



ESTUDO DE ESTABILIDADE DE TALUDES EM SOLO POR METODOS PROBABILISTICOS

Meza, Carlos

Noreña, Nilthson

Romanel, Celso

nacianceno.meza@gmail.com

nilthson.n@gmail.com

romanel@puc-rio.br

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rua Marquês de São Vicente, 225, 22451-900, Gávea, Rio de Janeiro/RJ, Brazil.

Resumo: Comumente as análises de estabilidade de taludes são realizadas mediante métodos determinísticos, os quais visam o cálculo de um fator de segurança único assumindo os valores dos parâmetros de resistência como representativos e fixos. Estes métodos não conseguem avaliar as incertezas existentes nas propriedades do solo e tampouco indicam a proporção de influência que tem cada parâmetro de resistência no valor do fator de segurança. Os métodos probabilísticos, com base nas teorias de probabilidade e estatística, permitem estimar a influência dessas incertezas com a possibilidade de prever mais amplamente o risco de insucesso associado a um projeto geotécnico de estabilidade de taludes. O presente trabalho estuda a aplicação de três métodos probabilísticos (Monte Carlo, Hipercubo Latino e Estimativas Pontuais Alternativas) na avaliação de estabilidade de taludes, com auxílio de métodos de equilíbrio limite no cálculo do fator de segurança. Com objetivo de inferir o impacto das variáveis aleatórias nas estimativas de probabilidade e confiabilidade, bem como ressaltar a importância de uma quantificação adequada dos valores de desvio padrão, são realizadas comparações dos resultados obtidos com métodos probabilísticos e determinísticos (método das fatias, método dos elementos finitos), discutindo as principais vantagens, dificuldades e limitações nas aplicações dos mesmos em problemas de estabilidade de taludes de solo.

Palabras chave: Estabilidade de taludes, Métodos Probabilísticos, Métodos Determinísticos, Métodos Numéricos.

1 INTRODUÇÃO

Na prática da engenharia geotécnica, as análises de estabilidade de taludes são tradicionalmente feitas mediante métodos determinísticos, que utilizam valor único para cada variável considerada no processo de cálculo, de modo que o resultado da análise é também expresso por um valor único, conhecido como fator de segurança (FS), que indica se o talude está em condições de equilíbrio estável ou próximo do colapso.

A seleção de valores médios representativos das propriedades de solos requer a execução de ensaios de campo ou laboratório, cuja confiabilidade depende da localização dos pontos de exploração, número de amostras, métodos de amostragem, métodos de execução de ensaios e interpretação dos resultados, incluindo possibilidade de erros instrumentais e humanos. Dado o nível de incertezas, pode-se afirmar que uma abordagem determinística em princípio é incapaz de fornecer resultados plenamente confiáveis, principalmente se o fator de segurança (FS) calculado estiver próximo das condições de instabilidade.

É bem conhecido que as propriedades dos solos naturais são inerentemente variáveis devido à natureza complexa do processo de formação geológica e da história de carregamento. Vanmarcke (1977a) identificou a variabilidade inerente do solo como uma das três principais fontes de incerteza na modelagem do perfil do solo. As outras duas são as incertezas estatísticas, devido ao número limitado de dados de amostragem, e os erros de medição, que surgem de equipamentos e procedimentos de ensaio. Phoon e Kulhawy (1999a) complementaram esta identificação incluindo ainda a transformação de incertezas, quando o comportamento do solo real é transformado em um modelo constitutivo teórico.

Estas fontes de incertezas afetam as estimativas das propriedades geotécnicas e, em consequência, as análises são sempre associadas com certo nível de risco.

Einstein e Baecher (1982) afirmaram que *“ao pensar sobre fontes de incerteza na geologia da engenharia, constata-se o fato de que a incerteza é inevitável. Procura-se reduzi-la tanto quanto possível, mas deve-se finalmente entender que a questão não é ter que enfrentar as incertezas, mas sim como fazê-lo”*.

Uma abordagem alternativa é a utilização de métodos probabilísticos que oferecem um tratamento sistemático das incertezas nas propriedades dos materiais envolvidos. Os parâmetros geotécnicos podem ser considerados como variáveis aleatórias, cada qual com determinada distribuição de probabilidades em vez de valores fixos e constantes.

As incertezas associadas às variáveis de entrada resultam em incerteza no FS , quantificadas por uma probabilidade de ruptura (P_f) e um índice de confiabilidade β .

2 MÉTODOS PROBABILÍSTICOS

Os métodos probabilísticos constituem abordagem eficiente para análise da estabilidade de taludes baseada em índices de confiabilidade e na análise de sensibilidade, tendo sido bastante empregados nas últimas décadas por Ang e Tang (1975), Vanmarcke (1977), Whitman (1983), Harr (1987), Christian et al. (1992), Becker (1996a, 1996b), Whitman (2000), Duncan (2000), entre outros.

Basicamente, os métodos para quantificação de confiabilidade diferem entre si em relação ao tipo de avaliação (global ou local) e aos procedimentos matemáticos empregados na avaliação dos momentos probabilísticos da variável aleatória FS , dentre os quais os métodos de Monte Carlo, Hipercubo Latino e Estimativas Pontuais Alternativas, apresentados a seguir.

2.1 Método Monte Carlo

De acordo com Harr (1987), o método de Monte Carlo (MMC) foi desenvolvido por Hammersley e Handscomb (1964). Vários conjuntos de valores de n variáveis de entrada $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ devem ser gerados aleatoriamente para produzir a função de densidade de probabilidade selecionada. Cada conjunto gerado aleatoriamente deve ser empregado para calcular uma realização do fator de segurança $FS(X)$. O conjunto das realizações de $FS(X)$ são então utilizadas para definir a função de densidade de probabilidade de $FS(X)$.

O método de simulação de Monte Carlo requer um grande número de realizações (isto é, avaliações do fator de segurança $FS(X)$). Teoricamente quanto maior o número de realizações na simulação, mais precisa será a resposta final.

Hahn e Shapiro (1967) mencionaram que o método de Monte Carlo tem uma interpretação que o faz mais intuitivo do que outros métodos probabilísticos. Além disso, o método de Monte Carlo é flexível e pode acomodar diferentes funções de probabilidade de densidade e variáveis correlacionadas. Infelizmente, o grande número de realizações necessárias limita sua aplicabilidade prática.

2.2 Método do Hipercubo Latino

O método do Hipercubo Latino é baseado em técnica de amostragem “estratificada” com seleção aleatória em cada estrato. Este método fornece uma amostragem mais suave das distribuições de probabilidade, com resultados comparáveis ao método de Monte Carlo, porém com menor número de realizações. Tipicamente, uma análise usando 1.000 amostras com o método do Hipercubo Latino produzirá resultados comparáveis com a utilização de 5.000 amostras com o método de Monte Carlo.

A amostragem estratificada do Hipercubo Latino pode ser aplicada a problemas de múltiplas variáveis. Uma amostragem de Hipercubo Latino pode ser incorporada em um modelo de Monte Carlo com bastante facilidade e operar com variáveis seguindo qualquer distribuição de probabilidades. Na realização da amostragem estratificada, a probabilidade acumulada (100%) é dividida em segmentos, um para cada iteração da simulação de Monte Carlo. Uma probabilidade é escolhida aleatoriamente em cada segmento usando uma distribuição uniforme e, em seguida, mapeada para o valor representativo correto da distribuição real da variável.

2.3 Método de Estimativas Pontuais Alternativas

Todos os modelos probabilísticos são baseados nas análises determinísticas do FS para um número de cenários. O método de estimativas pontuais requer um número menor de cálculos e

apresenta resultados relativamente precisos. No entanto, o número de cálculos exigido aumenta drasticamente à medida que cresce o número de variáveis aleatórias de entrada.

2.3.1 Função de Uma Variável

Um método probabilístico para o FS precisa ser capaz de acomodar uma função multivariada de numerosas variáveis aleatórias não simétricas correlacionadas. O método das estimativas pontuais alternativas apresenta esses recursos, sendo baseado na combinação da abordagem por expansão em séries de Taylor com o método das estimativas pontuais univariada proposto por Rosenblueth (1975, 1981).

A fim de combinar a aproximação das séries de Taylor e o método de estimativas de dois pontos, o fator de segurança FS deve primeiramente ser expandido usando a série de Taylor em relação aos valores médios das variáveis aleatórias de entrada. A expansão seguinte usa termos até a segunda ordem:

$$FS(X) = FS(E[X]) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial FS}{\partial x_i} \bigg|_{E[X]} (x_i - E[x_i]) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \bigg|_{E[X]} (x_i - E[x_i])^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i \partial x_j} \bigg|_{E[X]} (x_i - E[x_i])(x_j - E[x_j]) \quad (1)$$

onde:

$$\begin{aligned} X &= \text{conjunto de } n \text{ variáveis aleatórias, } x_1, x_2, \dots, x_n; \\ E[] &= \text{valor esperado;} \\ FS(E[X]) &= FS(E[x_1], E[x_2], \dots, E[x_n]). \end{aligned}$$

As derivadas que aparecem na Eq. 1 devem ser obtidas em relação aos valores médios $E[X]$ como indicado. O valor esperado do FS , $E[FS(X)]$, pode ser estimado considerando o valor esperado de ambos lados da Eq. 1, como segue:

$$E[FS(X)] = FS(E[X]) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \bigg|_{E[X]} Var[x_i] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i \partial x_j} \bigg|_{E[X]} Cov[x_i, x_j] \quad (2)$$

onde:

$$\begin{aligned} Var[x_i] &= E[(x_i - E[x_i])^2], \text{ é a variância de } x_i; \\ Cov[x_i, x_j] &= E[(x_i - E[x_i])(x_j - E[x_j])], \text{ é o coeficiente de variação entre } x_i \text{ e } x_j. \end{aligned}$$

As derivadas requeridas pela Eq. 2 não são facilmente determinadas, deixando-a praticamente quase sem uso prático. No entanto, o método de estimativas pontuais univariadas de dois pontos proposto por Rosenblueth (1975, 1981) pode ser utilizado para obter os termos da Eq. 2, definindo-se primeiramente $FS[(E[x_1], \dots, E[x_{i-1}], x_i, E[x_{i+1}], \dots, E[x_n])]$.

O número necessário de avaliações do FS é $(n^2+3n+2)/2$ se todas as variáveis são correlacionadas e $(2n+1)$ se todas as variáveis são independentes, sendo n o número de variáveis de entrada.

O método das estimativas pontuais proposto por Rosenblueth (1975, 1981) requer 2^n avaliações do FS para a aproximação de 2 pontos e 3^n avaliações do FS para a aproximação de 3 pontos. Torna-se aparente que o método se torna impraticável devido ao esforço computacional crescente com o número de avaliações exigidas. A Figura 1 mostra que para $n \geq 5$ as equações aqui apresentadas exigem avaliações significativamente menores do que aproximações para 2 e 3 pontos utilizando as equações propostas por Rosenblueth (1975, 1981). Para $n \leq 4$ o número de avaliações necessárias pelas equações aqui mostradas para variáveis correlacionadas não apresenta variações significativas com relação à aproximação de 2 pontos proposto por Rosenblueth (1975).

A Figura 1 mostra também que as equações apresentadas exigem uma série de avaliações relativamente próximas do número de avaliações requeridas pela aproximação das séries de Taylor quando as variáveis são consideradas independentes. A taxa de aumento do número de avaliações é bastante constante e significativamente menor do que os outros métodos de estimativas pontuais.

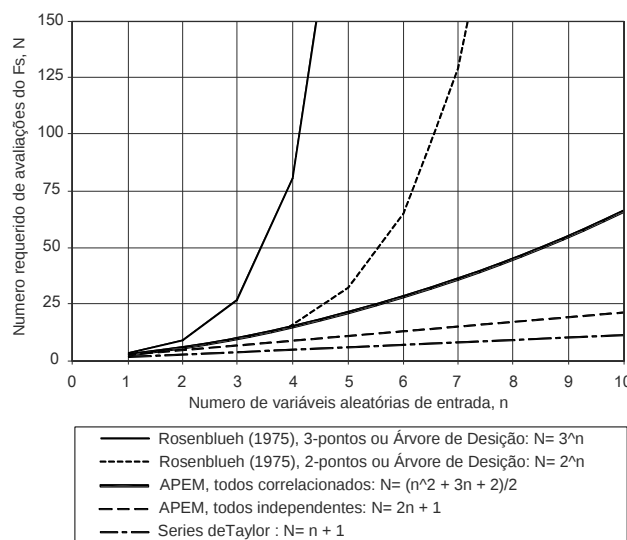


Figura 1: Número de avaliações de FS , exigido por vários métodos probabilísticos (adaptado de Fredlund e Fredlund, 2011).

3 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

3.1 Talude Homogêneo

O solo é modelado como um material homogêneo e isotrópico, com comportamento elástico linear até atingir a tensão de escoamento definida pelo critério de ruptura de Mohr-Coulomb. O mesmo exemplo foi analisado por outros pesquisadores como Li e Lumb (1987), Hassan e Wolff (1999) e Bhattacharya et al. (2003). A Figura 2 mostra a geometria do talude e a Tabela 1 lista os valores médios dos parâmetros geotécnicos, o coeficiente de variação (COV) e a função de densidade de probabilidade (PDF) associada. A Figura 3 indica a posição da potencial superfície de ruptura, com fator de segurança $FS = 1,33$ determinado pelo método dos elementos finitos (FEM), enquanto que a Figura 4 apresenta a localização desta superfície obtida com método de equilíbrio limite (LEM) e métodos probabilísticos (PM). Um resumo dos resultados computados é apresentado na Tabela 2.

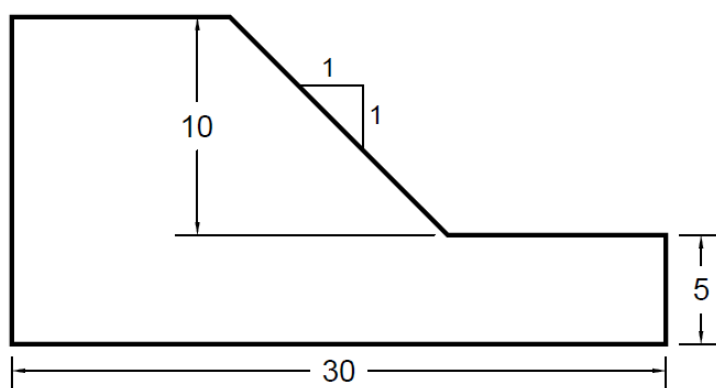


Figura 2: Seção transversal do talude homogêneo (medidas em metros).

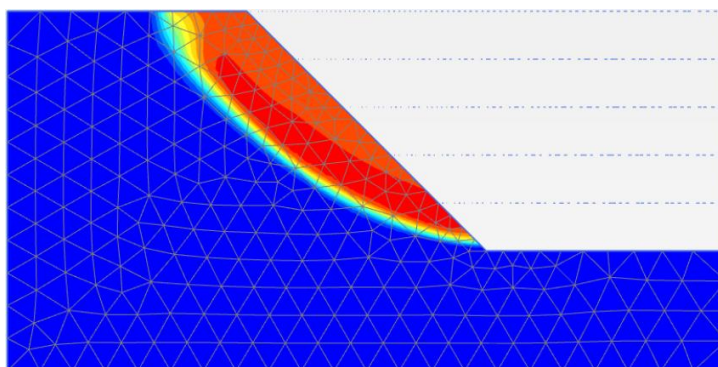


Figura 3: Potencial superfície de ruptura com $FS = 1,33$ (FEM)

Tabela 1 – Parâmetros geotécnicos do maciço de solo homogêneo

Parâmetro	μ	σ	COV (%)	PDF
c (kPa)	18	3,6	20	Normal
ϕ (°)	30	3	10	Normal
γ (kN/m ³)	18	0,9	5	Normal
r_u	0,2	0,02	10	Normal

Tabela 2 – Resumo dos resultados determinados por métodos probabilísticos

Método	FS _P	β _P	PF (%)	PDF
Monte Carlo	1,349	2,115	2,6	Normal
Hipercubo Latino	1,351	2,248	2,11	Normal
Estimaticas Pontuais Alternativas	1,342	2,316	1,993	Normal
Bhattacharyya et al. (2003)	1,337	2,239	—	—
Hassan e Wolff (1999)	—	2,293	—	—
Li e Lumb (1987)	—	2,5	—	—

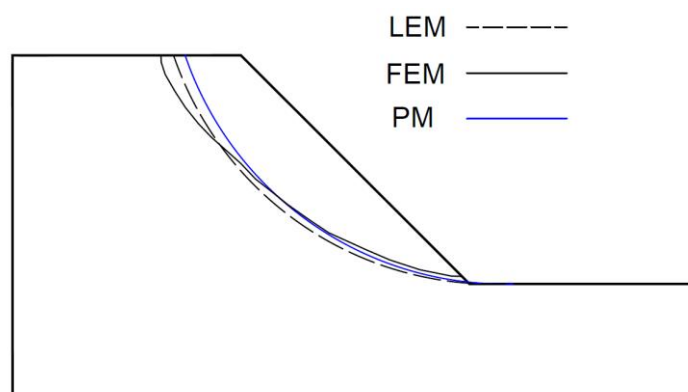


Figura 4: Localização da potencial superfície de ruptura obtidas por diferentes métodos.

Neste mesmo exemplo, foram feitas análises adicionais modificando os valores dos coeficientes de variação (COV) para coesão c , ângulo de atrito ϕ e peso específico γ , mantendo constante a razão de poropressão $r_u = 0,2$. As faixas de variação dos coeficientes de variação foram selecionadas com base nos valores publicados por Lacasse e Nadim (1996) e Duncan e Sleep (2015). A Tabela 3 apresenta os correspondentes valores da média, desvio padrão e coeficiente de variação para as variáveis aleatórias consideradas e a Figura 5 mostra os resultados em termos do fator de segurança. Pode-se observar um incremento, para o mesmo fator de segurança determinístico, da probabilidade de ruptura P_f entre 0 a 12%, devido à mudança nos intervalos do coeficiente de variação.

Tabela 3 –Variação das variáveis aleatórias.

COV padrão	c' (kPa)			ϕ' (°)			γ (kN/m ³)			r_u
	μ	σ	COV	μ	σ	COV	μ	σ	COV	
0	18	2,34	13	30	0,6	2	18	0,54	3	0,2
0,25	18	3,555	19,75	30	1,425	4,75	18	0,72	4	0,2
0,5	18	4,77	26,5	30	2,25	7,5	18	0,9	5	0,2
0,75	18	5,985	33,25	30	3,075	10,25	18	1,08	6	0,2
1	18	7,2	40	30	3,9	13	18	1,26	7	0,2

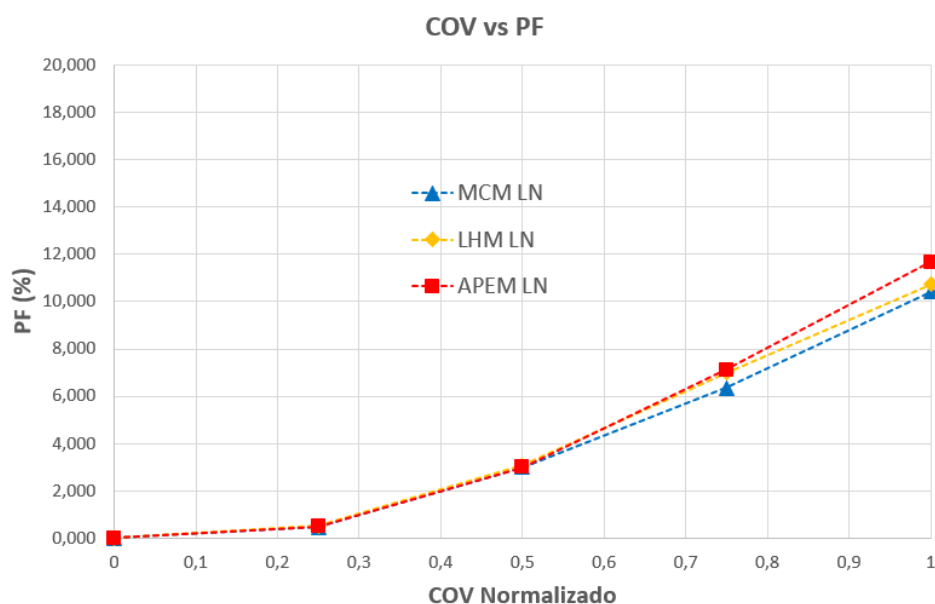


Figura 5: P_f vs COV normalizado para os métodos probabilísticos de Monte Carlo, Hipercubo Latino e Estimativas Pontuais Alternativas com distribuição lognormal do FS

Outra série de análises foi executada considerando $r_u = 0,2$, assumindo c , ϕ e γ como variáveis aleatórias e admitindo ângulos de inclinação do talude variando entre 45° a 55° . Para determinado ângulo de inclinação, observou-se que à medida que o coeficiente de variação aumenta, o gráfico COV vs P_f mostra comportamento semelhante dependendo do valor do FS calculado por método determinístico (Figura 5). Para taludes com $FS > 1,00$, com o aumento do coeficiente de variação COV também acontece o aumento da probabilidade de ruptura P_f . Resultados semelhantes foram obtidos por Griffiths e Fenton (2004) e Le et al. (2014).

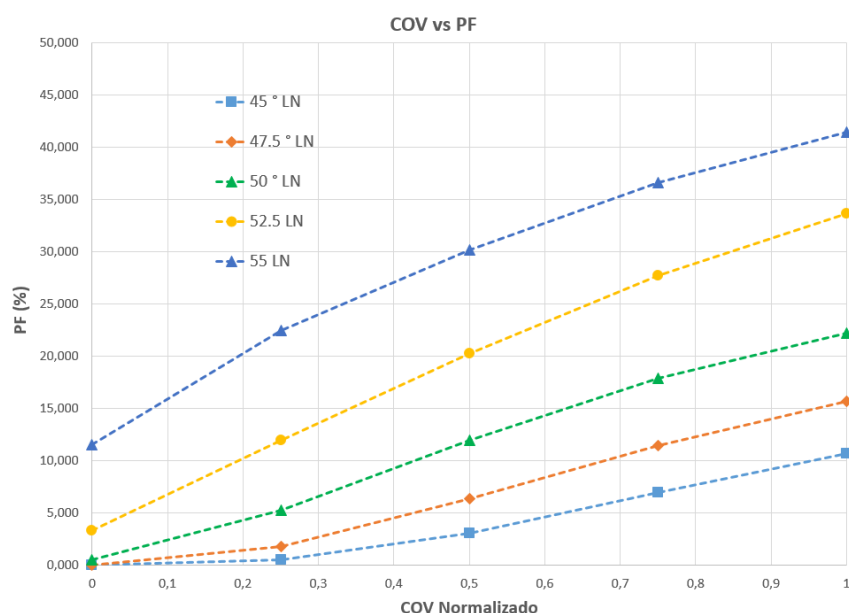


Figura 6: Probabilidade de ruptura P_f versus coeficiente de variação COV normalizado para diferentes ângulos de inclinação do talude.

3.2 Talude Estratificado

A estabilidade de um talude estratificado formado por duas camadas (Figura 7) é avaliada em análises determinística e probabilística. A Tabela 4 apresenta os valores médios das propriedades geotécnicas dos materiais. O mesmo exemplo foi analisado anteriormente por Hassan e Wolff (1999) e Bhattacharya et al. (2003). O método de Spencer (1967) foi utilizado para avaliação do FS em análises pelo método das fatias.

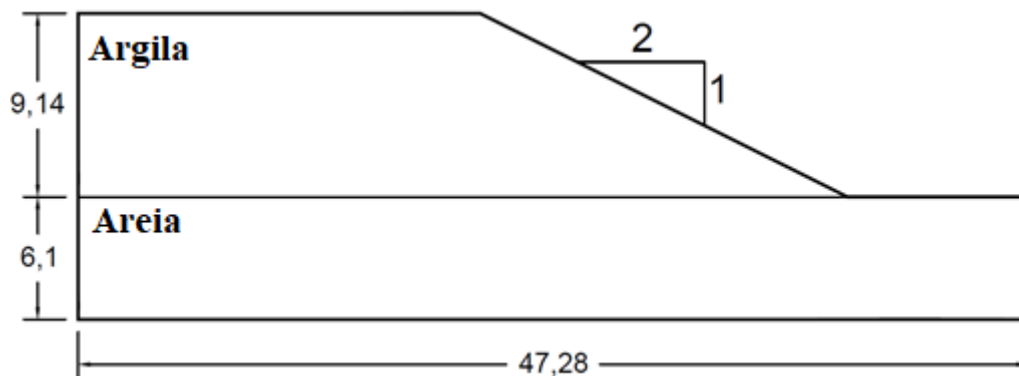


Figura 7: Geometria do talude estratificado formado por uma camada de argila e uma camada de areia (medidas em m).

A Figura 8 mostra a potencial superfície de ruptura do talude com fator de segurança $FS = 1,648$, determinado pelo método dos elementos finitos (FEM). A Figura 9 apresenta a localização da potencial superfície de ruptura determinada pelo método de equilíbrio limite (LEM), elementos finitos (FEM) e probabilísticos (PM).

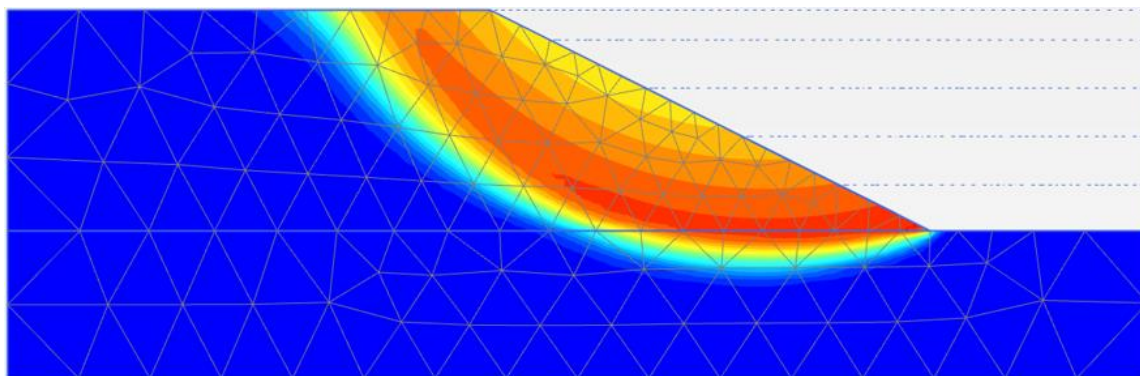


Figura 8: Potencial superfície de ruptura com $FS = 1,648$. FEM

Tabela 4 – Propriedades geotécnicas e coeficiente de variação das camadas de solo

Material	Su(kPa)			$\phi'(^{\circ})$			γ (kN/m ³)		
	μ	σ	COV (%)	μ	σ	COV (%)	μ	σ	COV (%)
Argila	38,31	7,662	20	—	—	—	19	1,33	7
Areia	—	—	—	12	1,2	10	20	1,40	7

Tabela 5 – Resumo dos resultados das análises probabilísticas

Método	Amostras	FS _p	β_p	PF (%)	PDF
Método de Monte Carlo	50.000	1,808	2,646	0,27	Lognormal
Método hipercubo latino	10.000	1,805	2,781	0,24	Lognormal
Método estimativas pontuais alternativas		1,800	3,586	0,16	Lognormal
Bhattacharyya et al. (2003)	—	1,797	2,861	—	—
Hassan e Wolff (1999)	—	—	2,869	—	—

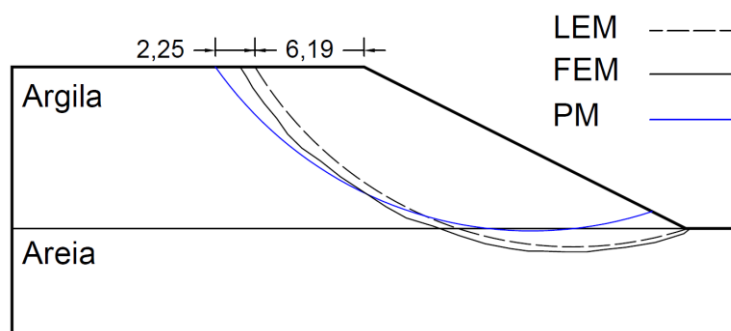


Figura 9: Localização da potencial superfície de ruptura pelo método de equilíbrio limite (LEM), método dos elementos finitos (MEF) e método probabilístico (PM)

3.3 Talude Subaquático em Argila Mole

Em agosto de 1970, durante a construção de um novo terminal no porto de São Francisco, EUA, uma região de comprimento aproximado de 250 pés (75 m) de um talude subaquático com 100 pés (30 m) de altura entrou em colapso (Duncan e Buchignani, 1973). Uma seção transversal do talude é mostrada na Figura 10. A trincheira, que rompeu quando estava sendo escavada, deveria ter sido preenchida com areia para formar uma berma e favorecer a estabilidade do talude.

A experiência anterior dos engenheiros encarregados do projeto recomendava que taludes subaquáticos íngremes poderiam ser executados, reduzindo o volume de escavação e posterior preenchimento, diminuindo custos. Estimou-se que se os taludes pudessem ser escavados com inclinação 0,875(H):1(V), conforme Figura 10, o custo da trincheira seria reduzido em cerca de duzentos mil dólares. Um esforço considerável foi dedicado para medir a resistência não drenada da argila mole em ensaios de laboratório e avaliar o fator de segurança do talude com a máxima precisão possível por método de equilíbrio limite (método de Taylor). Com base no perfil da resistência não drenada média decidiu-se que a escavação seria feita com taludes inclinados 0,875(H):1(V) com fator de segurança $FS = 1,17$. A Figura 11 mostra a posição da potencial superfície de ruptura obtida pelo método dos elementos finitos com $FS=1,18$.

No dia 20 de agosto de 1970 ocorreu a ruptura do talude.

Para as retroanálises por métodos probabilísticos apresentadas a seguir, a camada de argila mole foi subdividida em cinco subcamadas. A Tabela 6 lista os valores médios (μ), desvio padrão (σ) e coeficiente de variação (COV) da resistência não drenada S_u , com função

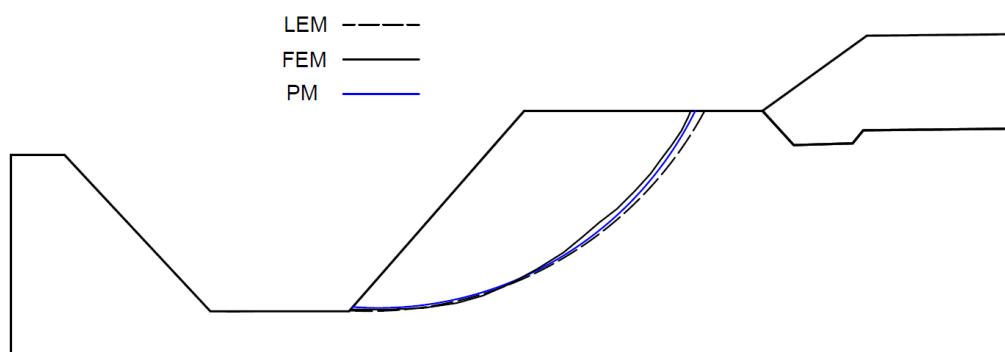


Figura 12: Localização da potencial superfície de ruptura pelo método de equilíbrio limite (LEM), método dos elementos finitos (MEF) e método probabilístico (PM)

Tabela 7 – Resumo de resultados obtidos com métodos probabilísticos e determinístico (Duncan, 2000)

Método	Amostras	FS_P	β_P	PF (%)	PDF
Monte Carlo	50000	1,183	0,899	18,07	LogNormal
Hipercubo Latino	10000	1,180	0,895	17,89	LogNormal
Estimativas Pontuais Alternativas		1,178	1,130	15,46	LogNormal
Duncan (2000)		1,170		18,00	LogNormal

4 CONCLUSÕES

Métodos probabilísticos podem ser aplicados à engenharia geotécnica através de procedimentos simples, sem exigir quantidade de dados muito maior do que os necessários para análises determinísticas tendo em vista que na literatura existem várias recomendações sobre o coeficiente de variação de parâmetros geotécnicos, obtidos por meio da compilação de um grande número de ensaios de campo e de laboratório. Assim, com esforço adicional relativamente pequeno, a interpretação das análises de estabilidade pode ganhar muito em qualidade e extensão.

O método probabilístico apresenta a vantagem de possibilitar uma quantificação racional das incertezas presentes nos parâmetros geotécnicos, mas a determinação da probabilidade de ruptura não deve ser encarada como uma substituição do fator de segurança, mas sim como importante suplemento na análise de engenharia.

O número de iterações e o tempo de processamento são importantes fatores a serem considerados na escolha do método probabilístico. Neste aspecto, o método das alternativas pontuais alternativas é o mais recomendado, embora necessite do conhecimento prévio da variação do desvio padrão da variável aleatória considerada.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece o suporte financeiro fornecido pela agencia de fomento de pesquisa CAPES, que possibilitou a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Ang, A.H.-S e Tang, W.H., 1975. *Probability concepts in engineering planning and design, Basic Principles*. John Wiley & Sons, New York.
- Bhattacharya G., D. Jana, S. Ojha and S. Chakraborty, "Direct search for minimum reliability index of earth slopes," *Comput. Geotech.* Vol. 30, No. 6, pp. 455-462, 2003.
- Becker, D.E., 1996a Eighteenth Canadian Geotechnical Colloquium: limit states design for foundations. Part I. An overview of the foundation design process. *Canadian Geotechnical Journal*, 33: 956-983.
- Becker, D.E., 1996b. Eighteenth Canadian Geotechnical Colloquium: limit states design for foundations. Part II. Development for the national building code of Canada. *Canadian Geotechnical Journal*, 33: 984-1007.
- Christian, J.T., Ladd, C.C. e Baecher, G.B., 1994. Reliability applied to slope stability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(12): 2180- 2207.
- Duncan, J.M. e Buchignani, A.L., 1973. Failure of underwater slope in San Francisco Bay: 14F, 1T, 18R. *J. Soil. Mech. Found. Div.* v.99, SM9, 687-703
- Duncan, J.M., 2000. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 126(4): 307- 316.
- Duncan, J.M. e Wright, S.G. 2005. *Soil strength and slope stability*. John Wiley & Sons. NY.
- Einstein, H.H. e Baecher, G.B. 1982. Probabilistic and statistical methods in engineering geology. *Rock Mechanics* 12, 47-61.
- Fredlund, M.D. e Fredlund, D.G., 2011. *SVSLOPE Theory Manual 2D*, Saskatoon, SK, Canada.
- Griffiths, D.V. & Fenton, G.A., Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* vol. 130 no 5, pp. 507-518, 2004.
- Harr, M. E., 1987 *Reliability based design in civil engineering*, McGraw-Hill, Inc., pp. 205-220.
- Hammersley, J.M. e Handscomb, D.C., 1964. *Monte Carlo methods*. Methuen, London.
- Hahn, G. e Shapiro, S., 1967. *Statistical models in engineering*. N. York: John Wiley & Sons, 355 p.
- Hassan, A. M., & Wolff, T.F., (1999), "Search Algorithm for Minimum Reliability Index of Slopes," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Volume 124, Number 4, pp. 301-308.

- Lacasse, S. & Nadim, F. 1996. Uncertainties in Characterizing Soil Properties, Proceedings, Uncertainty in the Geologic Environment: from Theory to Practice, *Geotechnical Special Publication* No. 58, ASCE, Vol. 1, pp. 49-75.
- Le T. M. H., Sanchez M., Gallipoli D. and Wheeler S. (2014). “Probabilistic modelling of autocorrelation characteristics of heterogeneous slopes.” *Geomechanics and Geoengineering*, Vol. 10, Issue 2, pp. 95-108.
- Li, K.S. e Lumb, P., 1987. Probabilistic design of slopes. *Can Geotech J*, 24:520 - 531.
- Phoon, K.-K. e Kulhawy, F.H., 1999. Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36: 612-624.
- Rosenblueth, E., 1975. Point estimates for probability moments, *Proc. Nat. Acad. Science*, vol. 72, no. 10, pp 3812-3814.
- Rosenblueth, E., 1981. Two point estimates in probabilities, *Appl. Math Modelling*, vol. 5, pp 324-334.
- Spencer, E. (1967). “A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces.” *Geotechnique*, 17(1), 11– 26.
- VanMarcke, E.H., 1977. Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 103, No. GT11, pp. 1227-1246.
- Whitman, R.V., 1984. Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical Engineering*. New York: ASCE, v.110, n.2, p.144-188.
- Whitman, R. V. ~2000!. “Organizing and evaluating uncertainty in geotechnical engineering.” *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 126(7), 583– 593.