



STRUCTURAL RELIABILITY OF TWO-DIMENSIONAL NONLINEAR STEEL FRAMES

Danilo Luiz Santana Mapa

Marcilio Sousa da Rocha Freitas

Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Andréa Regina Dias da Silva

danilomapa@gmail.com

marcilio@em.ufop.br

ricardo@em.ufop.br

andreardsilva@em.ufop.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto

Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Campus Universitário s/n, Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil

Abstract. *There are various sources of uncertainty in structural analysis and they should be taken into account in order to make proper assessment of structural safety. The reliability methods make it possible to quantify, in a probabilistic way, the safety of a structure, since it allows the evaluation of the limit states violation probability. In the present work, a computational tool was developed in MATLAB aims to perform the reliability analysis of two-dimensional steel frames, by advanced finite element structural analysis, considering the effects of geometric nonlinearity and semi-rigid connections. The tool developed employs the First Order Reliability Method (FORM), making it possible to evaluate the safety level (probability of failure) of structures with nonlinear behavior. The failure criteria of structures are expressed in terms of the ultimate and serviceability limit state performance functions. Using the computational tool developed, the structural reliability analysis of several numerical examples of two-dimensional steel frames found in the literature was carried out. By analyzing the obtained results and comparing with the ones found by other authors, it was possible to validate the computational implementation, attesting its accuracy and efficiency in the structural reliability analysis of steel frames.*

Keywords: *Structural reliability, 2D steel frames, MATLAB, advanced structural analysis, partially restrained connections.*

CILAMCE 2017

Proceedings of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering
P.O. Faria, R.H. Lopez, L.F.F. Miguel, W.J.S. Gomes, M. Noronha (Editores), ABMEC, Florianópolis, SC,
Brazil, November 5-8, 2017.

1 INTRODUÇÃO

A avaliação da segurança de pórticos metálicos considerando o comportamento em serviço do sistema estrutural é um desafio para os engenheiros. As normas de projeto estrutural que empregam o método dos estados limites são calibradas visando uma confiabilidade alvo para os elementos estruturais solicitados de forma isolada. Os coeficientes parciais de segurança obtidos por calibração no método dos estados limites são aplicados sobre as ações atuantes na estrutura e sobre as resistências nominais dos elementos estruturais, objetivando suprir todas as incertezas inerentes às variáveis de projeto. Entretanto, esse método semi-probabilístico não permite o conhecimento real dos níveis de segurança da estrutura em serviço.

O método dos estados limites presente nas normas de construção metálica é caracterizado por um tratamento racional da natureza estocástica das variáveis de projeto através da aplicação de coeficientes parciais de segurança calibrados com base em níveis aceitáveis de confiabilidade para vários estados limites. Embora este método esteja consolidado e seja bem aceito por projetistas na verificação da segurança estrutural, é apropriado avaliar a segurança de estruturas usando métodos de confiabilidade mais avançados e considerando o elemento estrutural como componente de um sistema estrutural.

Segundo Madsen et al. (2006), os métodos de confiabilidade estrutural são divididos em níveis. O método dos estados limites que emprega coeficientes parciais de segurança para cada variável incerta de projeto é classificado como método de nível I. Quando são utilizados dois valores (usualmente média e variância) para cada variável incerta, eles são chamados de métodos de nível II, e quando utilizam a função densidade de probabilidade das variáveis incertas para a determinação da probabilidade de falha dos estados limites da estrutura são chamados de métodos de nível III.

No presente trabalho foi utilizado método de confiabilidade de nível III na avaliação dos níveis de segurança relacionados aos estados limites relevantes ao projeto das estruturas, utilizando-se análise estrutural avançada. O método de nível III empregado no presente trabalho permite conhecer o real nível de segurança de estruturas, usualmente projetadas por métodos de nível I. Também é possível determinar os estados limites mais críticos para uma determinada estrutura através da análise de confiabilidade, obtendo-se estruturas confiáveis em função do conhecimento do real nível de segurança com relação aos estados limites e determinação do estado limite governante da estrutura.

O objetivo geral deste artigo é apresentar os resultados das análises de confiabilidade estrutural de três pórticos metálicos planos via análise estrutural avançada, considerando o comportamento não linear geométrico e a flexibilidade das ligações. Foi utilizada nas análises de confiabilidade a ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016). A ferramenta emprega os métodos FORM (*First Order Reliability Method*) e simulação de Monte Carlo para avaliar a probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos de resistência e estados limites de serviço baseados em deslocamentos nodais. Os exemplos numéricos de análise de confiabilidade de pórticos metálicos planos apresentados atestaram a eficiência e precisão da ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016) na avaliação do nível de segurança de estruturas com comportamento não linear.

2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Na análise de confiabilidade estrutural, a máxima solicitação, S , e a resistência disponível, R , são modeladas por variáveis aleatórias. O objetivo da análise de confiabilidade é assegurar o evento ($R > S$) durante toda vida útil da estrutura em termos de probabilidade.

A falha ocorre se R for menor do que S e esse evento pode ser representado em termos de probabilidade como $P(R < S)$. Para as variáveis aleatórias R e S com distribuições de probabilidade conhecidas, contínuas e estatisticamente independentes, a probabilidade de falha P_f pode ser calculada através da seguinte expressão (Ang e Tang, 1984):

$$P_f = P(R < S) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{S > R} f_R(r) \cdot f_S(s) \cdot dr \cdot ds = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (1)$$

O cálculo da probabilidade de falha utilizando a Eq. (1) requer que as funções densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$ sejam conhecidas. Na prática, essa informação nem sempre está disponível ou é difícil de ser obtida devido à insuficiência de dados. Mesmo quando as funções de probabilidade são conhecidas, a avaliação numérica da Eq. (1) pode ser impraticável.

Se ambas as variáveis aleatórias R e S possuem distribuição normal e são estatisticamente independentes, então a variável aleatória Z pode ser introduzida como $Z = R - S$. Então a Eq. (1) pode ser utilizada para definir a probabilidade de falha como:

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) \cdot dz = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta_c) \quad (2)$$

Sendo $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$, $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$, Φ é a função distribuição cumulativa da distribuição normal padrão e β_c é o índice de confiabilidade de Cornell (1969), definido a seguir:

$$\beta_c = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3)$$

O índice de confiabilidade foi introduzido na tentativa de se evitar as dificuldades conceituais e práticas decorrentes do uso da Eq. (1). Em sua implementação inicial, o índice de confiabilidade foi avaliado simplesmente em função das médias e dos desvios-padrão da resistência e da solicitação máxima, como indicado na Eq. (3). Posteriormente, o índice de confiabilidade passou a ser obtido por métodos analíticos baseados em aproximações em séries de Taylor de primeira ordem (método analítico FORM).

2.1 Método analítico FORM

No método FORM (*First-Order Reliability Method*), as variáveis aleatórias U , cujas distribuições são quaisquer e podem ser dependentes entre si ou não, são transformadas em variáveis V normais padrão estatisticamente independentes, sendo a função de falha $G(U)$ escrita no espaço das variáveis reduzidas (espaço V) como $g(V)$. Depois disto, a superfície de falha definida por $g(V) = 0$ é aproximada por uma superfície linear (ou hiperplano) no ponto

com a menor distância até a origem, identificado como V^* (ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas).

O índice de confiabilidade é então definido como a distância do ponto V^* até a origem:

$$\beta = |V^*| \quad (4)$$

Uma das etapas desse método é a transformação das variáveis U em variáveis V . Embora existam diferentes possibilidades para essa transformação utiliza-se normalmente a transformação de Nataf (Melchers, 1999) definida por:

$$V = \Gamma \sigma^{-1} (U - m) \quad (5)$$

Sendo m o vetor com as médias das variáveis U , σ a matriz diagonal contendo os desvios padrões das variáveis U e $\Gamma = L^{-1}$, sendo L a matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação de U . Outra etapa importante desse método é a busca ao ponto sobre a superfície de falha mais próximo à origem do sistema reduzido, também denominado ponto de projeto V^* . Para encontrar o ponto de projeto, formula-se um problema de otimização P (ou de programação não linear) com uma restrição, tal que:

$$\begin{aligned} P: & \text{minimizar } |V| \\ & \text{Sujeito a } g(V) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

O problema de otimização apresentado na Eq. (6) pode ser resolvido por vários algoritmos. Utiliza-se comumente o algoritmo denominado HLRF, desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978). O processo iterativo gerado pelo algoritmo HLRF caminha em busca do ponto V^* resolvendo-se a seguinte equação:

$$V^{i+1} = \frac{1}{\|\nabla g(V^i)\|^2} \cdot \left[\nabla g(V^i)^T V^i - g(V^i) \right] \cdot \nabla g(V^i) \quad (7)$$

Para utilização do algoritmo HLRF, são úteis as seguintes relações:

$$g(V^i) = G(U^i) \quad (8)$$

$$V^i = \Gamma \sigma^{-1} (U^i - m) \quad (9)$$

$$\nabla g(V^i) = \left[(\Gamma \sigma^{-1})^{-1} \right]^T \nabla G(U^i) \quad (10)$$

Na Eq. (10) temos que $\nabla G(U^i)$ é o gradiente da função de falha no espaço original avaliado no ponto U^i e $\nabla g(V^i)$ é o gradiente da função de falha no espaço reduzido avaliado no ponto V^i . Ao ser obtido o ponto de projeto V^* determina-se o índice de confiabilidade calculando-se a norma do vetor que interliga a origem do sistema reduzido ao ponto V^* . Durante o processo iterativo checka-se a variação relativa do valor de β e interrompe-se o processo quando essa variação é inferior a uma tolerância estabelecida. De posse do índice de confiabilidade β , a probabilidade de falha pode ser obtida utilizando-se a Eq. (2).

A Figura 1 fornece uma representação gráfica do método analítico FORM com indicação da função de falha não linear $g(V)$ no espaço reduzido, do ponto de projeto V^* , da aproximação linear da função de falha no ponto de projeto e indicado o índice de confiabilidade β .

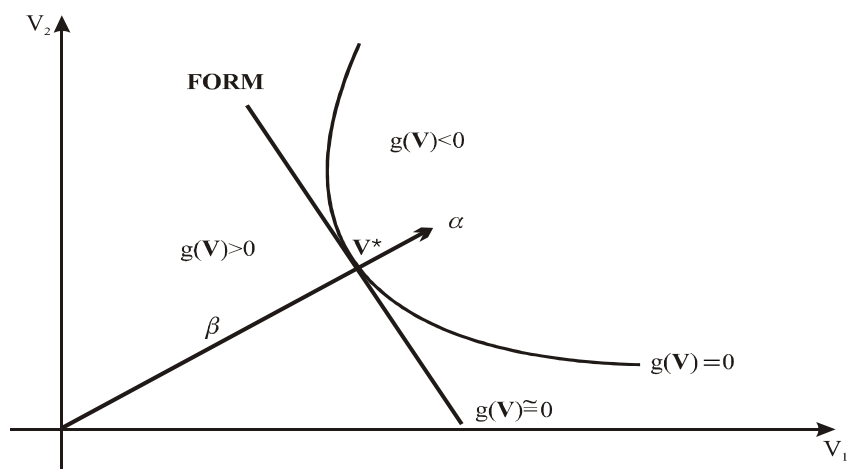


Figura 1. Representação gráfica do método analítico FORM (Adaptado de Sagrilo, 2004)

3 ANÁLISE ESTRUTURAL AVANÇADA DE PÓRTICOS PLANOS

O emprego crescente de elementos estruturais leves e esbeltos e solicitações próximas à resistência limite do material tornam necessária a utilização de ferramentas avançadas de análise de estruturas metálicas. A análise avançada de estruturas é caracterizada quando efeitos não lineares são considerados na formulação do elemento estrutural.

O comportamento não linear pode ser produzido por mudanças na geometria do pórtico durante o carregamento como mostra a Fig. 2, o que é comumente referido na literatura como não linearidade geométrica ou efeitos de segunda ordem. Os principais efeitos geométricos relacionados à não linearidade geométrica são o efeito global $P-\Delta$ como resultado dos deslocamentos laterais na estrutura, e o efeito local $P-\delta$ nos elementos, associado com deformações locais relativas à corda entre os extremos do elemento.

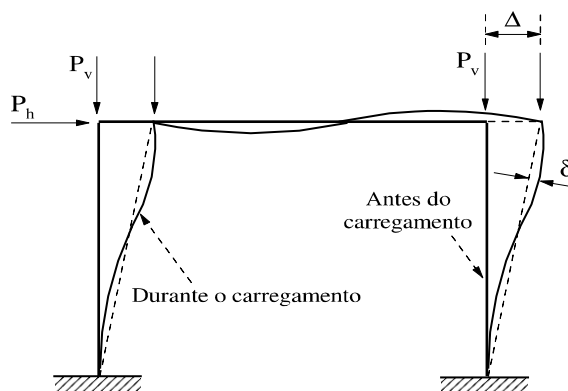


Figura 2. Representação gráfica dos efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$ (Adaptado de Silva, 2009)

Outra fonte de não linearidade que deve ser considerada em uma análise estrutural avançada diz respeito a flexibilidade das ligações. Ao se considerar as ligações entre os elementos do pórtico como semirrígidas obtém-se um comportamento mais próximo do real, existindo a transferência parcial de momento fletor entre os elementos do pórtico, o que também significa dizer que a ligação possui alguma rigidez.

A incorporação das ligações semirrígidas na análise estrutural se dá através de expressões analíticas, representando curvas momento-rotação, formuladas de forma a relacionar o momento fletor M atuante na ligação em função da rotação relativa θ . O modelo de representação do comportamento de ligações semirrígidas proposto por Richard e Abbott (1975), modelo matemático de potências com quatro parâmetros, descreve a relação momento-rotação como:

$$M(\theta) = \frac{(k - k_p)\theta}{\left[1 + \left|\frac{(k - k_p)\theta}{M_0}\right|^N\right]^{1/N}} + k_p\theta \quad (11)$$

Seus parâmetros podem ser definidos como: rigidez inicial (k) também denominada rigidez elástica; rigidez devido ao encruamento (k_p) da ligação; parâmetro definindo a curvatura do diagrama (N) e o momento de referência (M_0). Como na definição da função são necessários apenas quatro parâmetros e o resultado sempre fornece uma rigidez positiva, este modelo é considerado simples. Por possuir, além disso, boa eficiência computacional, ele vem sendo bastante utilizado para representação do comportamento de ligações semirrígidas (Silva, 2009).

No presente artigo, para realização da análise estrutural avançada dos pórticos metálicos planos foi adotado o sistema computacional CS-ASA desenvolvido por Silva (2009) em linguagem Fortran 95. O CS-ASA realiza análises numéricas avançadas estáticas e dinâmicas de estruturas metálicas baseado no método dos elementos finitos e foi utilizado no presente estudo para obtenção dos esforços internos e deslocamentos nodais em análise estática de pórticos metálicos planos considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações, especificamente para ligações com comportamento momento-rotação não linear representado pelo modelo de Richard e Abbott (1975).

Na análise da confiabilidade de estruturas complexas, as funções de desempenho (equações de estados limites) geralmente são funções implícitas (não-analíticas) das variáveis aleatórias. Portanto a análise de confiabilidade realizada foi uma combinação do método de análise de confiabilidade FORM e o método dos elementos finitos determinístico presente no CS-ASA. A análise de confiabilidade dos pórticos planos no presente estudo foi realizada pela ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016) em linguagem MATLAB (MathWorks, 2017) que possui funcionamento acoplado ao CS-ASA para avaliações dos estados limites a cada iteração do método analítico FORM.

Nas análises estruturais não lineares dos pórticos foi utilizada a formulação de elemento finito SOF-2 (Silva, 2009) presente no CS-ASA, estratégia de incremento constante do parâmetro de carga, estratégia de iteração a carga constante, fator de carga incremental fixado em 1% do carregamento total, 100 incrementos de carga, adotado o método de Newton-

Raphson padrão como estratégia de solução não linear e critério de convergência por carga e deslocamento.

4 FUNÇÕES DE DESEMPENHO

A segurança de uma estrutura precisa ser avaliada com relação a critérios de desempenho pré-determinados. Os critérios de desempenho são geralmente expressos na forma de funções de estado limite, que são relações funcionais entre todos os efeitos de carga e parâmetros relacionados a resistência. As funções de estado limite último de resistência definem a segurança contra carregamentos extremos durante a vida útil da estrutura e as funções de estado limite de serviço definem requisitos funcionais da estrutura. A seguir são apresentados os estados limites investigados no presente estudo.

4.1 Funções de estado limite último

Os elementos de viga-coluna que compõem a estrutura reticulada de um pórtico plano estão sujeitos a combinação de esforços solicitantes. O *Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design* (AISC, 2005) apresenta em seu capítulo H a condição a ser atendida pelas barras submetidas aos efeitos combinados de força axial e momento fletor na forma de equações de interação, que são equivalentes as equações encontradas no item 5.5.1.2 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008). O presente estudo utiliza essa limitação fornecida pelas equações de interação, que podem ser expressas na forma de funções de desempenho para estados limites últimos de resistência pelas Equações (12) e (13) a seguir:

$$G(U) = 1 - \left(\frac{P_u}{P_n} + \frac{8}{9} \cdot \frac{M_{ux}}{M_{nx}} \right) \quad \text{se} \quad \frac{P_u}{P_n} \geq 0,2 \quad (12)$$

$$G(U) = 1 - \left(\frac{P_u}{2 \cdot P_n} + \frac{M_{ux}}{M_{nx}} \right) \quad \text{se} \quad \frac{P_u}{P_n} < 0,2 \quad (13)$$

Nas Equações (12) e (13): P_u é a força axial solicitante de tração ou de compressão, P_n é a força axial resistente nominal de tração ou de compressão, M_{ux} é o momento fletor solicitante em relação ao eixo de maior inércia e M_{nx} é o momento fletor resistente nominal em relação ao eixo de maior inércia. Os esforços resistentes nominais P_n e M_{nx} foram calculados para os elementos de viga-coluna dos pórticos conforme os procedimentos prescritos pelo LRFD (AISC, 2005).

4.2 Funções de estado limite de serviço

Para o critério de deslocamentos em serviço, a seguinte função de desempenho foi utilizada:

$$G(U) = 1 - \frac{\delta}{\delta_{limite}} \quad (14)$$

Sendo δ a componente do deslocamento nodal calculada e δ_{limite} o deslocamento máximo admissível do nó. Segundo Haldar e Mahadevan (2000), em geral são analisadas deflexões

laterais nos nós de topo dos elementos de coluna do pórtico plano, limitadas pela altura do pórtico de modo que $\delta_{limite} = altura/400$, e são também analisadas deflexões verticais no meio do vão dos elementos de viga do pórtico plano, limitadas pelo vão da viga de modo que $\delta_{limite} = vão/360$.

5 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Com o propósito de ilustrar a aplicação da ferramenta computacional de análise de confiabilidade desenvolvida por Mapa (2016), serão apresentados nas seções seguintes os resultados da análise de confiabilidade estrutural de três pórticos metálicos planos. No primeiro exemplo será apresentado um portico plano de um andar com ligações semirrígidas onde foram investigados os níveis de segurança com relação aos estados limites últimos e de serviço. No segundo exemplo é apresentado um pórtico de dois andares assimétrico com ligações semirrígidas onde foi investigado o nível de segurança com relação ao estado limite de serviço do deslocamento horizontal de um nó de topo de uma coluna do pórtico. No terceiro exemplo é apresentado um pórtico plano abatido biengastado fortemente não linear onde foi investigado o nível de segurança com relação ao estado limite de serviço de deslocamento vertical de um nó no meio do vão do pórtico. Em cada um desses exemplos é feita uma comparação entre os índices de confiabilidade obtidos por análise linear e não linear geométrica dos pórticos e também é feita uma comparação entre os índices de confiabilidade obtidos para os pórticos com ligações viga-coluna rígidas e semirrígidas com comportamento momento-rotação não linear e diferentes rigidezes das ligações.

5.1 Pórtico plano de um andar com ligações semirrígidas

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural para estados limites últimos (Equações 12 e 13) e de serviço (Equação 14) do pórtico plano apresentado na Fig. 3. A geometria, os carregamentos atuantes, as condições de apoio, a localização das ligações semirrígidas e as seções do pórtico são mostrados na Fig. 3. O pórtico é composto por duas colunas e uma viga, sendo que todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e possuem a mesma seção transversal (perfil metálico W16×67). É assumido que todos os elementos do pórtico possuem contenções laterais adequadas, de modo que a capacidade do momento fletor resistente do elemento seja igual ao seu momento plástico.

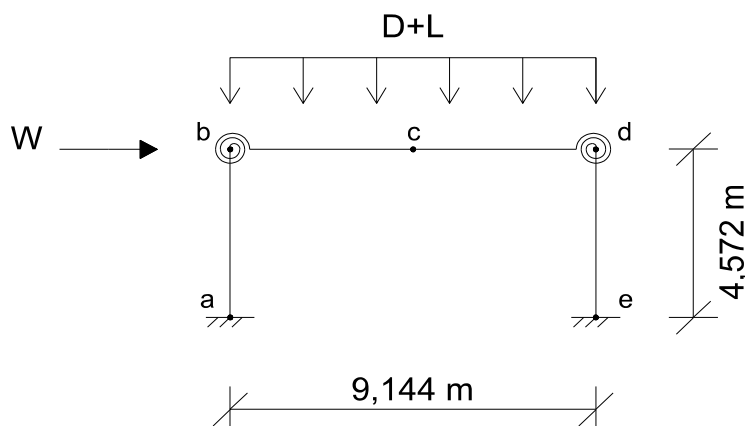


Figura 3. Pórtico plano de um andar com ligações semirrígidas

Foram consideradas como aleatórias na análise de confiabilidade as variáveis: o carregamento permanente distribuído (D); o carregamento acidental distribuído (L); o carregamento concentrado devido ao vento (W); a área (A), o momento de inércia (I) e o módulo plástico (Z_x) da seção transversal dos elementos do pórtico; o módulo de elasticidade (E) e a tensão de escoamento (F_y) do material dos perfis metálicos que constituem os elementos do pórtico da Fig. 3. A Tabela 1 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: valores nominais, valores médios, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Tabela 1. Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Gao (1994)

Variável	Unidade	Valor nominal	Valor médio	Coeficiente de variação	Tipo de Distribuição
E	MPa	199948,04	199948,04	0,06	Lognormal
A	cm ²	127,10	127,10	0,05	Lognormal
I	cm ⁴	39708,48	39708,48	0,05	Lognormal
Z_x	cm ³	2130,32	2130,32	0,05	Lognormal
F_y	MPa	248,21	260,62	0,10	Lognormal
D	kN/m	43,78	45,97	0,10	Lognormal
L	kN/m	16,05	16,05	0,25	Ext. Tipo I
W	kN	28,91	22,55	0,37	Ext. Tipo I

Inicialmente, o pórtico foi analisado assumindo como rígidas todas as ligações entre os elementos de viga e colunas. Foram feitas análises de confiabilidade estrutural, através de análise linear e não linear geométrica do pórtico para: estado limite de resistência última da viga bd sujeita a flexão composta; estado limite de resistência última em d da coluna de sujeita a flexão composta; estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal em b ; e estado limite de serviço referente ao deslocamento vertical em c .

De modo a avaliar a influência da existência de ligações semirrígidas entre os elementos do pórtico na probabilidade de falha dos estados limites citados acima, foram feitas análises de confiabilidade estrutural considerando a presença de ligações semirrígidas em b e d (Figura 3). O comportamento momento-rotação não linear das ligações será considerado através do modelo matemático de potências com quatro parâmetros proposto por Richard e Abbott (1975). Foram adotadas três curvas momento-rotação, mostradas na Fig. 4, para representar o comportamento das ligações com rigidezes distintas. A Curva 1 representa ligações com rigidez elevada, a Curva 3 representa ligações com comportamento muito flexível e a Curva 2 representa ligações com rigidez intermediária. A descrição estatística das variáveis aleatórias que representam os quatro parâmetros do modelo de Richard e Abbott (1975) para as ligações flexíveis do pórtico é fornecida na Tabela 2, para cada uma das três curvas momento-rotação consideradas nas análises de confiabilidade.

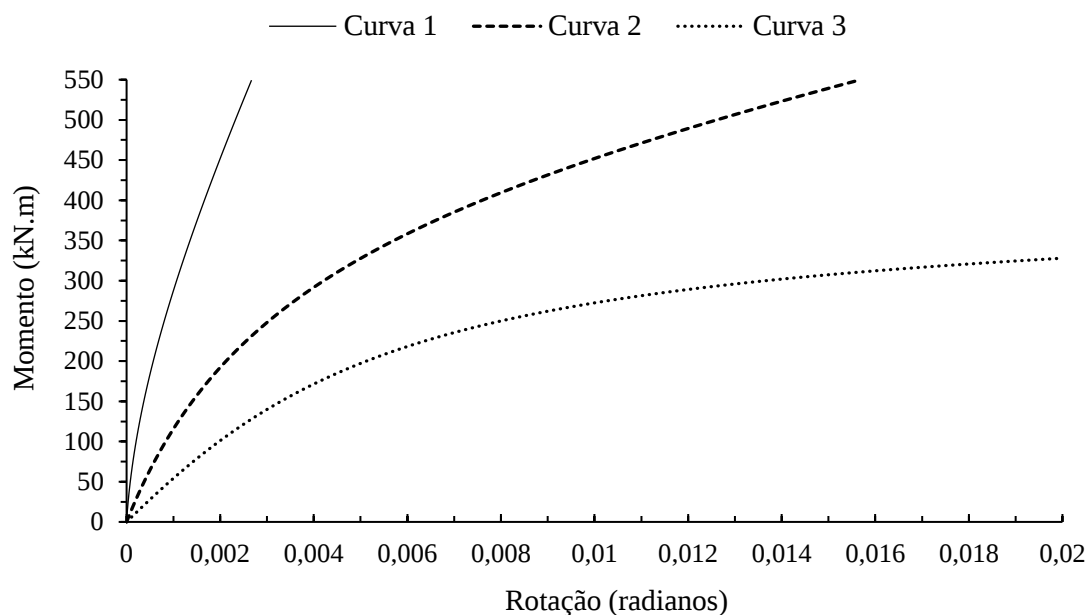


Figura 4. Curvas momento-rotação das ligações semirrígidas

Tabela 2. Propriedades estatísticas dos parâmetros das ligações segundo Gao (1994)

Variável aleatória	Médias			Coeficiente de variação	Tipo de Distribuição
	Curva 1	Curva 2	Curva 3		
k (kN.m/rad)	1,1298E+06	1,4688E+05	5,6492E+04	0,15	Normal
k_p (kN.m/rad)	1,1298E+05	1,1298E+04	1,1298E+03	0,15	Normal
M_0 (kN.m)	508,43	451,94	338,95	0,15	Normal
N	0,50	1,00	1,50	0,05	Normal

Para propósito de comparação, os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho para os estados limites últimos e para estados limites de serviço em várias seções do pórtico plano de um andar foram resumidos em duas tabelas. Na Tabela 3 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos mediante análise linear e não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas entre a viga e as colunas. Na Tabela 4 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas cujo comportamento momento-rotação foi representado para cada uma das três curvas apresentadas na Fig. 4.

Tabela 3. Índices de confiabilidade obtidos para o pórtico com ligações rígidas

Estado limite	Localização	Carregamento	Análise Linear (β)	Análise não linear geométrica (β)
Resistência	Viga em d	$D+L$	3,04	3,02
	Coluna em d	$D+L$	2,78	2,76
Serviço	Deslocamento lateral em b	$D+L+W$	5,08	5,01
	Deflexão vertical em c	L	4,72	4,69

Tabela 4. Índices de confiabilidade obtidos para o pórtico com ligações semirrígidas

Estado limite	Localização	Carregamento	Curva 1 (β_1)	Curva 2 (β_2)	Curva 3 (β_3)
Resistência	Viga em d ou c^*	$D+L$	3,23	3,91	2,10*
	Coluna em d	$D+L$	2,98	3,62	4,62
Serviço	Deslocamento lateral em b	$D+L+W$	4,92	4,65	4,32
	Deflexão vertical em c	L	4,53	4,11	3,61

Analisando os índices de confiabilidade da Tabela 3 observa-se que o comportamento linear e não linear geométrico do pórtico plano de um andar analisado neste exemplo pouco se diferem. Os índices de confiabilidade obtidos com as análises linear e não linear geométrica são muito similares, embora os índices de confiabilidade da análise não linear indiquem uma probabilidade de falha ligeiramente maior para todos os estados limites analisados, pois a análise não linear resultou em maiores esforços internos e maiores deslocamentos nodais calculados para o pórtico.

É interessante notar na Tabela 3 que os índices de confiabilidade correspondentes aos estados limites de serviço são muito maiores do que aqueles relacionados aos estados limites últimos de resistência, o que indica que os estados limites últimos são os estados limites governantes, ou seja, é esperado que a estrutura falhe primeiramente por critério relacionado à resistência do que por critério relacionado a deslocamentos excessivos no pórtico plano. O pórtico plano de um andar analisado é suficientemente rígido para não desenvolver um problema de deslocamentos excessivos em serviço.

Analisando a Tabela 4 observa-se que com a consideração das ligações semirrígidas, os índices de confiabilidade obtidos para os estados limites últimos e de serviço se alteram de forma significativa. Para os estados limites últimos de resistência, com a ocorrência da redistribuição de momentos devido a presença das ligações semirrígidas, era esperado que o momento na seção *d* diminuísse e o momento na seção *c* aumentasse, à medida que a rigidez das ligações fosse reduzida. O momento fletor máximo solicitante (momento de projeto) para a viga acaba sendo deslocado da seção *d* para a seção *c* quando a rigidez das ligações for baixa, como no caso do comportamento momento-rotação da Curva 3.

É interessante notar que na análise de confiabilidade do pórtico com ligações rígidas (Tabela 3), o estado limite com maior probabilidade de falha era aquele relacionado à falha da coluna por critério de resistência, mas à medida que a rigidez das ligações diminui, por exemplo quando se passou de um comportamento momento-rotação bastante rígido (Curva 1) para um comportamento bastante flexível (Curva 3), os índices de confiabilidade aumentaram para a coluna e diminuíram para a viga, tornando a viga mais propensa a falha do que as colunas no caso da Curva 3, sendo agora o estado limite de resistência da viga o estado limite governante (estado limite crítico) do pórtico, ou seja, o estado limite com maior probabilidade de falha.

Assim, para o pórtico considerado, a menor rigidez das ligações entre a viga e as colunas como no caso da Curva 3 teve um efeito benéfico para as colunas e um efeito prejudicial para a viga, o que pode levar à necessidade de redimensionamento do pórtico devido às mudanças significativas que ocorreram nos esforços de projeto (esforços máximos solicitantes) atuantes nos elementos do pórtico.

Os índices de confiabilidade relacionados aos estados limites de serviço diminuíram a medida que a rigidez das ligações foi sendo reduzida, o que era esperado, uma vez que a presença das ligações semirrígidas reduziu a rigidez global do pórtico analisado, e para o caso da Curva 3, o estado limite relacionado à deflexão vertical no meio do vão da viga passou a ter maior probabilidade de falha do que o estado limite de resistência da coluna. Portanto, se a flexibilidade nas ligações for significativa como no caso da Curva 3, critérios de segurança relacionados a estados limites de serviço tornam-se tão importantes quanto critérios relacionados a estados limites de resistência última.

5.2 Pórtico plano de dois andares assimétrico com ligações semirrígidas

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural relacionada ao estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano assimétrico apresentado na Figura 5. A geometria, as cargas atuantes, as condições de apoio, a discretização do pórtico em elementos finitos e a localização das seis ligações semirrígidas entre as vigas e as colunas são mostrados na Figura 5. O pórtico é composto por 11 pontos nodais, sendo que os nós 9, 10 e 11 estão engastados. Todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e foram adotadas duas seções transversais diferentes, uma sessão associada a todas as vigas e outra seção associada a todas as colunas do pórtico.

O deslocamento lateral máximo permitido para o nó 1 do pórtico foi limitado em 25,4 milímetros, configurando o estado limite de serviço considerado na análise de confiabilidade. A função de desempenho que define o problema de confiabilidade foi expressa pela Eq. (14). Para o cálculo dos deslocamentos horizontais do nó 1 utilizou-se análise não linear

geométrica, considerando inicialmente como rígidas as ligações entre as vigas e colunas do pórtico e posteriormente considerando como semirrígidas, com comportamento momento-rotação representado pelas três curvas mostradas na Figura 4, que representam o comportamento não linear de ligações com diferentes rigidezes.

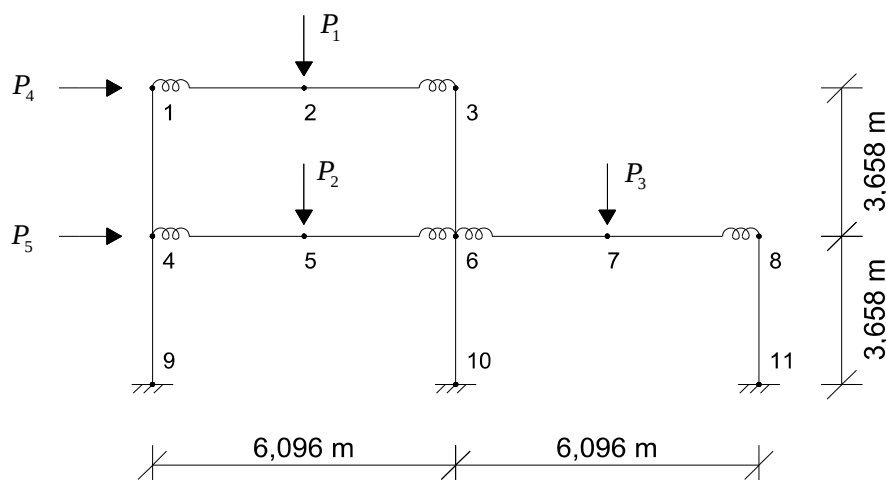


Figura 5. Geometria, cargas nodais e ligações semirrígidas do pórtico plano de dois andares assimétrico

Na análise de confiabilidade estrutural do pórtico com ligações rígidas foram consideradas na análise de confiabilidade dez variáveis aleatórias: o módulo de elasticidade do material; a área e o momento de inércia da seção transversal das vigas; a área e o momento de inércia da seção transversal das colunas; três cargas verticais representando carregamentos permanentes; e duas cargas horizontais representando carregamentos provenientes da ação do vento. A Tabela 5 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

A Tabela 6 resume os índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano da Fig. 5, considerando as ligações entre as vigas e as colunas como rígidas ou parcialmente restringidas e com base em análise não linear geométrica. Observa-se na Tabela 6 que a consideração das ligações semirrígidas altera de forma significativa o índice de confiabilidade do estado limite de serviço considerado na análise de confiabilidade. Analisando os índices β_0 , β_1 , β_2 e β_3 nota-se que com o decréscimo da rigidez das ligações houve um aumento na probabilidade de falha devido à redução da rigidez global do pórtico, resultando em maiores deslocamentos horizontais para o nó 1 do pórtico.

Comparando os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho com os índices obtidos por Haldar e Mahadevan (2000), nota-se na Tabela 6 boa concordância entre os valores, embora no presente trabalho os índices de confiabilidade obtidos resultam em maior probabilidade de falha em relação aos índices obtidos pelos outros autores para o mesmo estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico, fixado o limite de 25,4 milímetros para esse deslocamento horizontal.

Tabela 5. Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Haldar e Mahadevan (2000)

Descrição	Variável	Unidade	Média	Coeficiente de variação	Tipo de Distribuição
propriedades do material e das seções transversais	E	MPa	199948,04	0,06	Lognormal
	A_{viga}	cm ²	76,13	0,05	Lognormal
	I_{viga}	cm ⁴	21519,16	0,05	Lognormal
	A_{coluna}	cm ²	114,19	0,05	Lognormal
	I_{coluna}	cm ⁴	14318,36	0,05	Lognormal
cargas permanentes	P_1	kN	44,48	0,10	Lognormal
	P_2	kN	88,96	0,10	Lognormal
	P_3	kN	88,96	0,10	Lognormal
cargas devido ao vento	P_4	kN	44,48	0,37	Ext. Tipo I
	P_5	kN	22,24	0,37	Ext. Tipo I

Tabela 6. Índices de confiabilidade obtidos para o estado limite de deslocamento horizontal do nó 1

Estado limite de deslocamento horizontal do nó 1 com base em análise não linear geométrica	Tipo de ligação entre as vigas e as colunas do pórtico							
	Rígida (β_0)		Curva 1 (β_1)		Curva 2 (β_2)		Curva 3 (β_3)	
	Haldar e Mahadevan (2000)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000)	Presente trabalho
Índice de Confiabilidade (β)	2,274	2,240	2,233	2,142	1,927	1,851	1,483	1,417

5.3 Pórtico plano abatido biengastado de Williams

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural relacionada ao estado limite de serviço de deslocamento vertical do nó 5 do pórtico abatido biengastado de Williams (1964) apresentado na Figura 6. A geometria, a carga atuante, as condições de apoio e a discretização do pórtico em elementos finitos são mostrados na Figura 6. O pórtico é composto por 9 pontos nodais e 8 elementos finitos, sendo que os nós 1 e 9 estão engastados. Todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e possuem a mesma seção transversal.

O deslocamento vertical máximo permitido para o nó 5 do pórtico foi limitado em 2,54 milímetros, configurando o estado limite de serviço considerado na análise de confiabilidade. A função de desempenho que define o problema de confiabilidade foi expressa pela Eq. (14).

Para o cálculo dos deslocamentos verticais do nó 5 utilizou-se análise estática linear e não linear geométrica, considerando como rígidas as ligações entre os elementos do pórtico.

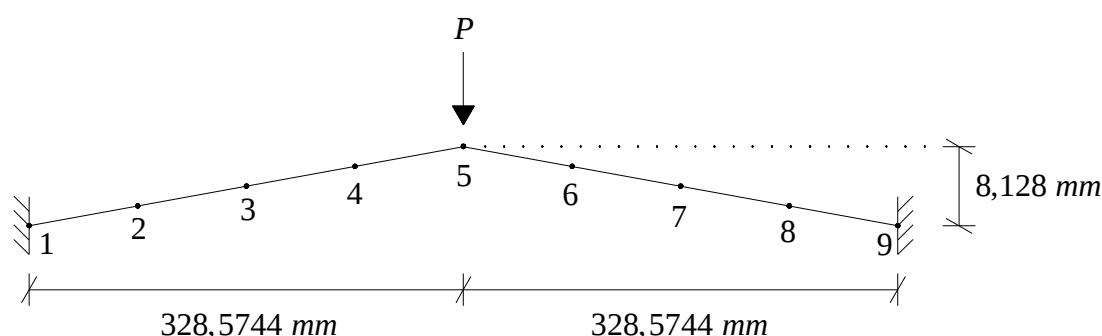


Figura 6. Geometria, carga atuante e discretização do pórtico plano abatido biengastado

Foram consideradas na análise de confiabilidade quatro variáveis aleatórias: o módulo de elasticidade do material (E); a área (A) e o momento de inércia (I) da seção transversal de todos os elementos; e a carga vertical (P) atuante no nó 5. A Tabela 7 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Tabela 7. Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Zhou (1992)

Variável	Unidade	Média	Coeficiente de variação	Tipo de Distribuição
E	MPa	4826,33	0,10	Normal
A	mm ²	1737,42	0,10	Normal
I	mm ⁴	5512,09	0,10	Normal
P	N	-	0,15	Normal

Utilizando os valores médios das variáveis aleatórias da Tabela 7, Haldar e Nee (1989) realizaram a análise não linear geométrica do pórtico de forma determinística e obtiveram o gráfico de carga vertical versus o deslocamento vertical do nó onde a carga está aplicada. A Figura 7 compara os resultados obtidos para o deslocamento vertical através de análise linear e não linear geométrica do pórtico no presente trabalho com os resultados obtidos por Haldar e Nee (1989) para análise não linear, variando a carga P de 0 a 100 N. Os resultados apresentados por Haldar e Nee (1989) mostraram certa concordância com os resultados obtidos no presente trabalho.

É possível observar no gráfico da Figura 7 que mesmo quando a carga externa aplicada não é elevada, o deslocamento obtido pela análise linear já se difere do deslocamento obtido pela análise não linear geométrica do pórtico, resultando a análise linear em menores deslocamentos para um mesmo nível de carregamento. Portanto, a Figura 7 demonstra o comportamento fortemente não linear do pórtico.

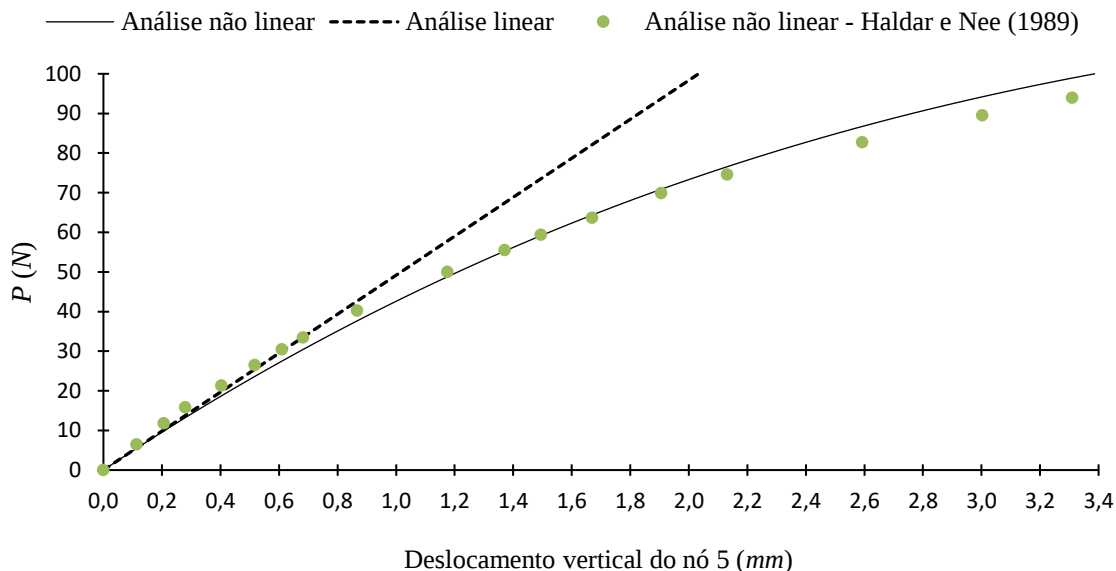


Figura 7. Trajetória de equilíbrio do pórtico plano abatido biengastado

A Figura 8 mostra a variação do índice de confiabilidade do estado limite de serviço em relação à variação da média da carga vertical P aplicada. As curvas obtidas com base em análise linear e análise não linear geométrica obtidas por Zhou (1992) e no presente trabalho são mostradas na Figura 8. Os resultados das análises linear e não linear são consideravelmente diferentes.

As curvas obtidas no presente trabalho mostradas na Figura 8 ficaram abaixo das curvas obtidas por Zhou (1992) para as análises linear e não linear geométrica, indicando que no presente trabalho obteve-se sempre maior probabilidade de falha com relação aos resultados obtidos por Zhou (1992) para um mesmo valor médio da carga vertical, embora a distância entre as curvas seja pequena, mostrando boa concordância entre os resultados obtidos entre esse autor e o presente trabalho.

A Figura 8 mostra que a distância entre as curvas relativas as análises de confiabilidade com base em análise linear e não linear do pórtico aumenta à medida que o valor médio da carga vertical P aumenta, obtendo-se uma diferença cada vez maior entre os índices de confiabilidade obtidos por análise linear e não linear geométrica.

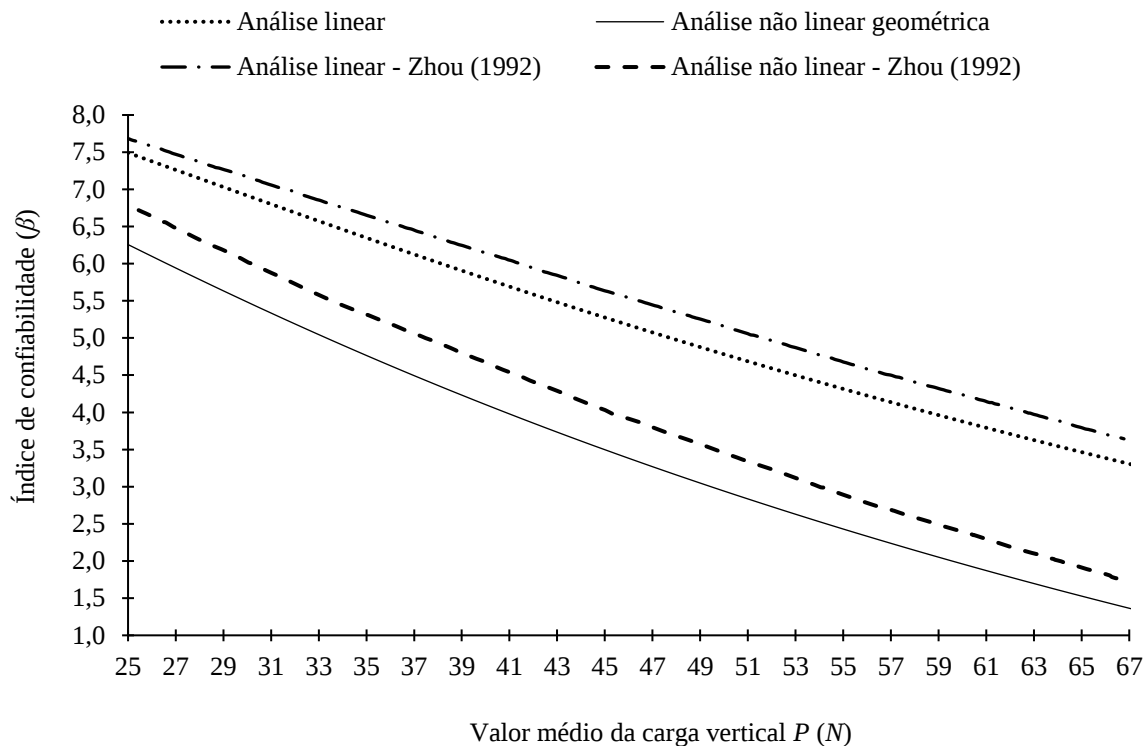


Figura 8. Índice de confiabilidade vs média da carga vertical P

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho foi realizada a análise de confiabilidade de três pórticos metálicos planos via análise estrutural avançada em elementos finitos, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações. As propriedades do material, as propriedades das seções transversais, os quatro parâmetros das ligações semirrígidas do modelo de Richard e Abbott (1975) e os carregamentos externos atuantes foram considerados como variáveis aleatórias nas análises de confiabilidade estrutural dos pórticos planos realizadas pela ferramenta computacional em linguagem MATLAB (MathWorks, 2017) desenvolvida por Mapa (2016).

O método analítico FORM foi empregado na avaliação da probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos de resistência e estados limites de deslocamentos em serviço, possibilitando avaliar o nível de segurança de estruturas com comportamento não linear. As respostas estruturais (esforços internos e deslocamentos nodais) dos pórticos planos analisados foram obtidas por análises estruturais avançadas realizadas pelo sistema computacional CS-ASA (Silva, 2009).

Através da análise dos resultados dos exemplos numéricos investigados e comparações com os resultados obtidos por outros autores (Tabela 6 e Figura 8), foi possível atestar a precisão e a eficiência da ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016) na análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos, especialmente quando são consideradas não linearidades geométricas bem como a não linearidade física das ligações semirrígidas.

A obtenção de índices de confiabilidade para diferentes estados limites e em diferentes seções do pórtico (Tabelas 3 e 4) permitiu avaliar os diferentes níveis de segurança de cada estado limite e também qual era o estado limite governante (aquele com maior probabilidade de falha). Os índices de confiabilidade obtidos através da análise não linear geométrica indicam uma probabilidade de falha ligeiramente maior para os estados limites últimos e de serviço analisados (Tabela 3), pois esse tipo de análise resultou em esforços internos e deslocamentos nodais em geral ligeiramente maiores que aqueles obtidos pela análise linear do pórtico plano.

Em estruturas fortemente não lineares, como o exemplo numérico do pórtico abatido biengastado apresentado, a influência da não linearidade geométrica nos índices de confiabilidade é significativa (Figura 8), mesmo quando os carregamentos externos não são elevados. Para essas estruturas, os resultados da análise linear são inaceitáveis, e a confiabilidade deve ser estimada com base em análise não linear geométrica.

A influência da flexibilidade das ligações entre as vigas e as colunas na confiabilidade estrutural dos pórticos metálicos planos é considerável e, portanto, a presença das ligações semirrígidas deve ser adequadamente considerada na análise e no projeto dos pórticos. Quando as ligações semirrígidas foram consideradas (Tabelas 4 e 6), os índices de confiabilidade obtidos para os estados limites de resistência e de serviço mudaram significativamente.

A influência das ligações semirrígidas na confiabilidade estrutural depende da função de estado limite analisada. No exemplo numérico do pórtico plano de um andar analisado observou-se que para estados limites de resistência a menor rigidez das ligações tem um efeito benéfico para as colunas e um efeito prejudicial para as vigas (Tabela 4), pois devido a presença das ligações semirrígidas ocorreu redistribuição de momentos fletores no pórtico plano. Já para os estados limites de serviço, observou-se que a menor rigidez das ligações resulta em menores índices de confiabilidade (Tabelas 4 e 6), uma vez que a presença das ligações semirrígidas reduz a rigidez global da estrutura.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, CNPq, FAPEMIG, Fundação Gorceix, PROPEC/UFOP e PROPP/UFOP o apoio fornecido para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ABNT, 2008. *NBR 8800: projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 237 p., Rio de Janeiro.
- AISC, 2005. *Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design*. American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois, USA.
- Ang, A. H. S., & Tang, W. H, 1984. *Probability concepts in engineering planning and design – decision, risk and reliability*. John Wiley & Sons, v. II, 562 p.
- Cornell, C. A., 1969. A Probability-Based Structural Code. *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 66, n. 12, p. 974-985.

- Gao, L., 1994. *Stochastic finite element method for the reliability analysis of nonlinear frames with PR connections*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – The University of Arizona, USA.
- Halдар, A., & Mahadevan S., 2000. *Reliability assessment using stochastic finite element analysis*. John Wiley & Sons, 344 p.
- Halдар, A., & Nee, Ker-Ming, 1989. Elasto-plastic large deformation analysis of PR steel frames for LRFD. *Computers and Structures*, v. 31, n. 5, p. 811-823.
- Hasofer, A. M., & Lind, N. C., 1974. An exact and invariant first-order reliability format. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 100, p. 111-121.
- Madsen, H.O., Krenk, S., & Lind, N. C., 2006. *Methods of structural safety*. Dover Publications, 2. ed., 407 p.
- Mapa, D. L. S., 2016. *Confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- MathWorks, 2017. *MATLAB Programming Fundamentals*. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/matlab_prog.pdf>. Acesso em: 30 de agosto de 2017.
- Melchers, R. E., 1999. *Structural reliability analysis and prediction*. John Wiley & Sons, 2. ed., 431 p.
- Rackwitz, R., & Fiessler, B., 1978. Structural reliability under combined random load sequences. *Computer and Structures*, v. 9, p. 489-494.
- Richard, R. M.; & Abbott, B. J., 1975. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 101(4), p. 511-515.
- Sagrilo, L. V. S., 2004. *Confiabilidade estrutural – métodos analíticos para análise de confiabilidade*. Notas de aula – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Silva, A. R. D., 2009. *Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Williams, F. W., 1964. An approach to the nonlinear behavior of the members of a rigid jointed plane framework with finite deflections. *British Quarterly Journal of Mechanics & Applied Mathematics*, v. 17, n. 4, p. 451-469.
- Zhou, Y, 1992. *Efficient stochastic finite element method for the reliability analysis of nonlinear frame structures*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – The University of Arizona, USA.