



PROJETO ÓTIMO DE PÓRTICO DE CONCRETO ARMADO BASEADO EM CONFIABILIDADE

Bruno Sampaio Alves

Silvana Maria Bastos Afonso

Renato de Siqueira Motta

brunosampaioa@gmail.com

smb@ufpe.br

renato.motta@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco

Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N, Recife – PE – CEP 50740-530, Brasil

Resumo. Tradicionalmente o dimensionamento estrutural de elementos de concreto armado é feito por meio de métodos semi-probabilísticos definidos pela NBR 6118:2014 que, a grosso modo, adota fatores majoradores para os carregamentos e minoradores para as resistências visando garantir a segurança estrutural, entretanto, este procedimento não permite mensurar o nível de confiabilidade estrutural. Contudo, este trabalho tem como objetivo estudar a otimização com base na análise de confiabilidade de estruturas aporticadas. Esta abordagem permite se calcular o grau de confiabilidade assim como o risco de falha do sistema estrutural e de cada elemento isoladamente. Esta análise será feita calculando a probabilidade de falha da estrutura através da avaliação dos estados limites pelo método de confiabilidade de primeira ordem (FORM), os dados gerados para esta análise serão obtidos por meio do Método de Monte Carlo. Por fim, para se otimizar o projeto será utilizada a programação sequencial quadrática (SQP) que otimizará o custo total da estrutura de modo a atender às restrições de projeto. Todo procedimento de análise por meio do método dos elementos finitos foi elaborado na linguagem Python e as rotinas de confiabilidade e otimização foram tomadas de pacotes pré-existente também definidos nesta linguagem.

Palavras-chave: Otimização, Incertezas, Pórtico, Concreto armado, Python.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, os projetos de estruturas de concreto armado no Brasil seguem as prescrições definidas pela norma NBR 6118:2014. O engenheiro lança a estrutura com base na sua experiência de projeto e, com base nesse lançamento inicial, a dimensiona de modo a atender às premissas normativas. No caso de alguma não conformidade o projetista faz os devidos ajustes na distribuição das peças e/ou nas suas geometrias/composições até que as exigências normativas sejam atendidas. Esta metodologia é muito prática e objetiva, entretanto, apresenta alguns pontos que podem ser questionados.

O primeiro ponto diz respeito ao fato de que ao se atender a todas as restrições da norma está se garantindo a integridade da estrutura, entretanto, não está se garantindo necessariamente que solução adotada é a mais econômica para o projeto. Pode haver uma outra configuração que também atenda a tais critérios e ainda seja mais econômica que a solução escolhida inicialmente.

O segundo ponto diz respeito ao tipo de análise que a norma recomenda. Tradicionalmente se utiliza métodos semiprobabilísticos que a grosso modo lança mão de coeficientes majoradores para os carregamentos e minoradores para as resistências de modo a se evitar fazer análise estatística propriamente dita. Este procedimento simplifica bastante os cálculos, entretanto, não permite mensurar o grau de confiabilidade das peças nem da estrutura, o que poderia ser um fator a mais a ser considerado no processo de otimização da mesma.

Progressos tem sido feito na área de otimização de estruturas de concreto armado baseada em confiabilidade. Nogueira (2005) fez o dimensionamento a flexão ótimo baseado em confiabilidade para vigas e pórticos simples com cargas pontuais acoplando-se a análise de confiabilidade à formulação de otimização determinística definida por Soares (1997). Almeida (2008) na sua tese de doutorado compara a eficiência de duas formulações para o projeto ótimo baseado em confiabilidade (RBDO) e para o projeto ótimo determinístico (DDO) de pórticos planos de concreto armado com diversos tipos de carregamento. Por fim, Motta (2014) aplicou a otimização robusta baseada em confiabilidade para a análise de treliças 2d e 3d e placas quadradas com furos.

Este trabalho propõe acoplar as formulações do método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) juntamente com a da programação sequencial quadrática (SQP) para realizar a otimização com base em confiabilidade de estruturas de pórticos planos de concreto armado. Para esta finalidade foi adotada a linguagem Python e suas bibliotecas pré-existentes para análise de confiabilidade (PyRe) e otimização (SciPy.optimize). Toda a análise estrutural foi efetuada por código próprio desenvolvido por meio do método dos elementos finitos (MEF) devidamente validado e acoplado juntamente com as duas bibliotecas anteriores.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Em qualquer problema de otimização tem-se como objetivo encontrar um conjunto de n variáveis de projeto contidas num vetor $\mathbf{x}$, tal que:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito à} \quad & g_i(\mathbf{x}) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p \\ & \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \end{aligned} \quad (1)$$

Onde $\mathbf{x}$ é o vetor que contém todas as variáveis de projeto. A função $f(\mathbf{x})$ é a função objetiva do problema em questão. As funções $g(\mathbf{x})$ e $h(\mathbf{x})$ representam, respectivamente, as restrições de desigualdade e igualdade. Por fim, os vetores $\mathbf{x}_l$ e $\mathbf{x}_u$ são, respectivamente, os limites superiores e inferiores das variáveis de projeto. Tendo-se definido esta formulação, no eventual caso de se desejar maximizar uma função basta multiplicá-la por (-1) e minimizar esta nova função.

2.1 Programação sequencial quadrática (SQP)

A programação sequencial quadrática é um método iterativo largamente utilizado para resolução de problemas de otimização não linear. Nele, assume-se que tanto a função objetiva quanto as restrições são duplamente deriváveis. Uma solução ótima para este problema deve satisfazer às condições de otimalidade de 1ª ordem, ou condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT).

No nível mais externo das iterações são feitas aproximações da matriz Hessiana da função de Lagrange, definida mais a frente, por meio de métodos Quase-Newton. O problema de programação quadrática resultante, em seguida, é associado à busca linear que é resolvido para se obter uma direção de busca.

A função Lagrangeana associada a este tipo de problema é escrita na forma que se segue:

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p v_j h_j(\mathbf{x}) \quad (2)$$

Note que $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são os multiplicadores de Lagrange para aquelas restrições. Pode-se então converter o problema apresentado na Eq. (1) para a seguinte forma, de modo a se atender às condições de KKT.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \mathbf{d}^T \nabla f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \nabla_x^2 L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \mathbf{d} \\ \text{Sujeito à} \quad & g_i(\mathbf{x}) + \mathbf{d}^T \nabla g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3)$$

$$h_j(\mathbf{x}) + \mathbf{d}^T \nabla h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p$$

Onde o vetor $\mathbf{d}$ é a direção de busca definida, a qual será utilizada depois para resolver o problema de busca linear e definir o tamanho do passo a ser adotado para se iniciar a próxima iteração. Este passo é definido de forma a se minimizar a função de mérito, aqui adotada como a própria função Lagrangeana.

As dificuldades na solução deste subproblema são a determinação dos multiplicadores de Lagrange e o cálculo da Hessiana a cada iteração, o que depende dos multiplicadores e é um problema dispendioso do ponto de vista computacional. Deste modo, surgiram os métodos Quase-Newton, os quais criam uma aproximação da matriz Hessiana da função Lagrangeana com base nos gradientes dessa última e à aplica em cada iteração. Os métodos Quase-Newton possuem ampla aplicação no problema de otimização por serem métodos que convergem superlinearmente. Entre esses métodos o mais utilizado é o Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).

Todo este procedimento é realizado automaticamente dentro da função *Minimize* presente na biblioteca SciPy.

3 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Os projetos estruturais visam atender critérios de segurança, conforto e economia durante toda a sua vida útil. A análise probabilística de uma estrutura em sua essência baseia-se na ideia de que sempre há uma probabilidade de que a mesma venha a falhar, seja por ruptura dos materiais componentes ou por não atender às prescrições normativas referentes a deformações máximas, abertura de fissuras, etc. A análise de confiabilidade permite, portanto, avaliar a probabilidade de falha estrutural associada aos critérios de projeto.

Deste modo, para se garantir um nível aceitável de segurança da estrutura ao longo de toda a sua vida útil, a avaliação da probabilidade de falha estrutural é de fundamental importância. A quantificação desta probabilidade é feita por meio da análise de confiabilidade, que levará em conta as incertezas inerentes aos materiais e suas resistências, aos carregamentos e suas variabilidades, e à geometria da estrutura, para definição do denominado índice de confiabilidade (β), o qual será definido mais à frente.

Projetos confiáveis são aqueles que atendem à um valor limite de probabilidade de falha estrutural o qual, de modo geral, é quantificada por meio de um índice de confiabilidade mínimo específico para cada caso. Este índice depende, entre outros fatores, do risco associado à falha, do custo referente às medidas de segurança a serem adotadas e do tipo da verificação (estado limite último ou estado limite de serviço). Os valores de referência para este índice podem ser consultados no Joint Committee on Structural Safety (2001).

Dado um conjunto de variáveis aleatórias $\mathbf{x}$, uma função de falha $g(\mathbf{x})$ e uma função de densidade de probabilidade (pdf), a probabilidade de falha (P_f) pode ser definida como:

$$P_f = \int_F f_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \therefore F = \{\mathbf{x}: g(\mathbf{x}) < 0\} \quad (4)$$

Onde F é a região de falha da estrutura ou elemento estrutural.

A análise de confiabilidade neste trabalho é feita por meio do método de confiabilidade de primeira ordem intitulado FORM, o qual está apresentado a seguir.

3.1 FORM

O FORM é utilizado como ferramenta para se evitar o cálculo da integral numérica definida na Eq. 4. Este método calcula a probabilidade de falha da estrutura fazendo a linearização da função de estado limite no ponto de maior probabilidade de falha. Essa linearização é feita através do hiperplano tangente à superfície de falha no ponto de projeto.

O problema inicial é transformado para um problema equivalente em um espaço de variáveis normais padrão equivalentes não-correlacionadas, definido como espaço reduzido padrão. Neste espaço, as variáveis aleatórias reduzidas seguem uma distribuição de probabilidade normal padrão, com média zero e desvio padrão unitário.

No espaço reduzido padrão, o ponto de maior probabilidade de falha é aquele de menor distância entre a função de estado limite, $g(\mathbf{x})=0$, e a origem do sistema (local da média das variáveis aleatórias). Esta distância é também chamada de índice de confiabilidade, denotado por β .

A probabilidade de falha, então, é correlacionada com o índice de confiabilidade por meio da seguinte relação.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (5)$$

Onde Φ é a função acumulada de densidade de probabilidade para uma variável aleatória padrão.

O procedimento exato de aplicação do FORM está apresentado na bibliografia específica, Melchers (1999), assim como na tese de referência Motta (2014).

Neste trabalho foi utilizada a biblioteca PyRe (Python Reliability) para se executar o FORM tendo em vista a sua facilidade e versatilidade no que diz respeito a estendê-la para outras finalidades. Esta biblioteca, foi devidamente testada e validada com os exemplos de análise de confiabilidade apresentados por Ghali (2009).

4 ANÁLISE ESTRUTURAL

Para se realizar a análise estrutural neste trabalho foi adotado um código próprio desenvolvido em Python e validado com diversos exemplos apresentados por Logan (2007) e por alguns softwares comerciais de análise estrutural. A formulação adotada para o método dos elementos finitos é linear e também seguiu o padrão apresentado por

este autor que descreve a matriz de rigidez de um elemento de barra orientado arbitrariamente no espaço.

A NBR 6118:2014 permite considerar a análise linear de estruturas de concreto armado desde que se esteja tratando de estruturas com pequenos deslocamentos. Uma vez que o caso estudado neste artigo, só possui carregamento vertical, é de pequeno porte e apresenta deslocamentos relativamente pequenos (quando se considera o módulo de elasticidade secante de concretos de baixa resistência, como, por exemplo, o C25), esta simplificação não implicará em grandes alterações na análise estrutural em relação àquelas considerando-se o comportamento não-linear.

O elemento básico considerado segue as premissas dos elementos de viga apresentados pela teoria de Euler-Bernoulli que considera que as seções transversais permanecem planas após a deformação e, portanto, não considera qualquer deformação devido ao esforço cisalhante.

Como o processo de análise de confiabilidade e otimização podem ser muito caros computacionalmente, o procedimento para cálculo dos deslocamentos e esforços internos deveria ser o mais eficiente possível. Optou-se, portanto, por utilizar um código próprio para a análise estrutural, o que gerou um ganho significativo no tempo de processamento. Outra vantagem de se utilizar um script próprio é a versatilidade que isso permite na análise, pois ele pode ser facilmente adaptado para resolver vários tipos de estruturas sem grandes dificuldades. Isso não só acelerou o processo de cálculo como também removeu qualquer dependência que este trabalho poderia ter relacionada a softwares comerciais.

5 ESTUDO DE CASO

5.1 Pórtico plano com carregamento distribuído

Coelho (2017) em seu trabalho apresentou a análise do pórtico apresentado na Figura 1 por diversos métodos de otimização e com diversos valores para α . O dimensionamento desta estrutura foi feito por meio do método das tensões admissíveis, porém, este trabalho a avaliará por outra perspectiva fazendo uma análise estatística em conjunto com a otimização de modo a se obter um índice de confiabilidade e avaliar o grau de confiabilidade estrutural.

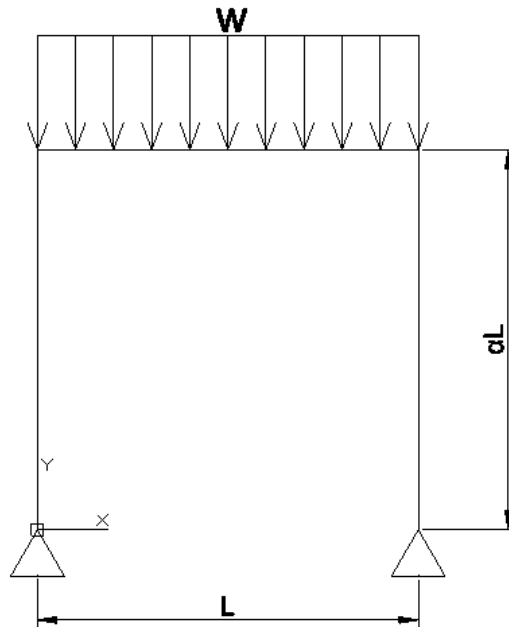


Figura 1. Pórtico plano estudado

Confiabilidade. Foi admitido um nível mínimo de confiabilidade de 1.9 inicialmente, como sugerido pelo Joint Committee on Structural Safety (2002), para se obter uma solução inicial do problema. Em seguida calculou-se o índice de confiabilidade para os valores encontrados por Coelho (2017) e reprocessou-se o código adotando este valor como β_{min} . Por fim, para se comparar com estes resultados, admitiu-se o valor padrão que o Joint Committee on Structural Safety (2002) recomenda para a verificação de estado limite último da maioria das estruturas novas ($\beta = 4.2$).

Fatores de importância. O procedimento utilizado por Mota & Afonso (2015) para avaliar a importância de cada variável aleatória no processo de otimização também foi utilizado. Este procedimento avalia o impacto que a variação no valor de uma variável tem na função objetiva. Para se fazer esta avaliação a seguinte formulação é utilizada.

$$ImpF_i = \frac{\Delta f_i}{f}, \text{ onde } \Delta f_i = \frac{df}{dx_i} SD_{x_i} \quad (6)$$

$ImpF_i$ é o fator de importância da variável aleatória i , f é a função de interesse, x são as variáveis de projeto e SD_{x_i} é o desvio padrão associado a cada variável de projeto.

Variáveis de projeto. As dimensões dos pilares (x_1) e da viga (x_2) foram adotadas como as variáveis de projeto deste problema. Note que as seções de ambos os elementos foram consideradas quadradas para este problema.

Função objetivo. Tem-se como objetivo diminuir o volume total de concreto da estrutura, deste modo, a função objetivo pode ser definida como se segue.

$$f(x) = 2\alpha L x_1^2 + L x_2^2 \quad (7)$$

Variáveis aleatórias. A lista com todas as variáveis aleatórias está apresentada na Tabela 1.

Tabela 1. Lista das variáveis aleatórias

Variável	Símbolo	Função densidade de probabilidade	Unidade	Média	Desvio padrão	V
Dimensão do pilar	x_1	Normal	m	Variável de projeto	-	0.025
Dimensão da viga	x_2	Normal	m	Variável de projeto	-	0.025
Carregamento	w	Lognormal	tf/m	1.5	2.25	1.5
Tensão resistente	σ	Lognormal	kgf/cm ²	9100	1547	0.17
Vão	L	Determinístico	m	5.5	-	-
Relação largura/altura do pórtico	α	Determinístico	-	Variável	-	-

Restrições. As restrições adotadas foram as funções de estado limite que representam a tensão máxima no topo do pilar e as tensões máximas da viga no encontro com o pilar e no meio do vão.

$$g_i(x) = \sigma - \left(\frac{N_i}{x_1^2} + \frac{M_i \left(\frac{x_1}{2} \right)}{\frac{x_1^4}{12}} \right) \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

As variáveis N_i e M_i são, respectivamente, os esforços normais e momentos fletores atuantes no topo do pilar (1), no apoio da viga (2) e no meio do vão (3). Esses esforços foram definidos analiticamente por Coelho (2017), mas neste trabalho foram obtidos por meio do código próprio para análise estrutural por meio do método dos elementos finitos.

Resultados. O problema em questão foi resolvido para alguns valores de α apresentados mais à frente. Estes resultados foram então comparados com os obtidos na bibliografia de referência a qual adotou o método das tensões admissíveis.

Primeiramente adotou-se que α teria o valor de 1,0 e adotou-se o índice de confiabilidade mínimo como 1.9 e obteve-se o seguinte resultado.

Tabela 2. Resultados pórtico plano para $\alpha = 1.0$ com $\beta_{\min}=1.9$

	Horowitz (1998)	Coelho (2017)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0635	0.0636	0.0506	0.1409
x2	0.2967	0.2967	0.2573	1.8201
f	0.5286	0.5288	0.3922	-

Nota-se que ao se adotar o grau de confiabilidade mínimo sugerido pelo Joint Committee on Structural Safety (2002) pode-se obter dimensões das peças e um volume total de concreto inferiores aos calculados por meio do método das tensões admissíveis.

Ainda dentro deste problema decidiu-se avaliar o grau de confiabilidade do ponto ótimo obtido por Coelho (2017) e reprocessar o código adotando-se este valor como o índice mínimo de confiabilidade exigido. Como o grau de confiabilidade do ponto ótimo desta autora foi da ordem de 2.29, optou-se por adotar o valor de 2.3 para se reprocessar essa estrutura.

Tabela 3. Resultados pórtico plano para $\alpha = 1.0$ com $\beta_{\min}=2.3$

	Horowitz (1998)	Coelho (2017)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0635	0.0636	0.0637	0.2234
x2	0.2967	0.2967	0.2979	2.4404
f	0.5286	0.5288	0.5328	-

Nota-se claramente que os resultados obtidos considerando o valor alvo de 2.3 para o índice de confiabilidade são muito próximos dos resultados obtidos pelo método da tensão admissível apresentado pelos dois autores.

É interessante aqui também se chamar atenção aos fatores de importância que apontam que a dimensão da viga (x_2) tem seu respectivo fator bem maior do que a dimensão do pilar (x_1). Isso indica que, neste ponto, a viga tem uma influência muito maior do que o pilar no valor da função objetivo pois a mesma está mais solicitada que o pilar, portanto, necessitando de uma maior seção transversal, como pode ser observado nos resultados. Para uma nova relação altura/vão (α) esta configuração de esforços pode ser modificada e influenciar novamente estes fatores. Para se analisar isso, utilizou-se o valor de 0.4 para α , e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4. Resultados pórtico plano para $\alpha = 0.4$ com $\beta_{\min}=1.9$

	Horowitz (1998)	Coelho (2017)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0929	0.0920	0.7485	0.1232
x2	0.3108	0.3111	0.2649	1.9302
f	0.5690	0.5695	0.4107	-

Nota-se mais uma vez que os resultados obtidos para o índice de confiabilidade de 1.9 são inferiores àqueles obtidos pelo método da tensão admissível. Constatou-se que o índice de confiabilidade para o ponto ótimo do trabalho de Coelho (2017) foi da ordem de 2.29 novamente, deste modo, se reprocessou o código agora com 2.3 como valor adotado para o índice de confiabilidade mínimo ($\beta_{\min}$).

Tabela 5. Resultados pórtico plano para $\alpha = 0.4$ com $\beta_{\min}=2.3$

	Horowitz (1998)	Coelho (2017)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0929	0.0920	0.0931	0.1907
x2	0.3108	0.3111	0.3121	2.6780
f	0.5690	0.5695	0.5737	0

Mais uma vez encontrou-se valores muito próximos aos das bibliografias de referência. Notou-se aqui, que apesar do fator de importância da base da viga (x_2) ser bem maior do que o do pilar (o que faz sentido uma vez que cada pilar tem 0.4 vezes o comprimento da viga, e consequentemente, influi muito menos na função objetiva), a restrição ativa para este caso foi a tensão admissível no topo do pilar o que se justifica pelo fato de que com a diminuição do comprimento deste, o momento fletor atuante nele aumentou e teve maior influência no resultado final.

A seguir serão apresentadas as análises para os casos particulares de $\alpha = 0.6$ e 0.2, respectivamente, nas Tabela 6 e Tabela 7, os quais constam em Horowitz (1998), juntamente com as análises do problema de confiabilidade acoplado com o de otimização para estes valores de α .

Tabela 6. Resultados pórtico plano para $\alpha = 0.6$

	Horowitz (1998)	Resultado obtido $\beta_{\min} = 1.9$	Resultado obtido $\beta_{\min} = 2.3$	Fator de Importância (%) $\beta_{\min} = 1.9$	Fator de Importância (%) $\beta_{\min} = 2.3$
x1	0.0734	0.0571	0.0736	0.1076	0.1788
x2	0.2963	0.2570	0.2975	1.8170	2.4338
f	0.5185	0.3849	0.5225	-	-

Tabela 7. Resultados pórtico plano para $\alpha = 0.2$

	Horowitz (1998)	Resultado obtido $\beta_{\min} = 1.9$	Resultado obtido $\beta_{\min} = 2.3$	Fator de Importância (%) $\beta_{\min} = 1.9$	Fator de Importância (%) $\beta_{\min} = 2.3$
x1	0.0987	0.0789	0.0990	0.0686	0.1079
x2	0.3685	0.3143	0.3700	2.7168	3.7638
f	0.7685	0.5570	0.7743	-	-

Nota-se mais uma vez que o mesmo padrão é repetido. Quando se adota o valor de 1.9 para o índice de confiabilidade os resultados obtidos são inferiores aos encontrados pela formulação de tensões admissíveis. Por outro lado, para este problema em questão, com esse arranjo de variáveis aleatórias e distribuições de densidade de probabilidade, assumir um índice de confiabilidade de 2.3 fornece resultados extremamente próximos àqueles obtidos pelo método das tensões admissíveis.

Note também que Horowitz (1998) utiliza apenas o SQP como metodologia de otimização, portanto, neste caso, a diferença no processo de análise estrutural entre o trabalho deste autor e o presente se encontra apenas no procedimento de cálculo dos esforços, calculados analiticamente pelo autor e aqui por meio do MEF, e nas restrições da função de otimização que este autor utiliza a o método das tensões admissíveis e este trabalho faz a análise de confiabilidade.

Por fim, compara-se agora os resultados obtidos pelas bibliografias de referência com o índice de confiabilidade alvo sugerido pela Joint Committee on Structural Safety (2002).

Tabela 8. Resultados pórtico plano para $\alpha = 1.0$ com $\beta_{\min}=4.2$

	Horowitz (1998)	Coelho (2017)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0635	0.0636	0.1954	2.0991
x2	0.2967	0.2967	0.5965	9.7853
f	0.5286	0.5288	2.3769	-

Tabela 9. Resultados pórtico plano para $\alpha = 0.6$ com $\beta_{\min}=4.2$

	Horowitz (1998)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0734	0.2458	1.994
x2	0.2963	0.6160	10.436
f	0.5185	2.4859	-

Tabela 10. Resultados pórtico plano para $\alpha = 0.4$ com $\beta_{\min}=4.2$

	Horowitz (1998)	Coelho (2017)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0929	0.0920	0.2680	1.5796
x2	0.3108	0.3111	0.6726	12.441
f	0.5690	0.5695	2.8041	-

Tabela 11. Resultados pórtico plano para $\alpha = 0.2$ com $\beta_{\min}=4.2$

	Horowitz (1998)	Resultado obtido	Fator de Importância (%)
x1	0.0987	0.5164	2.9335
x2	0.3685	0.5128	7.2317
f	0.7685	2.0331	-

Pode-se perceber que os valores obtidos para as variáveis ao se adotar o $\beta_{\min}$ como 4.2 são muito superiores aos valores obtidos pela literatura, o que era de se esperar pois o valor de β que igualaria os resultados é bem inferior ao adotado por último.

No que diz respeito ao fator de importância pode-se notar dois tipos de variação no mesmo: uma que depende do índice de confiabilidade adotado e outra que depende do valor de α . No que diz respeito ao $\beta_{\min}$ usado na análise, essa variação se justifica pelo fato de que o aumento deste índice irá resultar em um aumento das dimensões das peças da estrutura que, portanto, terão maior impacto na função objetiva. Por outro lado, a variação no valor de α gera impactos distintos aos valores de $ImpF$ de x_1 e x_2 . Para a dimensão do pilar, este fator diminui uma vez que o pilar tem seu comprimento diminuído com a diminuição de α . Por outro lado, a diminuição de α implica em um aumento do fator de importância associado à dimensão da viga, justificado pela maior representatividade que o volume da viga ganha frente ao volume total da estrutura.

Essas conclusões podem facilmente ser inferidas ao se analisar as tabelas 12, 13 e 14.

Tabela 12. Fatores de importância para $\beta_{\min} = 1.9$

Fatores de Importância	$\alpha = 1$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.2$
x1	0.1409	0.1076	0.1232	0.0686
x2	1.8201	1.8170	1.9302	2.7168

Tabela 13. Fatores de importância para $\beta_{\min} = 2.3$

Fatores de Importância	$\alpha = 1$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.2$
x1	0.2234	0.1788	0.1907	0.1079
x2	2.4404	2.4338	2.6780	3.7638

Tabela 14. Fatores de importância para $\beta_{min} = 4.2$

Fatores de Importância	$\alpha = 1$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.2$
x1	2.0991	1.994	1.5796	2.9335
x2	9.7853	10.436	12.441	7.2317

6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma metodologia para otimização de estruturas aporticadas de concreto por meio da análise de confiabilidade. Foi desenvolvido um código inteiramente elaborado na linguagem Python que executa tanto as rotinas de otimização e confiabilidade quanto a de análise estrutural com base no MEF. O código pode ser usado como base para outros autores pois pode ser facilmente estendido para outras funcionalidades.

Observou-se que o script desenvolvido avaliou com sucesso o problema em questão e obteve resultados razoáveis e consistentes tanto para o índice de confiabilidade como para os fatores de importância. O valor de aproximadamente 2.3 encontrado para β_{min} em todos os casos estudados corrobora com a ideia de que o projeto está dentro de uma margem aceitável de probabilidade de falha, de acordo com o Joint Committee on Structural Safety (2002) que fala de valores de β dentro do intervalo de 1.9 a 4.7. Por essa ótica, poderia ainda se permitir um projeto um pouco mais arrojado desde que dentro dessa margem se isso fosse de interesse do projetista.

Pode-se notar que a avaliação da estrutura com o valor de β_{min} igual ao normalmente sugerido pelo Joint Committee on Structural Safety (2002) conduz a otimização a resultados bem diferentes dos anteriormente citados, o que a princípio era de se esperar pois o valor sugerido é bem superior ao índice de confiabilidade encontrado para a estrutura em questão. Esta disparidade pode ter ocorrido devido às premissas adotadas quando se converteu o problema semi-probabilístico para probabilístico. Uma vez que o problema inicial não havia referência de distribuição de probabilidade associada nem aos materiais nem ao carregamento, teve que se estipular esses valores, o poderia vir a ocasionar em discrepâncias nos resultados.

No que diz respeito à avaliação do fator de importância obteve-se valores consistentes que variaram de forma lógica conforme se variou a geometria da estrutura e o grau de confiabilidade da mesma. Este fator foi de fundamental importância para se identificar o impacto das variáveis aleatórias de projeto na função objetiva. No caso de um problema com mais variáveis, cujo tempo de processamento fosse muito grande, esta ferramenta poderia ter sido utilizada para se focar a análise nas variáveis que tivessem maior impacto na função de interesse.

Por fim, vale salientar mais uma vez que o código desenvolvido independe de qualquer software externo, portanto, ele é composto de bibliotecas gratuitas e de licenças

públicas que podem, portanto, ser estudadas, melhoradas e estendidas conforme o interesse de outros autores para futuras pesquisas.

REFERÊNCIAS

- Almeida, A.F., (2008). *Projeto Ótimo Baseado em Confiabilidade de Pórticos Planos de Concreto Armado*. Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- Coelho, G. A.G. (2017) Otimização de Pórticos Planos de Concreto Armado Utilizando Ajuste de Parâmetros e Operadores do Algoritmo Genético. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco.
- Ghali, A., Neville, A.M. & Brown, T.G. (2009). *Structural Analysis a Unified Classical and Matrix Approach*, 6ª edição, pp. 722-732. Spon Press.
- Horowitz, B. (1998). *Notas de aula sobre otimização estrutural*, Universidade Federal de Pernambuco.
- Joint Committee on Structural Safety (2001). *Probabilistic Model Code, Part 1 – Basis of Design*, 12th draft, pp 3-4. Joint Committee on Structural Safety.
- Joint Committee on Structural Safety (2002). *Probabilistic Model Code, Example Applications*, pp 2-5. Joint Committee on Structural Safety.
- Logan, D. L. (2007). *A Finite Course in the Finite Element Method*, quarta edição, pp 175-188 & 255-269. Thompson.
- Melchers, R.E. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction*, pp. 113-122. Wiley.
- Motta, R.S., (2014). Otimização sob Incertezas de Estruturas com Comportamento Não Linear Utilizando Modelos de Ordem Reduzida. Tese de doutorado, Universidade Federal de Pernambuco.
- Motta, R. S., Afonso, S.M.B, Lyra, and P.R.M. (2015). *Development of a computational efficient tool for robust structural optimization*, Engineering Computations.
- Nogueira, W., 2005. Um modelo de confiabilidade e otimização aplicado às estruturas de barras de concreto armado. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo.
- Soares, R.C., 1997. Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado Sujeitas à Flexão: Aplicação à Pavimentos. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo.