



SENSIBILIDADE DE MODELOS NUMÉRICOS EM ELEMENTOS FINITOS A PARÂMETROS ASSOCIADOS À FISSURAÇÃO

Magno Teixeira Mota

Rodolfo G. Mendes de Andrade

Eduardo M. R. Fairbairn

magnomota@coc.ufrj.br

rodolfogma@coc.ufrj.br

eduardo@coc.ufrj.br

Programa de Engenharia Civil COPPE/UFRJ

Av. Athos da Silveira Ramos, 149. Centro de Tecnologia – Bloco B, Sala 101 – Ilha do Fundão, Caixa Postal 68506. CEP: 21941-909, Rio de Janeiro – RJ.

Abstract. *A energia de fratura de um material cimentício é um parâmetro de grande importância na modelagem de estruturas produzidas com este material. Porém, diferentemente do que ocorre para o concreto simples, a determinação e utilização deste parâmetro em modelagem numérica não possuem diretrizes bem estabelecidas para materiais em que se observa a tendência de abertura de múltiplas fissuras no ensaio de tração direta, como, por exemplo, em compósitos cimentícios reforçados com fibras de aço. Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo avaliar a influência de parâmetros associados à fissuração de materiais cimentícios no comportamento mecânico da peça analisada, destacando a relação de tais parâmetros com a energia de fratura do material. Nas análises, foram considerados dois modelos distintos para o processo de fissuração: o modelo de fissuração distribuída (Smeared Crack Model) e o modelo de fissuração discreta (Discrete Crack Model). Após ultrapassar o ramo linear elástico, os resultados mostraram grande sensibilidade frente à quantidade de fissuras e à largura de banda de fissura, evidenciando, ainda, a necessidade de métodos refinados para a determinação experimental da energia de fratura.*

Palavras-chave: *Energia de fratura, trabalho da fratura, largura de banda de fissura.*

1 INTRODUÇÃO

Uma vez que não existem métodos normatizados para a determinação da energia de fratura de materiais cimentícios com possibilidade de múltipla fissuração, há a tendência em se utilizar para tais materiais procedimentos experimentais de obtenção da energia de fratura desenvolvidos para o concreto simples. Porém, para que essa adaptação não produza resultados incoerentes, é necessário levar em consideração a quantidade de fissuras existentes no corpo de prova decorrentes do carregamento, de maneira que a definição de energia de fratura, ou energia dissipada por unidade de área de fissura (Hilleborg et al. 1976; Bazant, 2002), tenha sentido.

Considerando um ensaio de tração direta, a energia de fratura de um material pode ser determinada dividindo-se o trabalho total realizado sobre a peça, comumente denominado de trabalho da fratura, correspondente à área sob a curva carga-deslocamento pela área da seção transversal da peça na região da falha (Hilleborg et al. 1976; Cintora, 1987). Para que este procedimento seja coerente, é necessário que a ruptura do corpo de prova tenha sido ocasionada por uma única fissura perpendicular ao seu eixo longitudinal. Para o concreto simples, tal condição é aceitavelmente atendida, porém não é o que se observa em materiais como o concreto fibroso, o qual tende a apresentar múltiplas fissuras durante o ensaio, em alguns casos mesmo com presença de entalhes na amostra (Wille e Naaman, 2010; Xu e Wille, 2015; Tran et al., 2016; Carpinteri et al., 2017).

Caso a ocorrência de múltiplas fissuras não seja levada em consideração, a energia de fratura pode ser superestimada, de modo que quanto maior for o número de fissuras negligenciadas maior será a divergência na estimativa deste parâmetro. Tal equívoco pode refletir diretamente em modelagens numérica que utilizam modelo de fissuração distribuída (smeared crack model), baseado no modelo de fissura fictícia proposto por Hilleborg et al. (1976) e no modelo de banda de fissura proposto por Bazant e Oh (1983), uma vez que para cada fissura que se formar no modelo numérico será considerada uma lei de amolecimento governada pela energia de fratura juntamente com a largura da zona de processo de fratura, resultando em uma resposta carga-deslocamento que pode ser incompatível com a obtida experimentalmente.

No modelo de fissuração distribuída, a zona de processo de fratura é representada por microfissuras paralelas, densamente distribuídas com uniformidade em uma faixa com largura fixa h , conhecida como largura da banda de fissura. O valor deste parâmetro depende do tamanho máximo do agregado do material e do tamanho do elemento finito utilizado na malha (Bazant e Oh, 1983; Bédard e Kotsovos, 1986; Rots, 1988).

Neste trabalho, foi realizada uma análise de sensibilidade de modelos numéricos em elementos finitos a possíveis alterações na quantidade de fissuras e na largura da banda de fissura, para um mesmo valor de energia de fratura, com o objetivo de avaliar eventuais divergências entre resultados esperados e os obtidos a partir de modelagens numéricas. Como ferramenta computacional, foi utilizado o software DIANA[®], versão 9.5.

2 METODOLOGIA

Para a avaliação da influência dos parâmetros associados à fissuração em modelos numéricos que utilizam o modelo de fissuração distribuída, o presente estudo foi realizado

tomando-se como base diagramas carga-deslocamento obtidos de simulações numéricas do ensaio de tração direta em uma peça de geometria 20 x 12 x 2 cm, resistência à compressão de 30 MPa, resistência à tração igual a 3 MPa, módulo de elasticidade de 20 GPa, coeficiente de Poisson igual a 0.2 e energia de fratura igual a 100 J/m². Em uma outra etapa, a fim de se induzir uma única fissura no modelo, a resistência à tração adotada para uma coluna central de elementos finitos da malha foi alterada de 3MPa para 2.7 MPa.

Para a simulação numérica, foi realizada uma análise estrutural estática bidimensional com controle de deslocamento. Considerando a simetria do problema analisado, a Figura 1 apresenta as condições de contorno e malha utilizada no modelo numérico, composta por 20 x 6 elementos de interpolação linear, associados ao estado plano de tensão, codificados na biblioteca de elementos do DIANA[®] como Q8MEM.

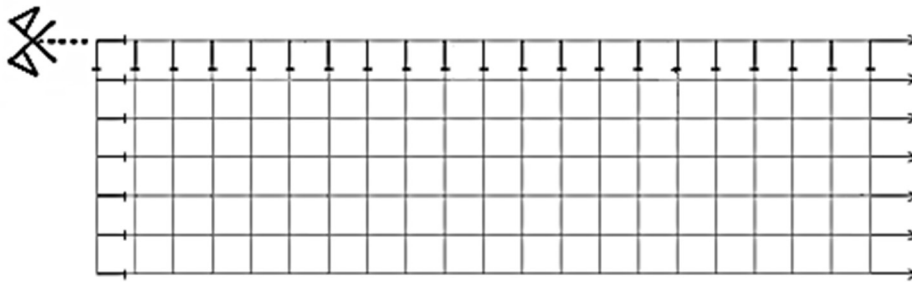


Figura 1. Malha e condições de contorno utilizadas no modelo numérico

Nas análises em que foi utilizado o modelo de fissuração discreta, foram utilizados elementos de interface de interpolação linear denominados de L8IF no DIANA[®], os quais foram inseridos na região central da malha, conforme pode ser visto na Figura 2, em que os elementos finitos foram apresentados em uma configuração adequada para a visualização de elementos de interface. Os demais elementos foram do tipo Q8MEM. A resistência à tração considerada para os elementos de interface foi 2.7 MPa, sendo que os demais parâmetros receberam os mesmos valores utilizados nas análises realizadas com o modelo de fissuração distribuída.

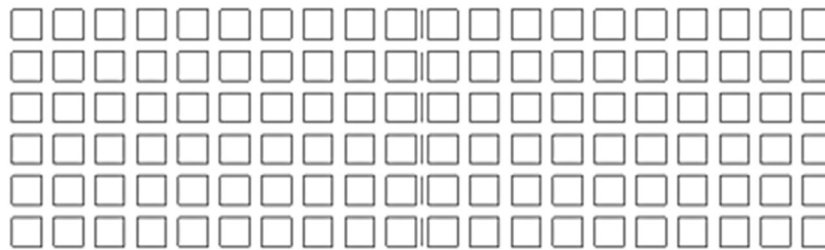


Figura 2. Malha de elementos finitos empregada para a análises em que foi considerado o modelo de fissuração discreta

Para representar o comportamento do concreto sob tração foi utilizado o modelo linear (Figura 3a), composto por um ramo linear elástico até a resistência à tração ser atingida e, após isso, por um ramo de amolecimento representado por uma função linear decrescente. A Figura 3b mostra o modelo de amolecimento linear, no qual a área sob a curva é equivalente à energia necessária para abrir uma unidade de fissura na tração, determinada por meio da relação G_f/h , sendo G_f a energia de fratura e h a largura da banda de fissura. A deformação última de fissura ϵ_u^{cr} pode ser calculada a partir da Eq. (1).

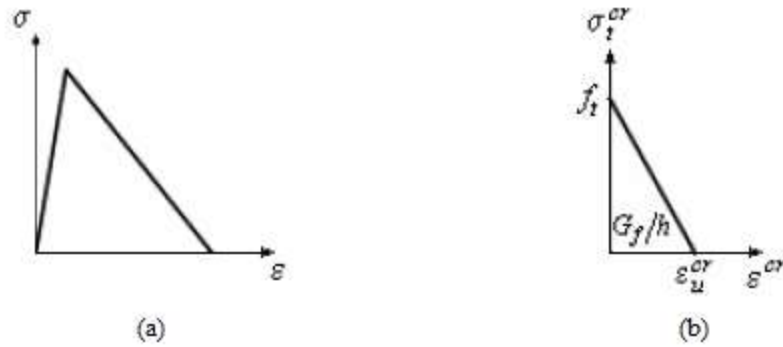


Figura 3. (a) modelo linear de comportamento à tração; (b) curva de amolecimento do modelo linear (DIANA, 2005)

$$\varepsilon_u^{cr} = \frac{2G_f}{hf_t} \quad (1)$$

onde f_t é a resistência à tração do material.

Para a análise da sensibilidade dos modelos numéricos aos parâmetros mencionados no item 1, os digramas carga-deslocamento obtidos a partir do modelo numérico foram comparados com a curva analítica associada ao problema, considerando-se a formação de apenas uma fissura, a mesma geometria e os mesmos valores de resistência à tração, módulo de elasticidade (E) e energia de fratura adotados no modelo numérico. Assim, o diagrama carga-deslocamento analítico do problema em questão pode ser construído a partir da determinação de três parâmetros: a carga máxima P_{max} , dada pela Eq. (2); o deslocamento δ_0 associado à carga máxima, determinado pela Eq. (3), obtida a partir da relação $\sigma = \varepsilon E$, em que σ é a tensão e ε é a deformação na direção longitudinal da peça; e o deslocamento máximo δ_{max} associado à ruptura da peça, ou seja, a um valor nulo de carga, deslocamento este que pode ser calculado por meio da Eq. (4), obtida considerando-se que a energia de fratura pode ser determinada dividindo-se o trabalho da fratura (área total sob a curva carga deslocamento) pela área da seção transversal do corpo de prova.

$$P_{max} = f_t A \quad (2)$$

$$\delta_0 = \frac{L f_t}{E} \quad (3)$$

$$\delta_{max} = \frac{2G_f}{f_t} \quad (4)$$

onde A é a área da seção transversal e L é o comprimento da peça a partir do qual as variações de comprimento foram calculadas.

3 RESULTADOS

Da Figura 4 até a Figura 7, são mostrados o diagrama carga-deslocamento e o padrão de fissuração obtidos das análises realizadas com o modelo de fissuração distribuída para duas condições distintas de fissuração: uma onde não há região predefinida para a ocorrência da fissuração; e outra com uma região de elementos finitos predefinida para o aparecimento de

fissuras, procedimento este executado por meio da redução da resistência à tração nesta região. Para estas análises, foi considerado para o valor da largura da banda de fissura a relação $h = \sqrt{2A}$, onde A é a área de um elemento finito, conforme recomendações encontradas na literatura (Rots, 1986; DIANA, 2005). Como a área dos elementos finitos da malha empregada é de 1 cm^2 , foi adotado para esses casos $h \cong 1.414 \text{ cm}$.

Verifica-se que, para as duas condições de fissuração, a resposta carga-deslocamento obtida a partir da modelagem difere da esperada teoricamente para uma fissura. Para modelo sem local de fissuração predefinido (Figura 4), ou seja, com fissuração livre, verifica-se que o trabalho realizado (área sob a curva) é significativamente maior que a esperada para uma fissura, o que é coerente com o fato de o padrão de fissuração apresentar múltiplas fissuras (Figura 6). Para cada fissura está associado um valor de energia de fratura, de modo que quanto maior a quantidade de fissuras, maior o trabalho realizado durante o ensaio.

Já para o modelo em que foi predefinido um local para a fissuração, a partir da diminuição da resistência à tração desta região para 2.7 MPa (Figura 5), nota-se que o trabalho realizado sobre a peça foi menor que o esperado teoricamente, mesmo com a garantia de ocorrência de uma única fissura (Figura 7), indicando que a consideração de $h = \sqrt{2A}$ pode não ser adequada, gerando resultados divergentes do esperado.

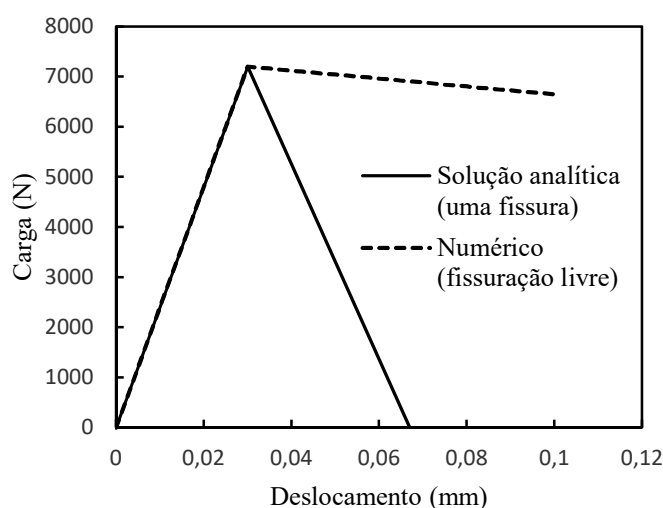


Figura 4. Comparação entre o diagrama carga-deslocamento do modelo numérico com fissuração livre e a resposta analítica

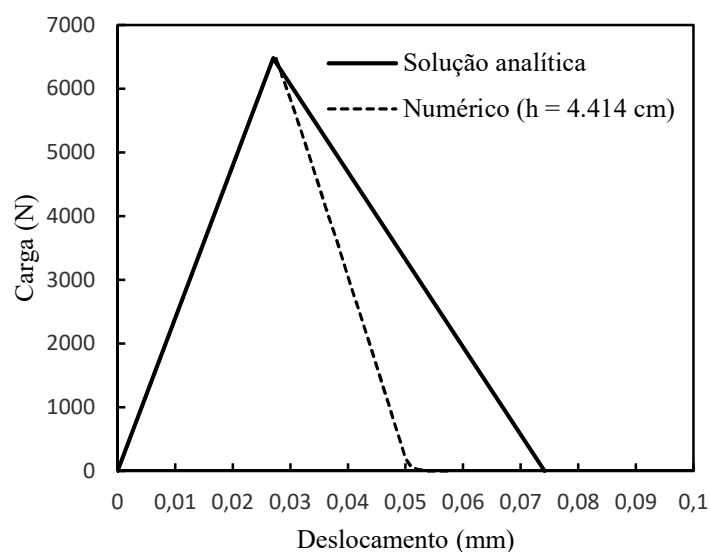


Figura 5. Comparação do diagrama carga-deslocamento do modelo numérico com uma fissura com a resposta analítica

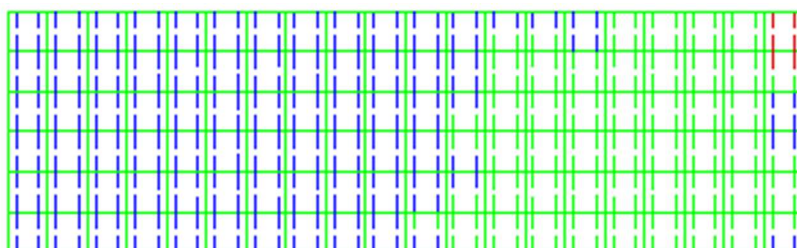


Figura 6. Padrão de fissuração para o modelo numérico sem região de fissuração predefinida (fissuração livre)

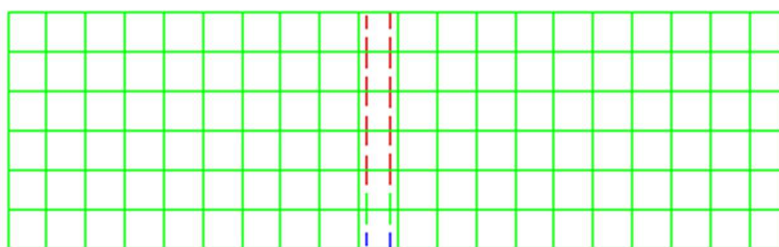


Figura 7. Padrão de fissuração para o modelo numérico com uma região de fissuração predefinida

A Figura 8 mostra o resultado obtido para três diferentes valores da largura da banda de fissura: $h = \sqrt{2A} \cong 1.414$ cm; $h = 1$ cm; e $h = 0.8$ cm. Verifica-se que, das três respostas, a que mais se aproximou da resposta analítica foi a obtida considerando-se $h = 1$ cm, valor este que é igual à aresta do elemento finito utilizado. Tal resultado está em conformidade com outras

recomendações encontradas na literatura, segundo as quais a largura da banda de fissura deve ser igual à menor dimensão do elemento finito utilizado na malha (Bazant e Oh, 1983; Shah et al., 1995). Conforme pode ser observado na Tabela 1, quanto menor o valor de h , para a mesma malha, maior o trabalho da fratura (T), com o aumento do deslocamento último δ_{max} na curva carga-deslocamento, sendo que para $h = 1$ cm o trabalho da fratura é apenas 1.25% menor que o esperado.

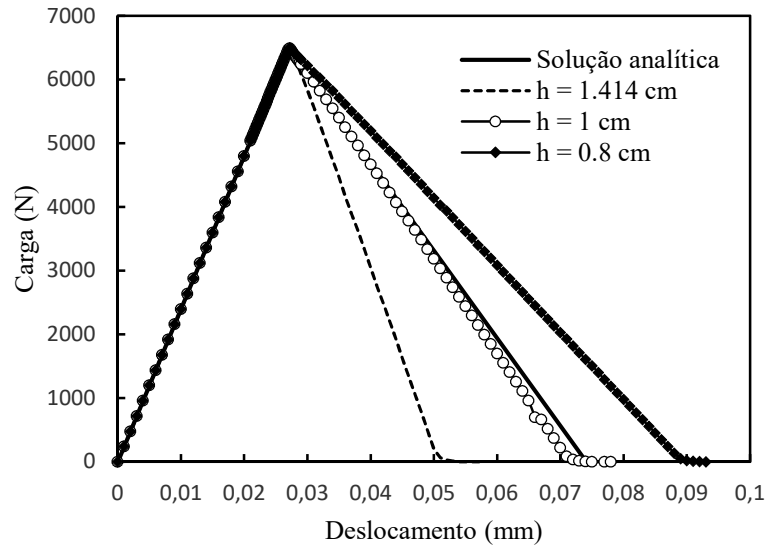


Figura 8. Comparação das respostas carga-deslocamento para diferentes valores de h com a solução analítica.

Tabela 1. Variação entre o trabalho da fratura dos modelos numéricos com diferentes valores de h e o trabalho da fratura da solução analítica.

Modelo	P_{max} (N)	δ_{max} (mm)	T (J)	Variação (%)
$h = 1.414$ cm	6528	0.052	0.170	-29.17
$h = 1$ cm	6492	0.073	0.237	-1.25
$h = 0.8$ cm	6498	0,090	0.292	21.67
Analítico	6480	0.0741	0.240	- -

Os resultados apresentados acima indicam a importância da correta determinação experimental da energia de fratura para a modelagem numérica de estruturas produzidas com materiais com tendência em apresentar múltiplas fissuras, a exemplo do concreto com fibras de aço, uma vez que para a abertura de cada unidade de fissura do modelo será considerada a

energia de fratura informada. Dessa forma, se durante o ensaio o executado para a determinação da energia de fratura tiver aparecido mais de uma fissura, e isso não tiver sido levado em conta (supondo-se uma fissura apenas), os resultados do modelo numérico tenderão a apresentar um trabalho de fratura (trabalho realizado pela carga externa) maior que o observado nos ensaios experimentais, inviabilizando, conseqüentemente, uma análise mais precisa do comportamento estrutural da peça analisada. Problema este que pode ser intensificado pela adoção de valores de largura de banda de fissura que geram resultados incoerentes, conforme discutido anteriormente.

Na Figura 9, a resposta carga-deslocamento obtida a partir da análise realizada com o modelo de fissuração discreta é apresentada juntamente com a resposta analítica. Percebe-se claramente que não há diferença entre elas, o que o faz do modelo de fissuração discreta a alternativa que gera resultados mais precisos para o problema em questão. Porém, a eficácia deste modelo depende do conhecimento prévio da região de ocorrência da fissura, o que representa uma grande limitação do seu uso.

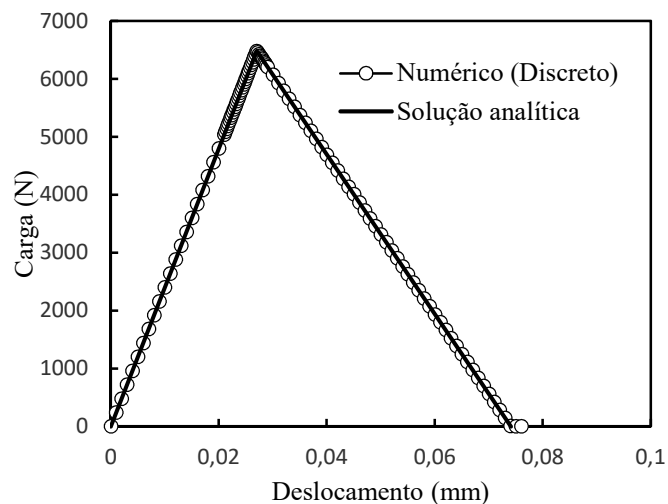


Figura 9. Comparação entre a resposta carga-deslocamento do modelo numérico com modelo de fissuração discreta e a solução analítica.

4 CONCLUSÃO

A partir dos resultados apresentados neste trabalho, pode-se verificar que, utilizando-se o modelo de fissuração distribuída, as condições impostas para a fissuração interferem significativamente no diagrama carga-deslocamento da peça após o estágio linear elástico. Quanto maior a quantidade de fissuras maior é o trabalho associado à fratura da peça. Tal constatação evidencia a necessidade de determinação experimental precisa da energia de fratura, principalmente quando o material em questão tende a apresentar múltiplas fissuras durante o ensaio, tal como ocorre para o concreto fibroso.

Nota-se também que, com o modelo de fissuração distribuída, o comportamento da peça após o estágio linear elástico é extremamente sensível ao valor da largura da banda de fissura

adotado, mantendo-se a mesma malha. À medida que o valor deste parâmetro diminui, o valor do trabalho associado à fratura aumenta, gerando divergências entre o resultado obtido e o esperado. Os resultados indicam que, para o problema abordado neste trabalho, o valor mais adequado para este parâmetro é o tamanho da aresta do elemento finito utilizado na malha, o que está em conformidade com algumas recomendações encontrados na literatura, porém diverge de outras.

REFERENCES

- Bazant, Z. P., 2002. Concrete fracture models: testing and practice. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 69, p. 165-205.
- Bazant, Z. P., Oh B. H., 1983. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, 16 (93), p. 155-177.
- Bédard, C., Kotsovos, M. D., 1986. Fracture processes of concrete for NLFEA methods. *Journal of Structural Engineering*, v. 112, 573-587.
- Carpinteri, A., Fortese, G., Ronchei, C., Scorza, D. Vantadori, S., 2017. Mode I fracture toughness of fibre reinforced concrete. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*.
- Cintora, T., 1987. Softening Response of Concrete in Direct Tension. Master Thesis. New Jersey Institute of Tecnology.
- DIANA, 2005. User's Manual - Release 9. Last modified Fri Apr 29 13:34:17 CEST 2005.
- Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P. E., 1976. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, v. 6, p. 773-782.
- Rots, J. G, 1988. Computational modeling of concrete fracture. PhD Thesis. DelftUniversity of Technology.
- Shah, S. P., Swartz, S. E., Ouyang, C., 1995. *Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics do Concrete, Rock or Other Quasi-Brittle Materials*. New York, John Wiley & Sons inc.
- Tran, N. T., Tran, T. K., Jeon, J. K., Park, J. K., Kim, D. J., 2016. Fracture energy of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete at high strain rates. *Cement and Concrete Research*, v. 79, p. 169-184.
- Wille, K., Naaman, A. E., 2010. Fracture energy of UHP-FRC under direct tensile loading. *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, p. 65-72.
- Xu, M., Wille, K., 2015. Fracture energy of UHP-FRC under direct tensile loading applied at low strain rates. *Composites Part B*, v. 80, p. 116-125.