



## **ESTUDO NUMÉRICO DE ESCOAMENTOS LAMINARES COM CONVECÇÃO MISTA EM UM CANAL COM ALETAS SEMI- ELÍPTICAS AQUECIDAS APLICANDO O DESIGN CONSTRUTAL**

**Andre Luis Razera**

razera.andre@gmail.com

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil.

**Elizaldo Domingues dos Santos**

**Liércio Andre Isoldi**

elizaldosantos@furg.br

liercioisoldi@furg.br

Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

Av. Itália, km 8, 474, 96201-900, Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil.

**Luiz Alberto Oliveira Rocha**

laorocha@gmail.com

Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Unisinos)

Av. Unisinos, 950, 90470-280, São Leopoldo, Rio Grande do Sul, Brasil

**Abstract.** *Este estudo numérico tem como propósito investigar, através do método Design Construtal, um sistema de escoamento composto por um canal, o qual possui aletas semi-elípticas aquecidas em seu interior e está submetido ao mecanismo de convecção mista. A função objetivo é a maximização da taxa de transferência de calor adimensional entre as aletas e o fluido circundante. O método Design Construtal, associado a busca exaustiva, foi utilizado para a definição dos objetivos, restrições e graus de liberdade do sistema, visando a obtenção das configurações geométricas das aletas que maximizam a transferência de calor. Assim, os graus de liberdade estudados são definidos pelas razões entre os semieixos verticais e horizontais das aletas. O escoamento é assumido como bidimensional, laminar, transiente e incompressível, sendo governado por  $Re_H = 100$ ,  $Gr_H = 10^4$  e  $Pr = 0.71$ . As propriedades termofísicas do escoamento se mantêm constantes ao longo do domínio, com*

*exceção da massa específica, onde assumiu-se a aproximação de Boussinesq, a qual modela os efeitos da convecção natural. A solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são resolvidas numericamente através do Método dos Volumes Finitos (FVM). Como resultados, tem-se que as configurações ótimas apresentaram um ganho no desempenho térmico de até 45% em relação as demais geometrias. Além disso, constatou-se que a transferência de calor foi fortemente afetada pela variação geométrica do sistema.*

**Keywords:** *Design Construtal, Aletas semi-elípticas, Convecção mista, Canal Aletado, Otimização Geométrica*

## 1 INTRODUÇÃO

O estudo de escoamentos sobre corpos imersos em fluidos tem sido tema de diversos trabalhos de pesquisas ao longo dos anos, seja nos escoamentos isotérmicos, como em problemas de engenharia do vento e projetos de estruturas, ou em escoamentos com transferência de calor, como por exemplo, trocadores de calor, sistemas aletados os quais são utilizados em uma ampla gama de atuações, desde sistemas de aquecimento de espaços e ar condicionado doméstico a processos químicos, produção de potência em grandes usinas, equipamentos eletrônicos, reatores nucleares, remoção de calor em equipamentos, dentre outras aplicações térmicas (Çengel e Cimbala, 2006; Sahu et al., 2009; Mahir e Altaç, 2008).

Nesse sentido tem-se grande interesse no estudo de escoamentos em canais contendo obstáculos. Esta configuração estrutural constitui uma base fundamental de estudo em se tratando de resfriamento convectivo de componentes eletrônicos, uma vez que a taxa de falha deste tipo de dispositivo está diretamente relacionada com a temperatura máxima que o equipamento pode suportar (Young e Vafai, 1998a). As tecnologias e pesquisas neste campo se expandiram, de forma que os problemas de transferência de calor atuais aparecem com alta densidade de calor. Surge assim a necessidade de equipamentos térmicos cada vez mais eficientes, os quais necessitam operar com altas taxas de transferência de calor em espaços cada vez mais reduzidos. Em vista disso, é indispensável uma adequada configuração geométrica deste tipo de dispositivo, afim de melhor distribuir a energia térmica gerada no sistema, e desse modo, proporcionar uma condição adequada de funcionamento, além de uma maior vida útil.

Muitos estudos vêm sendo realizados com o objetivo de avaliar escoamentos sobre canais aletados, os quais podem ser dispostos em diferentes configurações e geometrias. Existem evidências científicas de que a taxa de transferência de calor pode ser maximizada e a perda de pressão no canal pode ser minimizada desde que seja utilizada uma adequada configuração geométrica dos obstáculos. Assim, estudos de grande relevância foram realizados com o objetivo de determinar e compreender o comportamento deste tipo de problema de engenharia, tais como: Kang et al., 1990; Young e Vafai, 1998a; Young e Vafai, 1998b; Bazdidi-Tehrani e Naderi-Abadi, 2004; Yang et al., 2010; Boutina et al., 2011; Pishkar e Ghasemi, 2012; Salcedo et al., 2017.

Uma maneira de se obter a máxima eficiência dos sistemas térmicos consiste na aplicação do método Design Construtal. Esse método é baseado na Teoria Construtal, que afirma que a geometria de todos os sistemas de escoamentos/fluxos segue um princípio físico – a Lei Construtal. A Lei Construtal não é uma declaração de otimização, maximização,

minimização ou qualquer outra forma de concepção de fim ou destino final. Essa lei trata da direção da evolução no tempo, ou seja, que os designs dos sistemas de escoamento/fluxo são dinâmicos e não estáticos. De acordo com a Lei Construtal, qualquer sistema de escoamento/fluxo de dimensões finitas para persistir ao longo do tempo deve evoluir sua geometria de forma a maximizar o acesso das correntes internas (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008). Esse é o princípio físico empregado pela natureza para a formação geométrica dos seus sistemas de escoamento/fluxo (rios, árvores e animais) (Bejan e Zane, 2012). Esse mesmo princípio pode ser empregado no estudo de geometrias em diversos equipamentos de engenharia, como trocadores de calor, células de combustíveis, entre outros (Bejan e Lorente, 2006). A partir disso, a Teoria Construtal tem sido aplicada e tem-se mostrado adequada para solução de problemas relacionados à busca de geometrias que melhorem o desempenho de sistemas com transferência de calor (Bello-Ochende e Bejan, 2005; Kim et al., 2010; Bello-Ochende et al., 2011; Page et al., 2013; Rocha et al., 2013; Galarça et al., 2015; Pereira et al., 2017; Barros et al., 2017).

Desse modo, este artigo tem como propósito investigar numericamente, através do método Design Construtal, um sistema de escoamento composto por um canal, o qual possui aletas semi-elípticas aquecidas em seu interior e está submetido ao mecanismo de convecção mista. A função objetivo é a maximização da taxa de transferência de calor adimensional das aletas e o fluido circundante através da variação geométrica das aletas aquecidas. No presente estudo dois graus de liberdade são avaliados:  $r_1$  (razão entre o semi-eixo horizontal e vertical da semi-elipse da aleta a montante) e  $r_2$  (razão entre o semi-eixo horizontal e vertical da semi-elipse da aleta a jusante), considerando-se uma mesma área de ocupação das aletas. Para a solução numérica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foi empregado o método de volumes finitos (MVF) (Maliska, 2004; Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 2007).

## 2 MODELAGEM MATEMÁTICA

O propósito deste estudo é avaliar as geometrias que conduzem à maximização da taxa de transferência de calor entre as aletas aquecidas e o fluido circundante. Através da Fig. 1, pode-se observar a geometria e as condições de contorno do sistema. A geometria possui como restrição geométrica a fixação das áreas das aletas semi-elípticas ( $A_1 = A_2 = A = 0,01 \text{ m}^2$ ). Os graus de liberdade referentes a geometria do sistema são definidos pelas razões ( $r_1$  e  $r_2$ ) entre os semieixos verticais ( $a_1$  e  $a_2$ ) e horizontais ( $b_1$  e  $b_2$ ) das aletas semi-elípticas,  $r_1 = a_1/b_1$  e  $r_2 = a_2/b_2$ , a distância ( $L_2$ ) entre o centro das aletas e a altura ( $H$ ) do canal. Para este estudo os graus de liberdade  $L_2$  e  $H$  foram mantidos fixos, e a razão de aspecto  $r_2$  foi variada para diferentes valores de  $r_1$ . As diferentes geometrias obtidas para as aletas em função da variação da razão de aspecto  $r$  é definida da seguinte forma: conforme a razão de aspecto entre os semieixos da aleta se aproxima de zero a aleta estendera sua geometria paralelamente ao escoamento, em contrapartida, quando a razão entre os semieixos tende ao infinito, a aleta estendera sua geometria transversalmente ao escoamento.

O regime de escoamento é governado pela imposição de um campo de velocidades na entrada do canal a uma temperatura adimensional prescrita  $\tilde{T}_\infty = 0$ , bem como pelo movimento natural de fluido ocasionado pelas diferenças de temperatura presentes no escoamento. Nas paredes superior e inferior do canal aplica-se a condição de contorno de fluxo prescrito igual a

zero, não deslizamento e impermeabilidade. No interior do canal, as aletas encontram-se sob a condição de temperatura adimensional prescrita  $\tilde{T}_w = 1$ , também aplicando-se as condições de não deslizamento e impermeabilidade.

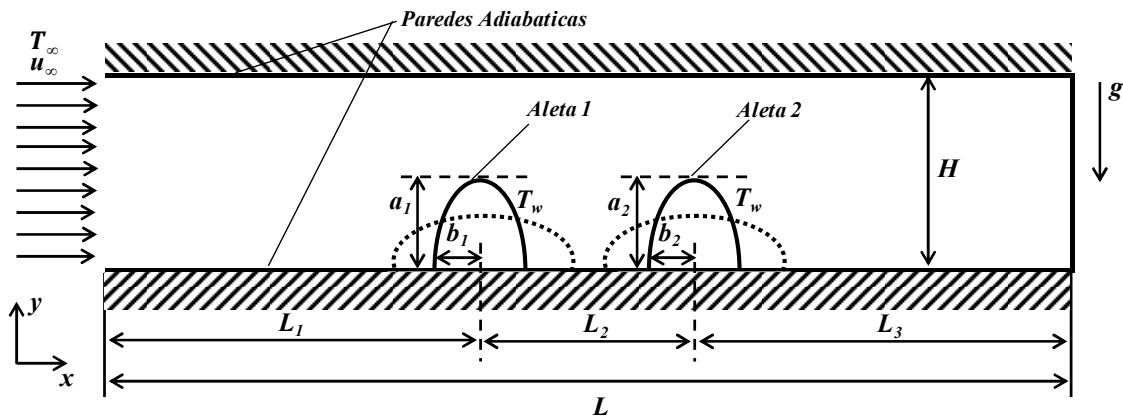


Figura 1. Representação esquemática do domínio computacional e das condições de contorno do sistema.

O estudo proposto é assumido como bidimensional, laminar, transiente e incompressível, de forma que as propriedades termofísicas do escoamento se mantêm constantes ao longo do domínio, com exceção da massa específica, em que se assume a aproximação de Boussinesq (Gray e Giorgini, 1976). Esta hipótese é conveniente para modelar os efeitos da convecção natural no sistema. Nessa aproximação, a massa específica do fluido é função da temperatura, porém sua variação só é relevante no termo de empuxo. Desse modo, o modelo consiste em tratar a massa específica como um valor constante em todos os termos e em todas as equações utilizadas para resolver o problema, exceto para o termo de empuxo, na equação de conservação de quantidade de movimento linear, onde a massa específica varia linearmente com a temperatura (Kays e Crawford, 1980).

As propriedades do fluido e do escoamento para todas as simulações realizadas são apresentadas na Tab. 1, sendo mantidas fixas para todo conjunto de casos analisados. Para todas as configurações geométricas foram simulados escoamentos com  $Re_H = 100$ ,  $Gr_H = 10^4$  e  $Pr = 0.71$ , onde,  $Re_H$  é o número de Reynolds baseado na altura do canal (Eq. 12),  $Gr_H$  é o número do Grashof baseado na altura do canal (Eq. 14) e  $Pr$  é o número de Prandtl (Eq. 15).

Tabela 1. Propriedades do fluido e do escoamento

| Propriedade | Magnitude            | Unidade           |
|-------------|----------------------|-------------------|
| $Pr$        | 0.7100               | -                 |
| $k$         | 0.5600               | W/m.K             |
| $\mu$       | 0.1250               | kg/m.s            |
| $C_p$       | 5.6800               | J/kg.K            |
| $\rho$      | Modelo de Boussinesq | kg/m <sup>3</sup> |
| $\alpha$    | 0.1760               | m <sup>2</sup> /s |
| $\beta$     | 1019.3679            | 1/K               |

As equações da continuidade, de balanço de quantidade de movimento (nas direções  $x$  e  $y$ ) e de energia, em regime transiente, incompressível e com propriedades termofísicas constantes para o problema de convecção mista são dadas, respectivamente, por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} - \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} - \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T_w - T_\infty) = 0 \quad (3)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido, em kg/m<sup>3</sup>;  $u$  e  $v$  representam as velocidades nas direções horizontal e vertical, respectivamente, do escoamento, ambas em m/s;  $x$  e  $y$  indicam as coordenadas cartesianas nas direções horizontal e vertical, respectivamente, ambas em m;  $P$  indica a pressão, em Pa;  $\mu$  representa a viscosidade dinâmica do fluido, em kg/m.s;  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica, em K<sup>-1</sup>;  $g$  é a aceleração da gravidade na direção  $y$  ( $g = -9.81 \text{ m/s}^2$ ), em m/s<sup>2</sup>;  $T_\infty$  e  $T_w$ , são, respectivamente, a temperatura de corrente livre e a temperatura na parede das aletas, ambas em K;  $C_p$  é o calor específico à pressão constante, em J/kg. K; e  $k$  é a condutividade térmica do fluido, em W/m.K.

A difusividade térmica do fluido, em m<sup>2</sup>/s, é dada por:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (5)$$

Com o intuito de generalizar os resultados, é conveniente adimensionalizar os parâmetros do problema. Assim, as coordenadas espaciais, os campos de temperatura e de velocidades, foram adimensionalizados através das seguintes expressões, respectivamente:

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3) = \frac{(x, y, a_1, a_2, b_1, b_2, H, L, L_1, L_2, L_3)}{A^{1/2}} \quad (6)$$

$$\tilde{T} = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (7)$$

$$(\tilde{u}, \tilde{v}) = \frac{(u, v)}{u_{\text{máx}}} \quad (8)$$

A convecção é o estudo do transporte de energia (na forma de calor) efetuado pelo escoamento de fluidos (Bejan, 1994). Pode-se definir, portanto, o fluxo de calor convectivo pela seguinte relação:

$$q'' = h(T_w - T_\infty) \quad (9)$$

em que  $q''$  é o fluxo de calor, dado em  $W/m^2$ ,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor, em  $W/(m^2.K)$ ,  $T_\infty$  é a temperatura do fluido e  $(T_w - T_\infty)$  é a diferença de temperatura entre o corpo e o fluido que escoam em sua superfície.

A Função objetivo do trabalho é avaliar diferentes configurações geométricas do sistema na busca de um sistema que facilite o acesso do fluxo de calor entre as aletas aquecidas e o fluido circundante. Assim, a partir da Eq. (9), pode-se determinar a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento em função da superfície de transferência de calor, que é dada através da Eq. (10):

$$q' = S_w \cdot h(T_w - T_\infty) \quad (10)$$

onde  $S_w$  é a superfície de transferência de calor entre o corpo aquecido e o fluido, dada em metros (m).

O grupo adimensional definido para avaliar os efeitos da transferência de calor por convecção mista é dado pela taxa de transferência de calor adimensional ( $\tilde{q}$ ), a qual é calculada em função das características do sistema, e é dada por:

$$\tilde{q} = \frac{q'}{k(T_w - T_\infty) \frac{S_w}{A^{1/2}}} \quad (11)$$

Para caracterizar o fenômeno da camada limite, o escoamento será definido pelo grupo adimensional denominado número de Reynolds, o qual neste estudo é calculado baseado na altura do canal, e descreve o regime de escoamento imposto no domínio, e definido por:

$$Re_H = \frac{\rho u_\infty H}{\mu} \quad (12)$$

em que,  $u_\infty$  é a velocidade na entrada do domínio na direção  $x$  do escoamento, dada em m/s.

O número de Rayleigh é o produto do número de Grashof, que descreve a relação entre a flutuação e a viscosidade dentro do fluido e do número de Prandtl, que descreve a relação entre a difusividade da quantidade de movimento e a difusividade térmica. Por definição, tem-se:

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)H^3}{\nu\alpha} = Gr_H Pr \quad (13)$$

em que  $\nu$  é viscosidade cinemática do fluido, em  $m^2/s$ ; do lado direito, há o produto de dois grupos adimensionais, o número de Grashof,  $Gr_H$ , e o número de Prandtl,  $Pr$ , dados, respectivamente, pelas seguintes equações:

$$Gr_H = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)H^3}{\nu^2} \quad (14)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (15)$$

A verificação da malha adotada para o conjunto de simulações será realizada através da avaliação do número de Nusselt médio ( $\overline{Nu}_H$ ) sobre a superfície do cilindro. Este grupo

adimensional representa a razão entre a transferência de calor por convecção e por condução (Bejan, 1994), e é definido pela Eq. (16):

$$Nu_H = \frac{\bar{h}D}{k} \quad (16)$$

onde,  $\bar{h}$  é o coeficiente de transferência de calor médio calculado na superfície de transferência de calor ( $W/m^2.K$ ) e  $D$  é o comprimento característico do escoamento (m).

### 3 MODELAGEM NUMÉRICA

Para a análise numérica, adotou-se uma malha bidimensional não uniforme (nas direções  $x$  e  $y$ ) com volumes finitos retangulares. A solução numérica das Eqs. (1) – (4) é obtida através do software comercial de dinâmica dos fluidos computacional FLUENT®, que é fundamentado no Método de Volumes Finitos (FVM – do inglês: *Finite Volume Method*). Esse método consiste em realizar balanços sobre um volume de controle criado a partir de elementos finitos (Maliska, 2004). Utilizou-se, para o caso em estudo, o modelo de solução laminar e transiente, em que se adotou um passo de tempo  $\Delta t = 0.001s$ , apresentando um tempo físico de escoamento de  $t = 0.4s$ . Para a massa específica, adotou-se o modelo de Boussinesq, a fim de se contabilizar os efeitos de flutuabilidade. No tratamento dos termos advectivos, fez-se o uso do esquema de interpolação *Second Order Upwind* para a solução das equações de quantidade de movimento, energia e discretização da pressão. O acoplamento pressão-velocidade foi realizado com o uso do algoritmo *SIMPLE* (do inglês *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent*).

Os cálculos foram considerados convergidos quando os resíduos para as equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia entre duas iterações consecutivas foram inferiores a  $10^{-6}$ ,  $10^{-6}$  e  $10^{-8}$ , respectivamente.

A malha adotada foi determinada por meio de refinamentos sucessivos. Dessa maneira, realizou-se a análise de qualidade de malha, com o objetivo de determinar o número de volumes finitos necessários para que a malha não gerasse influência sobre os resultados do estudo. A malha é considerada adequada quando o desvio relativo percentual da taxa de transferência de calor adimensional entre as malhas de diferentes números de volumes finitos for menor que 0.5%. Os resultados do estudo de sensibilidade de malha são apresentados na Tab. 2, empregando um critério de convergência dado por:

$$R(\%) = 100 \cdot \frac{|\tilde{q}_{(j)} - \tilde{q}_{(j+1)}|}{\tilde{q}_{(j)}} < 0,5\% \quad (17)$$

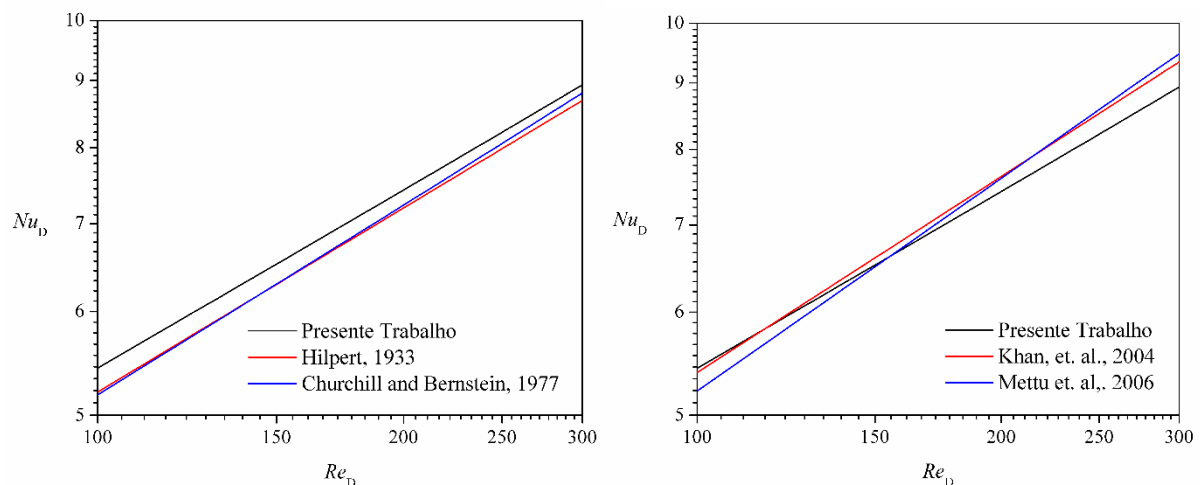
**Tabela 2. Estudo de Qualidade de Malha ( $r_1=r_2=3.0$ ;  $H=0.25$ ;  $L_2=0.4$ ;  $Re_H=100$ ;  $Gr_H=10^4$ ;  $Pr=0.72$ ).**

| Número de Volumes | $\tilde{q}_1$ | $R$ (%) | $\tilde{q}_2$ | $R$ (%) |
|-------------------|---------------|---------|---------------|---------|
| 82824             | 2,5082        | 0,58931 | 1.9633        | 0,05717 |
| 246703            | 2,4938        | 0,12935 | 1.9621        | 0,05612 |
| 326820            | 2,4905        | ---     | 1.9632        | ---     |

Após a realização dos testes, verificou-se que malha de 246703 volumes é considerada apropriada para o estudo proposto, apresentando um desvio aproximado máximo de 0,13% em relação à malha de maior número de volumes, atendendo, portanto, ao critério de precisão definido.

Uma vez que os dados publicados na literatura para casos similares a este estudo são limitados, utilizou-se para a verificação do modelo numérico deste trabalho as correlações empíricas de Churchill e Bernstein, 1977 e Hilpert, 1933, as quais definem o número de Nusselt médio para escoamentos com transferência de calor por convecção forçada sobre um cilindro. Além disso, buscou-se avaliar o modelo numérico do presente trabalho com estudos relacionados a escoamentos sobre cilindros inseridos em um canal, devido ao fato deste modelo geométrico apresentar uma maior similaridade com este estudo. Assim, utilizou-se os trabalhos apresentados por Khan et. al., 2004 e Mettu et. al., 2006 para a verificação do modelo numérico do estudo, também através da avaliação do número de Nusselt médio para o efeito de convecção forçada sobre os cilindros circulares.

Dessa forma, reproduziu-se as geometrias dos estudos publicados na literatura aplicando o modelo numérico do presente trabalho para a obtenção da solução do problema. Assim, as curvas da Fig. 2, mostram o comportamento do número de Nusselt médio em função do Reynolds. Os desvios relativos obtidos entre os resultados foram todos menores que 4% para o cilindro em corrente livre, e 6% para o cilindro confinado no canal, mostrando que o modelo do presente trabalho está adequado quantitativamente em relação aos estudos já publicados.



**Figura 2.** Comportamento do número de Nusselt médio, obtido com o modelo numérico do presente trabalho, em relação aos estudos presentes na literatura em função do número de Reynolds. a) cilindro em corrente livre,  $Pr = 0.71$ ; b) cilindro confinado em um canal,  $Pr = 0.7441$ .

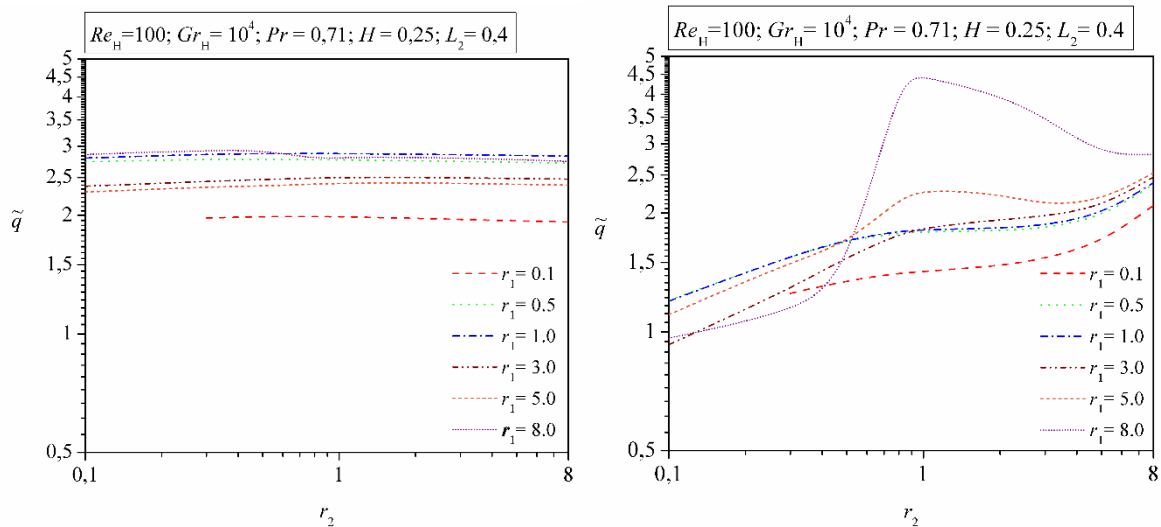
## 4 RESULTADOS

Os campos de velocidades e temperaturas foram simulados com o objetivo de determinar a geometria das aletas semi-elípticas que conduzem a maximização da taxa de transferência de calor adimensional no sistema. Os graus de liberdade referentes a geometria do sistema são definidos pelas razões ( $r_1$  e  $r_2$ ) entre os semieixos verticais ( $a_1$  e  $a_2$ ) e horizontais ( $b_1$  e  $b_2$ ) das aletas semi-elípticas,  $r_1 = a_1/b_1$  e  $r_2 = a_2/b_2$ . A razão de aspecto  $r_2$  foi variada para diferentes

valores de  $r_1$ , no intervalo de  $0.1 \leq r_{1,2} \leq 8.0$ . Para este estudo, a distância ( $L_2$ ) entre o centro das aletas, a altura ( $H$ ) do canal e o ângulo ( $\theta$ ) de inclinação do canal foram considerados como constantes. Para todas as configurações geométricas foram simulados escoamentos com  $Pr = 0.71$ ;  $Re_H = 100$  e  $Gr_H = 10^4$ .

Através da Fig. 3, pode-se visualizar como a taxa de transferência de calor adimensional ( $\tilde{q}$ ) se comporta para cada uma das aletas do canal em relação a variação do grau de liberdade  $r_2$ . É possível observar, através da Fig. 3a, que a taxa de transferência de calor adimensional ( $\tilde{q}$ ) obtida na superfície da aleta 1 permanece praticamente constante na medida em que o valor de  $r_2$  é variado, apresentando um comportamento semelhante para os diferentes valores de  $r_1$  analisados. A partir disso, tem-se que a variação de  $r_2$  não afeta de forma significativa a transferência de calor da aleta a montante no sistema.

Em contrapartida, ao se avaliar o comportamento a taxa de transferência de calor adimensional ( $\tilde{q}$ ) da aleta 2 em função da variação do razão de aspecto  $r_2$ , Fig. 3b, percebe-se uma grande influência deste grau de liberdade na taxa de transferência de calor adimensional obtida na superfície da aleta 2. É importante analisar que as configurações dadas para  $r_1 \leq 1.0$  apresentaram um comportamento bastante semelhante, uma vez que a taxa de transferência de calor tende a crescer a medida em que o grau de liberdade  $r_2$  aumenta até atingir um ponto de máximo desempenho térmico. Para as configurações de  $r_1 > 1.0$ , o comportamento das curvas apresentou diferentes características, onde verificou-se um evidente aumento na taxa de transferência de calor adimensional quando  $r_2 = 1.0$ , e posteriormente, seguidos de um decréscimo deste valor, o qual é mais evidente para a configuração dada por  $r_1 = 8.0$ .



**Figura 3.** Taxa de transferência de calor adimensional para diferentes valores de  $r_1$  em função da variação do grau de liberdade  $r_2$ . a) Aleta 1; b) Aleta 2. Assumindo-se  $Re_H = 100$ ,  $Gr_H = 10^4$  e  $Pr = 0.71$ .

A taxa de transferência de calor adimensional total é mostrada através da Fig. 4, em que é apresentado os valores de  $\tilde{q}$  obtidos para a superfície total de transferência de calor do sistema. A maior taxa de transferência de calor adimensional foi obtida, entre os casos estudados, para a configuração de  $(r_1)_o = 8.0$  e  $(r_2)_{oo} = 1.0$ , onde verificou-se um desempenho na transferência de calor aproximadamente 45% superior em relação ao caso de menor desempenho térmico, obtido para a configuração de  $r_1 = 0.1$  e  $r_2 = 0.3$ .

O comportamento para a geometria dada por  $r_1 = 8.0$  em função da variação da razão de aspecto  $r_2$ , pode ser explicado através dos campos de temperatura e linhas de corrente expostos na Fig. 5. Avaliando-se as geometrias de  $r_2 = 0.1$  e  $r_2 = 0.5$  (Fig. 5a e 5b), nota-se que há a formação de um escoamento intenso entre a primeira aleta e a superfície superior do canal (com um comportamento em forma de jato) e o recolamento do escoamento na superfície inferior do domínio ocorre a jusante da segunda aleta. Dessa forma, a segunda aleta praticamente não interage com o escoamento (principalmente do fluido a mais baixa temperatura). Consequentemente, a troca térmica entre a aleta 2 (a jusante) e o escoamento ocorre predominantemente por difusão. Na medida em que  $r_2$  aumenta seu valor para  $r_2 = 1.0$  (Fig. 5c), a corrente principal do escoamento passa a tangenciar a superfície da aleta 2, ocasionando maiores campos de velocidade nesta região. Na Figura 5(c) também pode ser evidenciada a formação de uma região de recirculação entre as aletas 1 e 2. Esse comportamento do escoamento faz com que os gradientes de temperatura na superfície de transferência de calor da aleta 2 aumente, explicando o crescimento significativo na taxa de transferência de calor adimensional na faixa  $0.1 \leq r_2 \leq 1.0$ . Para  $r_2 > 1.0$ , o aumento da altura da aleta 2 causa uma nova restrição no escoamento na região entre aletas, reduzindo novamente a taxa de transferência de calor.

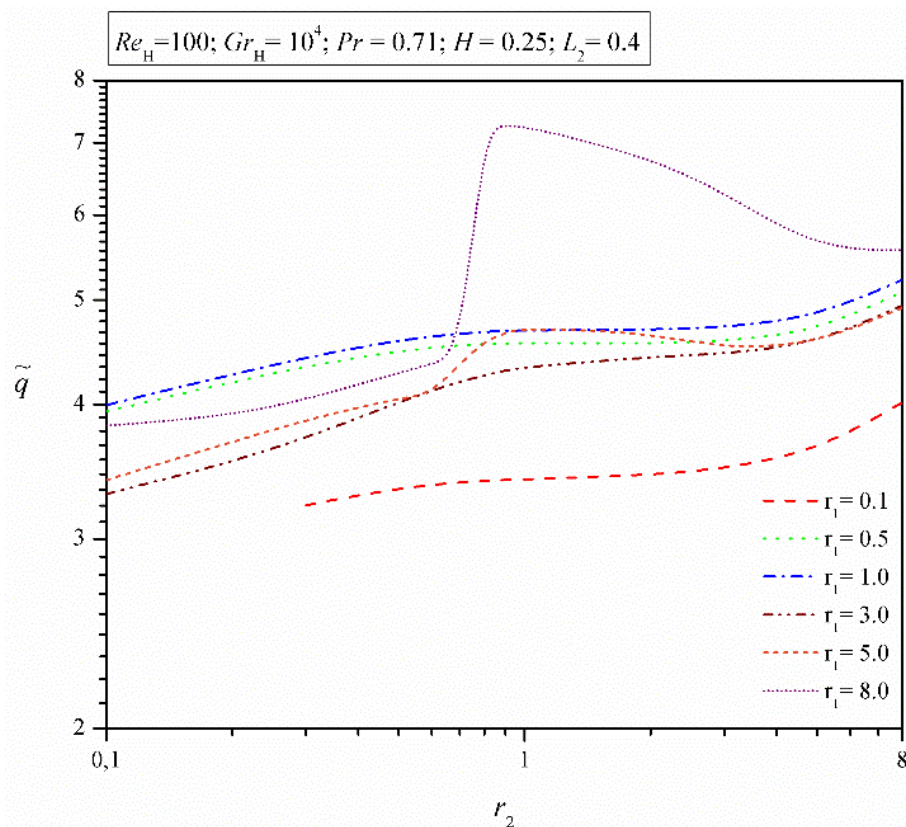
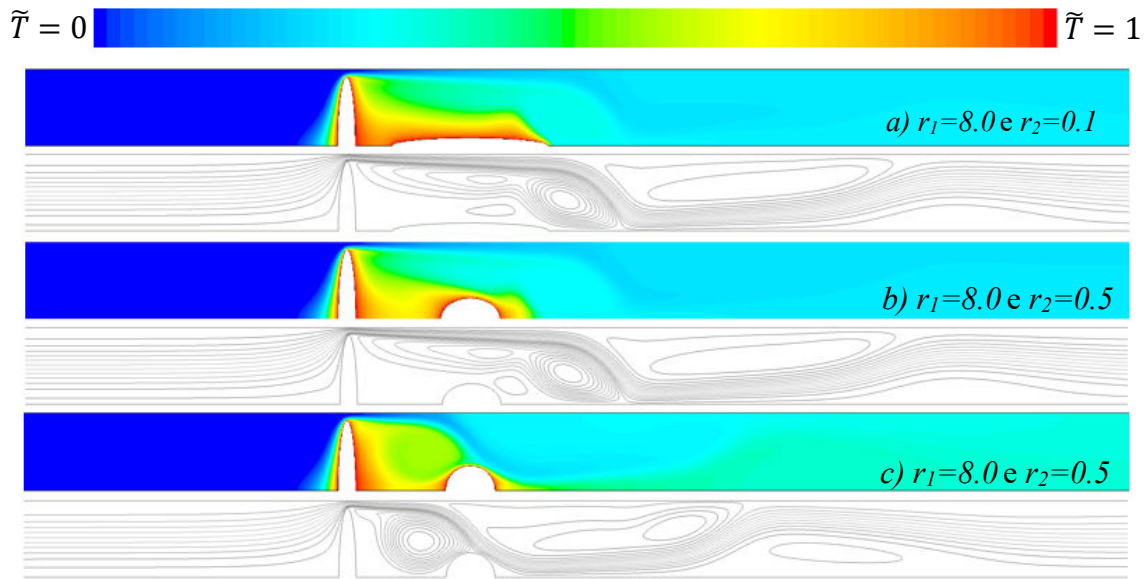


Figura 4. Taxa de transferência de calor adimensional obtida na superfície da aleta 2, para diferentes valores de  $r_1$  em função da variação  $r_2$ . Assumindo-se  $Re_H = 100$ ,  $Gr_H = 10^4$  e  $Pr = 0.71$ .



**Figura 5:** Campos de temperatura e linhas de corrente. a)  $r_1=8.0$  e  $r_2=0.1$ ; b)  $r_1=8.0$  e  $r_2=0.5$  e c)  $r_1=8.0$  e  $r_2=1.0$ ; assumindo-se  $Re_H = 100$ ,  $Gr_H = 10^4$  e  $Pr = 0.71$ .

Os resultados ótimos obtidos para essa análise encontram-se na Fig. 6, que apresenta o comportamento da taxa de transferência de calor adimensional máxima  $(\tilde{q})_{Máx.}$  e da razão de aspecto ótima  $(r_2)_o$  em função de  $r_1$ . A taxa de transferência de calor adimensional ótima  $(\tilde{q})_{Máx.}$  é crescente na medida em que os valores de  $r_1$  aumentam. Em contrapartida, os valores de  $(r_2)_o$  obtidos apresentam um comportamento bastante regular conforme  $r_1$  é variado, tendo sua geometria ótima obtida predominantemente para  $(r_2)_o = 8.0$ . Desvia-se desta característica a configuração de  $r_1 = 8.0$ , a qual possui sua configuração ótima para  $(r_2)_o = 1.0$ , sendo esta também a geometria que apresentou o maior valor de  $\tilde{q}$  obtido no estudo.

Assim, a Tab. 3 mostra os valores obtidos para a taxa de transferência de calor adimensional máxima  $(\tilde{q})_{Máx.}$  e da razão de aspecto ótima  $(r_2)_o$  em função de  $r_1$ . Através dos resultados ótimos obtidos, é possível verificar que o sistema possui uma configuração ótima, dessa forma, proporcionando uma melhor arquitetura de fluxo para atender ao objetivo térmico, estando de acordo com os princípios da Lei Construtal.

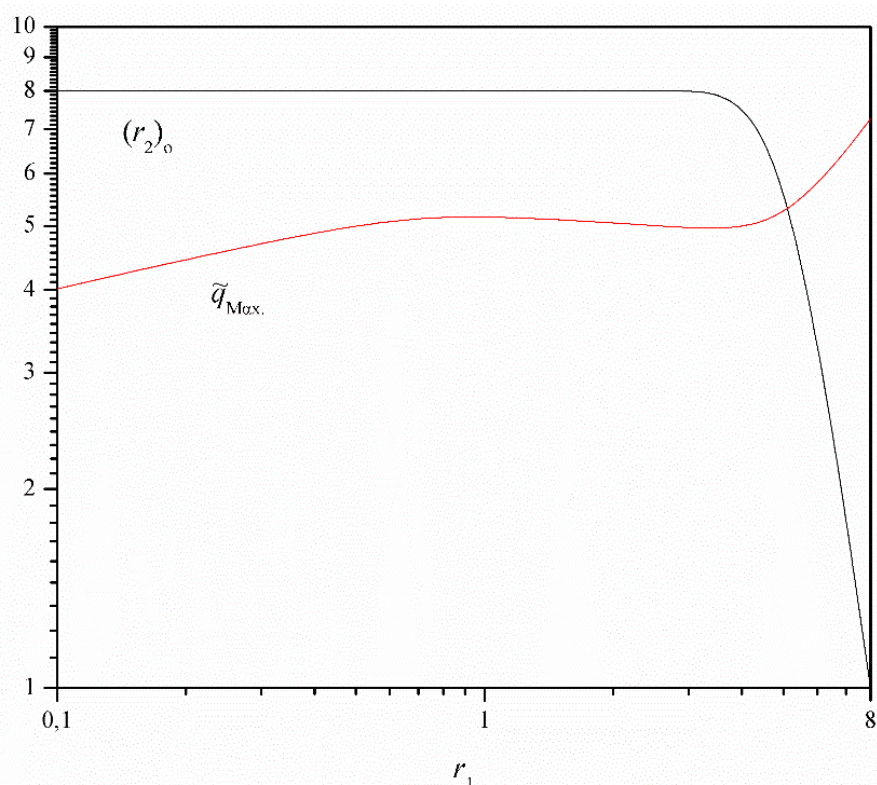


Figura 6: Estudo do comportamento de  $(\tilde{q})_{\text{Máx.}}$  e da razão de aspecto  $(r_2)_0$  em função de  $r_1$ , assumindo-se  $Re_H = 100$ ,  $Gr_H = 10^4$  e  $Pr = 0,71$ .

Tabela 3. Resultados ótimos obtidos no estudo assumindo-se  $Re_H = 100$ ,  $Gr_H = 10^4$  e  $Pr = 0,71$ .

| $r_1$ | $(r_2)_0$ | $(\tilde{q})_{\text{Máx.}}$ |
|-------|-----------|-----------------------------|
| 0.1   | 8.0       | 4.017865                    |
| 0.5   | 8.0       | 5.088999                    |
| 1.0   | 8.0       | 5.222029                    |
| 3.0   | 8.0       | 4.946452                    |
| 5.0   | 8.0       | 4.919761                    |
| 8.0   | 1.0       | 7.262696                    |

## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como propósito investigar numericamente, através do método Design Constructal, um sistema de escoamento composto por um canal, o qual possui aletas semi-elípticas aquecidas em seu interior e está submetido ao mecanismo de convecção mista, com o objetivo de avaliar as geometrias que conduzem à maximização da taxa de transferência de calor adimensional entre as aletas aquecidas e o fluido circundante.

Inicialmente, foi elaborado o domínio computacional e sua discretização através de volumes retangulares não uniformes. A malha foi avaliada através do teste de independência de malha, onde verificou-se a taxa de transferência de calor adimensional  $(\tilde{q})$  para malhas

com diferentes números de volumes. A malha independente apresentou um desvio relativo em relação à malha de maior número de volumes menor que 0.5%, justificando seu emprego no trabalho. O modelo numérico adotado para o trabalho apresentou-se adequado do ponto de vista qualitativo (campos de temperatura) e quantitativo, através da comparação com resultados apresentados na literatura.

O método Design Construtal mostrou-se eficiente para a obtenção das configurações ótimas para o sistema, na medida em que os resultados obtidos apresentaram o comportamento de  $\tilde{q}$  em função da variação da razão de aspecto das aletas de geometria semi-elípticas, dados por  $r_1$  e  $r_2$ . A partir disso, constatou-se que a variação da geometria das aletas se mostrou bastante significativa em relação aos efeitos da transferência de calor no sistema, conforme pode-se visualizar através dos resultados obtidos. Assim, uma adequada geometria do sistema se faz necessária para que os efeitos da transferência de calor sejam otimizados, e dessa forma, as resistências ao fluxo de calor sejam diminuídas. Também foi observado que o efeito da razão geométrica  $r_2$  sobre a taxa de transferência de calor adimensional foi significativamente modificada para os diferentes valores de  $r_1$  estudados, mostrando que em sistemas com vários componentes (neste caso aletas) as geometrias devem ser avaliadas em conjunto buscando maximizar o desempenho global.

Como proposta de continuidade para este estudo, é de suma importância avaliar estes efeitos para diferentes valores de  $L_2$  e  $H$ , bem como estudar diferentes condições de escoamentos através da variação de  $Re_H$ ,  $Gr_H$  e  $Pr$ .

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro, bem como às universidades UFRGS, FURG e Unisinos que auxiliaram na elaboração deste estudo.

## REFERÊNCIAS

- Barros, G. M., Lorenzini, G., Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O., E. D. dos Santos, E. D., 2017. Influence of mixed convection laminar flows on the geometrical evaluation of a triangular arrangement of circular cylinders. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 114, p. 1188-1200,
- Bazdidi-Tehrani, F.; Naderi-Abadi, M., 2004. Numerical analysis of laminar heat transfer in entrance region of a horizontal channel with transverse fins. *International communications in heat and mass transfer*, v. 31, n. 2, p. 211-220.
- Bejan, A., 2000. Shape and Structure, From Engineering to Nature. Cambridge University Press.
- Bejan, A., and Zane, J. P., 2012. “*Design in Nature*”, Doubleday, New York.
- Bejan, A., 1994. *Convection Heat Transfer*. John Wiley & Sons.
- Bejan, A., Lorente, S., 2006. Constructal Theory of Generation of Configuration in Nature and Engineering. *Journal of Applied Physics*, v. 100, n. 4, p. 041301.

- Bejan, A., and Lorente, S., 2008. *Design with Constructal Theory*, John Wiley, New Jersey.
- Bello-Ochende, T.; Bejan, A., 2005. Constructal Multi-Scale Cylinders in Cross-Flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, n. 7, p. 1373-1383.
- Bello-Ochende, T., Meyer, J. P., Ogunronbi, O. I., 2011. Constructal Multiscale Cylinders Rotating In Cross-Flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 54, n. 11, p. 2568-2577.
- Boutina, L., Bessaïh, R., 2011. Numerical simulation of mixed convection air-cooling of electronic components mounted in an inclined channel. *Applied Thermal Engineering*, v. 31, n. 11, p. 2052-2062.
- Çengel, Y., & Cimbala, J., 2006. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. McGraw-Hill, USA.
- Churchill, S. W., Bernstein, M., 1977. A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow. *ASME, Transactions, Series C-Journal of Heat Transfer*, v. 99, p. 300-306.
- Galarça, M. M., Cardoso, F., Razera, A. L., Acunha Jr, I.C., Isoldi, L. A., Porte, A. F., Rocha, L. A. O., Dos Santos, E. D., 2015. Otimização geométrica de um arranjo triangular de cilindros submetido a escoamento laminar com convecção forçada. *Scientia Plena*, v. 11, p. 021706-1-021706-13.
- Gray, D e Giorgini, A., 1976. The Validity of the Boussinesq Approximation for Liquids and Gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, V. 19, n. 5, p. 545-551.
- Hilpert, R., 1933. Heat transfer from cylinders. *Forsch. Geb. Ingenieurwes*, v. 4, p. 215.
- Kang, B. H., Jaluria, Y., Tewari, S. S., 1990. Mixed convection transport from an isolated heat source module on a horizontal plate. *ASME J. Heat Transfer*, v. 112, n. 3, p. 653-661.
- Kays, W. M.; Crawford, M. E.; Weigand, B., 1980. *Convective Heat Transfer*. Mcgraw Hill.
- Khan, W. A., Culham, J. R., Yovanovich, M. M., 2004. Fluid flow and heat transfer from a cylinder between parallel planes. *Journal of thermophysics and heat transfer*, v. 18, n. 3, p. 395-403.
- Kim, Y., Lorente, S., Bejan, A., 2010. Constructal Multi-Tube Configuration for Natural and Forced Convection in Cross-Flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, V. 53, n. 23, p. 5121-5128.
- L.A.O. Rocha, M. das N. Gomes, A.F. Porte, M.M. Galarça, I.C. Acunha Jr., F.M.V. da Silva, L.A. Isoldi, E.D. Dos Santos, 2013. Constructal Design of Turbulent Forced Convective Flows over a Pair of Circular cylinders. *Constructal Law Conference*. Nanjing, p. 174–184.
- Mahir, N., Altaç, Z., 2008. Numerical Investigation of Convective Heat Transfer in Unsteady Flow Past Two Cylinders in Tandem Arrangements. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 29, n. 5, p. 1309-1318.
- Maliska, C. R., 2004. *Transferência De Calor E Mecânica Dos Fluidos Computacional: Fundamentos E Coordenadas Generalizadas*. Livros Técnicos E Científicos.

- Mettu, S., Verma, N., & Chhabra, R. P., 2006. Momentum and heat transfer from an asymmetrically confined circular cylinder in a plane channel. *Heat and Mass Transfer*, v. 42, n. 11, p. 1037-1048.
- Patankar, S., 1980. Numerical heat transfer and fluid flow. CRC press.
- Pereira, M. S., Feijo, B. C., Teixeira, F. B., Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O., Goulart, J. N. V., Dos Santos, E. D., 2017. Geometric Evaluation of Forced Convective Flows Across an Arrangement of Four Circular Cylinders. *Defect and Diffusion Forum*, v. 372, p. 110-121.
- Pishkar, I.; Ghasemi, B., 2012. Cooling enhancement of two fins in a horizontal channel by nanofluid mixed convection. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 59, p. 141-151.
- Sahu, A. K., Chhabra, R. P., & Eswaran, V., 2009. Effects of Reynolds and Prandtl numbers on heat transfer from a square cylinder in the unsteady flow regime. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 52, n. 3, p. 839-850.
- Salcedo, E., Treviño, C., Palacios-Morales, C., Zenit, R., & Martínez-Suástegui, L., 2017. Experimental study on laminar flow over two confined isothermal cylinders in tandem during mixed convection. *International Journal of Thermal Sciences*, 115, 176-196.
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W., 2007. An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method. Pearson Education.
- Yang, Min-Hsiung; Yeh, Rong-Hua; Hwang, Jen-Jyh., 2010. Forced Convective Cooling Of A Fin In A Channel. *Energy Conversion and Management*, v. 51, n. 6, p. 1277-1286.
- Young, T. J., Vafai, K., 1998a. Convective flow and heat transfer in a channel containing multiple heated obstacles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 41, n. 21, p. 3279-3298.
- Young, T. J., Vafai, K., 1998b. Convective cooling of a heated obstacle in a channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 41, n. 20, p. 3131-3148.