



OTIMIZAÇÃO DE PAVIMENTOS DE CONCRETO PROTENDIDO VIA ALGORITMOS GENÉTICOS

Michell Ribeiro Lopes e Silva

Francisco Rosendo Sobrinho

Antônio Macário Cartaxo de Melo

Evandro Parente Junior

João Pedro Alexandre Silva Mota

michellribeiro@hotmail.com

frs_rosendo@hotmail.com

macario@ufc.br

evandro@ufc.br

jpsm07091995@gmail.com

Universidade Federal do Ceará - UFC

Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV/DEECC), Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, Bloco 728, 60440-900, Ceará, Fortaleza, Brasil.

Resumo. As lajes representam uma parcela relevante do custo das estruturas em concreto armado de edifícios de múltiplos pavimentos. No sistema de lajes maciças convencional, as lajes representam cerca de 2/3 do consumo total de concreto. O sistema com lajes protendidas (LP), além de vencer grandes vãos com menor consumo de concreto, possibilita a substituição de vigas altas por vigas faixas e redução de pilares (maior flexibilidade arquitetônica), e apresenta melhores desempenho e aproveitamento dos materiais (concreto e aço). Na prática, a eficiência da solução é fortemente guiada pela experiência do projetista, não sendo assegurada que a solução é a ótima. A utilização de métodos de otimização para se buscar uma solução ótima, tal como a de menor custo, vem sendo feita cada vez mais na engenharia estrutural. O objetivo deste trabalho é aplicar métodos de otimização para pavimentos de LP. A analogia de grelha é usada na análise e formulações considerando o custo são propostas. As variáveis de projeto são associadas à geometria da laje, ao traçado dos cabos e à força de protensão. Serão consideradas restrições relativas ao ELS e não ELU. Por envolver variáveis discretas, são empregados algoritmos genéticos.

Palavras-chave: Análise estrutural, Otimização, Pavimento de laje, Protensão, Algoritmos genéticos.

1 INTRODUÇÃO

As edificações em múltiplos pavimentos, para usos residenciais ou comerciais, representam uma grande parcela do mercado da indústria da construção civil. A busca de soluções seguras, duráveis e econômicas para os sistemas construtivos dessas edificações, principalmente para o sistema de lajes dos pavimentos, tem sido um desafio constante para a indústria e a academia. As lajes em edifícios de múltiplos pavimentos representam uma parcela relevante no custo total das estruturas em concreto armado. Na utilização de sistema de laje maciça convencional, cerca de quase 2/3 do consumo total de concreto na estrutura é proveniente das lajes (França e Fusco, 1997).

O sistema de lajes nervuradas, com a redução do concreto na região tracionada, possibilita vencer vãos maiores e apresenta maior flexibilidade arquitetônica com a redução de vigas e pilares, além de proporcionar um desempenho mais eficiente em relação ao sistema convencional. Lopes et al (2013), em estudos comparativos entre lajes maciça e nervuradas para um estudo de caso de edifício de múltiplos pavimentos, observaram uma redução de aproximadamente 11,22 % nos custos totais no sistema de lajes nervuradas em relação ao de lajes maciças, além de verificar uma redução de 43,73 % no peso próprio da estrutura.

Os sistemas de lajes nervuradas e de lajes lisas passaram a ser mais competitivos com a incorporação da protensão não aderente (cabos engraxados), principalmente para grandes vãos. Este sistema foi utilizado pioneiramente no Brasil pelo grupo Impacto Protensão em 1997 (Impacto Protensão, 2017), que lançou sistemas econômicos e eficientes para pavimentos de lajes nervuradas e lajes lisas. A modelagem da protensão em lajes lisas tem sido profunda e permanentemente estudada (Emerick, 2002; Mello, 2005; Dornelles, 2010; Cubas, 2012; Ferreira, 2013). As vantagens dos pisos protendidos com cordoalhas engraxadas têm sido mostradas em vários trabalhos (Emerick, 2002; Almeida Filho, 2002; Mello, 2005; Loureiro, 2006; Milani, 2006; Pedrozo, 2008; Vasconcelos, 2010; Scheibler, 2012; Ferreira, 2013) e muitos estudos sobre estes sistemas fazem referência ao sistema da Impacto/Plasterit (Valenti, 2005; Pereira et al, 2005).

Assim, o tradicional sistema de lajes maciças e vigas (Pinheiro et al, 2010) tem sido substituído por lajes com protensão não aderente que incorporam modernos sistemas de cimbramento. Estes sistemas, em geral metálicos e de plástico, têm reduzido o emprego de escoras e fôrmas de madeira, proporcionando redução de custos por meio da industrialização do produto e do processo e redução da agressão ao meio ambiente. O sistema desenvolvido pela Impacto Protensão (2017) tem boas características com relação à resistência, rigidez e estanqueidade, facilidade de desmontagem, não produz danos à estrutura, tem grande capacidade de reutilização e superfície acabada de boa aparência, atendendo a todos os requisitos recomendados pela ABCP (1981).

A aplicação da técnica de protensão para as lajes nervuradas e lisas juntamente com as excelentes características dos novos sistemas de cimbramento e forma, principalmente com relação ao custo, tornaram estas competitivas e o tema tem despertado o interesse de muitos pesquisadores desde então (Paula, 2007; Tenório et al, 2009; Coelho, 2010; Silva, 2012; Lopes et al, 2013). No entanto, pensar nestes elementos individualmente não assegura a qualidade do produto final. O potencial máximo da protensão só será atingido com um

sistema capaz de otimizar toda a estrutura das lajes do edifício considerando também o processo.

Muitas aplicações das técnicas numéricas de otimização na busca de soluções para o projeto de lajes de pavimentos em concreto armado e protendido são baseadas em normas estrangeiras. Trabalhos buscando soluções de custo mínimo em concreto armado foram realizadas por Sahab et al. (2005) para lajes lisas e por Ahmadvanlou e Adeli (2005) para lajes maciças, considerando exigências do British Code e do American Concrete Institute – ACI, respectivamente. Em ambos, a solução é obtida em estágios, envolvendo, no primeiro, um algoritmo genético e no segundo um modelo de rede neural. A análise é feita pelo Método do pórtico equivalente.

A otimização de lajes nervuradas armadas em duas direções é resolvida com algoritmos genéticos (Toolbox do MATLAB) por Galeb e Atiyan (2011) considerando dois casos: laje nervurada com engrossamento na região dos pilares; e laje nervurada com viga faixa (embutida) ao longo das linhas dos pilares. Busca-se minimizar o custo da laje, formado pelas parcelas do concreto, da armadura e da forma, usando como variáveis de projeto a altura efetiva da laje, a espessura das nervuras, o espaçamento entre nervuras, a espessura da mesa, e as áreas de armadura de flexão nas seções de momento crítico. As restrições estão relacionadas às dimensões e espaçamento das nervuras, à espessura da mesa, às áreas de armadura nas seções de momento crítico, à espessura e às armaduras da viga faixa. O Método Direto (ACI, 2005), implementado no MATLAB, é usado na análise e no projeto da laje.

Para as lajes nervuradas ou lisas em concreto protendido, as armaduras ativas podem ser representadas como carga ou como elemento resistente (Aalami, 2000; Cavalcanti e Horowitz, 2008). No primeiro caso, referido como Método da Carga Equivalente, as forças na estrutura devidas à protensão são consideradas como forças externas equivalentes. No segundo caso, representa-se o cabo como elemento resistente às cargas na análise por elementos finitos (OH e JEON, 2002).

Para lajes de concreto armado protendido premoldado, vários modelos de otimização têm sido propostos (Albuquerque, 2007; Albuquerque, Debs e Melo, 2011; Castilho, 2003; Castilho, Debs e Nicoletti, 2007). Nestas peças, os cabos são retos e pré-tracionados (com aderência), sendo o modelo de análise, em geral, bastante simples.

No modelo de otimização, a protensão é incorporada nos custos por meio do custo dos cabos de protensão e nas variáveis de projeto por meio de parâmetros da configuração do cabo, da força no cabo ou do número de cabos e sua bitola.

Um estudo paramétrico considerando variações na carga equilibrada pela protensão, na espessura da laje e na resistência do concreto foi conduzida por Krauser (2009) em lajes lisas com pós-tração não aderente armadas nas duas direções. O projeto das lajes realizado por meio de planilha eletrônica foi comparado com solução obtida usando o programa ADAPT-PT. Este foi recomendado por sua facilidade de utilização e capacidade de cálculos. Uma conclusão foi que a solução mais econômica foi obtida com 100% da carga permanente equilibrada pela protensão.

Semelawy et al. (2012) apresentaram um modelo de otimização de lajes lisas com cabos pós-tracionados aderentes. A busca da solução de custo mínimo, incluindo os custos do concreto e dos cabos de protensão, foi feita com a espessura da laje, a quantidade, a bitola e o perfil dos cabos como variáveis de projeto. Restrições foram impostas com base na norma

canadense e o problema foi resolvido usando Busca Direta e Algoritmos Genéticos. Uma formulação multiobjetivo foi proposta adicionando uma função que caracteriza a distância ao contorno das restrições objetivando trazer a solução para este contorno. A análise é feita por elementos finitos e os cabos são incorporados como elementos resistentes.

Um novo estudo paramétrico, agora para lajes nervuradas bidirecionais de concreto pós-tracionadas, com engrossamento na região dos pilares, foi apresentado por Galeb e Ibrahim (2014). O efeito no custo da laje, que envolve as parcelas do concreto, dos cabos, das armaduras passivas, dos dutos e graute (aderência), dos dispositivos de ancoragem e da forma, de variações na espessura da laje, largura das nervuras e o espaçamento entre elas, espessura da mesa, área dos cabos e a área de armadura passiva foi estudado. Na análise e no projeto da laje foi usado o método do Pórtico Equivalente e as restrições foram baseadas no ACI 318 (ACI, 2005). Algumas conclusões do estudo, considerando um pavimento quadrado com 3x3 painéis quadrados, foram: a relação entre a espessura e o vão que fornece o custo mais econômico está entre 1/23 a 1/25. A cuba (forma plástica) que forneceu os menores custo e peso foram de 750x750 mm² e largura de nervura de 150 mm. A carga equilibrada igual a 95% do peso próprio forneceu o menor custo.

Um modelo para otimização de lajes lisas de concreto protendido proposto por Talaei et al (2016) difere do modelo de Semelawy et al. (2012) por considerar a tensão admissível de tração dos cabos como variável de projeto, usar o programa SAP2000 na análise e na solução um algoritmo híbrido combinando Enxame de Partículas (PSO) e Busca Harmônica (HM), denominado de PSOHS, que se mostrou um pouco melhor que o PSO tradicional.

Processos de revisão de algumas normas que se inter-relacionam, como a de “Projeto de estruturas de concreto: Procedimento” (ABNT NBR 6118:2014) e “Edificações habitacionais – Desempenho. Parte 2: Requisitos para os sistemas estruturais” (ABNT NBR 15575:2013) trouxeram consequências significativas para o projeto de lajes nervuradas, pondo em cheque sua economia quando comparadas a outras concepções de lajes. Os pontos cruciais dizem respeito às exigências contra incêndio e isolamento acústico que resultaram em aumentos nas dimensões mínimas das peças. (Mota e Melo, 2015, 2016)

Quando a otimização estrutural envolve variáveis discretas, os algoritmos bio-inspirados, tipo os Algoritmos Genéticos (AG's), têm apresentado bom desempenho. Talaei et al. (2016) observaram bons resultados na otimização de laje de concreto protendido utilizando algoritmos bio-inspirados. Usando AG, na otimização de projeto de pontes protendidas pré-moldadas, Olivieri (2004) conseguiu resultados na faixa de 13% de economia no custo de vigas e lajes.

A eficiência prática da otimização está associada a quanto o modelo é capaz de incorporar da realidade do problema. A aplicação da otimização considerando o sistema de cimbramento e o padrão de fôrmas da Impacto Protensão significa otimizar um sistema que tem um processo eficiente. Uma característica de muitos projetos da Impacto Protensão é a adoção de lajes protendidas unidirecionais, muitas vezes facilitada pela própria arquitetura que apresenta uma direção dominante, que é sistema estrutural ressaltado como eficiente por Adeli e Sarma (2006).

O objetivo do trabalho é aplicar métodos de otimização para pavimentos de lajes protendidas nervuradas unidirecionais considerando um sistema de fôrmas comerciais dado. O modelo de analogia de grelha é usado na análise e uma formulação de custo mínimo é

proposta. As variáveis de projeto são associadas à geometria da seção da laje, definida pelos padrões de fôrmas disponíveis, ao traçado dos cabos e à força de protensão. Serão consideradas restrições relativas ao comportamento em serviço e no estado limite último. Por envolver variáveis discretas, são empregados algoritmos genéticos.

2 PAVIMENTOS DE LAJE

A seção típica de laje nervurada unidirecional utilizada neste trabalho é proveniente do sistema de moldes reutilizáveis do grupo Impacto. Um tipo de molde disponível no catálogo da empresa é representado na Figura 1.

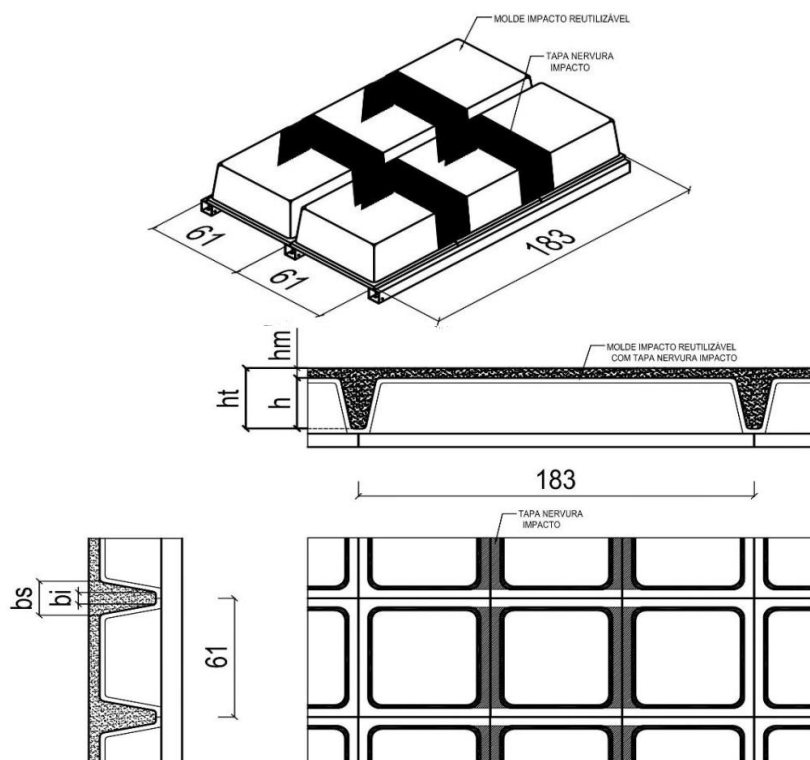


Figure 1. Fôrma 61x183 Unidirecional (Impacto Protensão)

Para criar o sistema de lajes unidirecionais são aplicados “tapa nervuras” nas fôrmas (Figura 1), também produzidos pela empresa, no intuito de eliminar duas nervuras na direção secundária, formando, assim, um sistema reticulado essencialmente unidirecional.

3 ANÁLISE DE PAVIMENTOS POR ANALOGIA DE GRELHA

A analogia de grelha é um método bastante difundido no meio acadêmico, bem como bastante utilizado nos programas computacionais, para análise estrutural de lajes de concreto armado.

A NBR 6118 permite, de maneira a facilitar a análise, que tanto em lajes maciças quanto em lajes nervuradas seja realizada a análise baseada na teoria de Kirchhoff (teoria de placa fina). No caso de laje maciça, a geometria da estrutura favorece a análise pelo método da teoria de placa devido à rigidez dos elementos serem semelhantes à rigidez real da laje. No caso de laje nervurada, essa análise é realizada por meio da substituição desta por uma placa de mesma rigidez à flexão. Segundo Stramandinoli (2003), essa aproximação pode levar a erros consideráveis na avaliação de esforços e deslocamentos.

Métodos como o dos elementos finitos garante uma avaliação mais sofisticada e bastante realista. No entanto, tem uma implementação bem mais complicada. Na analogia de grelha equivalente, além de ser mais simples a implementação, tem-se a facilidade na interpretação prática pelo engenheiro, devido ao método estrutural se assemelhar com o método construtivo, bem como pela utilização de elementos de barras, que facilitam o entendimento físico do sistema como um todo (Stramandinoli, 2003).

3.1 Modelo de análise

A analogia de grelha pode ser aplicada tanto em lajes maciças quanto em nervuradas. No primeiro caso, o procedimento é através da substituição de uma placa por um conjunto de vigas ortogonais com rigidez à torção e à flexão que gerem um estado de tensões e deformações equivalentes ao da estrutura real. Para as lajes nervuradas, devido ao próprio sistema estrutural ser similar ao modelo, é comum coincidir a posição dos eixos das nervuras com as barras das grelhas, como mostrado na Figura 1.

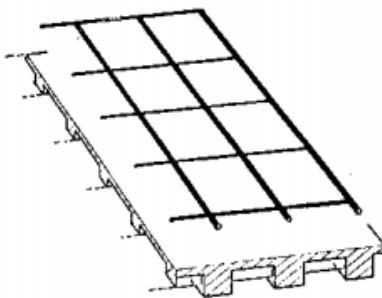


Figure 2. Malha de grelha para laje nervurada (Hambly, 1976)

3.2 Propriedades Geométricas

Na utilização da analogia de grelha na análise de pavimentos com lajes nervuradas é comum coincidir a posição dos eixos das nervuras com as barras das grelhas e tratarem estas últimas como vigas de seção “T”. Outra maneira de considerar a rigidez do elemento de laje através da representação de elementos de barras (barras da grelha) é através da equivalência de uma laje maciça. Assim, a espessura da laje maciça equivalente deverá fornecer a mesma rigidez à flexão da laje nervurada. Portanto, de acordo com Barbirato (1997), a espessura equivalente pode ser obtida a partir da Expressão

$$h_{eq} = \left(\frac{12 \cdot I}{b_f} \right)^{1/3} \quad (1)$$

Em que b_f é a distância entre os eixos das nervuras, I é o momento de inércia da seção transversal “T”.

Para determinação do momento de inércia pelo teorema dos eixos paralelos, antes, é necessário obter o centroide da seção “T” a partir da base (y_{cg}), dado por

$$y_{cg} = \frac{0,5 \cdot b_w \cdot h^2 + b_f \cdot h_f \cdot h + 0,5 \cdot h_f^2 \cdot b_f}{b_w \cdot h + b_f \cdot h_f} \quad (2)$$

O momento de inércia da seção transversal “T” em relação à linha neutra (I), assim, pode ser determinado pela Equação

$$I = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} + b_f \cdot h_f \cdot \left(\frac{h_f}{2} + h - y_{cg} \right)^2 + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + b_w \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - y_{cg} \right)^2 \quad (2)$$

O momento de inércia das barras que compõem a grelha (I_f) será, portanto, dado pela Equação

$$I_f = \frac{a_1 \cdot h_{eq}^3}{12} \quad (2)$$

As lajes nervuradas possuem baixa rigidez à torção, de tal modo que, segundo Leonhardt (1978), deve ser desprezada. Desse modo, os cálculos elásticos dos momentos desenvolvidos nas lajes nervuradas não levarão em conta sua rigidez à torção, o que irá conferir momentos fletores mais acentuados e, portanto, a favor da segurança. A NBR 6118:2014 recomenda a utilização de 15% da rigidez à torção integral para considerar a fissuração (concreto armado), exceto para concreto protendidos classe 2 e 3 (concreto não fissurado). No entanto, nesse trabalho será utilizado rigidez à torção nula de maneira a se evitar verificações quanto à torção nos elementos das grelhas. Sendo os elementos principais (nervuras) da grelha trabalhando como seção “T” e os transversais (capa) como seção retangular.

3.3 Propriedades físicas

Os valores do módulo de deformação secante à compressão do concreto (E_{cs}), do módulo de deformação transversal do concreto (G_c), e do coeficiente de Poisson (ν) relativo às deformações elásticas foram determinados a partir das recomendações da NBR 6118 para agregado de origem granítica e resistência do concreto de 30 MPa.

4 OTIMIZAÇÃO

O problema de projeto de pavimentos pode ser formulado como um problema de otimização e resolvido usando técnicas numéricas. Vários trabalhos têm aplicado estas técnicas numéricas ao projeto de estruturas de concreto armado e protendido, em particular, citam-se alguns trabalhos envolvendo docentes do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil – PEC da UFC, a saber: Albuquerque (2007), Albuquerque et al (2011), Oliveira (2014), Oliveira et al (2014), Mota e Melo (2015).

No projeto estrutural para otimização busca-se um ideal considerando aspectos relacionados com o custo, consumo, desempenho ou eficiência, tais como quantidades

mínimas do custo, peso, volume, massa etc. Os conceitos e métodos de otimização fornecem ferramentas necessárias para se buscar de forma racional e sistemática o projeto ótimo. No modelo matemático buscam-se valores para parâmetros que definem o sistema estrutural, chamados de variáveis de projeto, e extremizam uma função de desempenho do sistema, dita função objetivo ou custo, avaliando a satisfação, ao mesmo tempo, de exigências ou funções de restrições de projeto. Assim, o problema de otimização pode ser modelado matematicamente na forma (Arora, 2011; Vanderplaats, 1999):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito a} \quad & h_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, \ell; \\ & g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m; \\ & x_{k,\text{inf}} \leq x_k \leq x_{k,\text{sup}}, \quad k = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

sendo $\mathbf{x}$ o vetor de variáveis de projeto que se quer determinar, $f(\mathbf{x})$ a função objetivo, $h(\mathbf{x})$ as restrições de igualdade, $g(\mathbf{x})$ as restrições de desigualdade e $x_{k,\text{inf}}$ e $x_{k,\text{sup}}$, respectivamente, os limites inferiores e superiores impostos às variáveis de projeto. Havendo variáveis discretas, as restrições laterais destas variáveis (limites inferiores e superiores) são substituídas por relações na forma:

$$x_k \in [x_{k1} \quad x_{k2} \quad x_{k3} \quad \dots \quad x_{ks}] \quad (4)$$

onde x_{kj} são os valores admissíveis da variável x_k . Um modelo pode conter tanto variáveis contínuas como discretas (misto).

4.1 O modelo de otimização

Os dados de entrada para o problema serão: Resistência característica do concreto (f_{ck}); altura da mesa (h_f); vãos nas duas direções; carga distribuída permanente; carga distribuída acidental e carga distribuída de alvenaria.

O pavimento e a laje a ser otimizada pode ser apresentado na Figura 4. As variáveis de projeto são: Tipo de fôrma unidirecional (proveniente do catálogo da Impacto); Número de cabos por nervura (N_{cb}) e posição do cabo no meio do vão (y_{cb}) e a armadura passiva (A_s).

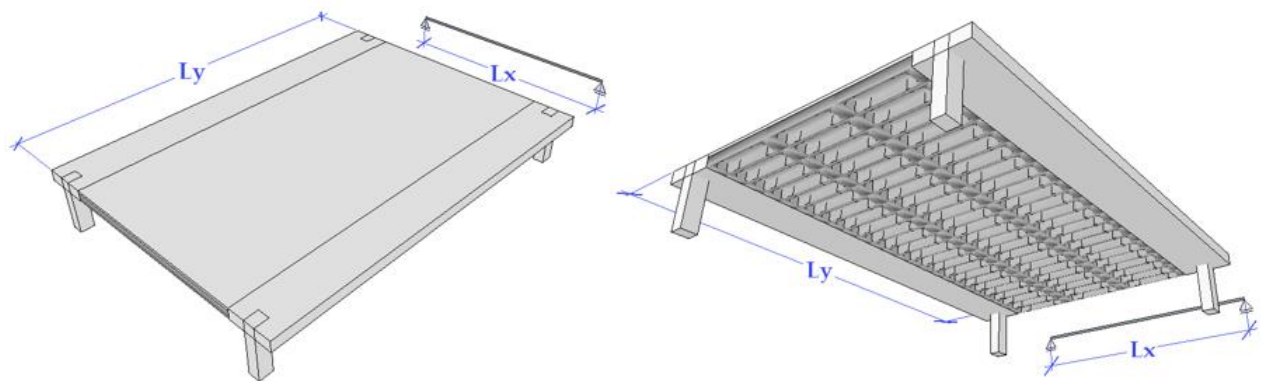


Figure 4. Modelo para otimização

A otimização desse problema tem como função objetivo o custo do concreto, cabos, aço e tela, que pode ser dada por

$$C_t = c_c V_c + c_{cb} w_{cb} + c_s w_s + c_t w_t \quad (5)$$

onde $c_c(R\$/m^3)$, $c_{cb}(R\$/kg)$, $c_s(R\$/kg)$ e $c_t(R\$/kg)$ são, os custos de concreto, cabos, aço (armadura passiva) e tela, respectivamente. O $V_c(m^3/m^2)$ é o volume de concreto por metro quadrado. $w_{cb}(kg/m^2)$, $w_s(kg/m^2)$ e $w_t(kg/m^2)$ é a massa por metro quadrado de cabo, aço (armadura passiva) e da tela, respectivamente.

Considerando a laje simplesmente apoiada nas bordas e o comportamento elástico-linear, a análise para obtenção dos esforços solicitantes e da flecha imediata foi feita usando analogia de grelha.

As restrições para esse problema de otimização são relativas ao Estado Limite de Serviço (ELU). São elas:

- a) **Área de aço da armadura passiva:** A seção de concreto deve ter uma quantidade mínima de armadura, calculada para resistir ao momento de fissuração e garantir a ductilidade da seção. Além disso, a armadura não deve ser superior a uma quantidade máxima. Assim,

$$\rho_{\min} \cdot A_{\text{seção}} = A_{s,\min} \leq A_s \leq A_{s,\max} = 0,04 \cdot A_{\text{seção}} \quad (6)$$

Onde:

$$\rho_{\min,p} \geq \rho_{\min} - 0,5 \cdot \rho_{\text{prot}} \geq 0,5 \cdot \rho_{\min}$$

$$\rho_{\min} = 0,0015 \text{ (Para } f_{ck} \text{ de 30 MPa)}$$

$$\rho_{\text{prot}} = \frac{N \cdot A_{\text{scabo}}}{A_{\text{seção}}}$$

N = número de cabos

A_{scabo} = área da seção do cabo (1 cm²)

$A_{\text{seção}}$ = área da seção da peça de concreto

A_s = área de aço de armadura passiva

- b) **Tensão cisalhante:** Para dispensar a armadura transversal, a força cortante de cálculo (V_{Sd}) deverá ser menor ou igual à força cortante resistente de cálculo, como pode ser apresentada pela expressão

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot b_w \cdot d \quad (7)$$

onde:

$$\tau_{Rd} = 0,0375 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

$$k = 1,6 - d \geq 1 \text{ com } d \text{ em metros.}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d}$$

A_{s1} = armadura efetiva de tração na nervura

- c) **Tensões Limites de tração e compressão:** A NBR 6118:2014 impõe alguns limites às tensões, no bordo superior e inferior, para tração e compressão, sendo com e sem a sobrecarga (sc), na forma

$$\begin{aligned}\sigma_{tração}(com_sc) &\leq \sigma_{tração}(adm) \\ \sigma_{tração}(sem_sc) &\leq \sigma_{tração}(adm) \\ \sigma_{compressão}(com_sc) &\leq \sigma_{compressão}(adm) \\ \sigma_{compressão}(sem_sc) &\leq \sigma_{compressão}(adm)\end{aligned}\tag{8}$$

- d) **Estados limites de Serviço:** Para a protensão existe três situações limitantes em serviço. As flechas devem respeitar tais limites exigidos por norma:

d1. Serviço (ser)

$$\delta_{ser} \leq l / 350\tag{9}$$

d2. Alvenaria (alv)

$$\delta_{alv} \leq 1cm\tag{10}$$

d3. Deformação lenta devido à fluência (dl)

$$\delta_{dl} \leq l / 350\tag{11}$$

em que l é o menor vão da laje (L_x) e δ é a flecha total, obtida pela analogia de grelha.

- e) **Pré-compressão:** Quando se tem um cabo de protensão aplicado na nervura deve-se garantir uma compressão mínima no mesmo (Equação 12). Caso não haja cabo na nervura, tal verificação não será necessária.

$$\sigma_{pré-compressão} \geq 1MPa\tag{12}$$

- f) **Acomodação dos cabos na nervura:** Quando uma nervura possui 3 cabos a disposição das ancoragens ficam com 2 ancoragens na vertical e 1 na horizontal. O centro de gravidade do conjunto de ancoragens deve coincidir com o centro de gravidade das nervuras. O conjunto de ancoragens deve estar todo contido dentro da seção de concreto, para que as ancoragens não aflorem na face da laje, essa restrição pode ser aplicada da seguinte forma

$$h_{laje} - y_{cg,laje} \leq Y_{cg,anc}\tag{13}$$

Todas as restrições foram tratadas de forma normalizada para facilitar a solução numérica pelo algoritmo de otimização.

As limitações nas dimensões advindas da consideração da situação de incêndio são aplicadas diretamente nos conjuntos de valores possíveis para as variáveis de projeto, pois, quando a laje analisada precisar de um tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF) maior do que 30 minutos os caixotes com nervuras inferior menor do que 12cm serão

desconsiderados da análise. A implementação do modelo foi realizada utilizando um programa de otimização (BIOS) desenvolvido no LMVC/UFC.

5 ALGORÍTMO GENÉTICO

Existem vários algoritmos disponíveis para solução do problema de otimização. A escolha do algoritmo é dependente do problema. Na prática diária da Engenharia, muitas variáveis só podem assumir valores inteiros ou pertencentes a um conjunto de valores discretos e as funções podem não ser contínuas e nem diferenciáveis. A classe dos algoritmos evolucionários e bioinspirados tem sido aplicada com sucesso nestes tipos de problema.

Os AG's pertencentes à classe de algoritmos ditos evolutivos, são baseados em uma analogia com a Teoria da Evolução e em princípios da Genética. Para simular o processo natural, ele usa alguns termos como mutação, cruzamento (crossover), hereditariedade e seleção natural.

O princípio dos AG's é iniciar com uma população aleatória de n_{pop} indivíduos que representam soluções candidatas para o problema. Um indivíduo, definido por um conjunto de valores para as variáveis de projeto (fenótipo), é codificado na forma de um cromossomo (genótipo), usando representação binária, inteira ou real, para manipulação interna do algoritmo. As restrições são tratadas, em geral, na forma de uma função de penalidade exterior adicionada à função objetivo para formar a função aptidão do indivíduo que permite qualificá-lo em relação aos demais. Para garantir melhores resultados, os indivíduos com melhores funções aptidões tendem a permanecer no processo passando suas características para a descendência enquanto indivíduos inviáveis tendem a desaparecer.

Para criação de uma nova população, a cada iteração (geração) os indivíduos são submetidos a um processo de seleção e depois a operadores de cruzamento (crossover) e mutação. A probabilidade de seleção pode ser definida com base na função aptidão ou na posição relativa do indivíduo em um ranking. Repetidamente, até atingir uma determinada taxa (t_{cross}), dois indivíduos são selecionados e têm suas informações combinadas no processo de cruzamento, gerando dois descendentes. Segundo uma dada probabilidade (p_{mut}), os filhos podem sofrer modificações aleatórias com operador de mutação, o qual reduz a probabilidade de convergência prematura para mínimos locais. Em geral, os filhos substituem os pais e, para compor a nova população, selecionam-se os melhores indivíduos da população corrente, uma estratégia chamada de elitismo que impede a perda de qualidade das soluções. O processo se repete até que um critério de parada, geralmente o número máximo de gerações (n_{ger}) é atingido

6 APLICAÇÕES E DISCUSSÃO

Dependendo do problema, os AG's apresentam comportamento variáveis em seu desempenho. Nos exemplos estudados utilizamos $n_{pop} = 5$ e $n_{ger} = 30$, uma taxa de cruzamento de 0,80 e probabilidade de mutação de 0,10. A taxa de elitismo complementa a taxa de cruzamento, sendo de 0,20. A estratégia de seleção dos indivíduos utilizado foi a de *ranking*.

Adotou-se a classe II de agressividade ambiental (cobrimento nominal = 25 mm para armadura passiva), aços CA-50 para a armadura longitudinal e CA-60 em tela Q61 para a armadura distribuída da capa. O custo unitário de aço passivo foi de R\$ 5,50 /kg, o do aço de protensão foi de R\$ 11,00 /kg. O custo do concreto com f_{ck} de 30 Mpa foi de R\$ 330,00/m³. Esses valores foram fornecidos pela empresa IMPACTO PROTENSÃO e contemplam o custo do material e o custo de mão de obra para a execução e representam uma média dos custos para um período entre 2015 e 2017 na cidade de Fortaleza. Assim, trabalha-se com o custo final da estrutura pronta.

Foram utilizados 3 casos práticos de projeto e 5 casos para verificação da influência do vão para serem aplicados as otimizações e avaliar os resultados dos mesmos. Nos três primeiros casos foram alterados carregamentos, vãos e capa de concreto variados para análise de casos práticos de projeto. Nos últimos 5 casos aplicou-se mesmo carregamento e capa de concreto e verificou-se a influência dos vãos.

As variáveis do problema foram tratadas como discretas, procurando-se aproximar o máximo da prática de projeto. Os valores admissíveis para as variáveis de projeto usados em todos os casos são exibidos na Tabela 1. Para verificarmos a eficiência do algoritmo genético simplificamos o problema utilizando apenas um vão (Figura 4). Dessa forma, podemos testar previamente, usando uma busca exaustiva, todas as possibilidades para encontrar o resultado ótimo e compararmos com o resultado encontrado pelo algoritmo genético.

Tabela 1. Espaço de busca das variáveis de projeto para todos os casos

Variáveis de projeto				
	Fôrma Unidirecional	Número de Cabo a cada 3 nervuras	Excentricidade do cabo no meio do vão (y_{cb})	Armadura passiva na nervura principal
Domínios	{61x183x16; 61x183x18; 61x183x21; 61x183x26; 80x240x20; 80x240x25; 80x240x30}	{0;1;2;3,4,5,6,7, 8,9}	{0.(y_{cb} -4) + 4; 0,2.(y_{cb} -4) + 4; 0,4.(y_{cb} -4) + 4; 0,6.(y_{cb} -4) + 4; 0,8.(y_{cb} -4) + 4; 1,0.(y_{cb} -4) + 4}	{1Φ6.3; 1Φ8; 2Φ6.3; 1Φ10; 2Φ8; 1Φ12.5; 2Φ10; 1Φ16; 2Φ12.5; 1Φ20; 1Φ25}

* y_{cb} medido a partir da face inferior.

As dimensões completas das fôrmas foram extraídas do catálogo existente no site da IMPACTO em www.impactoprotensao.com.br. Para considerar as lajes unidirecionais, será aplicado dois “tapa nervuras” entre 3 formas quadradas (61x61 ou 80x80), assim gerando nervuras de 61x183 ou 80x240. Vale salientar que para a variável de Número de cabos por nervura a variação é aplicada a cada 3 nervuras como mostra a Figura 5. O número máximo de cabos por nervura é de 3 devido à dimensão das formas utilizadas.

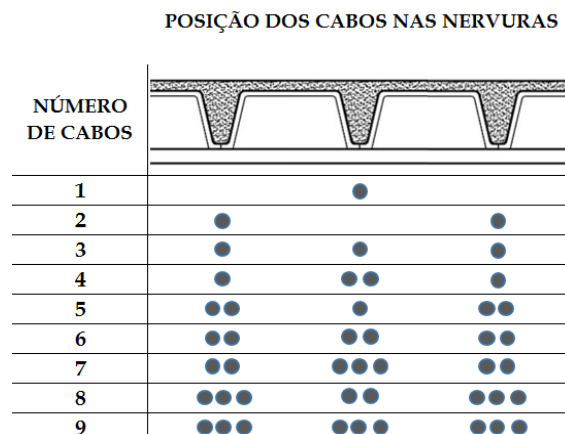


Figure 5. Distribuição da variável de Número de cabos

Esse procedimento permite uma melhor distribuição dos cabos de maneira que não gere frações de cabos por nervuras, além de ser um procedimento utilizado na prática de projeto.

6.1 Caso 1 – Prático de Projeto

Os valores fixados que são dados de entrada para a otimização são os que distingue os casos aqui apresentados. Foram utilizadas cargas geralmente referentes a uma laje de área comum/estacionamento. Os dados do caso 1 podem ser apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Dados de entrada do Caso 1

Vão (m)	Carga (kgf/m ²)			Capa de concreto (cm)
	Permanente	Acidental	Alvenaria	
8	150	300	0	5

O resultado para o caso 1 (Tab. 3) apresenta valor intermediário de fôrma e de número de cabos por nervura. Quanto à profundidade do cabo, o resultado encontrado mostra o máximo aproveitamento da curvatura do cabo de protensão, o que gera uma maior excentricidade e consequentemente uma maior carga de protensão.

Tabela 3. Resultados da otimização do Caso 1

Fôrma Unidirecional	Cabos por nervura	Profundidade do cabo - ycabo (cm)	Função Objetivo (R\$)
80x240x30	2	4	73,80

6.2 Caso 2 – Prático de Projeto

Para simular lajes de edifício residencial com vãos de 6,5 m, temos esse caso. Houve alteração nas cargas e capa de concreto, representando vãos e cargas típicas de edificação

residencial. A capa de concreto foi ajustada para 10cm como exigido pela norma de desempenho para estruturas com mais de 12m acima do nível do térreo. Os dados estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4. Dados de entrada do Caso 2

Vão (m)	Carga (kgf/m ²)			Capa de concreto (cm)
	Permanente	Acidental	Alvenaria	
6,5	150	150	120	10

Nesse caso, a redução do vão fez reduzir a altura da fôrma, porém o número de cabos ainda foi significativo. Além disso, o aproveitamento da curvatura do cabo, nesse caso não foi a máxima (Tabela 5). Isso acontece porque devido à natureza discreta da seleção de armaduras passivas na nervura podem existir mais de uma função objetivo mínima. A variação no traçado do cabo aumenta a necessidade de armadura passiva, mas não ao ponto de ser preciso mudar a bitola da armadura na nervura.

Tabela 5. Resultados da otimização do Caso 2

Fôrma Unidirecional	Cabos por nervura	Profundidade do cabo - y _{cabo} (cm)	Função Objetivo (R\$)
80x240x25	5 cabos em 3 nervuras	8	81,95

6.3 Caso 3 – Prático de Projeto

Nesse caso, o vão analisado foi reduzido ainda mais que os dois anteriores. Com intuito de simular lajes de edifícios residenciais abaixo de 12 metros, a capa aplicada foi de 5 cm e aplicada as cargas como apresentado na Tabela 6.

Tabela 6. Dados de entrada do Caso 3

Vão (m)	Carga (kgf/m ²)			Capa de concreto (cm)
	Permanente	Acidental	Alvenaria	
5,0	150	150	200	5

Apesar de ter aumentada a carga, devido à redução do vão, ainda houve uma redução na altura da fôrma. Ocorreu também uma redução no número de cabos por nervuras e o seu traçado foi aproveitado ao máximo de excentricidade (Tabela 7).

Tabela 7. Resultados da otimização do Caso 2

Fôrma Unidirecional	Cabos por nervura	Profundidade do cabo - y_{cb} (cm)	Função Objetivo (R\$)
80x240x20	1	4	52,48

A redução do preço (função objetivo), para esse caso foi bem significativa, porém já esperado devido à redução do vão.

6.4 Caso 4 - Influência do vão

Nesse caso tentou-se verificar a influência dos vãos variando de 5 a 10 metros, aplicando o mesmo carregamento e capa de concreto. Os dados de entrada fixos podem ser apresentados na Tabela 8.

Tabela 8. Dados de entrada fixo para os casos

Carga (kgf/m ²)			Capa de concreto (cm)
Permanente	Acidental	Alvenaria	
150	300	0	10

Para verificar a eficiência do algoritmo de otimização foi aplicada a variação nos vãos mantendo-se a carga e a espessura da capa de concreto constante. A resposta do programa para cada vão pode ser apresentada na Tabela 9.

Tabela 9. Resultados da otimização quando se varia o vão

Caso	Vão (m)	Resultados da otimização			
		Fôrma Unidirecional	Cabos por nervura	Profundidade do cabo - y_{cb} (cm)	Função Objetivo (R\$/m ²)
1	5	80x240x20	1	7,5	70,50
2	6	80x240x20	1,33	4	73,46
3	7	80x240x20	2	4	81,98
4	8	80x240x25	2,33	4	90,30
5	9	80x240x25	3	4	98,68
6	10	80x240x30	3	4	108,25

A taxa de sucesso para esses casos variou entre 30 e 50% enquanto a gerações médias até a convergência foi entre 8 e 15.

Uma das primeiras observações, quanto a resposta do algoritmo no que diz respeito a fôrma, é o resultado sempre apresentar a seleção de fôrmas maiores mesmo para pequenos vãos. Esse resultado é provavelmente devido as restrições de cortante, o que exige uma área de concreto maior, para se dispensar a armadura de cisalhamento.

Podemos notar o crescente aumento do número de cabos por nervura quando se aumenta o vão das lajes. Os cabos foram calculados para cada 3 nervuras, como já explicado, para que haja uma melhor distribuição. Portanto, tem-se para o caso 2, com 1,33 (ou $4/3$) cabos por nervura, uma nervura com 2 cabos e as outras duas com 1. Para o caso 4, com 2,33 (ou $7/3$) cabos por nervura, uma nervura com 3 cabos e as outras duas com 2 cabos.

Quanto ao posicionamento, verificamos que apenas um, o primeiro caso, não houve o aproveitamento máximo da excentricidade do cabo. No entanto, algo já esperado para o caso de menor vão. Esse comportamento pode ser descrito de acordo com a restrição tanto de flecha máximo positiva quanto negativa. Nesse caso, para o vão de 5 m, a protensão pode ter causado uma flecha contrária muito elevada com a utilização da excentricidade máxima, o que permitiu o algoritmo buscar soluções elevando o cg do cabo em relação a face inferior (reduzindo a excentricidade).

É possível observar o crescente aumento da função objetivo quando se aumenta o vão. De maneira clara verificamos que esse aumento é devido tanto ao crescente aumento da altura das fôrmas, ou seja, o consumo de concreto, quanto ao número de cabos de protensão por nervura.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio financeiro dado pela FUNCAP na forma de bolsa de iniciação científica e ao apoio do grupo Impacto Protensão através de material e dados fornecido para a elaboração desse trabalho.

REFERÊNCIAS

- Aalami, B. O., 2000. Structural modeling of posttensioned members. *Journal of Structural Engineering*, vol. 126, n. 2, pp. 157-162.
- ABNT NBR 15575-2:2013, 2013. *Edificações habitacionais – Desempenho. Parte 2: Requisitos para os sistemas estruturais*.
- ABNT NBR 6118:2014, 2014. *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Versão Corrigida. Agosto, 2014.
- American Concrete Institute, 2005. *Building code requirements for structural concrete & PCA notes on 318-05*. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- Associação Brasileira de Cimento Portland, 1981. *Fôrmas de madeira para concreto armado em edifícios comuns*. Boletim Técnico nº 50 (Reimpressão), São Paulo, ABCP, 1981.
- Albuquerque, A. T., 2007. *Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmos genéticos*. Tese de doutorado Universidade de São Paulo/São Paulo.
- Albuquerque, A. T.; El Debs, M. K.; Melo, A. M. C., 2011. *A cost optimization-based design of precast concrete floors using genetic algorithm*. Automation in Construction, Volume 22, March 2012, Pages 348 - 356.
- Almeida Filho, F. M., 2002. *Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas*. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo/São Carlos.
- Arora, J., 2011. *Introduction to Optimum Design*. Third Edition. Academic Press.
- Carvalho, R. C.; Figueiredo Filho, J. R., 2014. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014*. 4ª Edição. São Paulo: Edufscar.
- Castilho, V. C., 2003. *Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos*. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- Castilho, V. C., Debs, M. K., Nicoletti, M. C., 2007. Using a modified genetic algorithm to minimize the production costs for slabs of precast prestressed concrete joists. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 20, pp. 519-530.
- Cavalcanti, M. B., Horowitz, B., 2008. Flexural analysis of prestressed concrete structures. *Ibracon Structures and Materials Journal*, vol. 1, n. 4, pp. 331-364.
- Coelho, E. L.; Souza, R. M.; Greco, M., 2010. *Estudo Comparativo entre Sistemas Estruturais com Lajes Maciças, Nervuradas e Lajes Lisas*. Nono Simpósio de Mecânica Computacional em Engenharia, Departamento de Engenharia Civil – CEFET – MG, Belo Horizonte, MG.

- Cubas, M. V. L. T., 2012. *Análise Numérica do Comportamento de Pavimentos Constituídos de Lajes Lisas de Concreto Protendido*. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro/Rio de Janeiro.
- Dornelles, F. L., 2010. *Estudo sobre a modelagem da protensão em lajes lisas com o uso de analogia de grelhas*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina/Florianópolis.
- Emerick, A. A., 2002. *Projeto e Execução de Lajes Protendidas*. Brasília.
- Ferreira, W. B., 2013. *Estudo de Desempenho e Critérios de Abordagem para Lajes Lisas Parcialmente Protendidas com Armaduras Ativas Não Aderentes*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo/Espírito Santo.
- França, A.B.M.; Fusco, P.B., 1997. *As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios*. São Paulo: Afala & Abrapex.
- Hambly, E.C., 1976. *Bridge deck behavior*. London, Chapman and Hall.
- Impacto Protensão (2017) site <http://www.impactoprotensao.com.br/protensao/>, consulta em 11 de setembro 2017.
- Leonhardt, F. *Construções de concreto*. Vol. 3. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- Lopes, A. F. O.; Bono, G. F. F.; Bono, G., 2013. *Análise numérica comparativa entre lajes maciças e nervuradas com diferentes tipos de materiais de enchimento*. Mecânica Computacional, V. XXXII, pp 3483-3495.
- Loureiro, G. J., 2006. *Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas*. Anais do VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. Protensão de Industrialização de Estruturas de Concreto. Pag. 1734 – 1755.
- Mello, A. L. B., 2005. *Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos/São Carlos.
- Milani, A. C., 2006. *Análise de lajes planas protendidas pelo método dos elementos finitos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul/Porto Alegre.
- Mota, J. P. A. S.; Melo, A. M. C., 2015. *Projeto ótimo de lajes nervuradas: considerações de situação de incêndio*. In: XXXVI Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia. Rio de Janeiro, 22 a 25 novembro 2015, vol. único, pp. 1-10.
- Mota, J. P. A. S.; Melo, A. M. C., 2016. *Otimização de pavimentos de lajes nervuradas isoladas: efeitos dos requisitos de desempenho*. In: XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Brasília. vol. único, pp. 1-5
- Oliveira, L. F. (2014). *Otimização multinível de vigas de concreto armado via algoritmos genéticos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Ceará/Fortaleza.
- Oliveira, L. F.; Melo, A. M. C.; Parente Jr, E.; Albuquerque, A. T. (2014). *Estratégia multinível para otimização de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos*. Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural, Montevideo, Uruguai.
- Olivieri, B. P., 2004. *Otimização do projeto de pontes protendidas pré-moldadas pelo método dos algoritmos genéticos*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro/Rio de Janeiro.

- Paula, W. C. (2007). *Comportamento Estrutural de Lajes Nervuradas de Concreto Armado com Base no Emprego do Programa ANSYS*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Estado do Rio de Janeiro/Rio de Janeiro.
- Pedrozo, D. G.E., 2008. *Estudo de modelos para projeto de lajes lisas protendidas*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Santa Catarina/Florianópolis.
- Pereira, J. L. S. et al, 2005. *Concreto Protendido e Lajes Protendidas com Monocordoalhas Engraxadas*. Comunidade da Construção, 2005.
- Pinheiro, L. M.; Muzardo, C. D.; Santos, S. P., 2010. *Lajes Maciças*. Capítulo 11. Universidade de São Paulo/São Paulo.
- Scheibler, M., 2012. *Estudo Comparativo entre estruturas em concreto convencional e estruturas em lajes planas protendidas para edifícios com múltiplos pavimentos: Análise do ponto de vista executivo, econômico e produtivo*. Revista de Graduação.
- Silva, B. R., 2012. *Contribuições à análise estrutural de lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Maria/Santa Maria.
- Stramandinoli, J. S. B. *Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina/Florianópolis.
- Talaei, A. S.; Nasrollahi, A.; Ghayekhloo, M., 2016. *An automated approach for optimal design of prestressed concrete slabs using PSOHS*. Structural Engineering, v. 0, p. 1-10.
- Tenório, D. A.; Gomes, P. C. C.; Barboza, A. S. R.; Uchôa, E. L. M., 2009. *Aspectos Técnicos e Econômicos de Lajes Nervuradas Unidirecionais e Bidirecionais*. Anais do 51º Congresso Brasileiro do Concreto.
- Valenti, R. L., (2005). *Lajes Planas com Uso de Cordoalhas Engraxadas e Plastificadas*. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Anhembí Morumbi/São Paulo.
- Vanderplaats, G. N. (1999). *Numerical optimization techniques for engineering design: with applications*. VR&D, Inc.
- Vasconcelos, K. S., 2010. *Análise comparativa entre lajes nervuradas em concreto armado e concreto protendido*. Universidade do Rio de Janeiro/Rio de Janeiro.