



AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE PILARES DE CONCRETO REFORÇADOS COM FIBRAS DE CARBONO

Daniel Lucas Filgueira

Isabele Nocrato Leite

Tereza Denyse Pereira de Araújo

daniellucas_dlf@hotmail.com

isabelenocrato@gmail.com

denyse@ufc.br

Universidade Federal do Ceará

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Estrutural e Construção Civil

Campus do Pici, Bloco 728, CEP 60455-760, Fortaleza, Ceará, Brasil

Resumo. *Diversas patologias podem ocorrer nas estruturas de concreto, oriundas do envelhecimento natural do material, ação de agentes externos agressivos ou baixo controle de qualidade. Uma das formas de reforçar os pilares é através do encamisamento com fibras de carbono. Essa técnica tem como vantagens, o fácil manuseio e aplicação, além das fibras de carbono possuírem baixo peso específico, elevada resistência à tração, alto módulo de elasticidade e boa resistência aos agentes químicos em geral. Em seções transversais circulares, a pressão de confinamento proveniente da fibra é distribuída uniformemente no pilar, enquanto que em seções retangulares, há concentração de tensões nos cantos, necessitando que os mesmos sejam arredondados. Como não há normatização oficial, muitos profissionais não utilizam a técnica por falta de conhecimento ou insegurança. Geralmente, o reforço é dimensionado apenas através da experiência do profissional ou de manuais de fabricantes. Pretende-se neste trabalho, avaliar numericamente o comportamento de pilares prismáticos de concreto reforçados com fibras de carbono (PRFC). São comparados dois modelos de não linearidade física: o modelo de Von Mises e o Concrete Damaged Plasticity (CDP). No primeiro, o material é tratado como elastoplástico, enquanto no segundo, é realizada uma combinação entre as teorias do dano e da plasticidade. Os modelos são validados através de exemplos numéricos e ensaios experimentais encontrados na literatura, além de se analisar a influência do arredondamento nos cantos.*

Palavras-Chaves: Concreto; Fibras de Carbono; Não linearidade física; Concrete Damaged Plasticity; Abaqus.

INTRODUÇÃO

A maioria das estruturas no Brasil é construída com concreto armado, sendo sua durabilidade um fator de grande importância. As estruturas devem ser submetidas à manutenções periódicas para que sua vida útil não seja reduzida e que o risco de surgir patologias comprometa a sua capacidade resistente.

Diversas patologias podem ocorrer nas estruturas, provenientes do envelhecimento natural do material, ação de agentes externos agressivos ou baixo controle de qualidade, por exemplo. Algumas ações excepcionais, como incêndios ou explosões, também podem acarretar danos significativos e comprometer o elemento em um curto período de tempo, tornando necessário, então, que se realize o reforço deste elemento (Pereira, 2012).

Várias técnicas de reforço de pilares são encontradas na literatura, podendo-se citar o reforço com perfis metálicos, o aumento da seção transversal da peça e o encamisamento com materiais compósitos. O encamisamento de pilares através de perfis metálicos ou compósitos gera o confinamento da seção como intuito de adicionar pressão lateral ao pilar, dificultando o seu deslocamento radial e, assim, aumentando a capacidade resistente e sua ductilidade (Carrazedo, 2002).

Uma das técnicas que vem sendo muito utilizada em todo o mundo é o reforço com polímero de fibras, seja de vidro, carbono, aço ou cerâmica. As mais utilizadas são as fibras de carbono. Essa técnica tem como principais vantagens, o fácil manuseio e aplicação, o que gera rapidez em sua utilização. Além disso, esses polímeros possuem baixo peso específico e têm como propriedades, elevada resistência à tração, alto módulo de elasticidade e boa resistência à corrosão e aos agentes químicos em geral (Gamino, 2007).

Segundo Carrazedo (2002), reforçar pilares, ou elementos de concreto armado em geral com fibras é uma técnica recente. Há falta de conhecimento em muitos profissionais a respeito do assunto, ou insegurança por não haver uma normatização oficial, dificultando o acesso a essa tecnologia para estudantes ou engenheiros. Geralmente, os profissionais contam apenas com sua experiência ou a utilização de manuais de fabricantes, como o manual de reforço da Viapol, escrito por Machado (sem data) ou normas internacionais.

Apesar de ser uma técnica consagrada para o reforço de lajes e vigas, no caso de pilares, a maior parte dos estudos (Carrazedo, 2002; Parvin e Brighton, 2014) tem sido voltada para os de seção circular. Estes pilares mostram uma maior eficiência do confinamento em relação aos pilares de seção quadrada ou retangular (Silva e Bella, 2003), pois possuem uma distribuição uniforme da pressão lateral, enquanto as seções prismáticas apresentam concentração de tensões em seus cantos. Portanto, a geometria da seção transversal da coluna confinada tem grande influência no seu ganho de resistência e ductilidade.

O comportamento estrutural do concreto armado é complexo, sendo bastante estudado na engenharia moderna, que busca representar de forma apropriada a sua resposta mecânica a um dado carregamento. A elaboração de equações constitutivas que considere todas as propriedades do material não é, em consequência, uma tarefa simples (Bono, 2008; Sarturi, 2014).

Na análise numérica de elementos estruturais de concreto, é necessário que se utilize modelos constitutivos que representem adequadamente esse comportamento. Um modelo linear, por exemplo, é muito simples e não retrata bem as condições próximas à ruína do

concreto, principalmente, quando se procura modelar o ensaio de compressão de coluna. Desta forma, é essencial que se utilize um modelo de análise não linear.

Os modelos não lineares podem ser descritos através das teorias da plasticidade ou do dano. Nos modelos que seguem a teoria da plasticidade, é considerado que o material apresenta deformações imediatas e não reversíveis, isto é, ao serem removidas as forças que as ocasionaram, as deformações não desaparecem completamente. Estes modelos buscam representar o comportamento de um material quando solicitado, distinguindo dois trechos na curva tensão-deformação, um elástico e outro plástico, ocorrendo, dessa maneira, deformações elásticas e inelásticas (residuais), respectivamente. Alguns pesquisadores, como Tresca, vonMises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, entre outros, desenvolveram analiticamente superfícies de plastificação responsáveis por representar a fronteira entre os regimes elástico e plástico do material (Gamino, 2007).

Na intenção de expressar o comportamento não linear do concreto, Lubliner et al. (1989), por sua vez, propuseram um modelo baseado na Teoria da Plasticidade e na Mecânica do Dano Contínuo, em que os conceitos de dano são incorporados em um modelo plástico, fazendo uso do conceito de tensões efetivas da Mecânica do Dano para representar a perda de rigidez. Neste tipo de modelo, os materiais frágeis, como o concreto, são vistos como materiais coesivos com atrito, sendo que uma eventual perda de rigidez (dano) pode ser relacionada a uma perda de coesão (Lubliner et al., 1989). Esse modelo é hoje conhecido como Modelo de Dano Plástico (Concrete Damaged Plasticity – CDP) e foi utilizado por Sarturi (2014) em suas análises para elementos sujeitas a cargas monótonas.

O objetivo desse trabalho consiste em avaliar numericamente colunas prismáticas de concreto reforçadas com fibras de carbono e sujeitas a cargas de compressão. Para tanto, dois modelos constitutivos são utilizados, o de Von Mises e o CDP, para representar o concreto. Além disso, avalia-se a influência do arredondamento dos cantos na resistência à compressão do concreto.

1 CONFINAMENTO DE PILARES

Para melhor entendimento do conceito de confinamento, é necessário que primeiramente se conheça o comportamento do pilar em serviço. Caso um pilar sem qualquer restrição lateral (Fig. 1), com material elástico-linear, **esteja** submetido a uma força axial de compressão (F), esta irá comprimir axialmente inversamente proporcional ao seu modo de elasticidade (E) e expandir lateralmente proporcional à razão ν/E , em que ν é o seu coeficiente de Poisson, ou seja, ocorrem deformações radiais de expansão.

Portanto, o princípio do confinamento consiste em restringir essa expansão lateral do pilar e, assim, resistir a uma força de compressão maior. O pilar é envolvido por uma parede fina antes da aplicação da carga e, quando esta for aplicada, essa parede restringe o deslocamento lateral, criando no interior do tubo uma pressão (Fig. 2). O valor dessa pressão é dependente da magnitude da força de compressão, do material e da geometria do pilar (Carrazedo, 2002). Assim, o estudo de reforço dos pilares encamisados com fibras de carbono deve ser feito a partir do estudo de confinamento (Sudano, 2005).

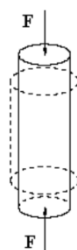


Figura 1. Pilar submetido à compressão (Fonte: Sudano, 2005)

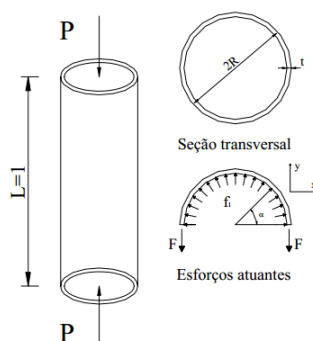


Figura 2. Pilar envolto por uma parede fina e submetido a uma força de compressão (Fonte: Carrazedo, 2002)

FIB (1999) esclarece o método de ruptura sob carregamento uniaxial de uma maneira simplificada. Grande parte do concreto é composto por agregados de diversos tamanhos, que são componentes rígidos, cujas forças de compressão são transmitidas através desses agregados.

Para o equilíbrio do sistema, é necessário que haja componentes laterais que combatam o deslocamento lateral discutido anteriormente. Quando o concreto não é confinado, essas forças são provenientes das forças de coesão da pasta de cimento. Quando as forças de coesão são superadas, surgem as primeiras microfissuras entre os agregados e a pasta de cimento. As microfissuras aumentam de tamanho com o aumento da carga, até que estas alcancem um comprimento crítico, tornando a peça danificada e comprometida. O confinamento aumenta as forças de coesão, assim, é necessário que haja uma maior força de compressão para superá-la, resultando em uma maior resistência à compressão.

O estudo do confinamento em pilares não é tão recente, já dura algumas décadas. King (1946) demonstrou que o confinamento de pilares pelo confinamento de estribos e armadura longitudinal acarreta em aumento da resistência axial do concreto. Chan (1955) elaborou um modelo que relaciona tensão-deformação com concreto confinado através de estudos experimentais.

O confinamento dos pilares pode ser de forma passiva, através de armaduras transversais, ou de forma ativa, através do encamisamento dos pilares com outros materiais, tais como aço e compósitos, por exemplo. As propriedades do material confinante influenciam o comportamento do concreto. O aço possui um comportamento elastoplástico, ou seja, após atingir a tensão de escoamento, proporciona uma tensão constante, enquanto os compósitos

aumentam sua tensão até atingir a tensão de ruptura. Assim, os modelos de análise são diferentes para os dois casos (Carrazedo, 2002).

Através do encamisamento do pilar com fibras de carbono, a expansão lateral do concreto é combatida. A resistência à tração das fibras leva o pilar a um efeito de confinamento, o que induz um estado triaxial de tensões de compressão no concreto. Ao ser submetido a esse estado, o concreto aumenta a resistência e a ductilidade, em comparação com o submetido apenas a um estado uniaxial (Fig. 3).

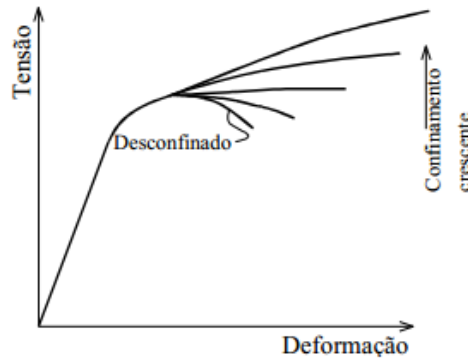


Figura 3. Comparativo das curvas tensões x deformações entre pilares desconfinados e confinados (Fonte: Machado, sem data)

Em um pilar reforçado com fibras de carbono, as fibras devem estar dispostas em uma orientação transversal ao eixo axial do pilar (Fig. 4) para que o efeito do confinamento seja atribuído, independentemente da forma da seção transversal. Neste caso, estas se comportam como estribos em espiral. No caso de seções circulares, as fibras de carbono permanecem sem tensões até que a expansão radial ocorra, o que caracteriza um confinamento passivo. Vale lembrar que as fibras alinhadas axialmente com o eixo do pilar, não devem ser consideradas para efeito de confinamento.

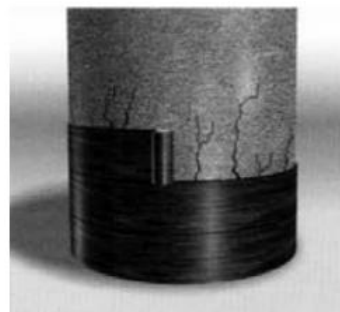
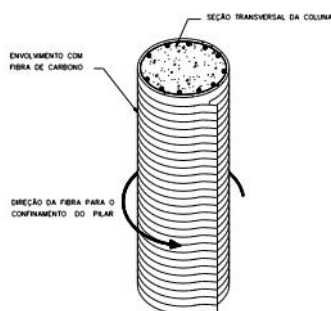


Figura 4. Orientação das fibras em coluna de seção circular e sua aplicação (Fonte: Machado, sem data)

2 MODELOS CONSTITUIVOS

A fibra de carbono, neste trabalho, é considerada isotrópica com comportamento linear elástico. Segundo Obaidat et al. (2010), pode-se usar nas modelagens numéricas da fibra tanto suas propriedades isotrópicas, como as ortotrópicas, pois ambas geram resultados bem

próximos. Já o concreto apresenta um comportamento inelástico tanto na compressão, quanto na tração. A fim de capturar esse comportamento, dois modelos são utilizados: o critério de escoamento de Von Mises e o CDP.

2.1 Critério de Von Mises

O critério de escoamento de Von Mises é geralmente utilizado para metais. Contudo, Ronagh e Baji (2014) afirmam que o comportamento não-linear do concreto pode ser capturado por este modelo, em vez dos critérios de plasticidade de Drucker-Prager (é o mais usual). Este critério está associado a uma lei de fluxo e ao encruamento isotrópico. A função de escoamento é definida como:

$$F(\sigma, \lambda) = \sigma_e - \sigma_y = 0. \quad (1)$$

Em que, σ_y é a tensão limite quando o material passa do seu comportamento elástico para o plástico e σ_e é a tensão equivalente. Von Mises desenvolveu analiticamente uma superfície de plastificação responsável por representar a fronteira entre os regimes elástico e plástico do material (Gamino, 2007). De acordo com o modelo isotrópico multilinear proposto, o comportamento do concreto no espaço tridimensional das tensões principais (σ_1 , σ_2 e σ_3) é expresso pela seguinte relação:

$$\sigma_y \geq \sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}. \quad (2)$$

A superfície de Von Mises é representada como mostra a Fig. 5, assim como outras superfícies. Observa-se que as superfícies de Drucker-Prager e Von Mises coincidem no estado triaxial de tensão.

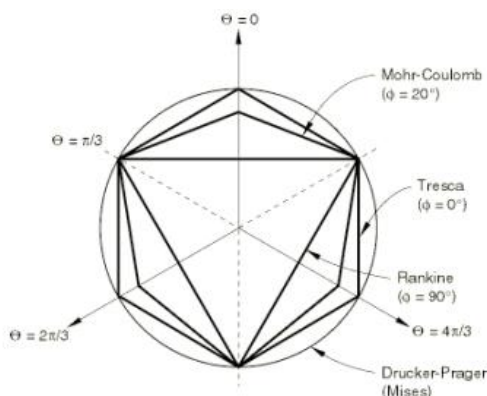


Figura 5. Superfícies de plastificação (Fonte: SIMULIA, 2012)

2.1.1 Modelo da NBR 6118:2014

A NBR 6118 (2014) propõe um modelo simples para o concreto, cujo comportamento é elástico não-linear. A resposta à compressão do concreto íntegro, para análises no estado-limite último, é representada pelo digrama tensão-deformação idealizado (Fig. 6), no qual se admite uma relação linear entre tensões e deformações. Nesse caso, as tensões de compressão devem ser menores do que $0,5f_c$, adotando-se para o módulo de elasticidade o valor secante (E_{ci}).

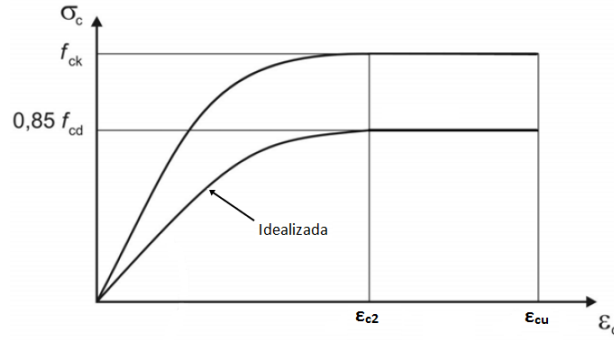


Figura 6. Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto comprimido (Fonte: NBR 6118, 2014)

O módulo de elasticidade secante (E_{ci}) é estimado pela seguinte expressão:

$$E_{ci} = \alpha_i \cdot E_0. \quad (3)$$

Sendo,

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0. \quad (4)$$

A equação que descreve a curva idealizada do concreto sob compressão é dada por:

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]. \quad (5)$$

Em que, f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão, f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto e igual a $f_{ck} / 1,4$ (combinação normal de cargas), ε_c é a deformação específica do concreto, ε_{c2} é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico, ε_{cu} é a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (Fig. Figura 6) e n é o fator exponencial que assume os seguintes valores:

Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \Rightarrow n = 2$

$$\text{Para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \Rightarrow n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4. \quad (6)$$

Para concretos de classes até C50, ε_{c2} e ε_{cu} assumem os seguintes valores:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c2} &= 2,0\text{‰} \\ \varepsilon_{cu} &= 3,5\text{‰} \end{aligned} \quad (7)$$

E, para concretos de classes C55 até C90, ε_{c2} e ε_{cu} assumem os seguintes valores:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c2} &= 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \\ \varepsilon_{cu} &= 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \end{aligned} \quad (8)$$

Já como resposta à tração, para o concreto não fissurado, adota-se o diagrama tensão-deformação bilinear (Fig. 7), em que, f_{ctk} é a resistência característica do concreto à tração e E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente inicial. A resistência característica do concreto à tração é definida por seu limite inferior ($f_{ctk,inf}$) e superior ($f_{ctk,sup}$), dados por:

$$\begin{aligned} f_{ck,inf} &= 0,7 f_{ct,m} \\ f_{ck,sup} &= 1,3 f_{ct,m} \end{aligned} \quad (9)$$

O parâmetro $f_{ct,m}$ é definido de acordo com a classe o concreto. Então, para concretos de classes até C50, tem-se:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (10)$$

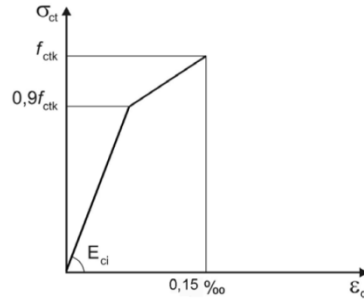


Figura 7. Diagrama tensão-deformação bilinear de tração (Fonte: NBR 6118, 2014)

E, para concretos de classes C55 até C90, tem-se:

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad (11)$$

Quando não forem realizados ensaios para a obtenção do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}), a NBR 6118 (2014) recomenda que seu valor estimado possa ser obtido pelas expressões a seguir:

$$\begin{aligned} E_{ci} &= \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \Rightarrow 20 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ E_{ci} &= 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 55 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (12)$$

A variável α_E assume valores de acordo com o tipo do agregado. Seus valores são 1,2, 1,0, 0,9 e 0,7 para basalto e diabásio, granito e gnaiss, calcário e arenito, respectivamente. Os valores de resistência e módulos de elasticidade são dados em megapascal (MPa).

2.2 Concrete Damaged Plasticity (CDP)

Segundo Sümer e Aktaş (2015), o CDP é um dos modelos constitutivos possíveis de prever o comportamento constitutivo não linear do concreto, pois são introduzidas variáveis escalares de dano do material, tanto para compressão, como para tração.

Nos modelos totalmente com dano e elástico, não há deformações residuais após o dano, a tensão nula ainda corresponde a uma deformação nula e a rigidez será menor do que a inicial. Quando o modelo adotado é totalmente elástico e plástico, há deformações residuais, entretanto, não há dano, ou seja, o módulo de elasticidade continuará o mesmo e a curva de descarregamento continuará com a mesma inclinação da curva de carregamento inicial (Fig. 8).

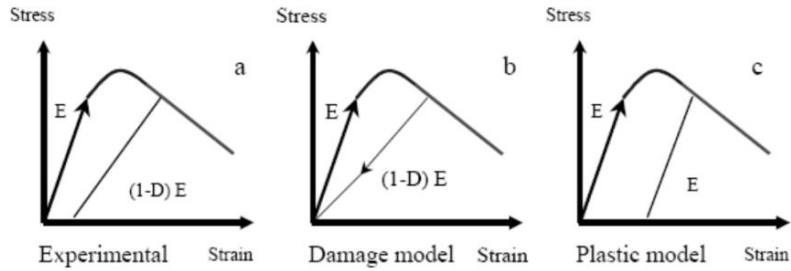


Figura 8. Modelos de comportamentos constitutivos do concreto (Fonte: Sümer e Aktas, 2015)

Pressupõe-se que existem dois tipos de mecanismos de falha: ruptura por tração ou esmagamento compressivo do concreto. A evolução do escoamento ou da falha é caracterizada por duas variáveis de endurecimento, $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ e $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$, ligadas aos mecanismos de falhas sob compressão e tração e que correspondem às deformações plásticas sob compressão e tração, respectivamente. Em um modelo de tensão uniaxial, a resposta do concreto é caracterizada pelo dano e plasticidade.

Sob tração uniaxial, o trecho linear elástico da curva tensão-deformação é limitado pela tensão limite de início de falha, σ_{t0} , onde microfissuras começam a surgir no concreto. Acima dessa tensão, o surgimento das trincas é representado pelo amolecimento da curva, e, após o descarregamento, poderão surgir deformações plásticas ou residuais, $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$. Sob compressão uniaxial, o trecho linear elástico da curva tensão-deformação é limitado pela tensão limite de início de falha, σ_{c0} . No regime plástico, a resposta é caracterizada pelo endurecimento do material até atingir a tensão limite σ_{cu} , seguida do amolecimento da curva (Fig. 9).

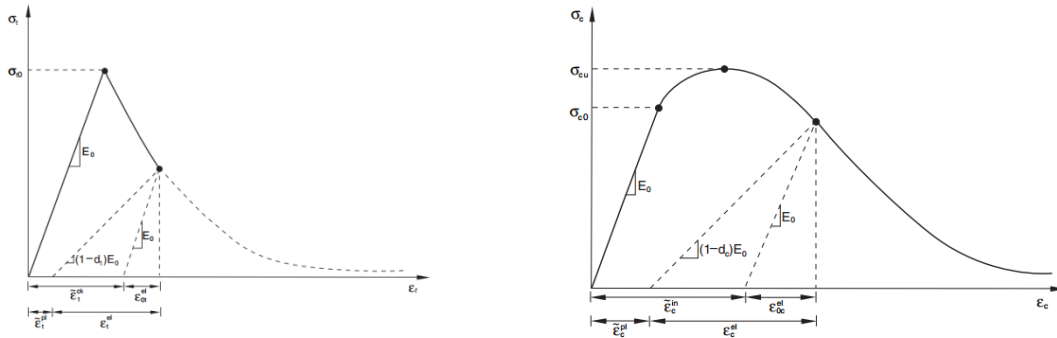


Figura 9. Deformação sob tração e compressão uniaxial, respectivamente (Fonte: SIMULIA, 2012)

Pode-se observar, portanto, que caso o concreto seja descarregado em algum ponto após a tensão limite (Fig. 9), ou seja, durante a curva de amolecimento, o material se torna danificado e sua rigidez elástica é diminuída. Essa degradação do material, ou seja, a perda da rigidez é caracterizada por duas variáveis de dano, d_t e d_c , na tração e compressão, respectivamente. Estas variáveis dependem das deformações plásticas e da temperatura e seus valores podem variar de 0, quando o material não é danificado, a 1, quando o material perde toda a sua resistência e rigidez.

As relações tensão-deformação, sob carregamentos de tração (σ_t) e compressão (σ_c), são dadas pelas seguintes expressões:

$$\sigma_t = (1 - d_t) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}), \quad (13)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}). \quad (14)$$

Em que, E_0 é a rigidez inicial do concreto sem danos, d_t é a variável do dano na tração, d_c é a variável do dano na compressão e $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ e $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ são as deformações plásticas sob compressão e tração uniaxial, respectivamente. As tensões coesivas de tração e compressão efetivas, $\bar{\sigma}_t$ e $\bar{\sigma}_c$, respectivamente, são definidas como:

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} = E_0 \cdot (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}), \quad (15)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} = E_0 \cdot (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}). \quad (16)$$

2.2.1 Comportamento sob tração uniaxial

O comportamento pós-falha é modelado através do endurecimento na tração, que permite definir o comportamento do concreto fissurado através de uma lei de amolecimento (Fig. 9). Esse endurecimento na tração pode ser especificado através de uma relação tensão-deformação pós-falha, ou aplicando um critério de fissuração por energia de fratura.

No concreto armado, o comportamento pós-falha significa fornecer a tensão pós-falha em função da deformação de fissuração, $\tilde{\varepsilon}_t^{ck}$, que é utilizado em modelos numéricos do CDP. O objetivo é levar em consideração o endurecimento na tração, a tensão na zona tracionada não diminui drasticamente, mas gradualmente (Kmiecik e Kamiński, 2011). A deformação de fissuração $\tilde{\varepsilon}_t^{ck}$ é definida como a diferença entre a deformação total (ε_t) e a deformação elástica (ε_{0t}^{el}).

$$\tilde{\varepsilon}_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{0t}^{el}. \quad (17)$$

Em que,

$$\varepsilon_{0t}^{el} = \frac{\sigma_t}{E_0}. \quad (18)$$

O endurecimento na tração é dado em função da deformação de fissuração pós-falha, $\tilde{\varepsilon}_t^{ck}$. Quando há descarregamento, a deformação plástica $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ pode ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{ck} - \frac{d_t}{1 - d_t} \cdot \frac{\sigma_t}{E_0}. \quad (19)$$

O comportamento sob tração uniaxial pode ser dado a partir das seguintes expressões (Hordijk, 1992; Alfara et al., 2017):

$$\sigma_{t(1)} = E_0 \cdot \varepsilon_t, \quad (20)$$

$$\frac{\sigma_{t(2)}(w)}{f_m} = \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \cdot e^{-c_2 \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \cdot e^{-c_2} . \quad (21)$$

Em que, w é o comprimento da fissura, f_m é a tensão máxima de tração, w_c é o comprimento crítico da fissura e c_1 e c_2 são constantes cujos valores são dados iguais a $c_1 = 3$ e $c_2 = 6,93$. O primeiro termo (Eq. 20) corresponde ao trecho linear da curva tensão-deformação, enquanto o segundo (Eq. 21) corresponde ao trecho descendente. O comprimento crítico (w_c) da fissura pode ser calculado através da seguinte expressão:

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_m} . \quad (22)$$

Em que, G_f é a energia de fratura. A energia de fratura e a tensão máxima de tração são calculadas por:

$$G_f = 0,073 f_{cm}^{0,18} , \quad (23)$$

$$f_m = 0,3016 f_{ck}^{2/3} . \quad (24)$$

Em que, f_{ck} é a tensão de compressão característica e f_{cm} é a tensão máxima de compressão, que é dada por:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 . \quad (25)$$

A deformação total (ε_t) e o comprimento da fissura (w) podem ser relacionados através da seguinte expressão:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_m + \frac{w}{l_{eq}} . \quad (26)$$

Em que, ε_m é a deformação quando a tensão de tração é máxima e l_{eq} é o comprimento médio dos elementos da malha.

2.2.2 Comportamento sob compressão uniaxial

O comportamento da curva tensão-deformação pode ser definido fora da faixa elástica através da compressão uniaxial (Fig. 9). A tensão de compressão é fornecida em função da deformação inelástica $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$ ou ε_c^{ch} .

A deformação inelástica ($\tilde{\varepsilon}_c^{in}$) é usada no modelo CDP, que é definida como a deformação total (ε_c) menos a deformação elástica (ε_{0c}^{el}) correspondente do material sem danos.

$$\tilde{\varepsilon}_c^{in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{0c}^{el} . \quad (27)$$

Em que,

$$\varepsilon_{0c}^{el} = \frac{\sigma_c}{E_0} . \quad (28)$$

O endurecimento na tensão é dado em função da deformação inelástica $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$. Quando há descarregamento, a deformação plástica $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ pode ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{1-d_c} \cdot \frac{\sigma_c}{E_0}. \quad (29)$$

O comportamento sob compressão uniaxial (Fig. 10) pode ser dado a partir das seguintes expressões (CEB-FIB 2010):

$$\sigma_{c(1)} = E_0 \cdot \varepsilon_c, \quad (30)$$

$$\sigma_{c(2)} = \frac{E_{ci} \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}} \right)^2}{1 + \left(E_{ci} \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - 2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}}} \cdot f_{cm}. \quad (31)$$

$$\sigma_{c(3)} = \left(\frac{2 + \gamma_c \cdot f_{cm} \cdot \varepsilon_{cm}}{2 f_{cm}} - \gamma_c \cdot \varepsilon_c + \frac{\varepsilon_c^2 \cdot \gamma_c}{2 \varepsilon_{cm}} \right)^{-1}. \quad (32)$$

No qual o parâmetro γ_c é dado pela expressão:

$$\gamma_c = \frac{\pi^2 \cdot f_{cm} \cdot \varepsilon_{cm}}{2 \cdot \left[\frac{G_{ch}}{l_{eq}} - 0,5 f_{cm} \cdot \left(\varepsilon_{cm} (1-b) + b \frac{f_{cm}}{E_0} \right) \right]^2}. \quad (33)$$

Em que, G_{ch} é a energia de esmagamento dada por:

$$G_{ch} = \left(\frac{f_{cm}}{f_{tm}} \right)^2 \cdot G_f, \quad (34)$$

O módulo de elasticidade tangente do concreto, E_0 , é dado por:

$$E_0 = 0,8 + \frac{0,2 f_{cm}}{88}. \quad (35)$$

O módulo secante, E_{ci} , é dado por:

$$E_{ci} = 10000 f_{cm}^{1/3}. \quad (36)$$

E b é a razão entre as deformações inelástica e plástica.

$$b = \frac{\varepsilon_c^{ch}}{\varepsilon_c^{pl}}. \quad (37)$$

O trecho (1) da curva (Fig. 10) corresponde a fase elástica da curva, cuja tensão limite é $0,4 f_{cm}$, o trecho (2) corresponde ao intervalo ascendente e o trecho (3), ao intervalo descendente. As variáveis de dano, d_c e d_t , podem ser calculadas a partir das seguintes expressões (Winkler e Stangenberg, 2008):

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c \cdot E_0^{-1}}{\varepsilon_c^{ch} \cdot (1/b_c - 1) + \sigma_c \cdot E_0^{-1}}, \quad (38)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t \cdot E_0^{-1}}{\varepsilon_t^{ck} \cdot (1/b_t - 1) + \sigma_t \cdot E_0^{-1}} \quad (39)$$

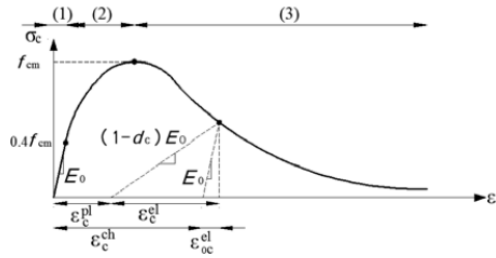


Figura 10. Curva tensão-deformação pela CEB-FIB 2010 (Fonte: Alfarah et al., 2017)

3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Como já foi dito, dois modelos constitutivos de análise não linear do concreto, modelo de Von Mises e Modelo do Dano Plástico (CDP), são usados para o concreto. Como validação dos dois modelos, analisaram-se os corpos de prova ensaiados à compressão por Martins (2016). O primeiro sendo um corpo de prova circular (CPC) com raio de 10 cm e comprimento de 20 cm, sem nenhuma camada de reforço (c0). O segundo é um corpo de prova prismático (CPP) de seção transversal quadrada de 15 cm x 15 cm e comprimento de 50 cm, sem raio de arredondamento (r0) e sem reforço (c0), e o terceiro é o CPP com arredondamento dos cantos, cujo raio é 1 cm (r1) e uma camada de reforço com PRFC (c1).

Os três CPs foram modelados inserindo placas rígidas nas extremidades (Fig.11), para que suas condições se assemelhem com as condições experimentais. A placa inferior é engastada e no centro da placa rígida superior é aplicada uma carga concentrada com valor igual a 5000 kN. O traço do concreto foi realizado para uma resistência à compressão de $f_{ck}=30$ MPa e um coeficiente de Poisson igual a 0,2. Já as fibras de carbono são consideradas um material isotrópico com módulo de elasticidade de 230 GPa e coeficiente de Poisson de 0,25.

O concreto foi discretizado com elementos sólidos C3D8R, que é o elemento linear tridimensional com 8 nós e integração reduzida, totalizando cerca de 1450 elementos. Para o PRFC, foi utilizado o elemento de casca S4R, que é um elemento linear bidimensional com 4 nós e integração reduzida, num total de cerca de 600 elementos (Fig. 11).

Os resultados das análises destes CPs são mostrados na Tabela 1. Observa-se que, para o CPP sem reforço, o modelo de Von Mises apresentou melhores resultados do que o CDP, mas ambos apresentaram erros aproximados de -10% e -12%, respectivamente. A divergência nesse resultado pode ser porque Martins (2016) rompeu os corpos de prova a 54 dias e não a 28 dias como recomendado em normas. Para uma camada de reforço e arredondamento dos cantos, o CDP apresentou um erro bem menor (-3,68%) do que o de Von Mises (-5,5%). Para o corpo de prova circular, os resultados foram bastante semelhantes ao experimental, porém, o modelo CDP apresentou uma menor convergência.

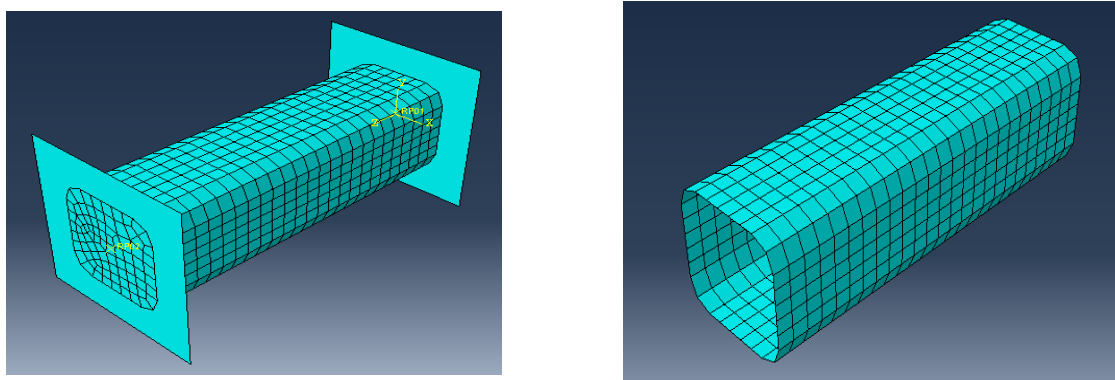


Figura11. Malha de elementos finitos do CP e do PRFC

Tabela 1. Resistência à compressão dos CPs, sem raio de arredondamento e sem reforço (em MPa)

CP	Martins (2016)	von Mises	Erro (%)	CDP	Erro (%)
CPCc0	37,30	37,04	-0,68	36,00	-3,49
CPPr0c0	41,11	37,10	-9,74	36,30	-11,70
CPPr1c1	45,11	46,18	-5,50	43,45	-3,68

As figuras 12, 13 e 14 mostram os diagramas tensão-deformação dos modelos usados para validação. Verifica-se uma boa concordância para os corpos de prova sem camada de reforço (CPCc0 e CPPr0c0), porém, para o corpo de prova com reforço, o modelo de von Mises não captura muito bem o comportamento do concreto, mas convergindo para o valor de pico.

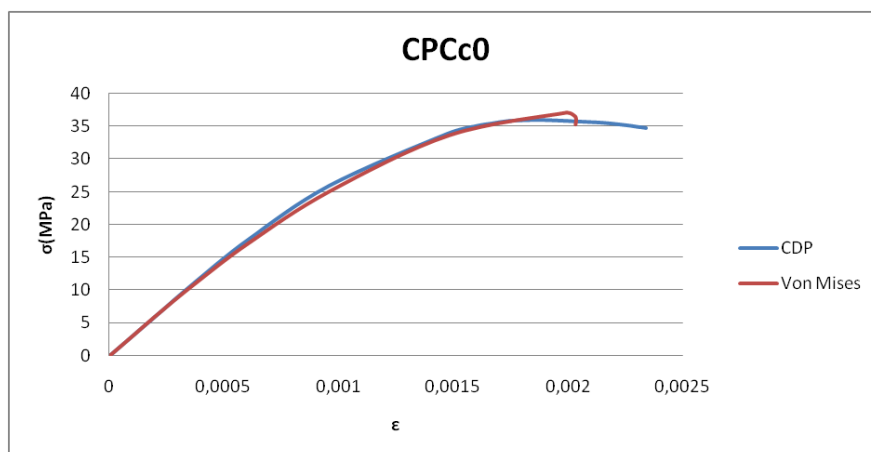


Figura 12. Diagrama tensão-deformação do modelo CPCc0

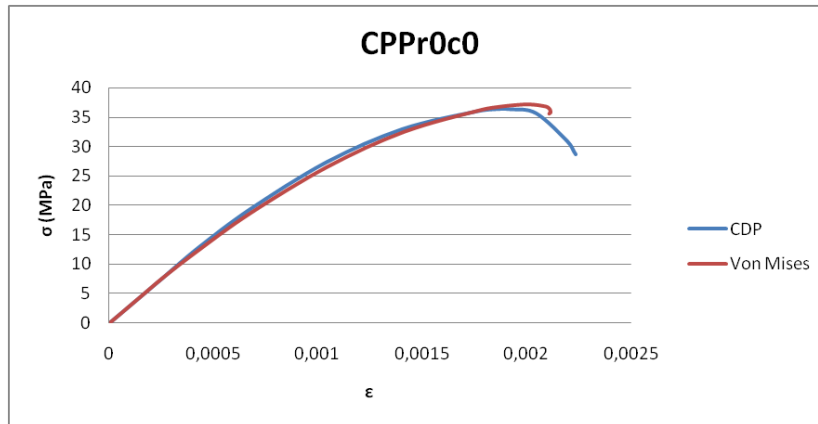


Figura 13. Diagrama tensão-deformação do modelo CPPr0c0

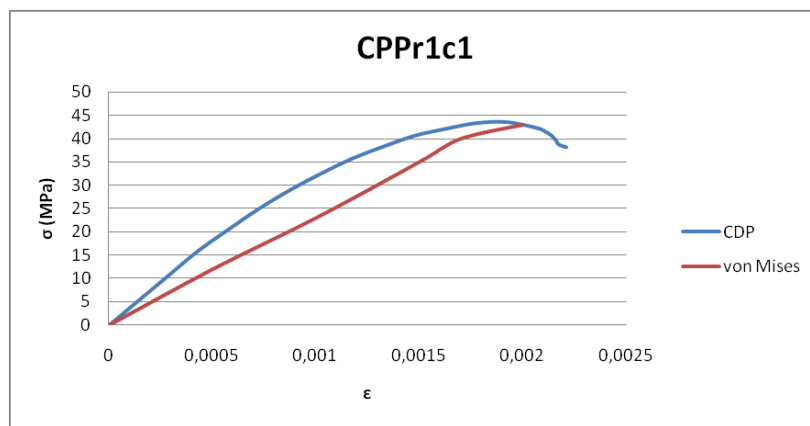


Figura14. Diagrama tensão-deformação do modelo CPPr1c1

3.1 Estudo da influência dos raios de arredondamento e do encamisamento

Foi usada a mesma malha de elementos finitos para estes pilares prismáticos e fibras de carbono (Fig. 11), pois possuem as mesmas dimensões usadas por Martins (2016). Portanto, usam-se as mesmas propriedades mecânicas para o concreto e a fibra de carbono, bem como a aplicação do carregamento. Foram realizadas análises numéricas com os raios de arredondamento variando de 0 a 4 cm, denominados r0 (sem arredondamento), r1, r2, r3 e r4. O número de camadas de PRFC varia de 0 a 4 camadas, denominados c0 (sem reforço), c1, c2, c3 e c4.

Os resultados para as análises considerando o arredondamento dos cantos e variando-se o número de camadas de PRFC são mostrados na Tabela 2 e na Tabela 3, para os dois modelos constitutivos do concreto, respectivamente. Desses resultados, observa-se que para o mesmo número de camadas, a resistência do concreto é praticamente a mesma, mesmo para diferentes raios de arredondamento dos cantos para Von Mises e tem um pequeno aumento para os modelos com CDP.

Comparando-se os resultados com o modelo de Von Mises (Fig. 15a), verifica-se um aumento aproximadamente linear para todos os raios. Observa-se o mesmo comportamento

para o modelo CDP (Fig. 15b), ou seja, aumento linear para todos os raios de arredondamento.

Tabela2. Resistência dos CPs modelados por Von Mises, em MPa

Raio de arredondamento dos cantos	Número de camadas				
	c0	c1	c2	c3	c4
r0	37.10	46.34	51.88	57.51	63.16
r1	40.88	46.19	51.47	57.01	62.36
r2	40.59	45.79	51.03	56.39	61.80
r3	40.45	45.56	50.78	56.06	61.42
r4	40.54	45.67	50.88	56.17	61.58

Tabela3. Resistência dos CPs modelados por CDP, em MPa

Raio de arredondamento dos cantos	Número de camadas				
	c0	c1	c2	c3	c4
r0	36,30	43,19	49,31	55,84	63,43
r1	35,80	43,45	50,02	57,06	64,65
r2	35,91	43,39	50,26	57,81	66,37
r3	35,35	43,44	50,57	58,98	68,99
r4	34,78	43,86	51,53	61,51	73,10

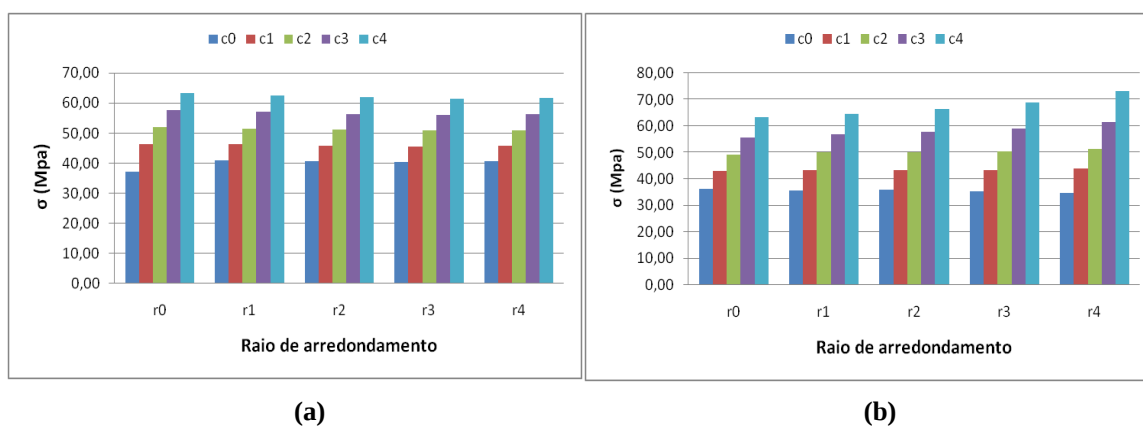


Figura 15. Influência do arredondamento dos cantos na resistência à compressão. (a) Von Mises, (b) CDP

Em relação ao ganho de resistência, que é a razão entre as resistências do concreto confinado (f_{cc}) e o não confinado (f_{co}), o resultado esperado seria que, conforme se aumentasse o raio de arredondamento, a concentração de tensões nos cantos se atenuaria,

aumentando a área confinada, e permitindo o acréscimo em resistência atingida pelo corpo de prova, já que a chance de falha prematura da camisa de PRFC devido a uma aresta viva diminuiria, como foi observado por Rochette e Labossière (2000).

Em relação ao ganho de resistência para o modelo de Von Mises (Figura 16), no modelo sem reforço, observou-se um aumento de cerca de 10% entre o modelo sem arredondamento e o modelo com os cantos arredondados em 1 cm. Com o aumento do raio de arredondamento, a resistência praticamente não foi alterada, chegando a diminuir cerca de 1%. Para os modelos com reforço, os resultados foram bem próximos para todas as camadas analisadas. A resistência não houve grandes mudanças, chegando a diminuir cerca de 3%, diferente do esperado por Rochette e Labossière (2000). Em relação ao ganho de resistência para o CDP (Figura 19), observa-se um ganho de resistência para todas as camadas de reforço, chegando a 15% de aumento, que era o comportamento esperado. Entretanto, para o modelo sem reforço, a resistência diminuiu um pouco.

Verifica-se, ainda, que a variação no número de camadas aumenta o ganho de resistência, independente do raio de arredondamento, sendo este crescente, tanto para ambos os modelos (Von Mises – Figura 18; CDP – Figura 17). No modelo CDP, para c4 e r4, o ganho de resistência chega a ser maior do que 100%.

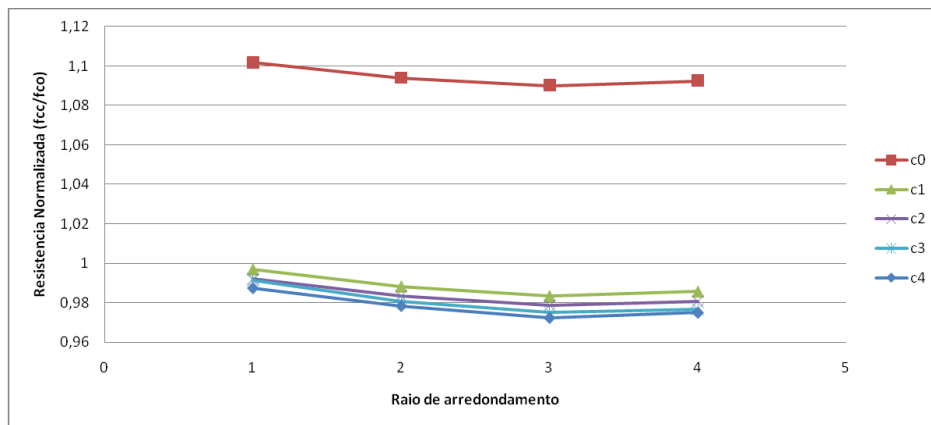


Figura 16. Influência do arredondamento dos cantos (Von Mises)

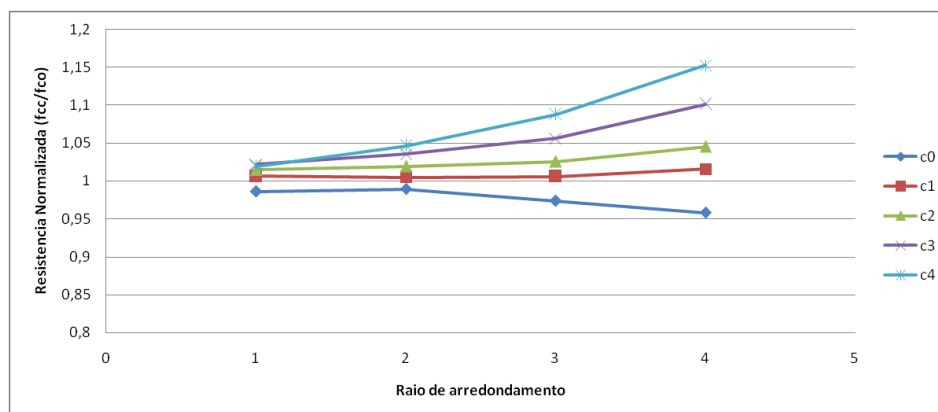


Figura 17. Influência do arredondamento dos cantos (CDP)

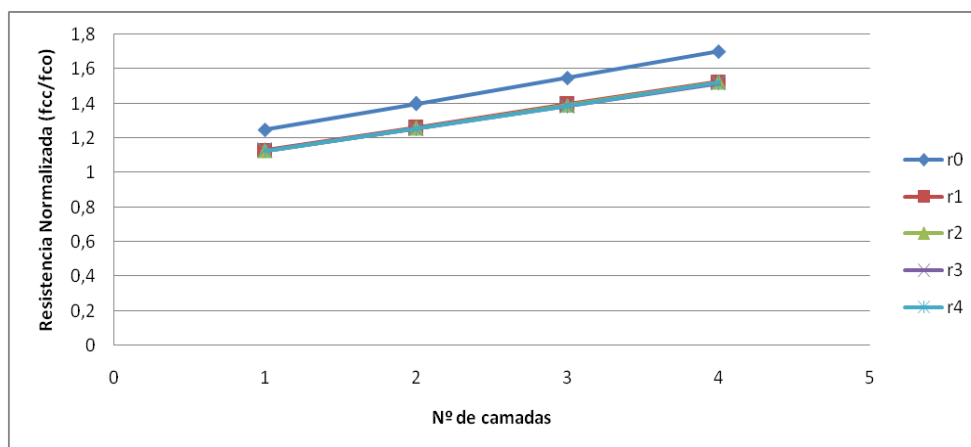


Figura18. Influência do aumento do número de camadas de PRFC no ganho de resistência (Von Mises)

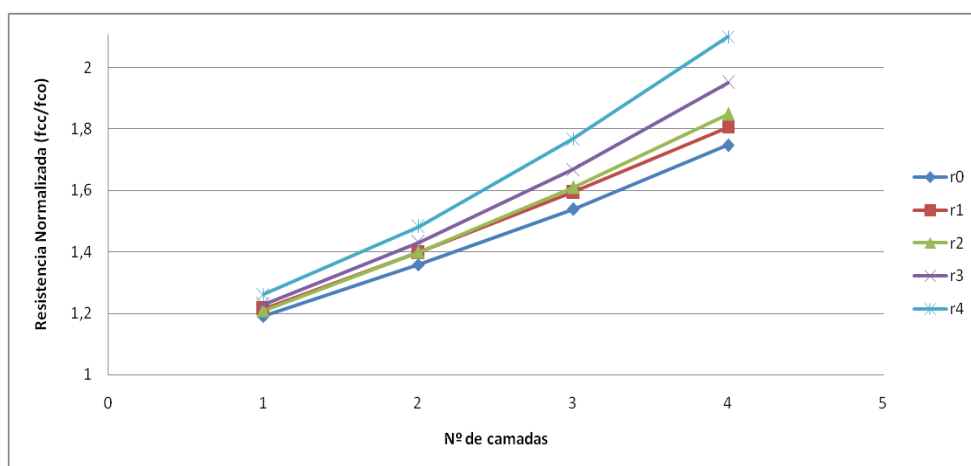


Figura 19. Influência do aumento do número de camadas de PRFC no ganho de resistência (CDP)

4 CONCLUSÃO

Este trabalho visou analisar numericamente o comportamento de pilares prismáticos submetidos à compressão axial e ao confinamento com PRFC. Nele foram analisados dois modelos constitutivos diferentes para o comportamento do concreto, o modelo de Von Mises e o Modelo do Dano Plástico (CDP).

É notório que o modelo de Von Mises representa melhor o comportamento dos materiais dúcteis, como o aço. Entretanto, este se mostrou pouco eficiente em alguns casos. Houve aumento da resistência com o aumento do reforço, porém, menor do que o modelo do CDP. O modelo não foi bem representado no estudo do arredondamento dos cantos, pois em muitos casos não houve aumento da resistência ao serem arredondados, como era esperado.

Já o modelo de dano plástico se mostrou bem mais eficiente do que o modelo de Von Mises, trazendo altos ganhos de resistência ao confinar o concreto e ao aumentar o número de camadas de PRFC. Também se observou altos ganhos de resistência ao arredondar os cantos nos modelos de concreto confinado.

Ambos os modelos possuem suas devidas limitações, entretanto, o modelo de dano plástico se mostrou bem mais eficiente, representando bem o comportamento do concreto. Alguns ajustes podem ter interferido nos resultados encontrados, tais como parâmetros de cálculo (como os parâmetros de dano do concreto), as variáveis de definição do Step, o tipo de elemento finito utilizado, o refinamento da malha, as condições de carregamento e de apoio, dentre outros.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP) pelo apoio financeiro ao desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Alfarah, B.; López-Almansa, F.; Oller, S., 2017. New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures. *Engineering Structures*, v. 132, pp.70-86.
- Bono, G. F. F., 2008. *Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil.
- Carrazedo, R., 2002. *Mecanismos de confinamento e suas implicações no reforço de pilares de concreto por encamisamento com compósito de fibras de carbono*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 173 f.
- Chan, W.W.L., 1955. The ultimate strength and deformation of plastic hinges in reinforced concrete frameworks. *Magazine of Concrete Research*, v.7, n.21, pp.121-132.
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. CEB-FIP Model Code 1990. Thomas Telford, London 1993.
- Fédération Internationale Du Béton– FIB, 1999. Structural concrete: textbook on behaviour, design and performance. *Bulletin* 1, v.1, p.35-37, pp.206-212.
- Gamino, A.L., 2007. *Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP*. Tese de Doutorado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 259 f.
- Hordijk, D.A., 1992. Tensile and tensile fatigue behavior of concrete; experiments, modeling and analyses. *Heron* v.37, n. 1, 79 f.
- King, J.W.H., 1946. The effect of lateral reinforcement in reinforced confined concrete. *The Structural Engineer*, v.24, n.7, pp.355-388.
- Kmiecik, P.; Kamiński, M., 2011. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, v. 11, n. 3, pp. 623-636.
- Lubliner, J. et al., 1989. A plastic-damage model for concrete. *Solids and Structures*, v. 25, n. 3, pp.299-326.

- Machado, A.P. Manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono. Viapol.
- Martins, J. G., 2016. *Estudo de colunas reforçadas com fibra de carbono*. Monografia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 79 f.
- Obaidat, Y. T.; Heyden, S.; Dahlblom, O., 2010. The effect of CFRP and CFRP/concrete interface models when modelling retrofitted RC beams with FEM, *Composite Structures*, v. 92, pp. 1391-1398.
- Parvin, A.; Brighton, D., 2014. FRP Composites strengthening of concrete columns under various loading conditions. *Polymers* v. 6, n. 4, pp. 1040-1056.
- Pereira, B. M.G., 2012. *Modelos Analíticos para a Previsão do Desempenho de Pilares Confinados com Fibras de Carbono*. Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, 99 f.
- Rochette, P.; Labossière, P., 2000. Axial Testing of Rectangular Column Models Confined with Composites. *Journal of Composites for Construction*, v. 4, n. 3, pp. 129-136.
- Ronagh, H. R.; Baji, H., 2014. On the FE Modeling of FRP-Retrofitted Beam-Column Subassemblies. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, v. 8, n. 2, pp. 141-155.
- Sarturi, F. D. M., 2014. *Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil.
- Silva, A. S.; Bella, J. C. D., 2003. Comportamento e critérios de dimensionamento de pilares curtos confinados por compósitos flexíveis de fibra de carbono. V *Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto*, Universidade de São Paulo, SP, Brasil.
- Simulia, 2012. Abaqus 6.12, *Analysis User's Manual*.
- Sudano, A. L., 2005. *Influência da forma da seção transversal no confinamento de pilares de concreto armado encamisados com PRFC (polímero reforçado com fibra de carbono)*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 135 f.
- Sümer, Y.; Aktaş, M., 2015. Defining parameters for concrete damage plasticity model. *Challenge Journal of Structural Mechanics*, v. 1, n. 3, pp. 149-155.
- Winkler, K.; Stangenberg, F., 2008. Numerical Analysis of Punching Shear Failure of Reinforced Concrete Slabs. *Abaqus Users' Conference*, pp. 1-15.