmo operasse com todos os níveis da sua velocidade crítica, Fig. 5.

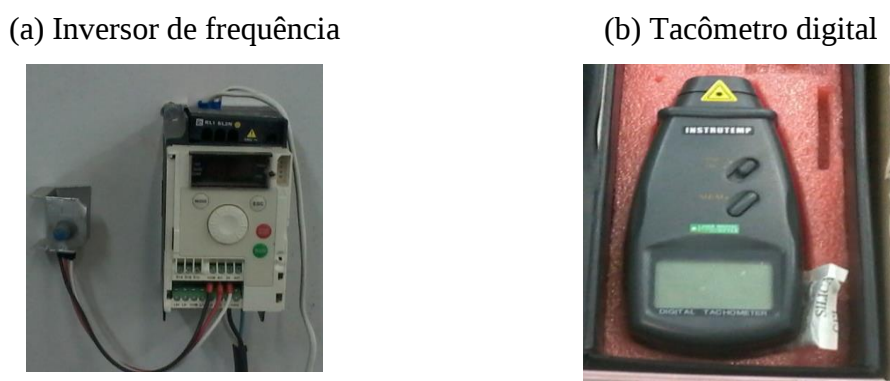


Figura 5. Equipamentos utilizados no experimento, autoria própria.

As massas do minério e dos corpos moedores foram pesadas em uma balança digital da BEL modelo 5000 com capacidade de até 5 kg. Após a moagem o minério foi passado em um conjunto de peneiras da bronzinox modelo 223975 com aberturas de +30#, +50# e +80#, que estavam acopladas a um vibrador de peneiras da Bertel modelo 110/220 v no qual foi observada a sua distribuição granulométrica, Fig. 6.



Figura 6 - Equipamentos utilizados para medir a distribuição granulométrica, autoria própria.

3.2 Simulação Computacional

O software utilizado para simulação pelo MED foi o DEMpack[®]. O pré-processamento foi realizado no software GID[®] versão 12.0.3 (<http://www.gidhome.com>). Para que fosse possível realizar a simulação do moinho de bolas, foi necessário carregar o programa com as seguintes informações: (geometria do moinho, dados do problema, camadas, tipos de elementos, curva de carregamento, propriedades das malhas, materiais, cinemática, contatos, carregamento, amortecimento e geração de malhas).

Na fase de pré-processamento a geometria do moinho (jarra) foi modelada com as dimensões originais com raios interno e externo, $R_{int}=11,75\text{cm}$ e $R_{ext}=13,50\text{cm}$, respectivamente. Definiu-se também o volume de referência, composto pelos corpos moedores, conforme a Fig. 7.

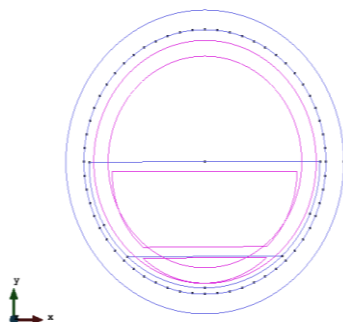


Figura 7 - Geometria do moinho, corpos moedores e minério, autoria própria.

Os modelos de materiais foram definidos individualmente para cada parte do modelo definido no MED e no Método dos Elementos Finitos (MEF). Para o MED utilizou-se **Modelo Não Linear de Hertz-Mindlin**. Já para o modelo do MEF utilizou-se o **Modelo Elástico Plástico**, mesmo sabendo que o moinho (jarra) utilizado neste trabalho não possui essa característica, pois o seu material é composto por cerâmica de alumina. Porém como esse é o único modelo disponível para o material, no software utilizado.

Na Figura 8, observa-se as malhas geradas pelo software para análise do comportamento dos corpos moedores no interior da jarra do moinho. Para simular o movimento da jarra do moinho a mesma foi discretizada pelo Método dos Elementos Finitos, sendo gerado uma malha de elementos triangulares lineares com três graus de liberdade. Os corpos moedores foram discretizados pelo Método dos Elementos Discretos para a simulação do movimento dos corpos moedores e utilizado o modelo de contato de Hertz-Mindlin para simular o comportamento de interação entre os corpos moedores e entre as paredes da jarra do moinho (malha de elementos finitos) e os corpos moedores.

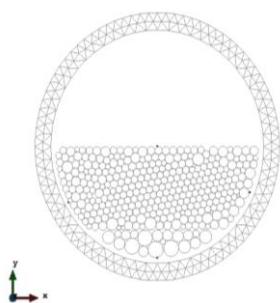


Figura 8 - Malha gerada, autoria própria.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Moagem

A moagem ocorreu com o moinho no suporte, uma vez que foi necessário fechar sua tampa e a mesma só lacrava com o sistema de aprisionamento dado pelo suporte. Para estudar-se a eficiência do sistema de moagem, foi estabelecido como parâmetro de comparação a passagem do material na malha +30#. A Tabela 1 mostra a distribuição granulométrica do calcário moído, após o peneiramento.

Tabela 1 - Distribuição granulométrica do calcário após a moagem

DADOS DA AMOSTRA			MASSA INDIVIDUAL(g)				(%) RETIDO SIMPLES			
AMOSTRA	% N _C	MASSA (g)	+30#	+50#	+80#	+80#	+30#	+50#	+80#	+80#
1	57	3357	1296	846	970	239	38,61	25,20	28,89	7,12
2	60	3356	1928	763	488	171	57,45	22,74	14,54	5,10
3	65	3357	1496	820	824	211	44,56	24,43	24,55	6,29
4	70	3357	2027	794	384	149	60,38	23,65	11,44	4,44
5	75	3356	1803	810	557	183	53,72	24,14	16,60	5,45
6	80	3354	1097	860	1167	228	32,71	25,64	34,79	6,80
Peneiramento sem moagem		3360	1865	409	758	325	55,51	12,17	22,56	9,67

Fonte - Autoria Própria.

Observa-se que a moagem apresentou uma distribuição granulométrica satisfatória, dentro da malha de interesse que foi a de (+30#), isso é demonstrado pela menor quantidade de massa retida nessa malha, e consequentemente menor percentual de minério retido na peneira.

4.2 Simulação do Movimento dos corpos moedores no moinho

Aqui o algoritmo de simulação deve ser capaz de determinar posição, deslocamento (trajetória), velocidades e forças que se estabelece entre os corpos. Porém os corpos poderão interagir entre si e entre corpos e barreiras físicas, como as paredes do moinho. Dessa forma, é preciso saber quando ocorrem as colisões ou contatos entre os corpos na simulação. A simulação dos corpos moedores juntamente com o minério tem o objetivo de estudar o movimento dos corpos no processo de moagem.

Para a simulação dos corpos moedores com o minério estipulou-se um tempo total de 600s, equivalente ao tempo da moagem realizada no laboratório que foi de 10 (dez) minutos. Desta forma, estudou-se a dinâmica dos corpos moedores, sua velocidade e deslocamento. Foram estudados o comportamento das forças envolvidas no processo, as forças normais e tangenciais. Todos esses parâmetros foram estudados a partir da variação percentual da velocidade crítica que já foram anteriormente apresentadas neste trabalho. Na Figura 10 mostra-se os corpos moedores no tempo t=0s.

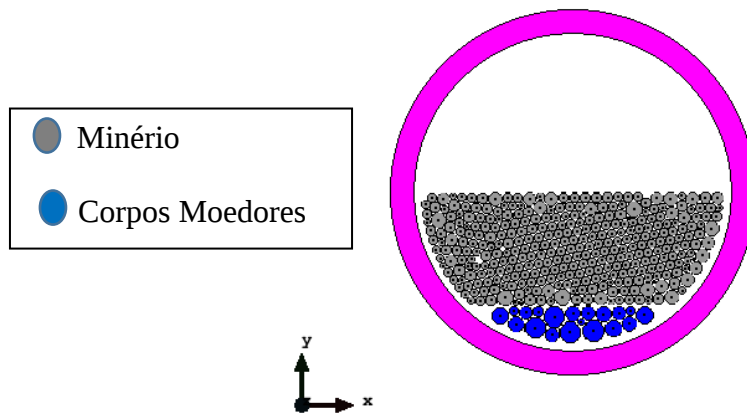
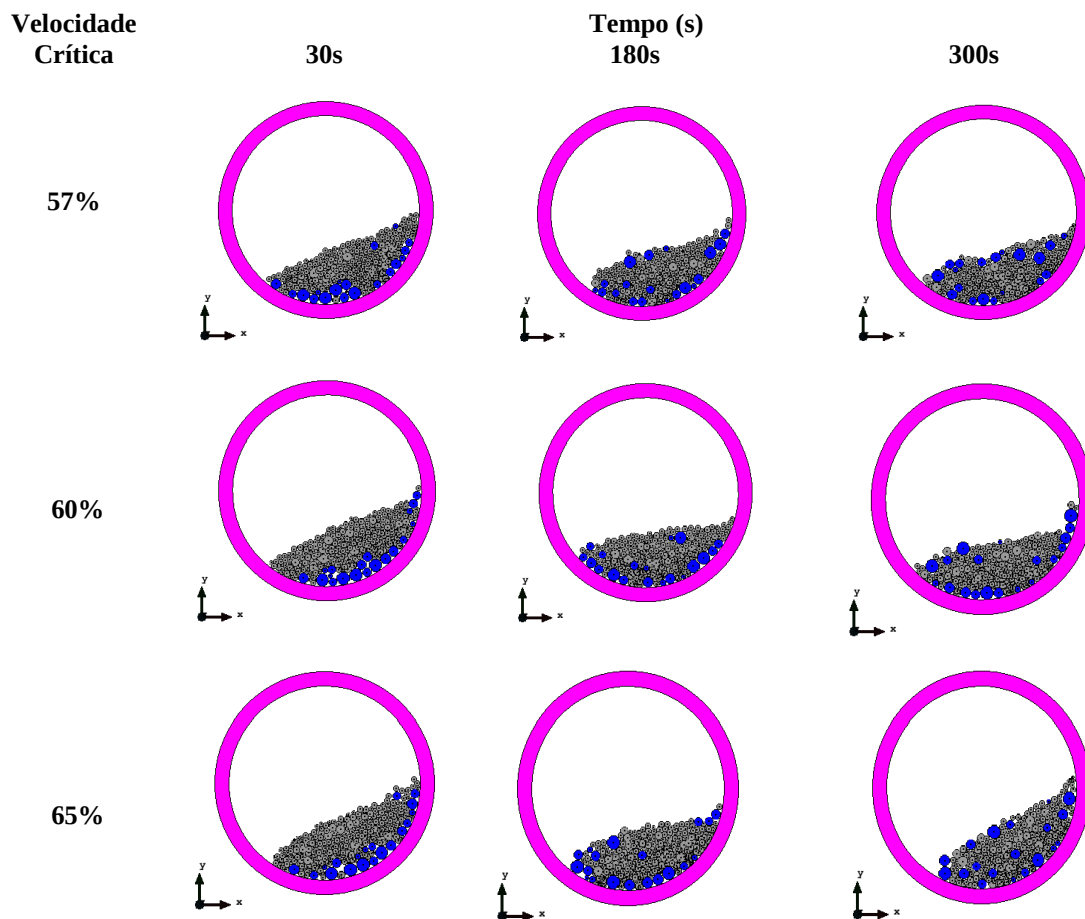


Figura 10 - Simulação da posição dos corpos moedores e minério para $t=0s$, autoria própria.

São apresentadas aqui as visualizações em duas dimensões (2D) do deslocamento dos corpos moedores em função do percentual da sua velocidade crítica (N_c), para os tempos de: 30s, 180s, 300, 360s, 480s e 600s, tempos estes que são mostrados em duas partes conforme as Figs. 11 e 12.



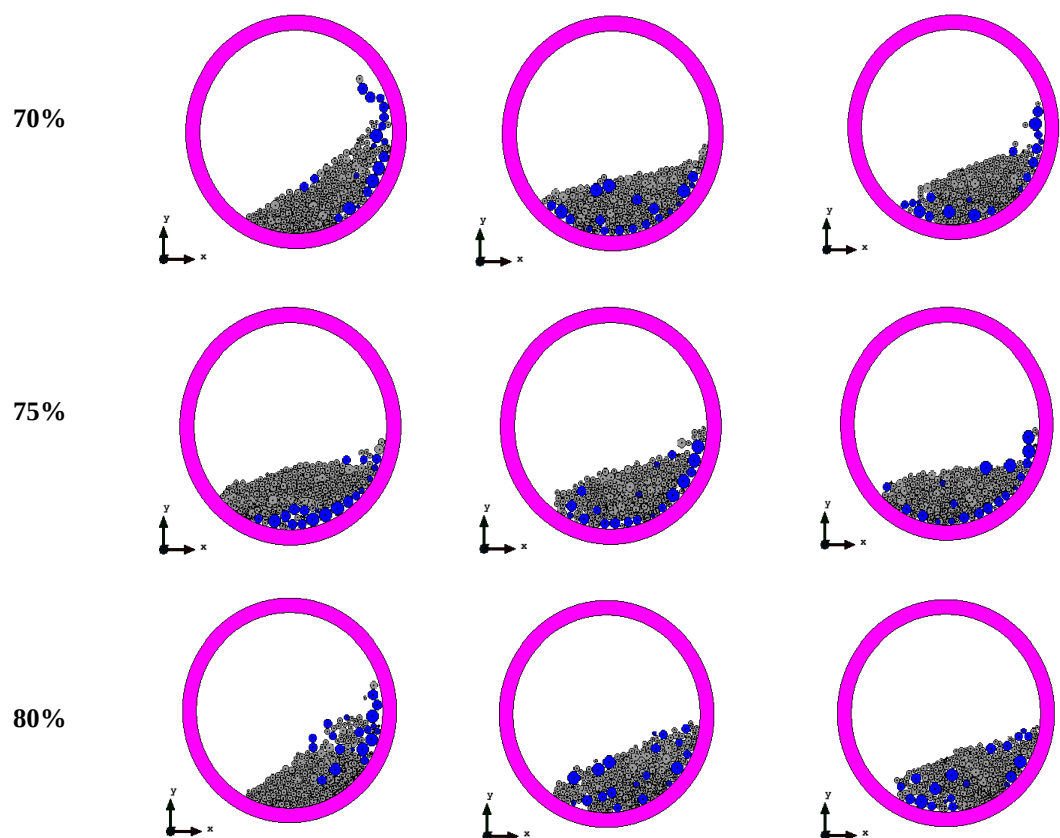
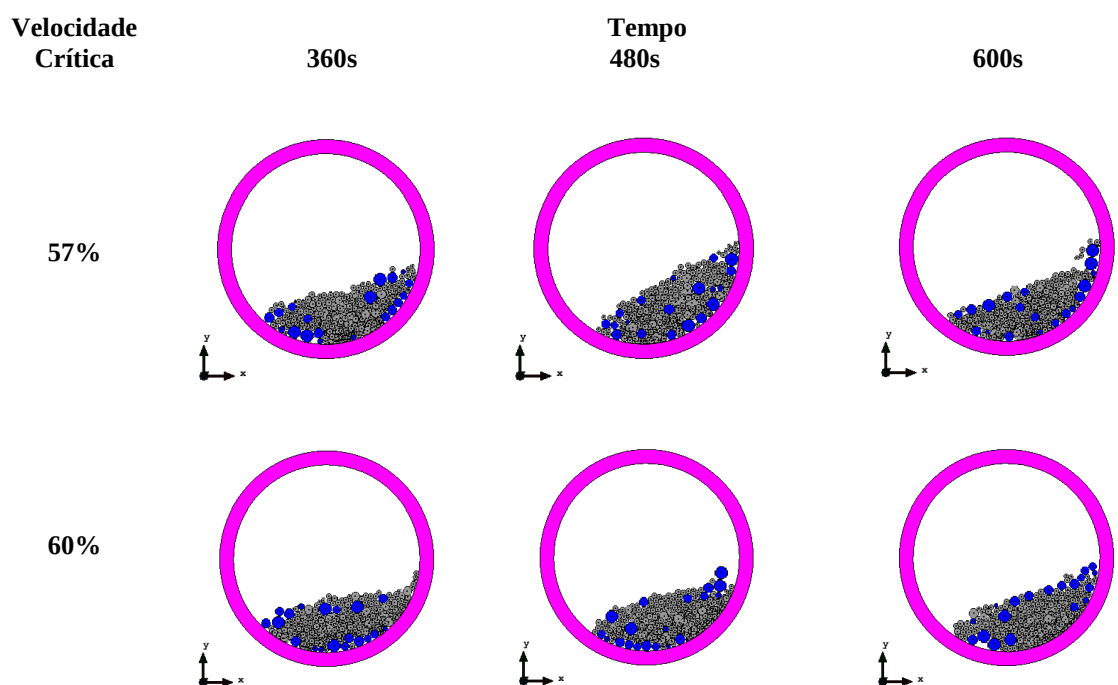


Figura 11 – Posição dos corpos moedores e minério, $\mu=0,51$, autoria própria.



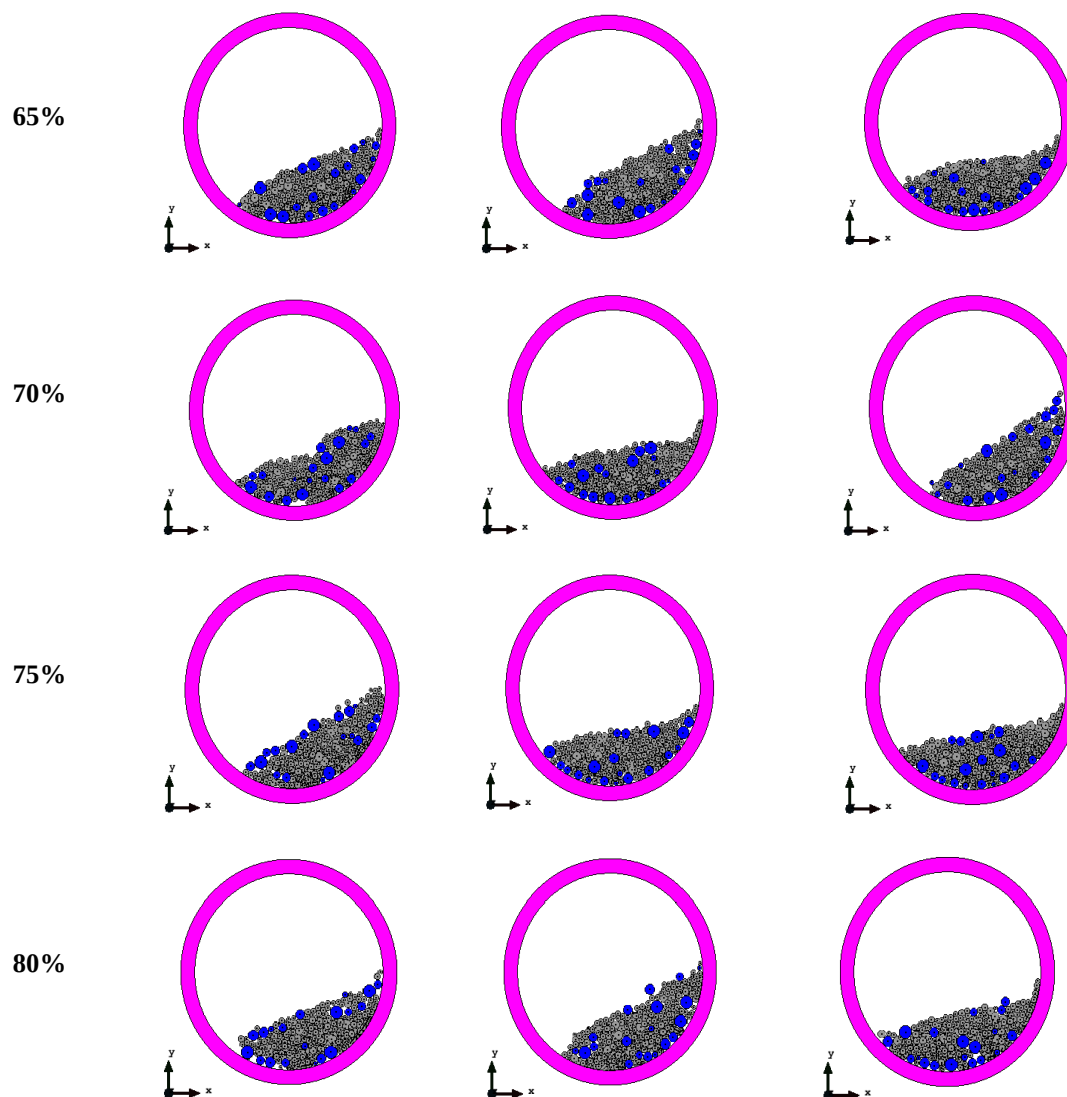


Figura 12 – Posição dos corpos moedores e minério, $\mu=0,51$, autoria própria.

Na moagem em catarata a velocidade do moinho carrega os corpos moedores até uma posição elevada e essas caem sobre os outros corpos moedores e sobre a polpa causando fragmentação por impacto. Deve-se usar corpos moedores maiores para aumentar ainda mais a energia do meio moedor, e baixo fator de enchimento (menos bolas). Este regime é adequado para a fragmentação de material mais grosso e para evitar a produção de finos (Luz *et al*, 2010).

Na moagem em cascata, a baixa velocidade do moinho e o alto fator de enchimento fazem com que os corpos moedores, ao alcançarem uma certa altura, rolem sobre as outras, não havendo quase impacto e a moagem se dá por abrasão e atrito. Deve-se usar corpos moedores de diâmetros menores. Este regime é adequado para a obtenção de um produto final com granulometria fina (Luz *et al*, 2010).

Observou-se que a moagem realizada apresentou esses dois tipos de movimento em sua operação para o coeficiente de atrito de Coulomb de $\mu=0,51$; este foi utilizado tendo-se em vista que durante a calibração realizada anteriormente (para dezoito corpos moedores) este valor se aproximou mais do movimento apresentado pelos experimentos, quando se utiliza um alto fator de enchimento.

O regime catarata pode ser verificado na moagem por simulação, considerando que foi estudado variação da sua velocidade, tendo a velocidade crítica como referência. É possível destacar também, a presença de poucos corpos moedores de diâmetros maiores. Tomando-se

como referência a velocidade crítica, pode ser considerada alta velocidade os valores a partir de 70% e isso é demonstrado na Fig. 76, para os percentuais de velocidades críticas de 70%, 75% e 80%, onde os corpos moedores, em alguns momentos, alcançam uma determinada altura acima do minério e desta forma supõe-se que é realizado a fragmentação (moagem ou cominuição) por impacto.

Já o regime cascata pode ser verificado na moagem devido a existência de mais fatores do que os mostrados no regime catarata como: baixas velocidades de rotação aqui representadas pelos percentuais de 57%, 60% e 65% da velocidade crítica. O alto grau de enchimento (J), que foi de 50% do volume do moinho e uma considerável quantidade de corpos moedores de pequenos diâmetros. Observa-se nas Fig. 76 e 77, que para todos os tempos e até mesmo para quase todas as velocidades críticas, devido ao alto grau de enchimento e principalmente a ausência dos levantadores (aletas) que o movimento de moagem ocorreu por abrasividade, onde os corpos moedores apenas deslizavam sobre o minério.

Devido à existência dos dois regimes de operação: cascata e catarata na moagem, isso explicaria a diferença da distribuição granulométrica em parte das moagens realizadas experimentalmente. O ideal seria ter apenas um dos regimes em operação para assim poder definir a granulometria ideal, lembrando que o minério pode ter vindo de frentes diferentes o que ocasionaria também essa diferença em sua distribuição granulométrica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a simulação do processo de moagem em que foi construído uma malha com corpos moedores e minério, os resultados computacionais mostraram-se qualitativamente próximo do experimento realizado e principalmente considerando que o moinho utilizado na moagem não possuía revestimento e levantadores, daí acredita-se que seja o fator motivador de quase todos comportamentos observados o movimento ocorrer favorecendo o movimento por abrasão, característica do regime de cascata.

Na maioria das simulações houve a predominância do regime cascata, isso devido ao alto grau de enchimento (J) e em menor proporção observou-se o regime catarata que ocorre devido a variação da velocidade crítica que pode ser considerada alta a partir dos 70%.

6 AGRADECIMENTOS

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia d Paraíba – IFPB, Campus Campina Grande;

Universidade Federal de Campina Grande – UFCG;

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, Campus Paulistana e;

Centro Internacional de Métodos Numéricos em Engenharia – CIMNE.

7 REFERÊNCIAS

Carvalho, R. M., 2009, **Desenvolvimento de Modelo Matemático Generalizado da Cominuição**, Dissertação de Mestrado em Engenharia Metalúrgica e Materiais - COOPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Cleary, P.W., 2001. **Modelling comminution devices using DEM**. Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech. 25, 83– 105.

Cundall, P. A., Strack, O.D.L. **A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies**. Géotechnique, v. 29, p. 47-65, 1979.

Cundall, P.A. & Hart, D.H. (1992). **Numerical Modelling of Discontinua**. *Engineering Computations*, 9:101-113.

DEMPack/CIMNE (International Center for Numerical Methods in Engineering). **Tutorial 1: Mill 2D**, Spain, 2011. Disponível em <http://www.cimne.com/dem/problemtype>, acesso em: 20 de out. 2014.

Donzé, F.V., Richefeu, V. & Magnier, S. (2008). **Advances in Discrete Element Method Applied to Soil, Rock and Concrete Mechanics**. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 13.

Inoue, T., OKAYA, K., 1996. **Grinding mechanisms of centrifugal mills a batch ball mill simulator**. *Int. J. Miner. Process.* 44 (45), 425– 435.

Luz, A. B., França, S. C. A., E Sampaio, J. A. 2010. **Tratamento de Minérios**. Rio de Janeiro: CETEM, 2010.

Marigo, D. L. Cairns, M. Davies, M. Cook, A. Ingram, E. H. Stitt Developing Mechanistic Understanding of Granular Behaviour in Complex Moving Geometry using the Discrete Element Method. Part A: Measurement and Reconstruction of TurbulaMixer Motion using Positron Emission Particle Tracking, CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences, Vol. 59, No. 3 (2010), pp. 217-238.

Metso. 2010. *Basics in Minerals Processing*. 2010. —. 2005. *Manual de Britagem*. 2005.

Mishra, B.K., 2003. **A review of computer simulation of tumbling mills by the discrete element method: Part I - contact mechanics**. *Int. J. Miner. Process.* 71 (2003) 73– 93.

Mishra, B.K., 2003. **A review of computer simulation of tumbling mills by the discrete element method: Part II – Practical applications**. *Int. J. Miner. Process.* 71 (2003) 95– 112.

Mishra, B.K., Rajamani, R.K., 1994. **Simulation of charge motion in ball mills: Part 1. Experimental verifications**. *Int. J. Miner. Process.* 40, 171–186.

Mishra, B.K., Rajamani, R.K., 1994. **Simulation of charge motion in ball mills: Part 2. Numerical simulations**. *Int. J. Miner. Process.* 40, 187–197.

Mishra, B.K., Rajamani, R.K., 1992. **The discrete element method for the simulation of ball mills**. *Appl. Math. Model* 16, 598– 604.

Neves, C.E.V., 2009. **Comportamento de Materiais Granulares Usando o Método dos Elementos Discretos**. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.

Rajamani, R.K., Mishra, B.K., Venugopal, R., DATTA, A., 2000b. **Discrete element analysis of tumbling mills**. *Powder Technol.* 109 (1– 3), 105– 112.

Shirsath, S. S., Padding, J. T., Kuipers, J. A. M. and Clercx, H. J. H., 2015. **Simulation study of the effect of wall roughness on the dynamics of granular flows in rotating semicylindrical chutes**. AIChE J., 61: 2117–2135. doi:10.1002/aic.14828

Van Nierop, M.A., Glover, G., Hinde, A.L., Moys, M.H., 2001. **A discrete element method investigation of the charge motion and power draw of an experimental two-dimensional mill**. Int. J. Miner. Process. 59, 131– 148.