



TRIDIMENSIONAL MODELING OF HYDRAULIC FRACTURING USING SOLID FINITE ELEMENTS WITH HIGH ASPECT RATIO

DÉBORA C. A. DE ASSIS .

debora_engcivil@yahoo.com.br

Departamento de Engenharia Civil, Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco

IGOR FERNANDES GOMES

gomes@ufpe.br

Departamento de Engenharia Civil, Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco

LEILA B. DE S. BESERRA

leila.brunet@ufpe.br

Departamento de Engenharia Civil, Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco

LEIDY LAURA ÁLVAREZ BERRÍO

alvarezlaura08@gmail.com

Departamento de Engenharia Civil, Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco

LEONARDO J. N. GUIMARÃES

leonardo@ufpe.br

Departamento de Engenharia Civil, Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco

Abstract. *The difficulty of find new conventional oil reserves sufficient to supply the demand for oil and its derivatives in worldwide, promotes the exploration of unconventional reserves. The unconventional reservoir has physical, geological and exploratory different characteristics, when compared to conventional fields. To ensure the production of hydrocarbons at economically acceptable levels is used the technique which inject a fluid fracturing into the formation, under a pressure high enough to cause the rupture of the rock by traction, hydraulic fracturing. This study presents a fracturing simulation using the Mesh Fragmentation Technique – MFT, which inserts high aspect ratio elements in-between standard elements of a finite element mesh. It also presents the use of the program developed for the generation of three-dimensional models of fractured reservoirs. We show a 3D simulation of a reservoir model composed of two set of fracture families, each family with distinct properties, with a total of thirty-five fractures. The results of the simulations show that the proposed technique is able to simulate three-dimensional problems of the hydraulic fracturing.*

Keywords: *hydraulic fracturing, simulate three-dimensional, Mesh Fragmentation Technique.*

1. INTRODUÇÃO

Grande parte do petróleo produzido atualmente no mundo é proveniente de reservas petrolíferas gigantes *onshore* de países como Irã, Iraque, Kuwait, Rússia, Arábia Saudita, Emirados Árabes Unidos, Estados Unidos, Venezuela entre outros. Outra parte é proveniente de campos offshore no Golfo do México, Mar do Norte e Golfo da Guiné (KLARE, 2014). Estes campos de exploração de petróleo são considerados reservatórios convencionais. São denominados convencionais os reservatórios que apresentam permeabilidades entre médias a altas, de fácil desenvolvimento, ocorrendo em acumulações de hidrocarboneto relacionadas a feições estruturais ou condições estratigráficas localizadas (NAIK, 2003; LAW & CURTIS, 2002, ZOU et al.,2012).

A diminuição das reservas convencionais e o progressivo aumento da demanda de petróleo e seus derivados em todo mundo impulsionam a exploração de reservas não-convencionais. Segundo Zou (2012), os hidrocarbonetos convencionais são responsáveis por 20% dos recursos de combustíveis fósseis no mundo e os hidrocarbonetos não convencionais correspondem a 80%.

Os reservatórios não convencionais apresentam baixa permeabilidade e porosidade e, por este motivo, necessitam de tecnologias especializadas para sua exploração. A figura 1, o triângulo de recursos adaptado de Holditch (2006), demonstra de forma simples as características dos reservatórios convencionais e não convencionais a partir da relação entre a distribuição volumétrica de hidrocarboneto e características de permeabilidade do reservatório com as tecnologias e os custos necessários para a produção.

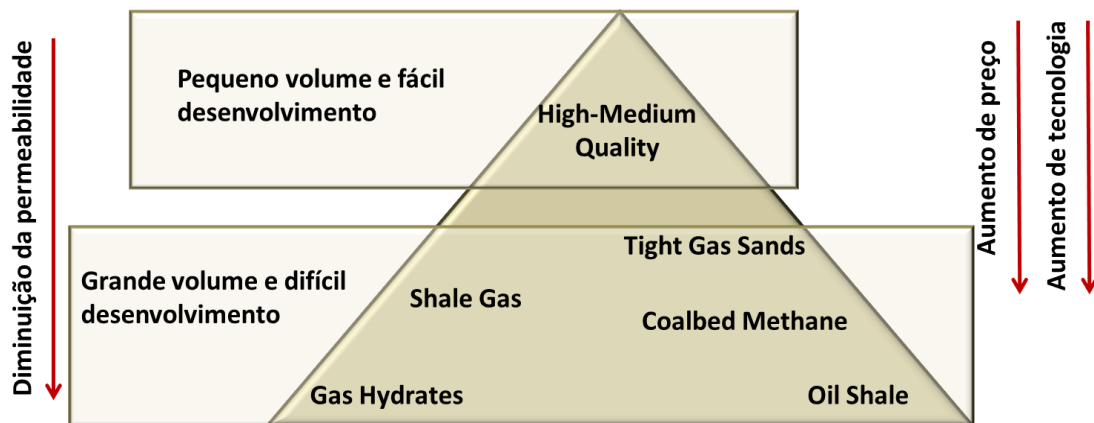


Figura 1 - Triângulo de recursos

Fonte: Adaptado de Holditch (2006).

Os principais tipos de recursos não convencionais para exploração de gás são: reservatórios de metano em camadas de carvão (*Coalbed Methane* – CBM), os reservatórios de arenitos de baixa permeabilidade (*Tight Gas*), os hidratos de metano (*Gas Hydrates*) e os reservatórios de gás de folhelhos (*Shale Gas*). Grande parte da produção de gás a partir de reservatórios não convencionais de baixa permeabilidade é possível devido aos avanços das tecnologias de

perfuração direcional seguida de fraturamento hidráulico em múltiplos estágios (KUMAR & SHANDILYA, 2013; HOLDITCH, 2013; PERRY & LEE, 2007).

O fraturamento hidráulico consiste em injetar um fluido fraturante (uma mistura de água, areia e produtos químicos) na formação, sob uma pressão suficientemente alta para causar a ruptura da rocha por tração. Ao final do processo de fraturamento da rocha, milhares de fraturas e micro-fraturas produzidas servirão de canal de fluxo para o fluido contido na matriz, aumentando a permeabilidade do meio poroso tornando-se possível garantir a produção de hidrocarbonetos em níveis economicamente aceitáveis.

A técnica de fraturamento hidráulico, mesmo em sua aplicação mais simplificada, envolve o acoplamento dos processos de deformação mecânica induzida pela pressão do fluido sobre as superfícies de fratura, de escoamento de fluido no interior da fratura, de propagação da fratura, entre outros (ADACHI et. al, 2007; CHEN et al, 2014). Porém, devido a grande quantidade de processos envolvidos, a heterogeneidade do meio e a magnitude e direção das tensões in situ tornam a modelagem desta técnica muito complexa. Segundo Chen et. al.(2014), a simulação do fraturamento hidráulico é um dos problemas mais desafiadores da geoengenharia e, por este motivo, tem sido objetivo de vários estudos.

Neste trabalho utilizou-se a técnica de Fragmentação de Malha, baseada na teoria de Aproximação Continua de Descontinuidades Fortes (ACDF), que consiste em introduzir na malha elementos finitos sólidos, correspondentes ao material não fraturado, elementos com elevada razão de aspecto munidos de relações constitutivas adequadas para representar o processo de fraturamento hidráulico (SEIXAS, 2015; MANZOLI et. al, 2012; SÁNCHEZ et. al, 2014). Foram realizadas simulações numéricas tridimensional de um meio composto por diversas fraturas, afim de demonstrar o desempenho satisfatório da referida técnica.

2. METODOLOGIA

2.1. Elementos finitos sólidos de interface

A técnica utilizada para simular o problema descontinuidade em meio poroso, neste trabalho, foi a de fragmentação de malha. A técnica faz uma pequena redução no tamanho do elemento regular original da malha, em uma determinada região de interesse, e introduz elementos finitos sólidos com alta razão de aspecto nestes espaços (MANZOLI, 2012; SEIXAS, 2015; MAEDO, 2015, CLETO, 2016; MACIEL, 2017). A figura 2 mostra o tetraedro de quatro nós utilizado nos espaços da malha regular de elementos finitos. A altura h é dada pela projeção do nó N1 na base do triângulo formado pelos nós N2, N3 e N4, ponto N1'. A área da base é a região de coloração escura e n é o vetor normal a base no sistema de eixos coordenados (n, s, t) .

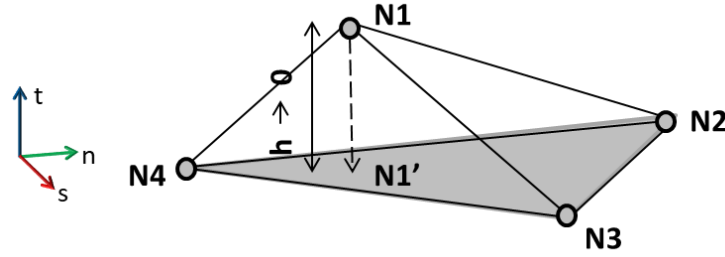


Figura 2 – Detalhamento do elemento finito de interface.

Fonte: Autor.

Para o problema mecânico, conforme Seixas (2015) e Maedo (2015), o tensor de deformações em qualquer ponto do elemento pode ser aproximado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1)$$

Sendo $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ a parte do tensor de deslocamentos relativos à h e $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ contem os componentes restantes. Onde $(\bullet)^s$ se refere a parte simétrica de $(\bullet)$, $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal à base do elemento, $\otimes$ denota um produto tensorial e $[[\mathbf{u}]]$ é o deslocamento relativo de N1 e sua projeção na base do elemento, N1'. Logo o tensor total de deslocamento se torna:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \underbrace{\frac{1}{h}(\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^s}_{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} \quad (2)$$

Quando a altura h tende à zero, o componente $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ não é mais limitado, pois este depende de h e as deformações do elemento são quase que exclusivamente relacionados ao deslocamento relativo $[[\mathbf{u}]]$ entre o nó N1 e sua projeção na base no elemento. Já o componente $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ permanece delimitado. Nota-se que na situação limite o nó 1 e sua projeção 1' convergem ao mesmo ponto material e como consequência disso o deslocamento relativo $[[\mathbf{u}]]$ se torna a medida de uma descontinuidade no campo dos deslocamentos (descontinuidade forte) (SÁNCHEZ et. al, 2014; SEIXAS, 2015).

O modelo de dano à tração utilizado para demonstrar a degradação do material é compatível com a (ACDF) (SÁNCHEZ et. al, 2014). e o algoritmo de integração implícito-explícito (IMPL-EX) foi apresentado por Oliver et al (2008).

Para o desenvolvimento da análise do elemento de interface com alta razão de aspecto para o problema hidráulico utiliza-se como referencia a figura 3. Cada P_1, P_2, P_3, P_4 são os valores genericamente estimados para compor o vetor $\mathbf{p}^e$ do elemento tetraedro de 4 nós.

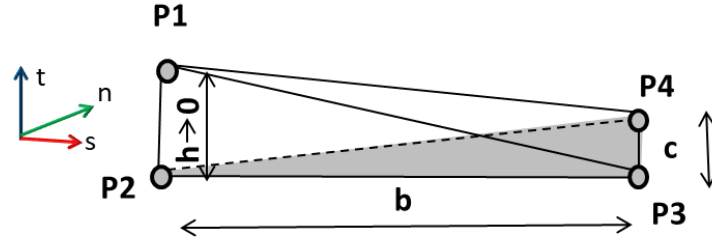


Figura 3 – Detalhamento de elemento tetraedro.

Fonte: Autor.

O gradiente das funções de forma é dado pela equação:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/c & 1/c \\ 0 & -1/b & 1/c & 0 \\ 1/h & -1/h & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

O gradiente hidráulico do elemento finito de interface:

$$\nabla \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{B} \cdot [P_1 \ P_2 \ P_3 \ P_4]^T \quad (4)$$

O fluxo é estimado em função da condutividade hidráulica $\mathbf{K}$:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \nabla \hat{\mathbf{p}} = -\mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} \frac{-P_3}{c} + \frac{P_4}{c} \\ \frac{-P_2}{b} + \frac{P_3}{b} \\ \frac{P_1}{h} - \frac{P_2}{h} \end{bmatrix} \quad (5)$$

De forma semelhante ao demonstrado para o problema mecânico, no problema hidráulico, quando, $h \rightarrow 0$ e se $P_1 \neq P_2$, a parcela de fluxo em z tende a infinito, fisicamente impossível. Logo, para que o fluxo no elemento não assuma valores extremamente elevados e permaneça limitado, quando altura $h \rightarrow 0$ o $P_1 \rightarrow P_2$ e o fluxo na direção z tenderá a zero.

O vetor de carga hidráulica será:

$$\mathbf{p}^e = [P_1 \ P_2 \ P_3 \ P_4]^T \quad (6)$$

A matriz de fluxo no elemento é dada por:

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B}^T \mathbf{V}^e \quad (7)$$

O vetor de vazões nodais será:

$$\mathbf{q}^e = k \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c.P_2}{b} - \frac{c.P_3}{b} \\ \frac{b.P_3}{c} - \frac{c.P_2}{b} + \frac{c.P_3}{b} - \frac{b.P_4}{c} \\ \frac{b.P_4}{c} - \frac{b.P_3}{c} \end{bmatrix} \cdot \frac{h}{6} \quad (8)$$

No acoplamento hidro-mecânico a equação que governa o fenômeno de fluxo considerando a deformação do meio poroso é:

$$\phi \left(\frac{D\rho_f}{Dt} \right) + \rho_f \dot{\varepsilon}_v + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}) = 0 \quad (9)$$

Onde ϕ é a porosidade, ρ_f densidade da fase, $\dot{\varepsilon}_v$ deformação volumétrica total do meio poroso e $\mathbf{q}$ é o vetor de fluxo de Darcy.

Para representação da evolução da lei de permeabilidade foi adotado o conceito de placas paralelas, dada pela equação de Navier-Stokes. Para o problema de fraturamento hidráulico o acoplamento pode ser definido pela evolução de permeabilidade da fratura como função do salto de deslocamentos calculado pelo problema mecânico.

$$K_s = \frac{[[u]]_n^2}{12} \quad (10)$$

Onde $[[u]]_n$ é a componente do salto do campo de projetado na direção normal à fratura. A componente do salto é calculada em função da deformação volumétrica do elemento de interface e da espessura h .

$$[[u]]_n = \varepsilon_v h \quad (11)$$

2.2. Modelagem tridimensional

A ferramenta computacional utilizada no processo de pré-processamento da geração do modelo tridimensional é o MatLab (abreviatura de *Matrix Laboratory* – Laboratório de Matrizes). O programa foi criado pela empresa Norte-Americana *The Mathworks, Inc.* A escolha do programa foi feita por apresentar as vantagens de facilidade de programação, grande número de funções (“*toolboxes*”) e a capacidade de interagir com outros tipos de linguagem.

A etapa inicial do processo ocorre na coleta das coordenadas dos nós das fraturas. Estas são geradas pelo gerador de fraturas “*insere_fratura.m*” desenvolvido por Santos, 2017. Os dados de saída do *insere fraturas* são inseridos no programa “*ver_saida_3d.m*” e é gerado um arquivos informando a família das fraturas e as coordenadas dos nós das fraturas.

O passo seguinte é utilizar o programa “*gera3d.m*” que possibilita ao usuário optar por colocar cada família de fraturas pertencente a um material diferente ou cada fratura um material distinto. Este programa coleta o arquivo gerado no “*ver_saida_3d.m*” e junto com as opções impostas pelo usuário para gerar os planos, avaliar se ocorre intersecção entre os planos, encontrar os pontos de intersecção e escrever o arquivo “*_poly*”, arquivo de entrada para o programa TetGen. O TetGen é um programa para geração de malha tetraédrica de boa qualidade para métodos numéricos de computação científica (TetGen, 2013).

Os arquivos de saída do TetGen são compilados e ajustados no programa “*wite_tetgen.m*” que coloca as condições de contorno do problema e gera os arquivos “*_gri.dat*” e “*_gen.dat*”. O arquivo “*_gri.dat*” serve de entrada para o programa *fragmenta* desenvolvido por Seixas, 2015 e adaptado por Maciel, 2017.

A etapa de processamento é realizada no software *in house* em elementos finitos CODE-BRIGHT (*COupled DEformation, BRIne, Gas and Heat Transport*) (OLIVELLA et al., 1994; OLIVELLA et al., 1995; GUIMARÃES et. al, 2007). O software foi desenvolvido no Departamento de Engenharia Geotécnica da Universidade Politécnica de Catalunha (UPC) e utilizado pelo Laboratório de Modelagem Computacional em Geomecânica/UFPE. Os arquivos “*_gri.dat*” (com as coordenadas global da malha) e o “*_gen.dat*” serão lidos pelo CODE-BRIGHT para processamento do problema.

A figura 4 mostra um fluxograma da utilização dos programas de pré-processamento, bem como seus desenvolvedores.

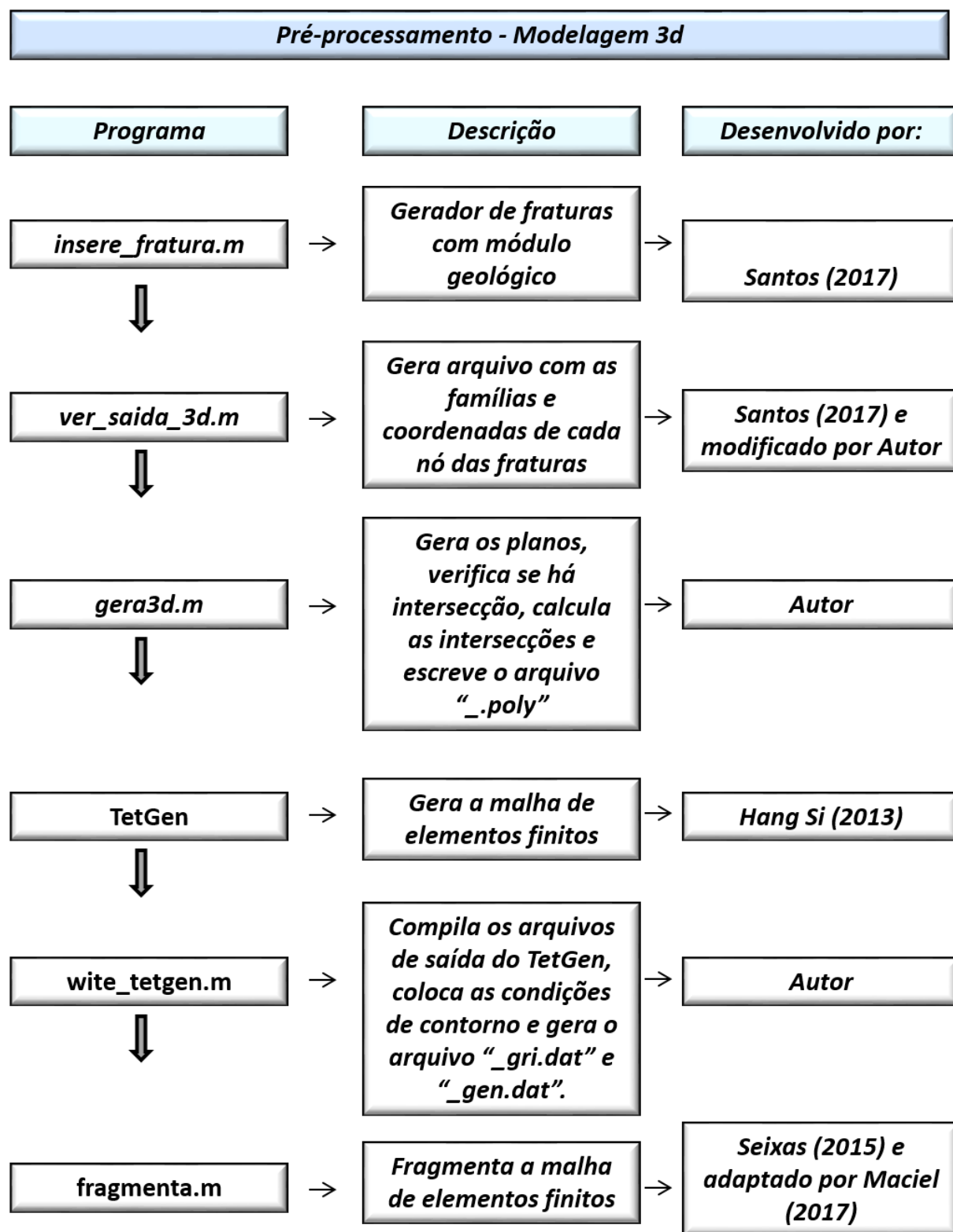


Figura 4 – Fluxograma dos programas de pré-processamento.

Fonte: Autor.

3. CASO DE APLICAÇÃO

O caso analisado possui dimensão de 160.83m no eixo “x”, 156.84m no eixo “y” e 234.37m no eixo “z” e é composto por trinta e cinco fraturas. O reservatório possui a condição de injeção de água, no eixo “y”, com um gradiente de aproximadamente 50MPa/m. As faces laterais estão livres para se movimentar no eixo “z” e os quatros nós estão fixos nas três direções. Na figura 5 estão as condições de contorno do problema.

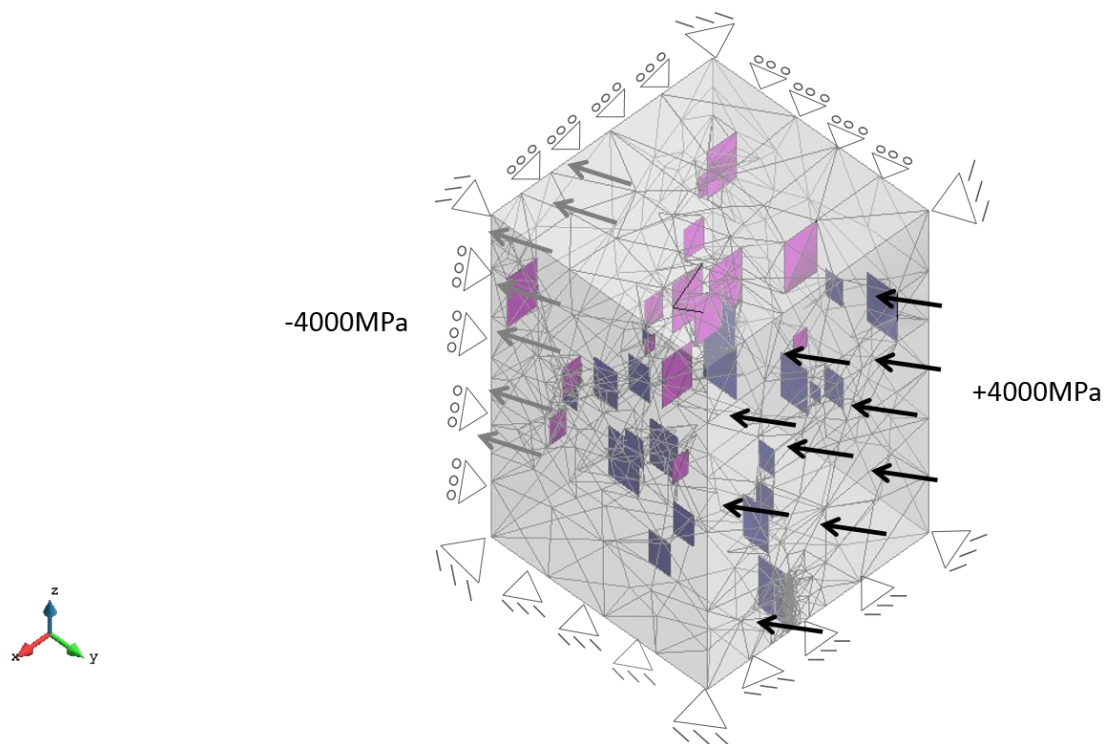


Figura 5 – Condições de contorno do problema.

Fonte: Autor.

A tabela 1 mostra as propriedades dos materiais que compõem o meio poroso. O conjunto de fraturas da família 01 é composto por 20 fraturas e o conjunto de família de fraturas 02 é composto por 15 fraturas.

Tabela 1 – Propriedades dos materiais.

Material	Propriedade	Valores
Família 01	Permeabilidade intrínseca ($k_x=k_y$)	$2.5660 \times 10^{-7} \text{ m}^2$
	Permeabilidade intrínseca (k_z)	$2.5660 \times 10^{-10} \text{ m}^2$
	Módulo de elasticidade (E)	$16.9 \times 10^3 \text{ MPa}$
	Coefficiente de Poisson (ν)	0.3
	Resistencia a tração (ft)	0.1MPa
	Energia de fratura (Gf)	100 N/m
	Porosidade (ϕ)	22%
Família 02	Permeabilidade intrínseca ($k_x=k_y$)	$2.5660 \times 10^{-09} \text{ m}^2$
	Permeabilidade intrínseca (k_z)	$2.5660 \times 10^{-10} \text{ m}^2$
	Módulo de elasticidade (E)	$16.9 \times 10^3 \text{ MPa}$
	Coefficiente de Poisson (ν)	0.3
	Resistencia a tração (ft)	0.1MPa
	Energia de fratura (Gf)	100 N/m
	Porosidade (ϕ)	25%
Interface	Permeabilidade intrínseca ($k_x=k_y$)	$2.5660 \times 10^{-06} \text{ m}^2$
	Permeabilidade intrínseca (k_z)	$2.5660 \times 10^{-10} \text{ m}^2$
	Módulo de elasticidade (E)	$16.9 \times 10^3 \text{ MPa}$

	Coeficiente de Poisson (ν)	0.3
	Resistencia a tração (ft)	0.1MPa
	Energia de fratura (Gf)	100 N/m
Reservatório	Permeabilidade intrínseca ($k_x=k_y$)	$2.5660 \times 10^{-22} \text{ m}^2$
	Permeabilidade intrínseca (k_z)	$2.5660 \times 10^{-27} \text{ m}^2$
	Módulo de elasticidade (E)	$20.9 \times 10^3 \text{ MPa}$
	Coeficiente de Poisson (ν)	0.3
	Resistencia a tração (ft)	$1 \times 10^9 \text{ MPa}$
	Porosidade (ϕ)	7.5%

No problema apenas as fraturas foram fragmentadas e cada família de fratura representa um material distinto. A tabela 2 faz um comparativo da quantidade de nós e de elementos após a fragmentação da malha. O processo de fragmentação aumentou em aproximadamente 35.18% o número de nós e 41.28% o número de elementos.

Tabela 2 – Comparativo número de nós e de elementos

Malha original		Malha fragmentada	
Nós	808	Nós	2592
Elementos	3789	Elementos	9146

A figura 5 mostra a distribuição dos vetores de fluxo, setas na cor verde, no meio poroso no modelo simulado. Percebe-se que, devido a alta condutividade das fraturas em relação à rocha, ocorre uma concentração destes vetores na região das fraturas.

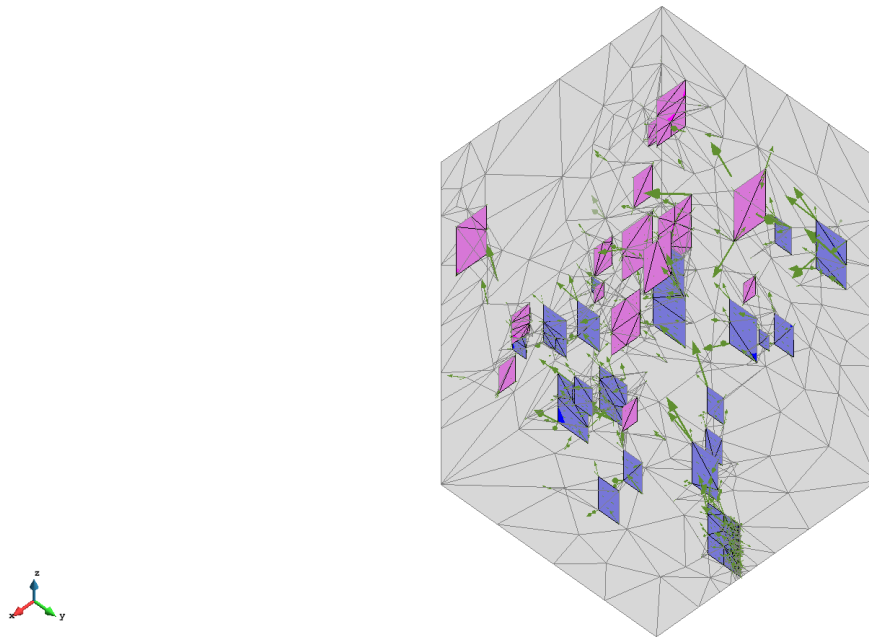


Figura 5 – Distribuição dos vetores de fluxo.

O resultado global para o processo de danificação é mostrado na figura 6(a). O fluido é injetado no sentido do eixo “y” e as fraturas mais próximas ao eixo de injeção de fluido estão totalmente danificadas e as e mais distantes da face de injeção estão iniciando o processo de danificação, como mostra a figura 6(b).

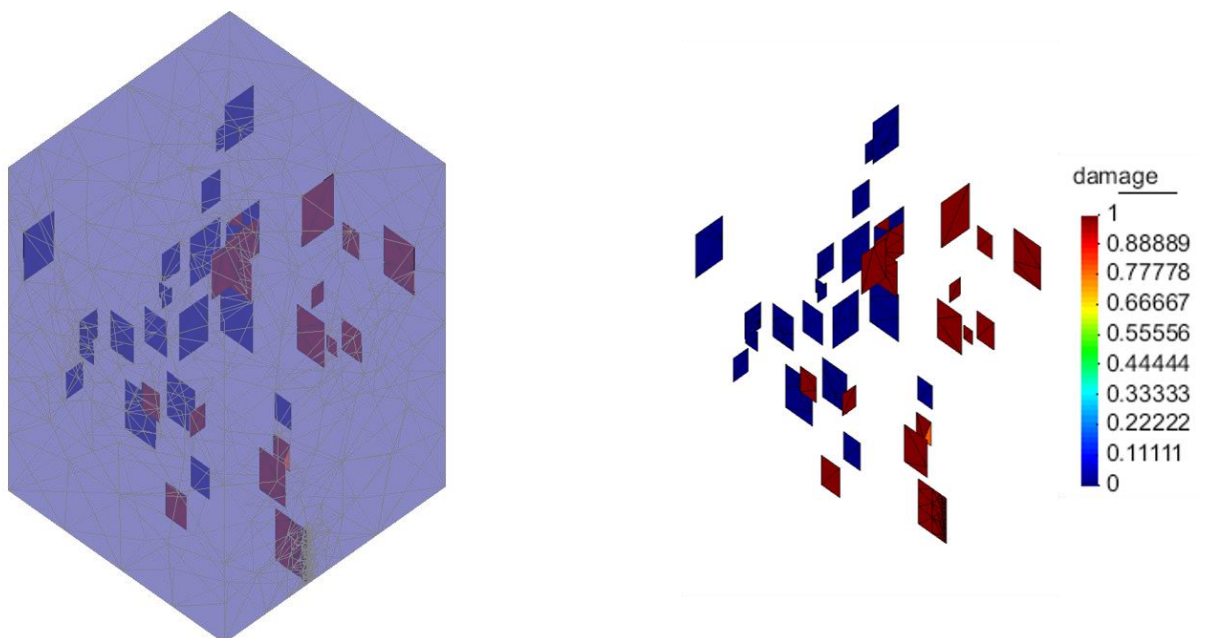


Figura 6 – (a) região danificada; (b) fraturas danificada.

A Figura 7 mostra o salto do campo de deslocamento na direção normal à descontinuidade, que representa a abertura das fraturas. Essa abertura provoca um aumento na permeabilidade do meio fraturado, segundo a lei de evolução da permeabilidade.

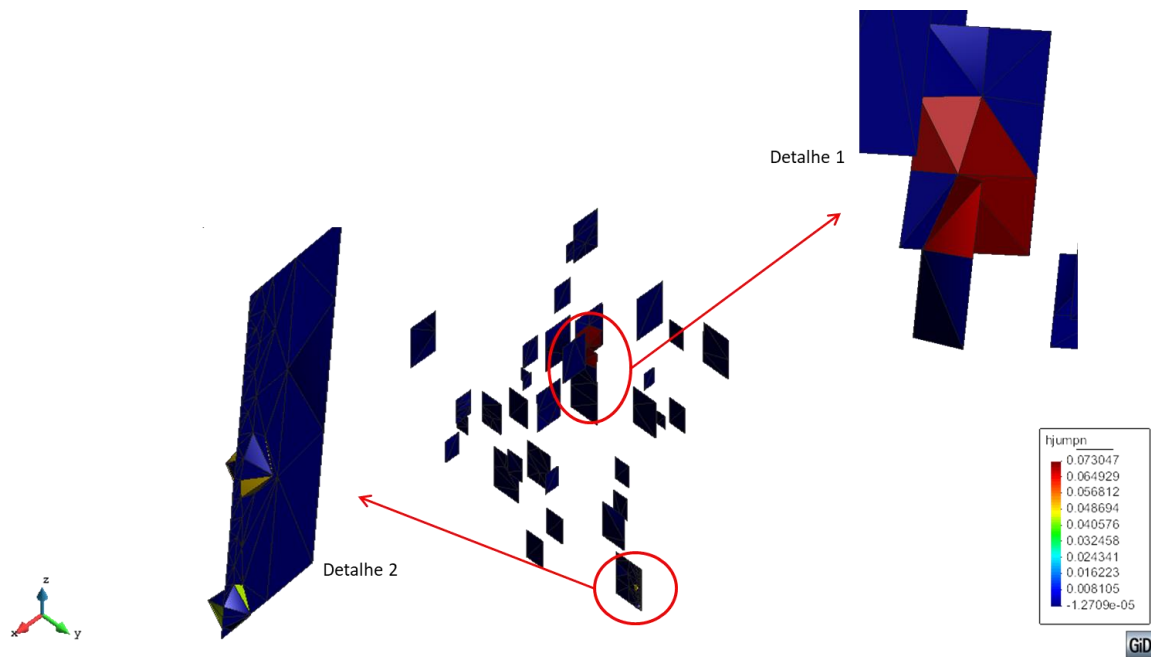


Figura 7 – Abertura das fraturas.

O campo de permeabilidade final, após o processo de fraturamento, apresenta a mesma configuração das fraturas danificadas, figura 8. A unidade de permeabilidade no resultado apresentado está em m^2 .

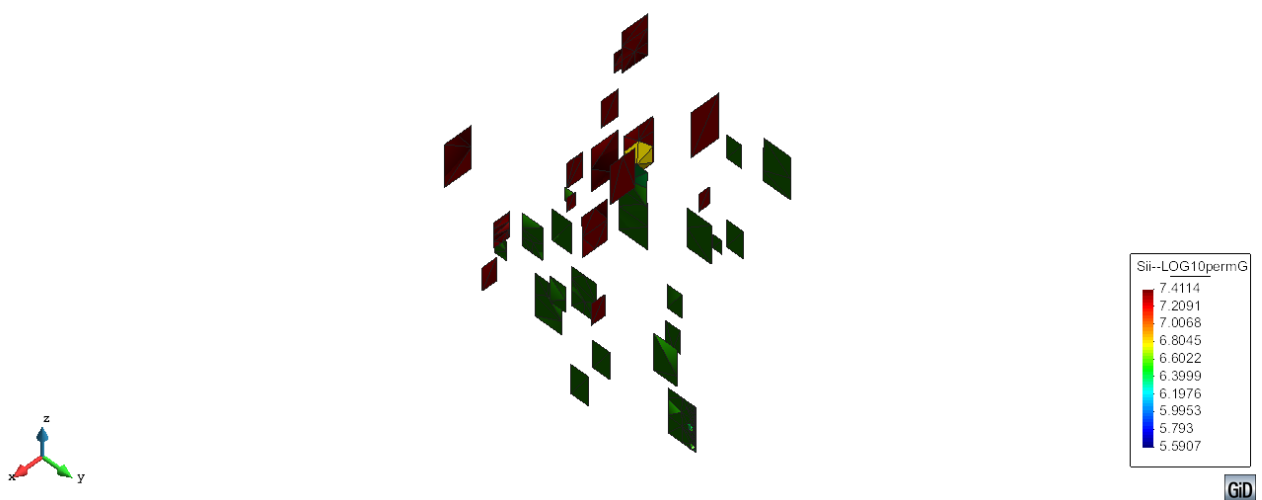


Figura 8 – Campo de permeabilidade final.

A distribuição de pressão de fluido no reservatório, com destaque para os nós 1778 (localizado na face de injeção de fluido) e o nó 2454 (localizado na região central do eixo “y”, no encontro de duas fraturas) é mostrada na figura 9. Observa-se que a pressão no nó 2454, no tempo de 5.10^6 s atingiu um valor de 100MPa. Ou seja, a região central do reservatório não atingiu patamares de pressão que permitissem a degradação total do material.

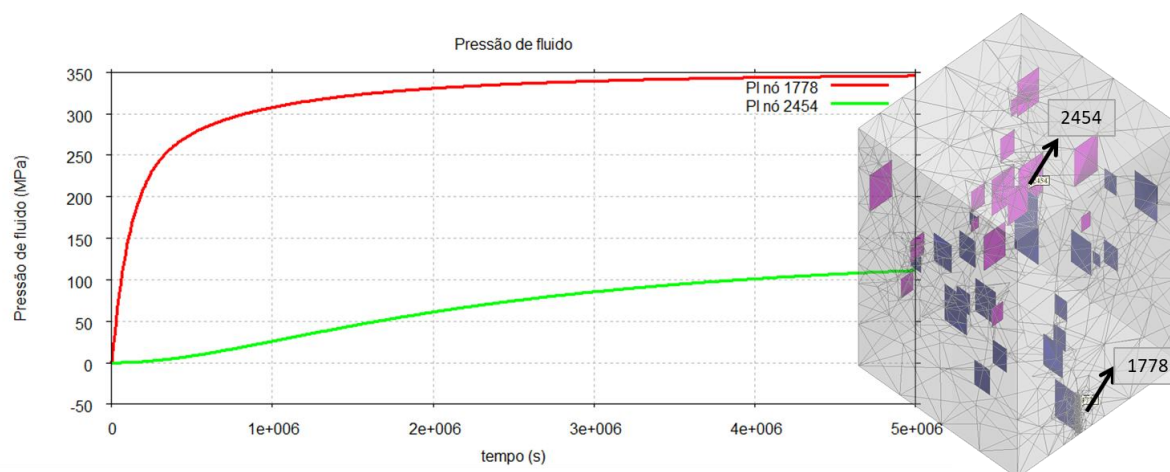


Figura 9 – Pressão de fluido.

4. CONCLUSÕES

A simulação tridimensional é um recurso poderoso e possibilita uma melhor avaliação de problema de fraturamento hidráulico, pois garante uma análise de todo o reservatório incorporando os efeitos que ocorrem em toda a malha, ao contrário de simulações bidimensionais.

Através do problema analisado pode-se observar o processo de fraturamento hidráulico ocorrendo no reservatório. O processo de escoamento de fluido através dos elementos inseridos na malha, degradação da fratura pelo modelo de dano adotado e o aumento da permeabilidade na região degradada mostra que, de forma geral, a resposta do problema do fraturamento hidráulico, para malhas tridimensionais, foi reproduzido de maneira eficiente através da técnica de fragmentação de malha.

As próximas etapas para o desenvolvimento da análise do fraturamento hidráulico será o aperfeiçoamento da modelagem tridimensional objetivando a reprodução de reservatórios reais compostos por várias fraturas, considerando também a situação onde a fratura pode se propagar pelo meio poroso.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a Fundação da Computer Modelling Group e a Petrobras pelo apoio no desenvolvimento da pesquisa.

6. REFERENCIAS

Adachi, J., Siebrits, E., Peirce, A., Desroches, J., *Computer simulation of hydraulic fractures*. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences. Pag. 739–757. Fev., 2007.

Chen, T., Zhang, L., Zhang, D., *Simulation of Hydraulic Fracture in Unsaturated Soils with High Degree of Saturation*. Hindawi Publishing Corporation Advances in Materials Science and Engineering. Article ID 981056, 10 pages, 2014.

Cleto, P. R. *Simulação de fraturamento hidráulico usando elementos finitos de elevada razão de aspecto com acoplamento hidromecânico*. Bauru: UNESP, 2016.

Guimarães, L. N., Gens, A., And Olivella, S. *Coupled thermo-hydromechanical and chemical analysis of expansive clay subjected to heating and hydration*. Transport in Porous Media, 66:341–372, 2007.

Holditch, S. A., *Unconventional oil and gas resource development – Let's do it right*. Journal of Unconventional Oil And Gas Resources. Pag. 2-8. Junho, 2013.

Holditch, S.A., *Tight gas sands*. SPE Journal of Petroleum Technology. Vol. 58, nº6. Pag. 86–93, 2006.

Klare, M. T., Burning the Future: A Short History of the Three Ages of Carbon—and the Dangers Ahead. BIGELOW, B., SWINEHART, T., (autor-editor). *A People's Curriculum for the Earth: Teaching About the Environmental Crisis*. Editora: Rethinking Schools, 01 de outubro de 2014. Pag. 196.

Kumar, T., Shandilya, A., Tight Reservoirs: An overview in Indian context. 10th Biennial International Conference & Exposition, 2013.

Law, B. E. & Curtis, J. B., *Introduction to Unconventional Petroleum Systems*. AAPG Bulletin, v. 86, no. 11. Pág. 1851–1852. Novembro, 2002.

Maciel, B. C. M., *Simulação de Fraturamento Hidráulico com Elementos Finitos de Elevada Razão de Aspecto Usando Técnica de Fragmentação de Malha*. Tese (mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2017.

Maedo, M. A. *Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando tecnica de fragmentação de malha*. Bauru: UNESP, 2015.

Manzoli, O.L. Gamino, A.L. Rodrigues, E.A. ; Claro, G.K.S., *Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio*. Computers & Structures, v. 94-95, p. 70-82, 2012.

Olivella, S., Carrera, J., Gens, A., Alonso, E. E., *Numerical formulation for a Simulator (CODE_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media*. Engineering Computations, vol. 7, pp. 87-112, 1995.

Olivella, S., Carrera, J., Gens, A., Alonso, E. E. *Non-isothermal multiphase flow of brine and gas through saline media*. Transport in Porous Media, vol. 15, pp. 271 -293, 1994.

Perry, K., Lee, J., *Unconventional Gas Reservoirs - Tight Gas, Coal Seams, and Shales*. Working Document of the NPC Global Oil and Gas Study. Junho, 2007.

Sánchez, M., Manzoli, O. L. ; Guimarães, L. *Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique*. Computers and Geotechnics, 62, 27–39.2014.

Santos, R. F. V. C., *Modelagem, simulação estatística e numérica de análogo de reservatório naturalmente fraturado baseado em afloramento da Formação Crato, NE Brasil*, Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2017.

Seixas, M. G. *Modelagem Hidromecânica do Fraturamento Hidráulico de Rochas via Elementos Finitos com Elementos Especiais de Interface*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

TetGen, *A Quality Tetrahedral Mesh Generator and 3D Delaunay Triangulator*. Versão 1.5. Manual do usuário, 2013.

Zou, C., *Unconventional Petroleum Geology*. 1ª edição. Editora: Elsevier, 2012.