



OTIMIZAÇÃO DA ESPESSURA DO REVESTIMENTO DE AERONAVE SUJEITO A PROCESSO DE FADIGA.

Rafael Corrêa Salomão

rafaelsalomao@usp.br

André Teófilo Beck

atbeck@sc.usp.br

Edson Denner Leonel

edleonel@sc.usp.br

Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC, Av. Trabalhador São-Carlense, 400. 13566-590 São Carlos, SP, Brasil

Resumo. Grande parte da formação de fissuras em aeronaves provém do processo de fadiga, dado o fato que diversos componentes estão sujeitos a carregamentos cíclicos e pré-requisitos de performance exigem que tais componentes sejam os mais leves possíveis. Um dos pontos críticos são as ligações rebitadas, já que os furos destinados aos rebites são concentradores de tensão. Especialmente no caso de aeronaves, a possibilidade de se obter um componente com o menor peso possível, que atenda aos requisitos de desempenho com segurança desejada, é de grande importância. Neste trabalho é efetuada a otimização da espessura de uma ligação do tipo lap-joint, considerando incertezas. Inicialmente é realizada a modelagem numérica da ligação e o seu valor de número de ciclos máximo comparado com resultados experimentais, mostrando boa concordância. Em seguida, são introduzidas incertezas na espessura, tensão atuante e constante do material, efetuando-se o processo de otimização RBDO para determinar a espessura mínima que atenda aos requisitos de segurança. O cálculo do número de ciclos é realizado pela Lei de Paris, com a modelagem do problema e propagação das fissuras efetuada por meio do programa FRANC2D. O cálculo da probabilidade de falha é realizado por meio do método de Monte Carlo com amostragem por média ponderada (WASM). O processo de otimização é realizado através do algoritmo meta-heurístico Particle Swarm Optimization (PSO). Comparando-se o resultado determinístico com o obtido pela otimização, percebe-se que a presença de incerteza no problema, mesmo que pequena, é capaz de alterar significativamente o resultado final. Após o processo de otimização, percebe-se que é necessário um aumento significativo na espessura para garantir a segurança desejada.

Palavras-chave: Fadiga, Ligação por rebites, RBDO, WASM, PSO

CILAMCE 2017

1 INTRODUÇÃO

Grande parte da formação de fissuras em aeronaves provém do processo de fadiga, dado que diversos componentes estruturais presentes nesse tipo de sistema estão sujeitos a carregamentos cíclicos. As ligações rebitadas são particularmente pontos críticos, já que os furos destinados aos rebites são concentradores de tensão (BUXBAUM; HUTH, 1987). As bordas destes furos são locais preferenciais para o surgimento de fissuras, propagadas com o carregamento cíclico de pressurização e despressurização, eventualmente causando a ruptura do elemento estrutural. A Fig. 1 mostra o conhecido acidente do avião da Aloha Airlines, em 1988. Devido à formação e crescimento de fissuras nas ligações rebitadas, e à manutenção deficiente, houve uma descompressão explosiva da aeronave, resultando em uma morte e em 65 feridos.

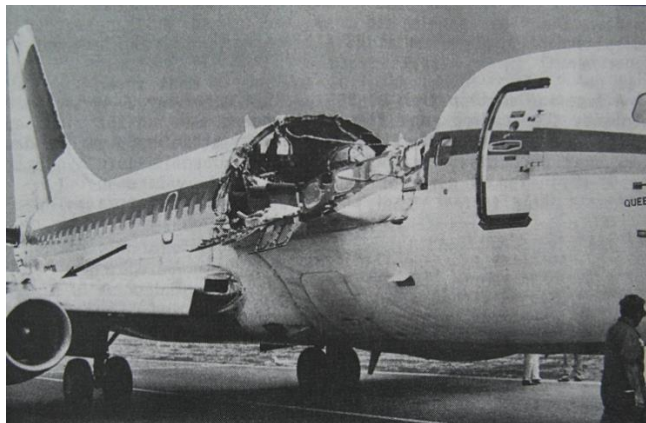


Figura 1. Acidente provocado por fadiga num Boeing 737-297 da Aloha Airlines no Hawaii, em 1988.

Especialmente no caso de aeronaves, aumentar a robustez destes elementos não é uma solução viável pois acarreta em aumento de peso e, conseqüentemente, em custos (combustível, material, etc). Portanto, o processo de otimização do uso de material se torna bastante importante, minimizando o peso do elemento, mas sempre garantindo o nível de segurança desejado.

Este trabalho aborda a otimização da espessura de uma ligação por rebites, sujeita a fadiga e levando em consideração incertezas na espessura da chapa, na tensão atuante e na taxa de propagação de trincas. Num primeiro momento é efetuada a modelagem numérica da ligação e propagação da fissura. Na sequência é realizado o cálculo do índice de confiabilidade e a segurança do componente estrutural é verificada. Por fim, é efetuada a otimização da ligação obedecendo um critério de segurança alvo.

2 LIGAÇÃO POR REBITES

O problema abordado neste trabalho é baseado no trabalho de Castro et al. (2007), que estudam ligações por rebites em aeronaves. Um dos exemplos do trabalho é uma ligação do tipo *lap-joint* com 3 fileiras de rebites, como demonstrado na Fig. 2. Inicialmente fez-se a modelagem numérica da ligação e comparação do número de ciclos total calculado com o obtido experimentalmente.

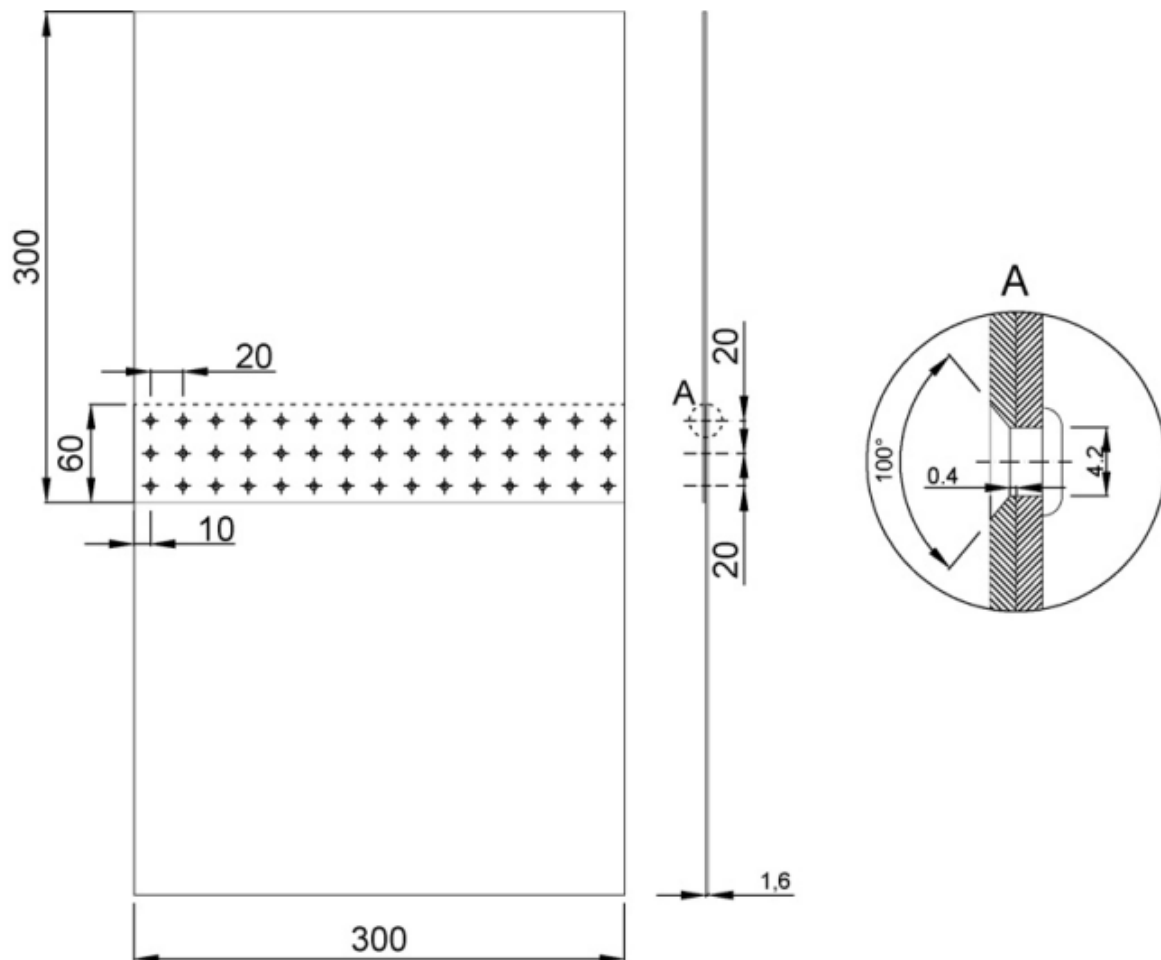


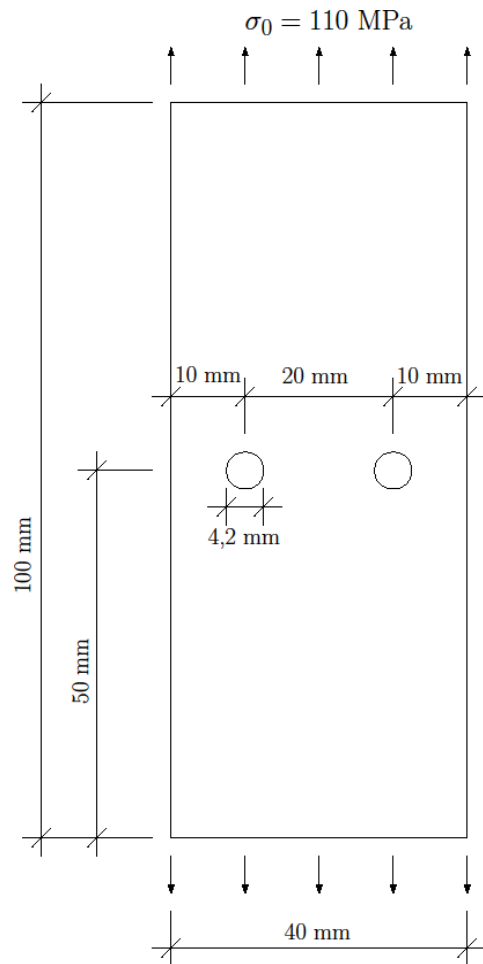
Figura 2. Ligação do tipo *lap-joint*. Todas as dimensões estão em mm.

Fonte: Castro et al. (2007)

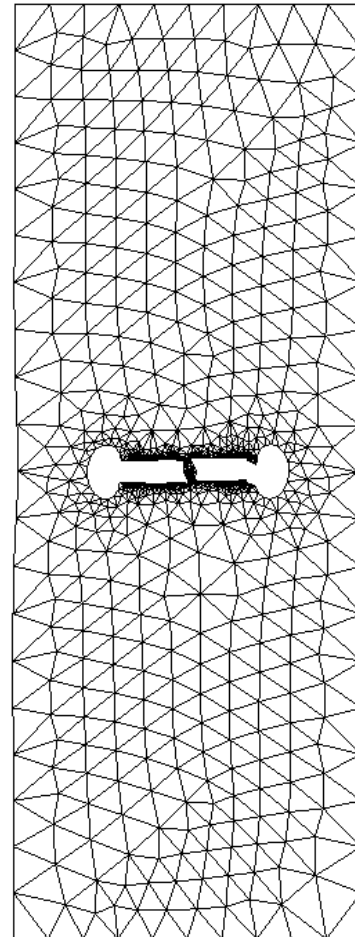
2.1 Critério para a falha do sistema

Neste trabalho assume-se que a chapa entra em colapso quando as fissuras de dois furos adjacentes se encontram. Para tanto, a modelagem do problema é realizada por uma faixa de 40 mm que contenha dois furos. As dimensões e as condições do modelo estão mostradas na Fig. 3a.

Para a propagação das fissuras, é utilizado o programa FRANC2D, com uma fissura inicial de tamanho significativamente pequeno nas bordas internas dos furos. A Fig. 3b mostra a deformada da estrutura após a propagação das fissuras, um incremento de passo antes das fissuras se encontrarem, com a discretização da malha de elementos finitos empregada. Para o carregamento é assumida uma tensão remota flutuante, aplicada nas bordas superior e inferior, entre os valores 0 e 110 MPa.



(a) Modelo utilizado para a propagação das fissuras e obtenção da curva $a \times K_{eq}$.



(b) Deformada da estrutura com a malha de elementos finitos.

Figura 3. Modelo utilizado e deformada final da estrutura.

2.2 Material empregado

Os dados do material empregado na ligação e no cálculo do número de ciclos por fadiga estão resumidos na Tabela 1. Estes dados foram obtidos através do manual Liebowitz (1974) e são os mesmos empregados no trabalho de Castro et al. (2007).

Tabela 1. Dados utilizados para a modelagem do problema

Material	E (GPa)	ν	C	n
Al 2024-T351	73.1	0.33	7.46e-8	3.333

Fonte: Adaptado de Castro et al. (2007)

2.3 Cálculo do número de ciclos total

O cálculo do número total de ciclos é efetuado por meio da lei de Paris com os dados da seção anterior. O número total de ciclos é obtido de forma incremental pelo algoritmo descrito em Andrade (2017) e pela curva $a \times K_{eq}$ obtida através da propagação da fissura simulada no FRANC2D. A Fig. 4 mostra os valores de K_{eq} para um σ_0 unitário para ambas as fissuras. É possível perceber que são muito similares, dado o fato de ambas fissuras possuírem o mesmo comportamento (mesmo tamanho de furo, material isotrópico homogêneo, mesma distância até a borda).

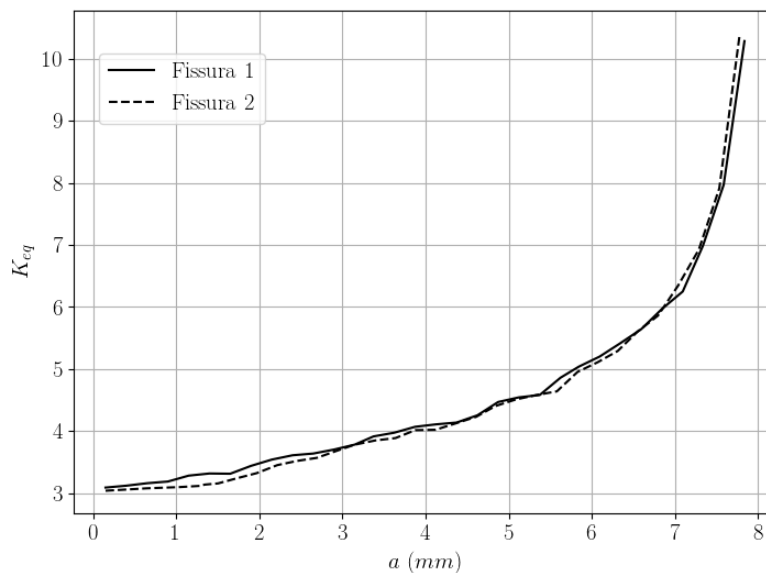


Figura 4. Valores de K_{eq} com o comprimento da fissura a para ambas fissuras.

Pelo fato de ambas as curvas serem muito semelhantes, é adotada a curva da fissura 1 para o cálculo do número de ciclos. Com os valores de K_{eq} para um σ_0 unitário, basta multiplicar pelo σ aplicado para obter o real valor de K_{eq} . A partir destes dados é executada a lei de Paris de forma incremental, obtendo-se um ΔN para cada ΔK . Ao fazer o somatório de todos os ΔN , obtém-se o número total de ciclos N_{total} .

Reproduzindo o mesmo exemplo do trabalho de Castro et al. (2007), é possível obter o valor descrito na Tabela 2. Na mesma tabela está a diferença em percentual com o valor experimental reportado. Entende-se que o modelo possui precisão suficiente, dada as aleatoriedades presentes na análise experimental.

Tabela 2. Valor calculado numericamente pelos autores e valor experimental, com respectiva diferença percentual.

Autores	Castro et al. (2007)	Diferença (%)
158990	138450	14.84

3 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DA LIGAÇÃO

A seguir, calcula-se o índice de confiabilidade da ligação considerando incertezas na espessura, tensão atuante e constante do material (C) em forma de variáveis aleatórias. Com isso, é possível determinar qual a probabilidade de falha da estrutura na configuração apresentada. Nas seções seguintes será descrito o procedimento para o cálculo da probabilidade de falha por Monte Carlo e a formulação da equação de estado limite.

3.1 Cálculo da probabilidade de falha

O cálculo da probabilidade de falha é realizado pelo WASM, proposto por Rashki, Miri e Moghaddam (2012). Trata-se de um método de Monte Carlo com amostragem por importância, entretanto não se faz uso do ponto de projeto como função de amostragem. A probabilidade de falha com amostragem por importância pode ser avaliada como:

$$p_f(\mathbf{d}) = P(F|\mathbf{d}) = \int_{\Omega} I_F(\mathbf{d}, \mathbf{x}) p(\mathbf{x}|\mathbf{d}) d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \frac{I_F(\mathbf{d}, \mathbf{x}) p(\mathbf{x}|\mathbf{d})}{h(\mathbf{x})} h(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

Diversas funções de amostragem $h(\mathbf{x})$ podem ser escolhidas, dentre elas o ponto de projeto. No WASM é feito uso de pesos, correspondentes ao valor da PDF da variável aleatória num determinado ponto do espaço amostral Ω . O espaço amostral é construído a partir de amostras uniformemente distribuídas entre intervalos de probabilidade inferior e superior para uma variável aleatória. Os pesos de amostragem são avaliados como:

$$W_i = \prod_{j=1}^S f_j(i) \quad (2)$$

com S sendo o número de variáveis aleatórias e i o número de amostras.

Por fim, a probabilidade de falha pode ser aproximada por:

$$P_f = \frac{\sum_{i=1}^N I_i W_i}{\sum_{i=1}^N W_i} \quad (3)$$

com I_i sendo a função indicadora, correspondendo a 1 se há falha e zero do contrário.

A figura 5 mostra a comparação entre o WASM e o método de Monte Carlo simples (MCS) para 3 variáveis aleatórias. Percebe-se que pelo MCS os pontos se concentram perto da média das variáveis aleatórias, enquanto que pelo WASM se encontram uniformemente distribuídos pelo domínio. Na figura 5c estão os pontos pertencentes a região de falha.

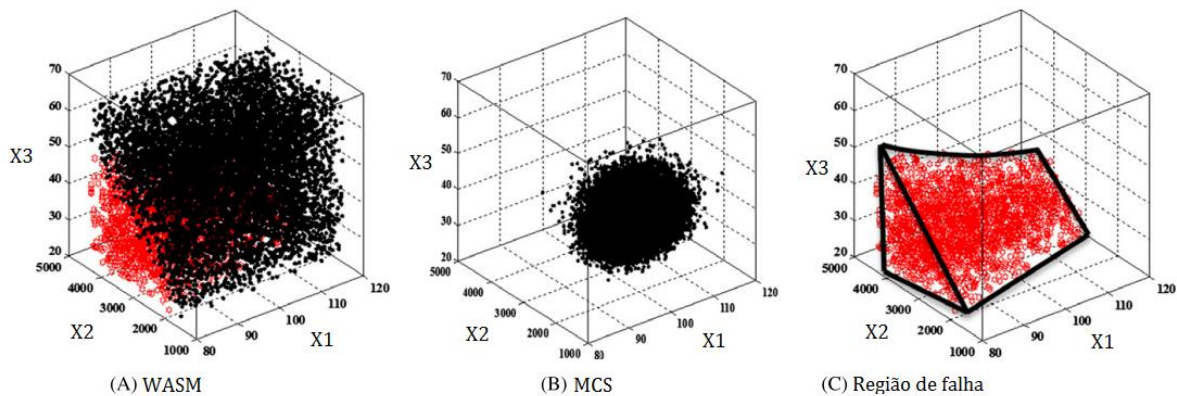


Figura 5. Comparação entre os métodos WASM e Monte Carlo simples.

Fonte: Adaptado de Rashki, Miri e Moghaddam (2012).

Na Tabela 3 estão os parâmetros adotados para o WASM, com os valores inferiores e superiores de probabilidade que definem os respectivos limites de amostragem uniforme para cada variável aleatória.

Tabela 3. Valores para o cálculo da P_f por meio do WASM.

Número de amostras	P_{inf}	P_{sup}
25000	$5e - 8$	$1 - 5e - 8$

3.2 Equação de estado limite e índice de confiabilidade

Inicialmente, a equação de estado limite é definida em função do número de ciclos para a falha da estrutura, ou seja, para que as duas fissuras se encontrem. Em comparação com o modelo inicial, foi calculado uma força equivalente que provoca uma tensão remota de 110 MPa:

$$F_{eq} = \sigma_0 * espessura * altura = 100MPa * 1.6mm * 40mm = 7040N \quad (4)$$

Portanto, uma tensão remota σ qualquer, em função da espessura e F_{eq} , fica assim definida:

$$\sigma = \frac{F_{eq}}{espessura * 40} \quad (5)$$

Ao variar a espessura e a força equivalente F_{eq} , haverá alteração na tensão aplicada, que multiplicada pela curva $a \times K_{eq}$ para tensão unitária, irá alterar o número de ciclos total. Neste trabalho é considerado que a espessura, F_{eq} e a constante C do material são variáveis aleatórias normais. Estas serão as incertezas incorporadas no problema para o cálculo do índice de confiabilidade.

Adotando um valor mínimo de 140000 ciclos, a equação de estado limite fica definida na seguinte forma:

$$g(\mathbf{X}) = f_{\text{número de ciclos}}(espessura, F_{eq}, C) - 140000 \quad (6)$$

em que $f_{\text{número de ciclos}}(espessura, F_{eq}, C)$ é uma função dependente da espessura, da força equivalente e constante do material que retorna o número de ciclos do componente.

Como comparação, sabe-se que, deterministicamente, para uma espessura de 1,6 mm o modelo numérico reporta 158990 ciclos, que é superior ao valor mínimo de 140000. Considerando-se agora as variáveis aleatórias definidas pela Tabela 4, a probabilidade de falha passa a ser 0.36 e seu índice de confiabilidade (β) é de 0.34.

Tabela 4. Estatísticas para as variáveis aleatórias do problema.

Var. Aleatória	Tipo	Média	Desvio Padrão (cov)
Força equiv.	Normal	7040	0,15
Const. Mater.	Normal	7,46e-8	0,20
Espessura	Normal	1,6	0,025

É possível perceber que ao se introduzir incertezas há uma mudança importante no resultado. Com o valor médio de 1,6 mm para a espessura, espera-se que o componente entre em falha 36% das vezes, o que é um valor muito alto para uma estrutura como uma aeronave.

4 OTIMIZAÇÃO DA ESPESSURA

Com o problema de confiabilidade definido, efetua-se o processo de otimização da espessura, levando-se em consideração incertezas provenientes da espessura, tensão atuante e constante do material. O problema de otimização baseado em confiabilidade ou *Reliability-Based Design Optimization* (RBDO) é expresso como:

$$\begin{aligned}
 &\text{Encontre: } \mathbf{Z}^* = \{e^*\}; \\
 &\text{que minimiza: } f(\mathbf{Z}) = e; \\
 &\text{sujeito a: } P[g_t(\mathbf{Z}) \leq 0] \leq p_{fT} = \Phi[-\beta_T]; \\
 &\text{sendo: } \beta_T = 4; \\
 &\quad Z \sim N(e, 0.025); \\
 &\quad X_1 \sim N(7040, 0.15); \\
 &\quad X_2 \sim N(7.46e - 8, 0.20); \\
 &\quad g(\mathbf{Z}, \mathbf{X}) = f_{\text{numero de ciclos}}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}) - 140000.
 \end{aligned}$$

sendo o valor do índice de confiabilidade alvo (β_T), correspondente a 4,0 ($P_f = 3.2e - 5$). Para o processo de otimização, foi utilizado o algoritmo meta-heurístico PSO, definido a seguir.

4.1 Algoritmo meta-heurístico de otimização

Acoplado com o WASM, está o algoritmo de otimização Particle Swarm Optimization (PSO). O PSO pode ser classificado como um algoritmo de enxame, em que são instanciadas n partículas e estas vão caminhando pelo espaço de busca e trocando informação entre si, até coletivamente encontrarem um suposto mínimo global da função objetivo.

Estes tipos de algoritmos são vantajosos para serem utilizados de forma acoplada a outros métodos, tal como o método de simulação de Monte Carlo. Uma das vantagens do PSO é a não necessidade de envolver derivadas da função objetivo no cálculo dos pontos ótimos, o que seria muito custoso para o MCS ou WASM. Essa vantagem é particularmente importante nos problemas RBDO, onde funções objetivo descontínuas são frequentemente encontradas. Outra vantagem é a menor chance de o algoritmo ficar preso em mínimos locais que não correspondam ao mínimo global.

O fato de neste problema a variável a ser otimizada ser uma variável aleatória, também facilita em termos de custo computacional. Neste caso, é preciso calcular o vetor de funções indicadoras ($I(\mathbf{x})$), ou seja, o vetor de equações de estado limite ($g(\mathbf{x})$), apenas uma vez. Ao longo do processo de busca da espessura ótima, quando for preciso calcular a probabilidade de falha pelo WASM para cada partícula, é preciso apenas reconstruir o vetor de pesos. O custo de recalculer os valores da PDF das variáveis aleatórias de projeto é suficientemente baixo, fazendo com que seja possível utilizar um número expressivo de partículas e passos de iteração. Outro ponto interessante é que os pontos no espaço de busca são fixos. São os mesmos n pontos utilizados para gerar o vetor de funções indicadoras do WASM, o que facilita a convergência do algoritmo PSO.

A Tabela 5 mostra os parâmetros utilizados para o PSO neste trabalho. Nesta tabela, x_0 é o valor inicial arbitrado para a espessura, ϕ_p é o termo correspondente à partícula, ϕ_g corresponde ao ponto de mínimo global encontrado pelo enxame até então, ω é uma constante que multiplica o termo de velocidade das partículas, “Min. Função” e “Min. Passo” são os limites de tolerância de convergência no valor da função objetivo e estacionariedade das partículas, respectivamente.

Tabela 5. Valores adotados para o algoritmo PSO.

Num. Partículas	x_0	ϕ_p	ϕ_g	ω	Min. Função	Min. Passo
100	2,0	2,0	3,0	0,5	$5e - 8$	$5e - 8$

A função objetivo do algoritmo, que corresponde à minimização da espessura e é:

$$f_{\text{objetivo}}(e) = e \quad (7)$$

4.2 Resultado do processo de otimização

Executando o algoritmo de otimização PSO acoplado com o WASM, é possível obter o valor de 2,57 mm, que corresponde ao menor valor de espessura que garante o nível de segurança especificado, considerando as incertezas no sistema. Este valor corresponde a um acréscimo de 60,625% em comparação à espessura original de 1,6 mm.

A Fig. 6 mostra o gráfico de convergência para o processo de otimização. É possível perceber que a partir do primeiro passo de iteração o algoritmo já atinge um valor muito próximo da espessura ótima. A partir do passo de iteração 40 o algoritmo converge para o resultado final, restando apenas atingir os critérios de parada para finalizar.

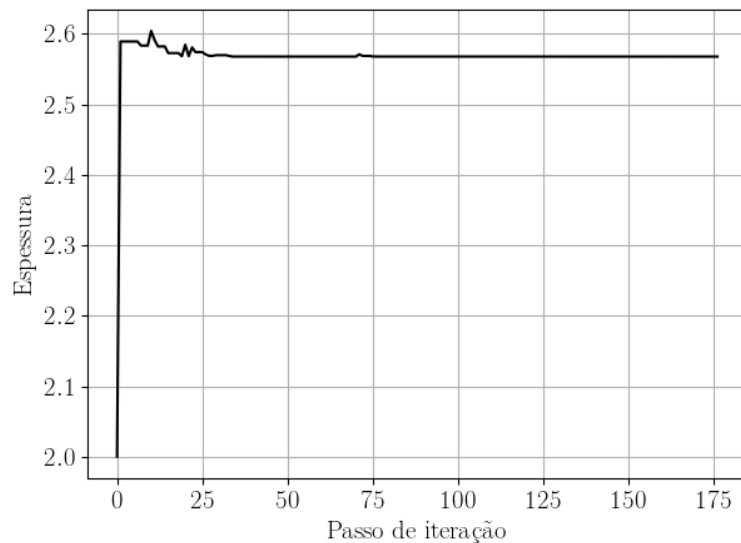


Figura 6. Gráfico de convergência do processo de otimização.

5 CONCLUSÃO

Estruturas aeronáuticas estão sujeitas a diversos tipos de solicitações e magnitudes. Pelo fato de normalmente precisarem ser estruturas leves, estão sujeitas a vários fenômenos de natureza não-linear. O efeito se torna ainda mais evidente quando se leva em consideração a natureza aleatória dos carregamentos, dimensões e composição dos materiais constituintes. Portanto, para a correta verificação da segurança de um componente estrutural, é imprescindível fazer uso da teoria de confiabilidade.

Neste trabalho, foi efetuada a modelagem numérica de uma ligação do tipo *lap-joint* sujeita à fadiga. Os valores numérico e experimental resultaram suficientemente próximos, mostrando que o modelo numérico é capaz de representar de forma satisfatória o comportamento mecânico. O procedimento incremental para o cálculo do número de ciclos se mostrou bastante simples e efetivo.

Na sequência, foi realizada uma análise de confiabilidade, introduzindo incertezas na espessura, carregamento e material constituinte. O método WASM foi bastante eficiente ao calcular a probabilidade de falha. Com isso, percebe-se que o componente apresenta um valor de segurança muito abaixo do ideal, resultando em probabilidades de falha não admissíveis.

Por fim, efetuou-se o processo de otimização da espessura, considerando como restrição um índice de confiabilidade alvo. O algoritmo meta-heurístico escolhido se mostrou adequado para o processo. O PSO obteve rápida convergência, tanto em passos de iteração, como em tempo de execução.

A metodologia do processo de otimização com o PSO acoplado com o WASM se revelou bastante poderosa e flexível, sendo possível implementá-la para outros problemas sem maiores dificuldades.

AGRADECIMENTOS

Ao Departamento de Estruturas de Engenharia de São Carlos – EESC/SET.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, H. de Castro e. *Análise da propagação de fissuras em estruturas bidimensionais não-homogêneas via Método dos Elementos de Contorno*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, 2017.

BUXBAUM, O.; HUTH, H. Expansion of cracked fastener holes as a measure for extension of lifetime to repair. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 28, p. 689–698, 1987.

CASTRO, P. M. S. T. et al. An overview on fatigue analysis of aeronautical structural details: Open hole, single rivet lap-joint, and lap-joint panel. *Materials Science and Engineering A*, v. 468–470, p. 144–157, 2007.

LIEBOWITZ, H. *Fracture Mechanics of Aircraft Structures*. [S.l.], 1974.

RASHKI, M.; MIRI, M.; MOGHADDAM, M. A. A new efficient simulation method to approximate the probability of failure and most probable point. *Structural Safety*, v. 39, p. 22–29, 2012.