



ESTUDO DE VIBRAÇÕES LIVRES PARA BARRAGEM EM ARCO- RESERVATÓRIO UTILIZANDO MODELOS SIMPLIFICADOS

Neander Berto Mendes

Lineu José Pedroso

neanderberto@hotmail.com

lineu@unb.br

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental- Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC) - Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura (GDPE). Caixa Postal 04492, Campus Darcy Ribeiro, CEP 70919-970, Brasília-DF.

Resumo. *Diante da complexidade da análise de sistemas intrincados, a aplicação de uma metodologia progressiva oferece ao analista um conhecimento sólido necessário ao seu exame. A investigação de modelos simplificados que tenham a possibilidade de serem validados através de comparativos analítico-numéricos é de extrema importância nesse processo. Os resultados dos modelos aproximados não são necessariamente iguais aos dos sistemas complexos em estudo. O importante das análises de sistemas simplificados é a ordem de grandeza dos resultados – no presente estudo, as frequências naturais - e a observação do comportamento semelhante dos modelos – os modos de vibração. Neste trabalho, diante da análise de vibrações livres de um sistema complexo tal como o sistema barragem em arco - reservatório de água - rocha de fundação, propõe-se uma metodologia progressiva que contemple o exame de modelos simplificados tais como sistemas pistão-cavidade acústica 2D e 3D, viga-cavidade acústica e placa-cavidade acústica. Resultados analíticos ou apresentados na literatura são comparados com resultados numéricos obtidos pelo método dos elementos finitos - MEF - via ANSYS.*

Palavras-chave: *Vibrações Livres, Sistemas Pistão, Viga e Placa - Cavidade Acústica, Elementos Finitos.*

1 INTRODUÇÃO

Assim como é o caso de todas as grandes estruturas públicas ou privadas, as barragens são construídas para um fim específico. Dentre as barragens de uso único, 17,4% têm a função de produzir energia elétrica, a hidreletricidade. Sendo a eletricidade a única forma de energia cujo controle, utilização e conversão em outras formas é relativamente fácil, ela é, e provavelmente continuará a ser, a forma principal de energia utilizada pelo homem. Considerada a importância estratégica da energia elétrica, tanto para a economia como para a qualidade de vida da população, o estudo de barragens (um dos componentes da estrutura da usina hidrelétrica) é inteiramente legitimado, sendo a hidreletricidade uma fonte de energia limpa (sua operação não provoca a emissão de gases causadores do efeito estufa) e renovável.

Dentre os diferentes tipos de barragens, as barragens em arco são mais econômicas em comparação às barragens gravidade de mesma altura, além de serem extremamente confiáveis, apresentando poucos casos de ruptura comparativamente aos outros tipos.

Nos mais diferentes países do mundo, a exemplo do Brasil, têm sido frequentes as polêmicas e os conflitos em torno dos impactos provocados pelo planejamento, implantação e operação de barragens. As barragens são criticadas por seus impactos socioambientais, como, entre outros, a inundação de terras férteis, a destruição de florestas e de patrimônio genético, o alagamento de cidades e infra-estruturas, o deslocamento compulsório de pessoas, a degradação das condições de reprodução sociocultural de populações tradicionais. Neste sentido, as barragens em arco costumam gerar impactos bastante reduzidos, por serem geralmente construídas em vales estreitos e encaixados, em rios cujos acidentes naturais como saltos e quedas, favorecem a geração hidrelétrica e exigem pequenos reservatórios.

O estudo de um sistema complexo tal como o sistema barragem em arco - reservatório de água exige uma metodologia progressiva que contemple o exame de modelos simplificados que tenham a possibilidade de serem validados através de comparativos analítico-numéricos. Os resultados dos modelos aproximados não são necessariamente exatamente iguais aos dos sistemas complexos em estudo. Em vibração livre, o importante das análises de sistemas simplificados é a ordem de grandeza das frequências naturais e a observação do comportamento semelhante dos modos de vibração.

Diante disso, sob o ponto de vista da construção de um conhecimento, a análise de um sistema complexo, como é o sistema barragem em arco - reservatório de água - rocha de fundação, exige uma metodologia especial.

A abordagem direta do problema final, não permite a construção gradativa desse conhecimento, reservado a especialistas e grupos fechados (*bureau* de projeto, empresas, etc.), além de não assegurar que os resultados obtidos sejam confiáveis. Há a necessidade de abordagem do problema através de etapas simples.

O objetivo deste trabalho é o estudo de vibração livre de sistemas simples, como os sistemas placa-cavidade acústica tridimensional, viga-cavidade acústica bidimensional e pistão-cavidades acústicas tridimensional e bidimensional, em que se dispõe de soluções analíticas, existentes ou construídas, ou da literatura que permitam evoluir em relação ao problema complexo final, qualificando os resultados que seriam obtidos via numérica pelo programa ANSYS.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Dentre os trabalhos relacionados à resposta dinâmica de barragens em arco destacam-se, dentre outros: Porter e Chopra (1981), Hall e Chopra (1983), Tan e Chopra (1996), Salajegheh *et al.* (2008) e Sevim *et al.* (2010). Chopra (2008) identificou os fatores que influenciam significativamente as análises tridimensionais de barragens em arco: a dimensão semi-infinita do reservatório e os domínios da rocha de fundação, a interação barragem-água, absorção de onda na fronteira do reservatório, a compressibilidade da água, a interação barragem-rocha de fundação e a variação espacial no movimento do solo na interface barragem-rocha. Através de uma série de análises de exemplos de várias barragens reais, a significância dos fatores acima referidos foi demonstrada, levando à conclusão de que eles devem todos ser incluídos no cálculo de ações sísmicas em barragens em arco. No entanto, a maioria das análises em elementos finitos de barragens realizada na prática profissional é baseada em softwares comerciais que ignoram estes fatores.

A Universidade de Brasília, no âmbito do Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura (GDFE) do curso de pós-graduação em Estruturas e Construção Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, tem desenvolvido uma significativa bibliografia a respeito de barragens, interação dinâmica fluido-estrutura e estudos afins, como por exemplo, Oliveira (2002), Pedroso (2003), Ribeiro (2006), Souza Junior (2006), Silva (2007), Souza (2007), Melo (2009), Ribeiro (2010), Campos Junior (2011) e Mendes (2013).

Souza (2007) estudou alguns casos de problemas de acoplamento acústico-mecânico 2D através de uma formulação potencial simétrica $U - \phi - P_0$. O potencial de velocidades (ϕ) e a pressão estática (P_0) são variáveis para o fluido, enquanto os deslocamentos (U) descrevem o comportamento do sólido. Foi desenvolvida uma metodologia capaz de auxiliar a identificação dos modos de vibração dos problemas acoplados fluido-estrutura. Esse procedimento se faz necessário quando a estrutura apresenta certa flexibilidade, o que proporciona o surgimento de modos dominantes da cavidade, da estrutura e mistos no modelo de difícil análise e interpretação. Nos modelos estudados, testaram-se também as soluções analíticas para o sistema, que foram obtidas a partir da composição de frequências e seus modos resultantes. O presente trabalho utiliza dessa metodologia a fim de obter resultados que possam contribuir na compreensão do comportamento do sistema complexo analisado.

Mendes (2013) a fim de analisar a estabilidade sísmica de uma barragem em arco, e uma vez que um problema dessa natureza não pode ser abordado de forma direta, sem uma experiência consolidada anteriormente através de estudos e análises evolutivas, apresentou uma metodologia progressiva através do exame de cinco casos preliminares. Todos os casos foram analisados pelo método dos elementos finitos por meio do programa ANSYS e sua validação obtida por abordagem analítica ou exemplos da literatura técnica. O presente trabalho se utiliza dessa mesma linha metodológica.

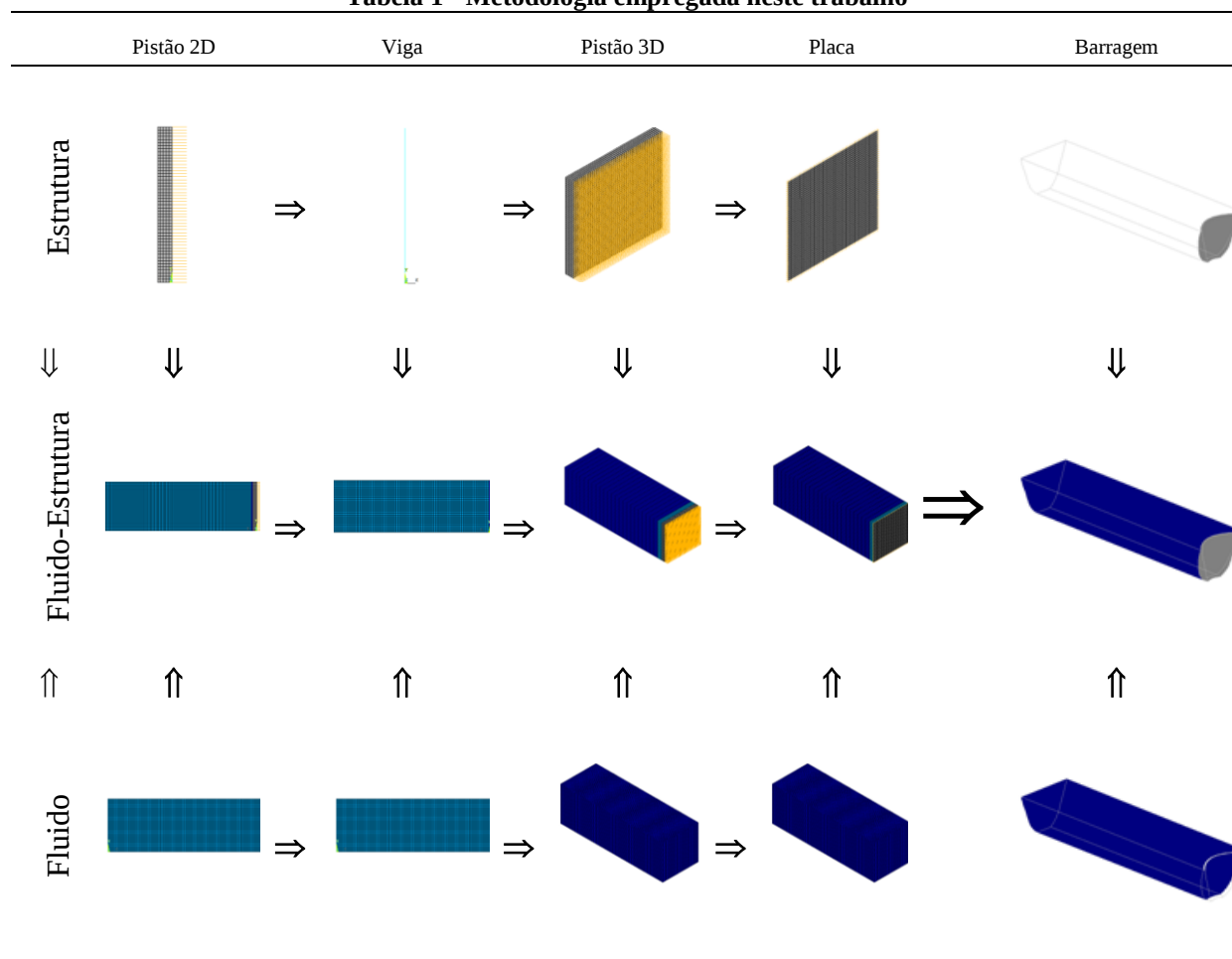
3 METODOLOGIA

3.1. Caracterização do problema e modelamento

A ilustração da Tabela 1 mostra esquematicamente a evolução progressiva da abordagem. Uma vez testada e verificada cada etapa, em particular nas fases em que se dispõe de soluções analíticas existentes ou construídas, passou-se para os casos mais complexos,

onde os resultados, não necessariamente tinham mais referências comparativas; todavia se alicerçaram nas etapas anteriores validadas, que serviram neste caso como referenciais para a qualificação dos casos mais complexos.

Tabela 1 - Metodologia empregada neste trabalho



Mais especificamente a metodologia da Tabela 1 pode ser descrita assim:

Inicialmente considerou-se estrutura e fluido desacoplados.

Para a análise estrutural fez-se um estudo dinâmico de pistão, vigas e placas, por estes poderem representar o modelo de barragens em arco. Esses passos são importantes, porque casos simplificados apresentam soluções analíticas fechadas que podem ser comparadas com soluções numéricas, consolidando conceitos fundamentais e habilitando o analista a passar para casos mais complexos, que apresentam apenas soluções numéricas.

Quanto à análise do fluido, o reservatório foi modelado como uma cavidade acústica. Estuda-se a geometria retangular comparando resultados analíticos e numéricos e a geometria paralelepípedica, analiticamente e numericamente, que representa aproximadamente o modelo do reservatório, analisado apenas numericamente.

Finalmente analisaram-se casos acoplados fluido-estrutura. Foram estudados sistemas pistão-cavidade acústica 2D, viga-cavidade acústica 2D, pistão-cavidade acústica 3D e placa-cavidade acústica 3D, analisados analiticamente e/ou numericamente, culminando com a

análise da barragem em arco com dupla curvatura, sendo que esse último caso é feito exclusivamente por métodos numéricos, já que não se dispõem de soluções analíticas.

O estudo analítico do sistema pistão-cavidade acústica 2D é feito com objetivo de mostrar a funcionalidade do modelo. Segundo Souza (2007), apesar de não se ter uma fórmula analítica correta para as frequências e deformadas modais para o caso da viga acoplada com cavidade, torna-se possível “como uma aproximação”, o uso das equações do modelo de um pistão. Não há problema se existem diferenças significativas, o importante é compará-los e interpretar as discrepâncias. Assim, a metodologia desenvolvida para o pistão, torna-se aplicável a viga. O importante é interpretar os resultados. Uma vez que os casos de pistão 3D e placa apresentam relação com os casos pistão 2D e viga, eles são também realizados, com intuito de se aproximar de modo gradativo da geometria 3D da barragem.

A Figura 1 apresenta o esquema desde o caso mais complexo da barragem, com a fundação rígida discretizada (a), passando por sua simplificação, engastando a barragem no vale (b) e daí para os casos de placa, que se aproxima da barragem simplificada (c), da viga, que representaria um corte na seção central longitudinal da placa (e) até o caso dos pistões 3D (d) e 2D (f), que possuem analogia com os casos da placa e da viga, respectivamente.

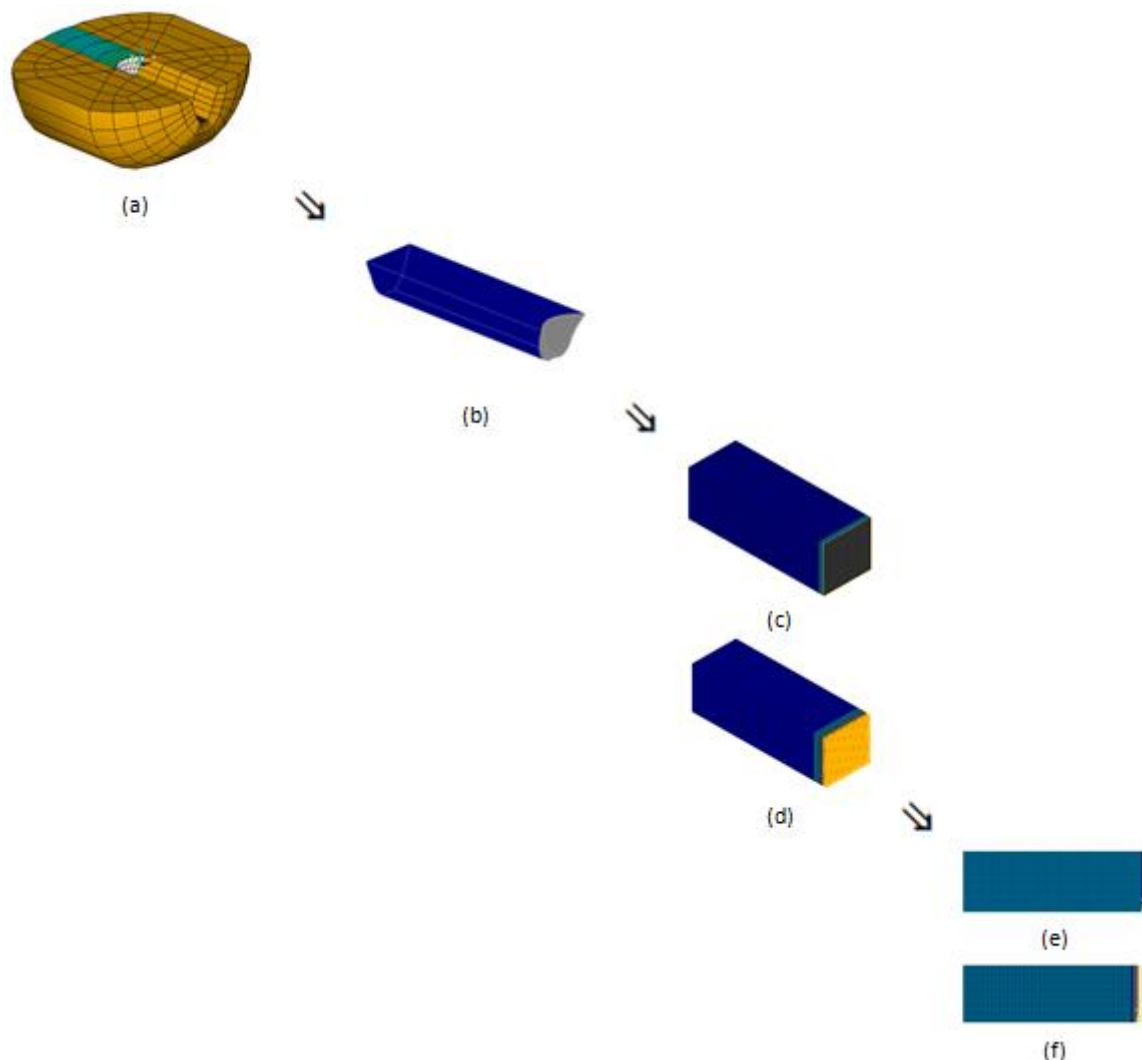
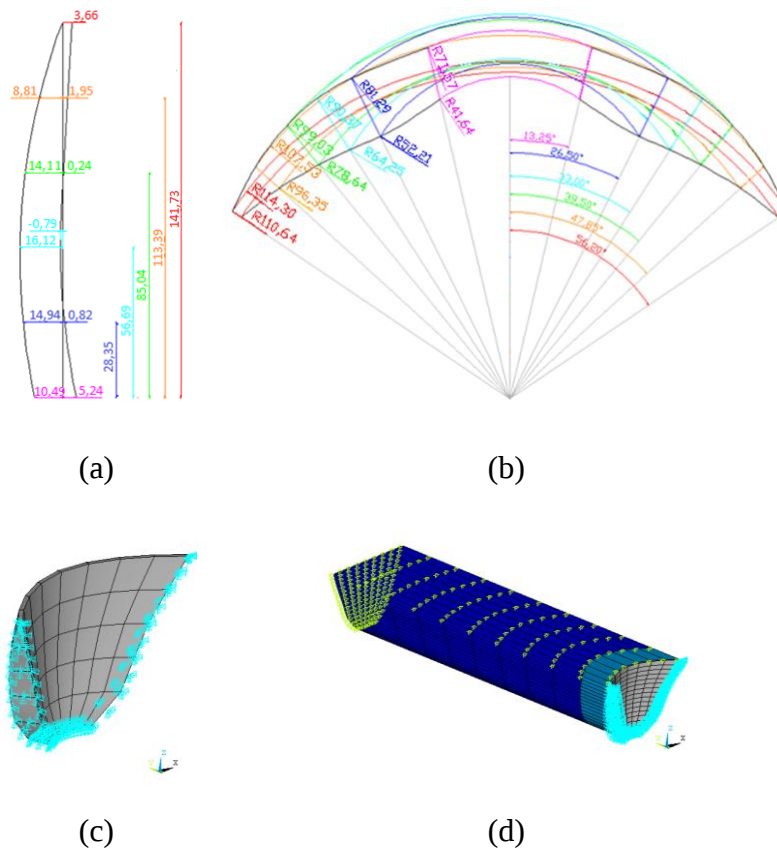


Figura 1 - Processo metodológico adotado neste trabalho

A barragem analisada foi a *Morrow Point*, barragem em arco com dupla curvatura de concreto localizada no rio *Gunnison*, Colorado, EUA, cujas dimensões e modelos numéricos são apresentados na Figura 2.



As condições de contorno adotadas para os casos básicos em que são feitos comparativos analítico-numéricos são: pistões 2D e 3D sobre base elástica, viga apoiada-apoiada, placa apoiada-apoiada-apoiada-apoiada e cavidades com fronteira aberta na face posterior. Uma vez, regulados os modelos nos casos básicos, estes são reutilizados alterando-se as condições de contorno: viga engastada-livre, placa engastada-engastada-engastada-livre e cavidades com fronteiras abertas nas faces superior e posterior e fechadas nas demais, de modo a se aproximar do caso da barragem considerando a fundação rígida (engastada no vale) e reservatório com superfície livre e extremo distante abertos e fundo e laterais fechados.

Os modelos foram discretizados de forma que o comprimento das bordas dos elementos das estruturas e cavidades acústicas 2D, de modo geral, fosse da ordem de 2,8, e das cavidades acústicas 3D, de 17,0 na direção longitudinal, totalizando 250 elementos PLANE42 para o pistão 2D, 12.500 elementos SOLID95 para o pistão 3D, 50 elementos BEAM3 para a viga, 2.500 elementos SHELL63 para a placa, 7.500 elementos FLUID30 para a cavidade retangular e 62.500 elementos FLUID30 para a cavidade paralelepipedica. Para as molas foram utilizados elementos COMBIN14.

Todos os elementos finitos citados são da biblioteca do programa ANSYS. São analisadas as frequências naturais e formas de vibração livre.

3.2. Modelo teórico para o caso “Pistão 2D”

Esta seção, desenvolvida em Souza (2007), apresenta a fundamentação teórica completa para o caso pistão 2D. Este estudo é basilar por abarcar formulação analítica para os casos estrutura, fluido e fluido-estrutura.

O “pistão” sobre base elástica representado na Figura 3 funciona como se fosse uma viga em flexão com graus de liberdade em y sobre molas com constante elástica (k_f).

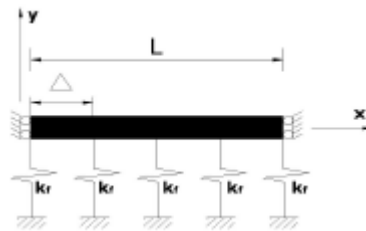


Figura 3 - Esquema da estrutura (pistão) sobre base elástica (Souza, 2007)

As frequências analíticas da estrutura da Figura 3 podem ser obtidas através da combinação do comportamento dinâmico da viga em flexão e sobre uma base elástica (molas). Esses valores são dados pela equação (1), segundo Clough (1960):

$$f_i = \left(\frac{i^4 \pi^4}{4\pi^2 L^4} \frac{EI}{m} + \frac{k_f}{4\pi^2 \Delta m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

em que:

EI = rigidez à flexão;

m = massa por unidade de comprimento da viga;

k_f = rigidez do apoio elástico por unidade de comprimento da viga;

Δ = espaçamento entre molas.

Para a cavidade acústica, a frequência resultante desacoplada (Figura 4), para as condições de contorno aberta-fechada na direção longitudinal e fechada-fechada na direção transversal, é obtida pela combinação das frequências naturais desacopladas em x e y .

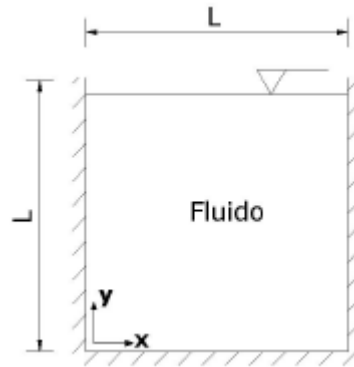


Figura 4 - Cavidade rígida curta com extremidade superior aberta (Souza, 2007)

Portanto, a frequência natural da cavidade desacoplada para o problema da Figura 4 pode ser expressa da seguinte forma:

$$f = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2} \Rightarrow n_x = 0,1,2,\dots \text{ e } n_y = 1,3,5,\dots \quad (2)$$

Para se obter os modos de vibração da cavidade desacoplada, usa-se o método da matriz de transferência, Pedroso (2003). Aplicando-se as condições de contorno e substituindo-se a frequência correspondente na direção x e y , chega-se às deformadas modais normalizadas:

$$p(x, y) = \cos \frac{n_x \pi x}{L_x} \cos \frac{n_y \pi y}{L_y} \Rightarrow n_x = 0,1,2,\dots \text{ e } n_y = 1,3,5,\dots \quad (3)$$

A equação (4) permite o cálculo das frequências naturais do problema acoplado para condição de contorno aberto na parte superior, segundo Pedroso (2003):

$$\lambda^2 \left(\mu + \frac{1}{\lambda} \tan \lambda \right) = \alpha \quad (4)$$

Destacam-se os seguintes parâmetros adimensionais que governam o problema fluido-estrutura:

$$\mu = \frac{m_s}{\rho_f S L}$$

$$\alpha = \frac{K L}{\rho_f c^2 S}$$

$$\lambda = \frac{2 \pi f L}{c}$$

em que:

m_s = massa da estrutura;

ρ_f = densidade do fluido;

S = área (estrutura ou fluido);
 L = comprimento longitudinal (estrutura ou fluido);
 K = rigidez da mola;
 c = velocidade do som;
 λ = parâmetro de compressibilidade.

A frequência resultante acoplada para o caso pistão-cavidade 2D com a extremidade superior aberta (Figura 5), é a combinação da frequência natural desacoplada na direção x com a frequência acoplada com cavidade aberta em y . Esta é dada pela equação (5). Portanto, a frequência analítica do sistema acoplado para o caso da Figura 5 pode ser expressa da seguinte maneira, Pedroso (2006):

$$f = \sqrt{f_{des,x}^2 + f_{acop,y}^2} \quad (5)$$

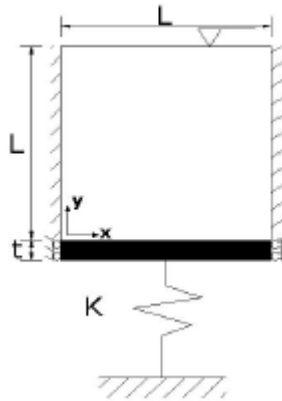


Figura 5 - Modelo pistão-cavidade 2D com extremidade superior aberta (Souza, 2007)

Pode-se extrapolar a equação (5) para o caso Pistão 3D:

$$f = \sqrt{f_{des,x}^2 + f_{acop,y}^2 + f_{des,z}^2} \quad (6)$$

3.3. Solução analítica geral para as cavidades acústicas

As frequências naturais e os modos de vibração de pressão de cavidades preenchidas de fluido para geometria retangular são dados na Tabela 2.

Tabela 2 – Frequência Natural e Modos de Vibração de Cavidades Acústicas

Cavidade	Frequência Natural, f (Hz)	Modo de Vibração de Pressão, p_i
Aberta-Aberta	$\frac{c}{2L} i; i = 1, 2, 3, \dots$	$\text{sen} \frac{i\pi x}{L}; i = 1, 2, 3, \dots$
Fechada-Aberta	$\frac{c}{4L} i; i = 1, 3, 5, \dots$	$\cos \frac{i\pi x}{2L}; i = 1, 3, 5, \dots$
Fechada-Fechada	$\frac{c}{2L} i; i = 0, 1, 2, \dots$	$\cos \frac{i\pi x}{L}; i = 0, 1, 2, \dots$

L = comprimento da cavidade

Para geometria paralelepípedica, a frequência resultante desacoplada é obtida pela combinação das frequências naturais desacopladas em x , y e z , podendo ser expressa da seguinte forma:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2} \quad (7)$$

Para a geometria retangular:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (8)$$

Para se obter os modos de vibração da cavidade desacoplada, usa-se o método da matriz de transferência, Pedroso (2003). Aplicando-se as condições de contorno e substituindo-se a frequência correspondente na direção x , y e z , chega-se às deformadas modais normalizadas:

$$p(x, y, z) = p_x p_y p_z \quad (9)$$

Para geometria retangular:

$$p(x, y) = p_x p_y \quad (10)$$

3.4. Solução analítica para os casos “Viga” e “Placa” desacopladas

A frequência f da placa desacoplada é dada segundo Warburton (1954) como

$$f = \sqrt{\left[\frac{\pi^2}{4a^4 \rho} \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)} \right] \left\{ G_x^4 + G_y^4 \left(\frac{a}{b} \right)^4 + 2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left[\nu H_x H_y + (1-\nu) J_x J_y \right] \right\}} \quad (11)$$

em que:

E = módulo de elasticidade longitudinal;

h = espessura da placa;

a = comprimento da placa na direção x ;

b = comprimento da placa na direção y ;

ρ = densidade;

ν = relação de Poisson.

A frequência f da viga desacoplada é dada como

$$f = \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{4L^4 \rho} \frac{Eh^2}{12}\right)} G_x^4 \quad (12)$$

em que:

h = altura da seção transversal da viga;

L = comprimento da viga;

G_x , H_x e J_x são funções determinadas da Tabela 3 de acordo com as condições em $x = 0$ e $x = a$ (placa) ou $x = L$ (viga). As quantidades G_y , H_y e J_y são obtidas substituindo x por y e $\bar{m}$ por $\bar{n}$.

Tabela 3 – Coeficientes da Frequência nas Equações (11) e (12)

Condições de Contorno em	$\bar{m}$	G_x	H_x	J_x
SA ^a				
SA ^b	2,3,4, ...	$\bar{m} - 1$	$(\bar{m} - 1)^2$	$(\bar{m} - 1)^2$
E ^a	2	1,506	1,248	1,248
E ^b	3,4,5, ...	$\bar{m} - \frac{1}{2}$	$\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$	$\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$
E ^a	1	0,597	-0,0870	0,471
	2	1,494	1,347	3,284
L ^b	3,4,5, ...	$\bar{m} - \frac{1}{2}$	$\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$	$\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 + \frac{2}{\left(\bar{m} - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$

^a $x = 0$

^b $x = a$ ou $x = L$

SA = simplesmente apoiado

E = engastado

L = livre

$\bar{m}$ e $\bar{n}$ = número de linhas nodais, incluindo os contornos como linhas nodais, exceto quando o contorno é livre.

3.4. Análise de sistemas fluido-estrutura acoplados

A análise dos sistemas fluido-estrutura acoplados é feita segundo a metodologia apresentada em Souza (2007) *apud* Pedroso (2006) e transcrita a seguir.

Os modos de vibração do problema acoplado fluido-estrutura apresentam uma certa dificuldade na análise e interpretação, pois surgem modos com características típicas da estrutura, da cavidade e misto (cavidade+estrutura).

Para conseguir identificá-los, faz-se necessário observar que modo (estrutura ou fluido) é dominante no sistema. As formas modais para o problema acoplado podem ser classificadas em três tipos, de acordo com o meio que controla a configuração do fenômeno fluido-estrutura: 1) Modo da estrutura (DE), 2) Modo do fluido (DC) e 3) Modo “misto” (MM).

O primeiro se caracteriza pelo controle do modo por parte da estrutura, ou seja, o modo é dominado pelo sólido e a cavidade se adapta (segue) a deformada da estrutura, enquanto que no modo dominado pelo fluido, a estrutura se ajusta (acompanha) a configuração do campo de pressão do fluido. Por último, o modo misto apresenta características dos dois domínios (a estrutura e o fluido), reproduzindo as mesmas formas modais da estrutura e da cavidade.

Na análise e interpretação das formas modais associadas ao problema acoplado fluido-estrutura para as cavidades em questão, observa-se a seguinte assinatura modal (padrão):

a) Modos dominantes da estrutura (deformadas modais típicas da estrutura) com massa adicional (DE/MA). As frequências apresentam valores menores do que as frequências desacopladas da estrutura. O fluido acompanha a deformada da estrutura. Não há excitação das formas modais da cavidade. Como o fluido é perturbado, ele age com um efeito de massa adicional sobre a estrutura.

b) Modos dominantes da cavidade com rigidez adicional (DC/RA). Reproduzem as formas modais 3D da cavidade desacoplada com frequências superiores às frequências destas. A estrutura acompanha as formas modais de pressão da cavidade, ajusta-se a essa e segue alguma de suas deformadas típicas e bem definidas. A cavidade se comporta como se adquirisse rigidez adicional induzida pela rigidez da estrutura.

c) Os modos mistos ou misturados (MM) reproduzem aspectos típicos da estrutura e da cavidade, mas sem característica dominante, ou seja, nem de um nem de outro.

Os modos misturados são de difícil interpretação e surgem com frequências, que equivalem a soma das frequências esperadas para cada um dos sistemas independentes. Classifica-se o modo misto em duas categorias distintas: modos mistos com massa adicional (MM/MA) e modo misto com rigidez adicional (MM/RA).

A frequência acoplada do modo misto com massa adicional (MM/MA) é menor que as frequências isoladas, ou seja, os valores desacoplados da cavidade e da estrutura.

O modo misto com rigidez adicional (MM/RA) apresenta característica com influência recíproca das duas deformadas e nem uma dominância específica, mas surgem com frequência nitidamente superior em relação às duas frequências do sistema desacoplado (estrutura e cavidade). A cavidade não sofre uma perturbação com o aumento da rigidez do sistema, ou seja, com o aumento da rigidez do fluido.

Nos casos de pistão com as condições de contorno da cavidade fluido estrutura-aberta na direção longitudinal (a do pistão) e fechada-fechada na direção transversal, surgem também o modo de massa adicional típico com frequência mais baixa (MA), em que a estrutura apresenta deformada rígida-móvel (pistão), a cavidade com fluido incompressível e o modo em rampa e modos com onda plana (OP) que caracterizam-se por um forte acoplamento unidirecional na direção do movimento em bloco de corpo rígido da estrutura; a cavidade reproduz sua deformada 1D na direção do pistão na sequência de seu índice, enquanto que, na direção transversal, aparece sempre o modo de pressão constante, reproduzindo a deformada modal unidirecional de uma cavidade fechada-fechada para seu modo zero.

Para se correlacionar adequadamente os resultados numéricos com os analíticos, na sequência de modos e frequências numéricas no caso “Pistão 2D”, foram considerados somente os modos de onda plana (movimentos rígidos da placa - modos de pistão).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 6 apresenta os três primeiros modos de vibração, dos casos analisados. São apresentados os resultados analíticos (A), dos casos demonstrados nas formulações teóricas da seção 3, e numéricos (N), para todos os casos, das frequências naturais, em Hz, e os modos de vibração numéricos obtidos pelo MEF via ANSYS. As siglas são as seguintes: CC, condição de contorno, PsBE, pistão sobre base elástica, A (para estrutura), apoiado, E, engastado, L, livre, A (para fluido), aberto, F, fechado e FE, condição fluido-estrutura. As posições dos contornos da estrutura estão na seguinte sequência: inferior-superior para viga e esquerda-direita-inferior-superior, para placa e barragem. Para os contornos do fluido, a sequência é: direita-esquerda-superior-inferior, para cavidade 2D e posterior-anterior-direita-esquerda-superior-inferior, para cavidade 3D.

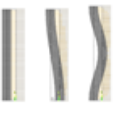
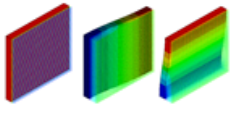
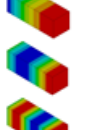
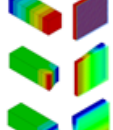
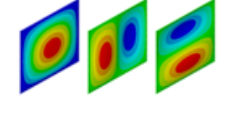
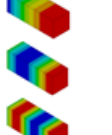
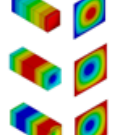
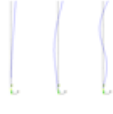
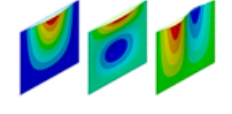
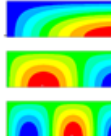
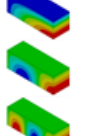
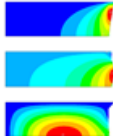
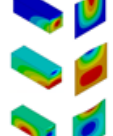
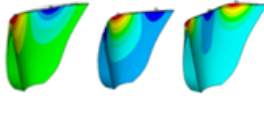
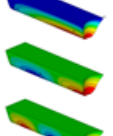
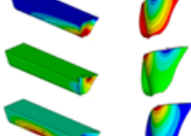
	Estrutura		Fluido		Fluido-Estrutura	
	2D	3D	2D	3D	2D	3D
Pistões 2D e 3D	CC: PsBE  A: 0,70 / 1,00 / 4,01 N: 0,70 / 1,22 / 3,88	CC: PsBE  A: - N: 0,70 / 1,17 / 1,23	CC: FAFF  A: 0,85 / 2,54 / 4,23 N: 0,85 / 2,54 / 4,23	CC: FAFFFF  A: 0,85 / 2,54 / 4,23 N: 0,85 / 2,54 / 4,23	CC: PsBE+FE-AFF  A: 0,19 / - / 1,69 N: 0,19 / 0,79 / 1,59	CC: PsBE+FE-AFFFF  A: 0,19 / - / - N: 0,19 / 0,75 / 0,80
Viga e Placa	CC: AA  A: 1,00 / 4,01 / 9,03 N: 1,00 / 3,95 / 8,74	CC: AAAA  A: 1,97 / 4,79 / 5,04 N: 1,97 / 4,79 / 5,04	CC: FAFF  A: 0,85 / 2,54 / 4,23 N: 0,85 / 2,54 / 4,23	CC: FAFFFF  A: 0,85 / 2,54 / 4,23 N: 0,85 / 2,54 / 4,23	CC: AA+FE-AFF  A: - N: 0,28 / 1,58 / 2,64	CC: AAAA+FE-AFFFF  A: - N: 0,52 / 1,71 / 3,10
Barragem	CC: EL  A: 0,36 / 2,24 / 6,27 N: 0,36 / 2,21 / 6,10	CC: EEEL  A: 2,52 / 4,10 / 6,65 N: 2,33 / 4,03 / 6,09	CC: FAAF  A: 2,68 / 3,59 / 4,93 N: 2,68 / 3,59 / 4,93	CC: FAFFAF  A: 2,68 / 3,59 / 4,93 N: 2,68 / 3,59 / 4,94	CC: EL+FE-AAF  A: - N: 0,25 / 1,48 / 2,95	CC: EEEL+FE-AFFAF  A: - N: 1,56 / 2,62 / 3,17
Barragem	-	CC: EEEL  A: - N: 3,74 / 4,70 / 5,61	-	CC: FAFFAF  A: - N: 3,04 / 3,37 / 3,95	-	CC: EEEL+FE-AFFAF  A: - N: 2,86 / 2,93 / 3,22

Figura 6 – Resultados dos casos analisados

Analisando os resultados apresentados, observa-se que em todos os casos em que as abordagens analítica e numérica são confrontadas há similaridade dos valores. Nota-se, assim, acurácia dos modelos desenvolvidos.

A Tabela 4 mostra a análise dos sistemas fluido-estrutura, utilizando a metodologia desenvolvida por Souza.

Tabela 4 – Análise dos sistemas fluido-estrutura

Modo	Pistão 2D	Pistão 3D	Viga AA	Placa AAAA	Viga EL	Placa EEEL	Barragem
1º	MA	MA	MA	MA	DE/MA	MM/MA	MM/MA
2º	DE/MA	DE/MA	MM/RA	DC/RA	DE/MA	MM/MA	DE/MA
3º	OP	DE/MA	MM/MA	MM/RA	DC/RA	MM/MA	MM/MA

DE = domínio da estrutura

DC = domínio da cavidade

MM = modo misto

MA = massa adicional

RA = rigidez adicional

OP = onda plana

A primeira frequência acoplada para o caso “Pistão 2D” está associada ao conceito de massa adicional típica com frequência mais baixa, uma vez que o parâmetro de compressibilidade (λ) do primeiro modo é aproximadamente igual a $8,48 \times 10^{-3}$ ($\lambda \ll 1$), o que implica em um fluido incompressível. Assim, a frequência analítica pode ser obtida através da equação de massa adicional, que consiste em acrescentar a massa do reservatório à estrutura:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m_e + m_f}} \quad (13)$$

Seguindo o processo metodológico proposto, o estudo do caso “Pistão 2D” é básico e fornece ao analista qualificação para os casos subsequentes. O caso “Pistão 3D” surge como uma extensão do caso 2D. Observa-se que o primeiro e o terceiro modos, tanto do sistema estrutural desacoplado quanto do fluido-estrutura acoplado, do caso “Pistão 3D” reproduzem o primeiro e o segundo modos do caso “Pistão 2D” respectivamente inclusive com iguais valores de frequência. Para o caso “Viga AA” tanto estrutural desacoplado quanto fluido-estrutura acoplada, torna-se possível “como uma aproximação”, uma analogia com o caso “Pistão 2D” estudado. Quando comparado com os resultados dos casos “Pistão 2D” e “Viga AA” pode-se notar que há uma reprodução de quase todos os modos. A diferença do problema numérico acoplado está na deformada modal do sólido, como mostra a Figura 7.

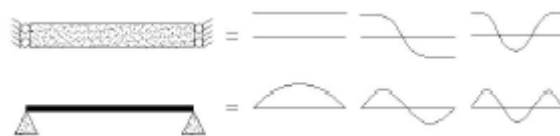


Figura 7 – Diferenças entre as deformadas modais do sólido (Souza, 2007)

Avançando no estudo, o caso “Placa AAAA” é analisado sobre a perspectiva de que um corte longitudinal central de alguns modos desse modelo reproduz os modos de “Viga AA”, como o primeiro modo dos sistemas estrutural desacoplado e fluido-estrutura acoplado, esse último caracterizado como um modo de massa adicional típico.

Capturando os modelos “Viga AA” e “Placa AAAA”, podem-se alterar suas condições de contorno, resultando nos casos “Viga EL” e “Placa EEEL”, cuja geometria se aproxima do caso “Barragem”. Similarmente ao analisado no caso apoiado, cortes longitudinais centrais de alguns modos dos sistemas “Placa” resultam nos modos dos sistemas “Viga” como, por exemplo, o primeiro modo dos casos estrutural desacoplado e fluido-estrutura acoplado, uma vez que os modos de placa seguem o padrão dos modos de vibração livre de vigas.

O sistema placa retangular apresenta uma aproximação, mesmo que grosseira, do sistema complexo. A ordem de grandeza dos resultados se aproxima. As frequências do sistema fluido-estrutura reduzem 33,5% e 32,4% em relação à estrutura desacoplada para o caso placa retangular (primeiro modo estrutura e primeiro modo fluido-estrutura) e barragem em arco com dupla curvatura (segundo modo estrutura e primeiro modo fluido-estrutura), respectivamente, para o primeiro modo de vibração simétrico.

Dos resultados, apresentados, conclui-se que os modelos simplificados podem contribuir na compreensão do comportamento do sistema complexo analisado.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve por objetivo analisar diversos casos simples como sistemas “Pistão 2D e 3D”, “Viga” e “Placa”, com vistas a qualificar o analista para o estudo de um problema complexo como é o sistema barragem em arco-reservatório de água. Baseando-se nos trabalhos de Souza (2007) e Mendes (2103), abordagens analíticas de alguns dos casos e numérica pelo MEF via software ANSYS foram utilizadas para o presente estudo. Etapas progressivas em qualquer estudo, em especial quando se trata de problemas complexos, são importantes, pois permitem evoluir em relação ao problema final permitindo que o analista examine os resultados obtidos preliminarmente, comparando abordagens analítica e numérica, por exemplo, qualificando assim os resultados numéricos finais que não mais possuem base de comparação.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelos recursos recebidos nesta pesquisa.

REFERÊNCIAS

Campos Junior, H. S. (2011). *Procedimentos progressivos analíticos e numéricos para análise de barragens em arco*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção

Civil. Publicação E.DM-007A/11, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 183p.

Chopra, A. K. (2008). Earthquake Analysis of Arch Dams: Factors to be Considered. In: *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Outubro 12-17, 2008, Beijing, China.

Hall, J. F. e Chopra, A. K. (1983). Dynamic Analysis of Arch Dams Including Hydrodynamic Effects. In: *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 109, N°1, February, 1983. DOI: 0733-9399/83/0001-0149.

Melo, C. A. E. (2009). *Estudo do Acoplamento Comporta-Reservatório Sob Ações Sísmicas*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, E.DM 012A/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 107p.

Mendes, N.B., 2013. *Estudo comparativo analítico-numérico de aspectos da interação fluido-estrutura em cascas com aplicações a barragens em arco*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM-12A/13. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 318 p.

Oliveira, F.F. (2002). *Análise de Tensões e Estabilidade Global de Barragens de Gravidade de Concreto*. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM-015A/02, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 169p.

Pedroso, L.J. (2006). “*Formulação Teórica de Estratégias em Modelos Simplificados de IFE para o Tratamento de Problemas Acoplados Complexos*.” In: *Notas Técnicas e Manuscritos Informativos*, UnB-FT/ENC - Brasília, DF.

Pedroso, L.J. (2003). “*Interação Fluido-Estrutura*.” In: *Notas de Curso e Apostila Didática*, UnB-FT/ENC, Vs.3 - Brasília, DF.

Porter, C. S. e Chopra, A. K. (1981). Hydrodynamic Effects in Dynamic Response of Simple Arch Dams. In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10. 417431.

Ribeiro, P. M. V. (2006). *Uma Metodologia Analítica para a Avaliação do Campo de Tensões em Barragens Gravidade de Concreto Durante Terremotos*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM - 003A/06, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 140p.

Ribeiro, P. M. V. (2010). *Soluções Analíticas para Cavidades Acústicas Bidimensionais com Aplicação ao Estudo de Problemas de Interação Dinâmica Barragem-Reservatório*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD-004A/10, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 306p.

Salajegheh, J., Salajegheh, E., Seyedpoor, S. M. e Gholizadeh, S. (2008). Arch Dam Optimization Considering Fluid-Structure Interaction with Frequency Constraints using Artificial Intelligence Methods. In: *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Outubro 12-17, 2008, Beijing, China.

Sevim, B., Bayraktar, A., Altunışık, A.C., Adanur, S., Akköse, M. (2010). Dynamic Characteristics of a Prototype Arch Dam. In: *Experimental Mechanics*. DOI 10.1007/s11340-010-9392-9.

Silva, S. F. (2007). *Interação dinâmica barragem-reservatório: modelos analíticos e numéricos*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD-05A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 220p.

Souza Junior, L. C. (2006). *Uma Aplicação dos Métodos dos Elementos Finitos e Diferenças Finitas à Interação Fluido-Estrutura*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-008A/06, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 197p.

Souza, S.M. (2007). *Contribuição para uma Metodologia de Análise Acoplada Fluido-Estrutura para Cavidades Acústicas de Paredes Flexíveis*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-004A/07.

Tan, H. e Chopra, A.K. (1996). Dam-Foundation Rock Interaction Effects in Earthquake Response on Arch Dams. In: *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, N° 5. 0733-9445/06/0005-0528.

Warburton, G. B. (1954). *The Vibration of Rectangular Plates*. Proc. Inst. Mech. Eng., ser. A, vol. 168, no. 12, 1954, pp. 371-384.