



OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO AJUSTE DE PARÂMETROS DO ALGORITMO GENÉTICO

Gabriella Autran Gurgel Coêlho

Silvana Maria Bastos Afonso

Bernardo Horowitz

gabyautran@gmail.com

smb@ufpe.br

horowitz@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco – Dept. de Engenharia Civil – Estruturas

Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N, Recife – PE – CEP 50740-530, Brasil

Resumo. *Edifícios de concreto armado podem ser projetados a partir de um número semi-infinito de dimensões das seções e das armações dos seus elementos constituintes. Além da natureza discreta e combinatória dessas variáveis, detalhes e especificações impostas pelos códigos e normas tornam o problema de otimização de estruturas de concreto armado ainda mais complexo. Nas últimas décadas, o Algoritmo Genético (GA) vem sendo bastante empregado na otimização de estruturas devido à facilidade de programação, por não necessitar do cálculo de gradientes das funções e nem que estas sejam contínuas, além do bom desempenho para encontrar o ótimo global e trabalhar com variáveis discretas. Entretanto, o uso eficiente do GA como otimizador depende da escolha adequada dos seus operadores e parâmetros e ainda consiste em um dos obstáculos no emprego de tal método. Nesse trabalho, é apresentado um procedimento para ajuste “off-line” de parâmetros e operadores do GA utilizando a técnica meta-evolucionária, que consiste em aplicá-lo no nível da otimização do controle de parâmetros e do problema em si. Para validação da metodologia proposta e sua implementação computacional, são apresentados os testes aplicados a um exemplo de pórtico plano em concreto armado, disponível na literatura.*

Keywords: *Otimização, Algoritmo Genético, Parâmetros, Pórticos Planos*

1 INTRODUÇÃO

Devido à crescente necessidade de obtenção de projetos que envolvam soluções econômicas e viáveis em tempo hábil, as técnicas de otimização tem ganhado muito espaço no meio científico e prático da Engenharia. Dentre as técnicas existentes, o Algoritmo Genético (GA) destaca-se pela capacidade de resolver problemas que não podem ser resolvidos por algoritmos de programação matemática quando estes envolvem funções objetivo descontínuas, não-diferenciáveis ou multimodais. Entretanto, a escolha adequada dos parâmetros do GA tem relação direta com a performance desse otimizador.

O principal objetivo desta pesquisa consiste em aplicar a um problema de otimização discreta de pórticos planos a ferramenta de ajuste “*off-line*” de parâmetros do GA desenvolvida nesta pesquisa com a finalidade de potencializar o uso do GA como otimizador.

2 ALGORITMO GENÉTICO

2.1 Formulação matemática do problema de otimização

Em um problema de otimização genérico, que pode ser matematicamente definido pela Eq.(1), tem-se com objetivo encontrar um conjunto de n variáveis de projeto contido em um vetor $\mathbf{x}$, que:

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && f = f(\mathbf{x}) \\ &(\text{ou maximize}) \\ &\text{Sujeito a:} && g_i(\mathbf{x}) \leq g_i && (i = 1, 2, 3, \dots, m) \\ & && h_j(\mathbf{x}) = h_j && (j = 1, 2, 3, \dots, l) \\ & && \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \end{aligned} \tag{1}$$

Os componentes $\mathbf{x}$ são as variáveis de projeto. A função $f(\mathbf{x})$ é a meta do problema. As funções $g_i(\mathbf{x})$ e $h_j(\mathbf{x})$ representam, respectivamente, as restrições de desigualdade e de igualdade. As restrições geométricas são os limites inferiores $\mathbf{x}_l$ e os limites superiores $\mathbf{x}_u$. Quando o problema é de maximização, este é resolvido através da minimização da função objetivo em sua forma negativa ($-f(\mathbf{x})$) e da adaptação das restrições de desigualdade para que o problema se transforme em sua forma padrão apresentada na Eq.(1).

2.2 Algoritmo genético utilizado

O desenvolvimento deste trabalho foi conduzido no ambiente do MATLAB (Mathworks, 2014). O *toolbox* de otimização global dessa plataforma contém o GA empregado nos estudos. Nesse, a formulação do problema é apresentada na Eq.(2).

$$\begin{array}{ll}
\text{Minimize} & f = f(x) \\
\text{(ou maximize)} & \\
\text{Sujeito a:} & \left\{ \begin{array}{l} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ Ax \leq b \\ A_{eq}x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{array} \right.
\end{array} \quad (2)$$

Para se utilizar o GA com as opções padrão, a sintaxe geral é:

`[x,fval,exitflag,output,population,score]=ga(fitnessfcn,nvars,A,b,Aeq,beq,lb,ub,noncolon,options)`

em que os argumentos de entrada são *fitnessfcn* (função que computa a função objetivo), *nvars* (dimensão do problema), *A* e *Aeq* são as matrizes de restrição linear e *b*, *beq* seus correspondentes vetores. Os limites das variáveis de projeto são *lb* e *ub* enquanto *noncolon* é a função que computa as restrições não lineares e *options* é a estrutura que permite especificar diferentes opções disponíveis para os parâmetros. O argumento de saída, *x*, é o ponto ótimo (valor das variáveis de projeto nesse ponto), *fval* é o valor final da função objetivo no valor ótimo, *exitflag* é um valor inteiro correspondente a razão de término do algoritmo, *output* é a estrutura que contém as informações sobre a performance do algoritmo a cada geração, *population* é a população final e *score* é um vetor com as aptidões da população final.

A estrutura de opção é criada usando a função *gaoptimset*, disponível no *toolbox* de otimização do MATLAB, em que é possível modificar valores de alguns parâmetros padrão do código (como tamanho da população, probabilidade de *crossover*, tipos de operadores, número de gerações, dentre outros). Ver Mathworks (2014).

Vale mencionar, que embora o GA seja uma ferramenta para problemas irrestritos, o MATLAB tem um procedimento interno para lidar com restrições (ver Mathworks, 2014). Tal procedimento foi o utilizado neste trabalho.

2.3 Ajuste de parâmetros

A seleção de valores apropriados para os parâmetros dos GAs é uma das dificuldades ainda não solucionadas pelos estudiosos. Na prática, esses valores geralmente são selecionados por convenção, sugeridos por autores, ou através de simulações para comparações expeditas com a finalidade de defini-los para o problema específico investigado (ou seja, testando-se diferentes combinações de parâmetros e taxas).

De acordo com Kramer (2010), o desenvolvimento de técnicas de adaptação dos parâmetros iniciou-se em 1967, ano em que Rosenberg (1967) propôs adaptar a probabilidade de aplicação do *crossover*. Weinberg (1970) foi um dos primeiros autores a introduzir abordagens meta-evolucionárias.

Eiben et al. (1999) agrupa a seleção de parâmetros em duas abordagens (vide Fig.1):

- Ajuste off-line (*Parameter Tuning*): a adequação dos parâmetros é realizada antes da execução do algoritmo. Estes se dividem em ajuste manual, projeto de experimentos e meta-evolução.
- Ajuste online (*Parameter Control*): os parâmetros sofrem alterações ao longo da execução do processo de otimização. Estes se dividem em ajuste determinístico, adaptativo e auto-adaptativo.

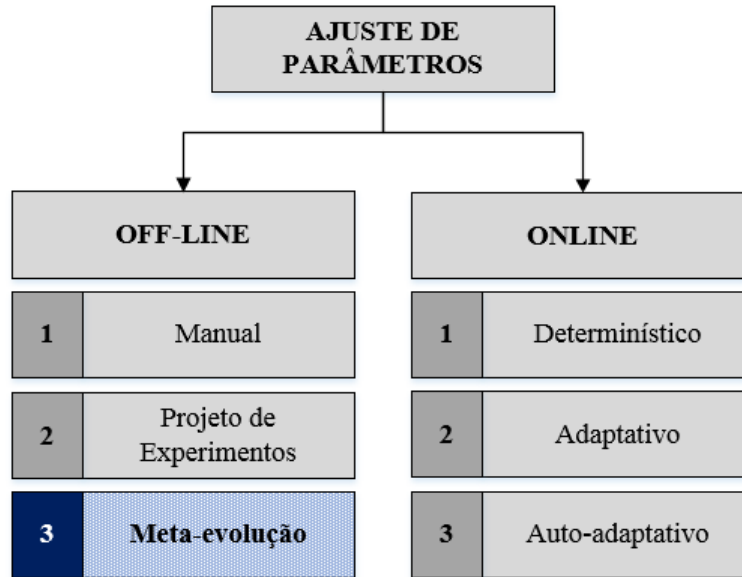


Figura 1. Taxonomia para ajuste de parâmetros.

Neste trabalho foi utilizada a técnica de ajuste via meta-evolução, destacada na Fig.1. Nos algoritmos meta-evolucionários a otimização ocorre em dois níveis: no primeiro nível ocorre otimização dos parâmetros (“algoritmo externo”) enquanto que no segundo ocorre a otimização da função objetivo (“algoritmo incorporado” ou “interno”). Nessa técnica, a estratégia de seleção de parâmetros constitui o próprio problema de otimização.

2.4 Ferramenta proposta

O problema de otimização para processar parâmetros ótimos pode ser formulado matematicamente como:

$$(GA1) \quad \underset{y \in R^{ny}}{\text{Min}} f(x^*(y)) \quad (3)$$

$$\text{sujeito a } y_i^l \leq y_i \leq y_i^u, i = 1..ny$$

$$(GA2) \quad x^*(y) = \underset{x \in R^n}{\langle GA(y) \rangle \text{ArgMin}} f(x) \quad (4)$$

$$\text{sujeito a } x_i^l \leq x_i \leq x_i^u, i = 1..n$$

onde y representa as variáveis de projeto associadas aos parâmetros e operadores do GA, e x as variáveis de projeto estabelecidas para a função objetivo desejada f . A dimensão de

y é n_y e a dimensão de x é n . A notação $\langle GA(y) \rangle_{ArgMin}$ representa o resultado da aplicação de um Algoritmo Genético utilizado y como parâmetro na minimização da função objetivo $f(x)$.

Os problemas formulados pelas Eqs.(3) e (4) são respectivamente nomeados como GA1 e GA2, e o procedimento esquematizado na Fig.2 (exemplo em que o parâmetro investigado é o tamanho da população, portanto, $n_y=1$) é descrito passo-a-passo como segue:

- GA1 envia a variável y para GA2;
- GA2 recebe y e interpreta como o tamanho da população para a otimização da função objetivo;
- Para cada y enviado, GA2 computa o valor ótimo de $f(x^*(y))$ normalizado;
- Usando $f(x^*(y))$ como a aptidão da função, GA1 determina o tamanho ótimo da população para o problema solucionado por GA2.

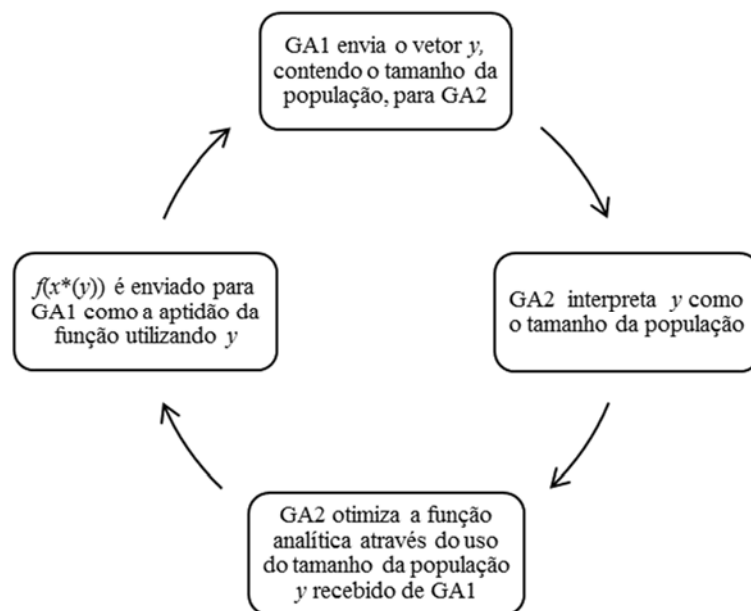


Figura 2. Representação esquemática do exemplo $n_y=1$.

3 ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

3.1 Aspectos gerais

A NBR 6118/2014 define, nos itens 14.2.1 e 14.2.2, a análise estrutural a partir de seus objetivos e princípios da seguinte forma: “O objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações dos estados-limites últimos e de serviço”. A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de

esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura e deve ser feita a partir de um modelo estrutural adequado ao objetivo da análise.

Em problemas da Engenharia Estrutural, a função objetivo é geralmente representada pelo peso ou custo total da estrutura (Akin & Saka, 2015). No caso de estruturas de concreto armado, é mais usual utilizar o custo pelo fato de o problema envolver mais de um tipo de material. O objetivo consiste na obtenção de projeto de estruturas com menor custo e que satisfaça as restrições de projeto e as especificações estabelecidas em norma.

A otimização de elementos estruturais de concreto armado é um problema não-linear com restrições, o que aumenta o nível de dificuldade de resolução desse tipo de problema.

3.2 Procedimento empregado para análise estrutural

Neste trabalho foi utilizado o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a análise estrutural. Essa técnica numérica tem sido muito empregada por projetistas e pesquisadores nos campos da Engenharia por ser versátil e poder ser aplicada a problemas que envolvem diferentes tipos de seções transversais, carregamentos, condições de apoio, materiais etc. (Liang, 2005). Para aplicação do MEF foi feita a implementação no ambiente do MATLAB e aferição dos resultados por meio da comparação com os deslocamentos e esforços obtidos para o pórtico modelado no SAP 2000 (Computers and Structures, 2009).

No MEF o pórtico é definido como uma série de elementos lineares rigidamente conectados, em que as vigas e pilares são representados pelos seus eixos baricêntricos. Cada elemento, representado na Fig.3, possui 2 nós, cada nó com 3 graus de liberdade (duas translações dx , dy e uma rotação ϕz).

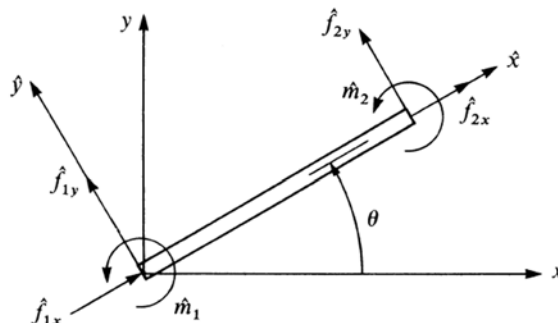


Figura 3. Forças atuantes no elemento de viga com 3 graus de liberdade por nó (Logan, 2007).

4 CASO ESTUDADO

4.1 Apresentação

O problema consiste na minimização do custo estrutura de um pórtico plano (concreto, forma e aço) de 3 andares e 3 vãos (3B3S: 3-bay 3-storey), apresentada em Lee & Ahn (2003) e Kwak & Kim (2007), e foi adaptado e resolvido pela metodologia aqui proposta. A estrutura

é composta por 9 vigas e 12 pilares projetados de maneira agrupada em 2 grupos de vigas e 2 grupos de pilares, conforme mostrado na Fig.4. Para obtenção dos esforços, cada viga foi discretizada com 2 elementos e 1 elemento foi utilizado para representar cada pilar, totalizando 30 elementos na estrutura. A estrutura foi submetida a um carregamento permanente uniformemente distribuído de 16,5 kN/m e uma carga de serviço de 7,2 kN/m.

Foram adotados os valores de resistência de compressão do concreto e à tração do aço de $f_{cd}=23,5\text{MPa}$ e $f_{yd}=392\text{MPa}$, respectivamente.

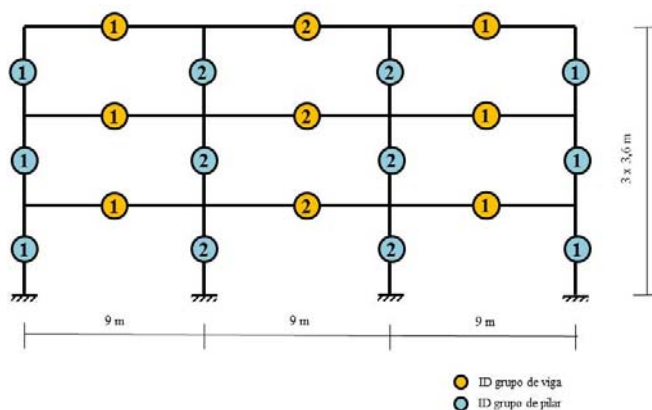


Figura 4. Pórtico 3B3S: Organização das variáveis.

4.2 Otimização

Função objetivo. O custo total da estrutura é a função objetivo utilizada nesse trabalho para o projeto ótimo de pórticos de concreto armado, que é função do volume de concreto da estrutura, peso da armadura e área de fôrma. A forma matemática da função objetivo a ser minimizada é definida na Eq. (5).

$$F = \sum_{i=1}^{n_c} \{C_c b_i h_i + C_s W_{s_i} + 2C_f (b_i + h_i)\} l_i + \sum_{j=1}^{n_b} \{C_c b_j h_j + C_s W_{s_j} + C_f (b_j + 2h_j)\} l_j \quad (5)$$

onde l é o vão de cada elemento, n_b = número de vigas do pórtico e n_c = número de pilares do pórtico. As características geométricas são base b e altura h , e W_s é dado pela área de aço A_s multiplicada pelo comprimento de cada barra de reforço. C_c , C_s e C_f são os custos do concreto, aço e forma, e valem, respectivamente, 54 US\$/m³, 0,55 US\$/kg e 54 US\$/m² (preços em dólar americano).

Variáveis de projeto. Todas as variáveis do problema são discretas. Para as vigas, as dimensões da seção transversal (incrementadas a cada 5cm), a área de reforço das barras ao longo da viga e nos apoios são as variáveis de projeto (vide Tabela 1).

As variáveis de projeto para os pilares são as dimensões da seção transversal na direção x e y (que são incrementadas a cada 5cm), o diâmetro e o número de barras de reforço em cada direção. Ao total este problema apresenta 18 variáveis (vide Tabela 2).

Tabela 1. Variáveis de projeto das vigas (por grupo de viga).

Variável de projeto	Descrição	Limite inferior	Limite superior
$x_{i,1}$	Base da seção transversal da viga	20cm	50cm
$x_{i,2}$	Altura da seção transversal da viga	35cm	90cm
$x_{i,3}$	Diâmetro da armadura das vigas	Ø19 (D19)	Ø22 (D22)
$x_{i,4}$	Número de barras (momento negativo)	2	6
$x_{i,5}$	Número de barras (momento positivo)	2	6

Tabela 2. Variáveis de projeto dos pilares (por grupo de pilar).

Variável de projeto	Descrição	Limite inferior	Limite superior
$x_{ip,1}$	Dimensão na direção x	30cm	60cm
$x_{ip,2}$	Dimensão na direção y	30cm	90cm
$x_{ip,3}$	Número de barras*	4	18
$x_{ip,4}$	Diâmetro da armadura	Ø19 (D19)	Ø25 (D25)

Nota: ip é número do grupo do pilar.

Restrições. Os critérios considerados neste exemplo para o projeto de otimização são ligados à resistência, estabilidade e segurança da estrutura. As restrições são separadas por grupos de viga, pilar e nós. Não foram verificadas restrições para o ELS (Estado Limite de Serviço (ABNT, 2014)) no que se refere à abertura de fissuras e flecha máxima. Ao total são 27 restrições para o problema. As restrições para as vigas são dadas pelas Eq. (6) a Eq. (11), que traduzem a verificação se a capacidade resistente da seção é maior que a solicitante (Eq.(6)); se as áreas de aço obtidas estão dentro do limite da norma (entre o máximo e mínimo permitido pela NBR 6118 (ABNT, 2014)) (Eq.(7) e Eq.(8), respectivamente); se a capacidade resistente das vigas ao cisalhamento é maior do que o esforço cortante solicitante (Eq.(9) e Eq.(10)). Além dessas restrições, é imposto um número máximo de camadas para disposição das armaduras igual a 2 (Eq.(11)).

$$g_1(x) = \frac{M_{d(i,k)}}{M_{n(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (6)$$

$$g_2(x) = \frac{A_{s,min(i,k)}}{A_{s(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (7)$$

$$g_3(x) = \frac{A_{s(i,k)}}{A_{s,max(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (8)$$

$$g_4(x) = \frac{V_{s(i,k)}}{V_{rd2(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (9)$$

$$g_5(x) = \frac{V_{s(i,k)}}{V_{rd3(i,k)}} - 1 \leq 0 \quad (10)$$

$$g_6(x) = \frac{n_{c(i,k)}}{2} - 1 \leq 0 \quad (11)$$

onde:

i = grupo da viga;

k = seção crítica para análise;

M_n = momento resistente;

M_d = momento solicitante;

A_s = armadura definida a partir de informações fornecidas pelo otimizador (número de barras e respectivo diâmetro por seção de análise);

$A_{s,min}$ = armadura mínima;

$A_{s,max}$ = armadura máxima;

V_s = esforço cortante solicitante;

V_{rd2} = força resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

V_{rd3} = força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração da diagonal;

n_c = número de camadas.

As restrições para os pilares são apresentadas nas equações (12) a (14). De maneira análoga às vigas, as restrições impostas indicam a verificação da capacidade resistente da seção (vide Eq.(12)) e da área mínima e máxima através da Eq.(13) e Eq.(14), respectivamente.

$$g_7(x) = \frac{M_{d(i,k,j)}}{M_{n(i,k,j)}} - 1 \leq 0 \quad (12)$$

$$g_8(x) = \frac{A_{s,min(i,k,j)}}{A_{s(i,k,j)}} - 1 \leq 0 \quad (13)$$

$$g_9(x) = \frac{A_{s(i,k,j)}}{A_{s,max(i,k,j)}} - 1 \leq 0 \quad (14)$$

onde:

i = grupo do pilar;

k = seção crítica para análise;

j = pavimento (nesse caso = 1 pois foi verificado no pilar mais carregado do grupo);

Além das restrições apresentadas para vigas e pilares, foram impostas restrições para os nós e para o deslocamento máximo da estrutura, dadas respectivamente pela Eq.(15) e pela Eq.(16). Nesta última, o deslocamento horizontal máximo corresponde ao limite estabelecido em norma (ABNT, 2014).

$$g_{10}(x) = \frac{b_{v(i)}}{b_{p(i)}} - 1 \leq 0 \quad (15)$$

$$g_{11}(x) = \frac{desloc}{desloc_{lim}} - 1 \leq 0 \quad (16)$$

onde:

i = nó;

b_v = base da viga;

b_p = base do pilar;

$desloc$ = deslocamento da estrutura;

$desloc_{lim}$ = deslocamento máximo permitido, dado pela razão entre a altura total do pórtico dividido por 1700.

4.3 Metodologia

A metodologia empregada consistiu na realização dos seguintes testes:

- **Teste 1:** Otimização usando GA do MATLAB com parâmetros padrão (exceto número de gerações e população a depender do teste);

- **Aplicação do M_GA:** Aplicação da ferramenta proposta de investigação de parâmetros. Os parâmetros estudados neste artigo são:

1 - Tamanho da população (TP);

2 - Probabilidade de *crossover* (PC): para criação das gerações, a reprodução é controlada a partir das opções relativas ao elitismo e da taxa de *crossover*. Estas indicam, respectivamente, a quantidade de indivíduos com garantia de passarem para a próxima geração e a quantidade de indivíduos que serão recombinados além daqueles criados por elitismo. De maneira ilustrativa, conforme manual do GA do MATLAB, para um exemplo com TP igual a 20 e PC igual a 0.8, a constituição da população é da seguinte forma:

* 2 crianças provenientes de elitismo;

* 18 indivíduos restantes, 0.8×18 sofrem *crossover* = 14;

* 4 indivíduos restantes são provenientes de mutação.

Para os demais parâmetros e operadores do GA foram mantidas as configurações padrão do GA do MATLAB (Mathworks, 2014) para problemas restritos, a saber: codificação binária para os cromossomos, seleção *stochastic uniform*, *crossover scattered* e mutação *adaptive feasible*.

- **Teste 2:** Otimização usando GA com parâmetros/operadores que foram melhor solução obtida dentre as rodadas de aplicação da ferramenta proposta;

- **Teste 3:** Otimização usando GA com os parâmetros/operadores médios das soluções das rodadas de aplicação da ferramenta proposta.

Foram conduzidas 10 (dez) rodadas para cada uma das etapas supracitadas. A aplicação do M_GA também foi conduzida 10 vezes devido ao comportamento randômico inerente ao GA.

4.4 Resultados

Para esse problema foi estabelecido um número máximo de avaliações de função através da relação *número máximo de gerações x tamanho da população* = 2.400.

Os parâmetros estudados para esse problema são:

- TP: entre 20 e 200 indivíduos (**lb** = 20 e **ub** = 200);
- PC: variando de 0,01 a 1 (**lb** = 0,01 e **ub** = 1);

As configurações obtidas nas 10 rodadas da ferramenta proposta (M_GA) são mostradas na Tabela 3. Nesta tabela são apresentados, para cada uma das 10 rodadas, os parâmetros ótimos selecionados pelo M_GA, os respectivos valores para a função objetivo e a formação da população, calculada a partir do tamanho de população obtido e da probabilidade de *crossover* em cada rodada (vide seção 4.3). Importante destacar que, para a dimensão do problema estudado, o número de indivíduos formados por elitismo a cada geração é igual a 5.

Os dados apresentados na Tabela 3 podem também ser lidos em função do gráfico apresentado na Fig.5. Neste pode ser observado que, para o problema estudado, o uso de populações pequenas obteve uma boa performance devido a associação da taxa de *crossover* e taxa de mutação.

Tabela 3. Rodadas da ferramenta proposta (M_GA).

Rodada	$f^*(x)$	Nº Gerações	TP	Formação população		
				PC	Indivíduos <i>crossover</i>	Indivíduos <i>mutação</i>
1	10.590,05	114	21	0,75	12	4
2	10.657,98	100	24	0,32	6	13
3	10.170,24	83	29	0,46	11	13
4	10.406,97	86	28	0,18	4	19
5	10.336,26	109	22	0,1	2	15
6	11.653,23	22	109	0,22	23	81
7	10.431,71	114	21	0,75	12	4
8	10.262,84	100	24	0,32	6	13
9	10.245,46	109	22	0,76	13	4
10	10.126,63	75	32	0,63	17	10
Média	10.488,14	91	33	0,45	-	-
Melhor $f^*(x)$	10.126,63	75	32	0,63	-	-

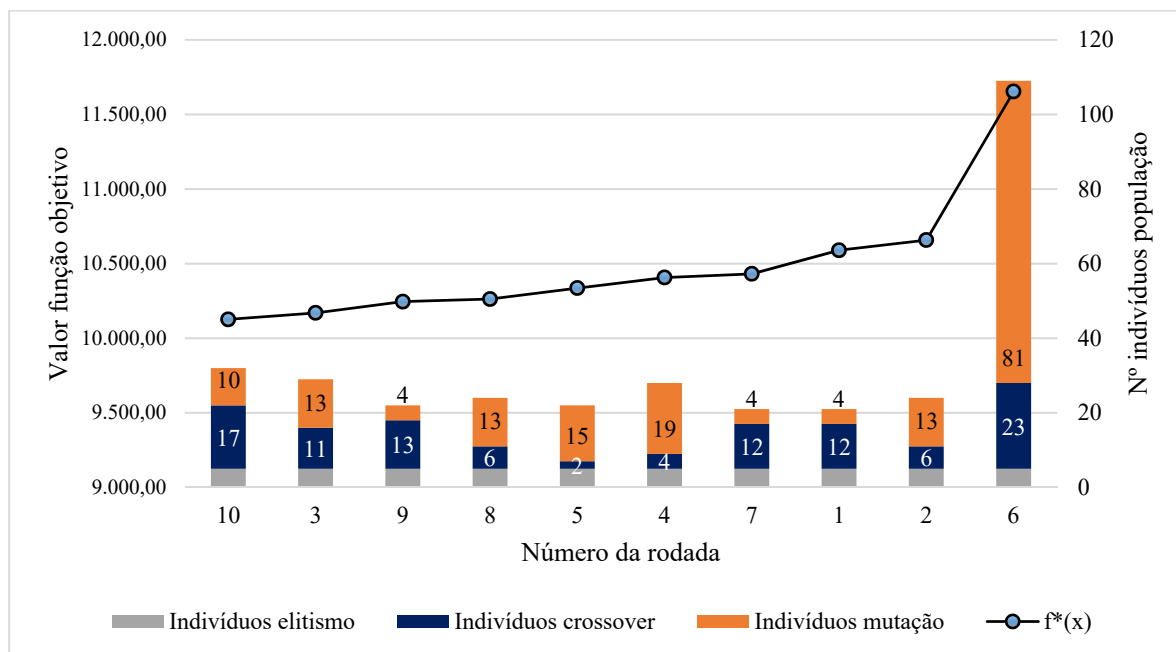


Figura 5. Gráfico comparativo da constituição a cada rodada da ferramenta proposta em função da probabilidade de aplicação do crossover.

Os resultados obtidos utilizando o GA com número de gerações limitado a 200 e tamanho de população 20 (demais parâmetros mantidos padrão do MATLAB) são mostrados

na Tabela 4. Este resultado é o melhor obtido dentre as 10 rodadas para o teste 1. Nesta mesma tabela são apresentados os resultados para os testes 2 e 3.

Tabela 4. Resultados dos testes 1, 2 e 3

RESULTADOS		Teste 1	Teste 2	Teste 3
Viga GR.1	x1/x2	25/50	25/50	25/50
	x4,x3 (M-)	6Ø22	6Ø22	6Ø22
	x5,x3 (M+)	3Ø22	4Ø22	4Ø22
Viga GR.2	x1/x2	25/50	25/40	25/40
	x4,x3 (M-)	5Ø22	6Ø22	6Ø22
	x5,x3 (M+)	3Ø22	3Ø22	3Ø22
Pilar GR.1	x1/x2	30/30	35/30	30/30
	x3,x4	12Ø19	6Ø25	8Ø25
Pilar GR.2	x1/x2	30/30	30/30	30/30
	x3,x4	4Ø19	4Ø19	4Ø19
Resultado	Melhor solução $f^*(x)$	10.238,00	10.119,61	10.087,54
	Média das soluções	11.144,23	10.464,70	10.439,96
Análise restrições	Ativas	4	4	4
	Atendidas	23	23	23
	Violadas	0	0	0
Parada da otimização	<i>Exitflag</i>	1_157	0_75	0_91
	Nº aval função	3.161	2.433	3.037

Por fim, os parâmetros utilizados em cada teste são resumidos na Tabela 4, e o resumo dos resultados apresentados na Tabela 5 em que o melhor resultado obtido é destacado. Os resultados são comparados com a referência da literatura, constante no trabalho de Lee & Ahn (2003) que procedeu a otimização deste exemplo utilizando o GA. O teste 3 conduzido com os parâmetros configurados obteve a estrutura com menor custo dentre os demais valores apresentados na Tabela 5.

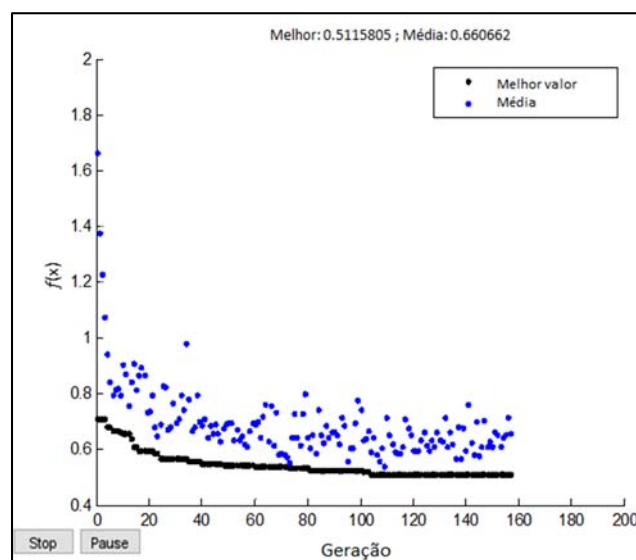
Tabela 4. Parâmetros/operadores usados para os testes de 1 a 3

Teste	Parâmetros do GA		
	TP	Nº Gerações	PC
Teste 1	20	200	0,8
Teste 2	32	75	0,63
Teste 3	33	91	0,45

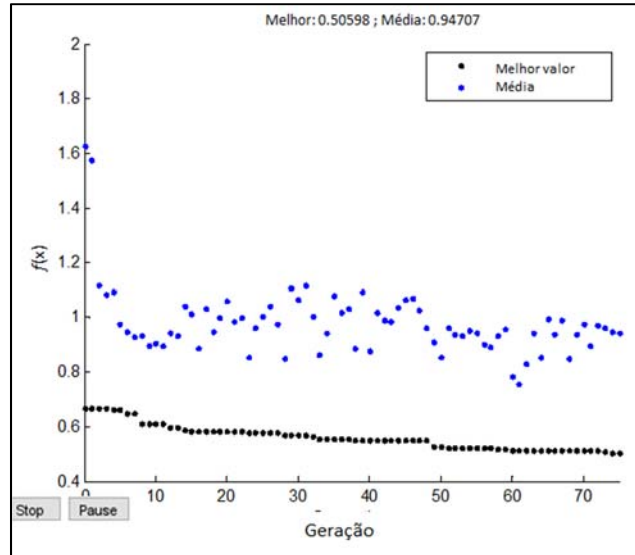
Tabela 5. Comparação entre resultados obtidos

Teste 1	Teste 2	Teste 3	$f^*(x)$ literatura
10.238,00	10.119,61	10.087,54	10.566,00

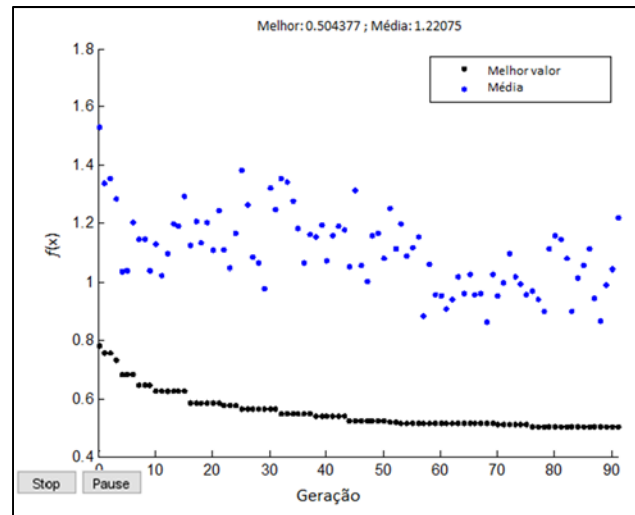
Os gráficos da evolução da otimização para os 3 testes são mostrados na Fig. 6 para o valor da função normalizada com $fpad=20.000$ ($fpad$ representa um valor para o projeto inicial estabelecido para normalização da função objetivo). Nesses gráficos, os pontos pretos indicam o valor do melhor indivíduo da geração e os azuis o valor médio dos resultados. A partir dos gráficos apresentados, para um mesmo número máximo de avaliações de função, pode-se concluir que a metodologia proposta (obtenção dos melhores parâmetros do GA) foi mais efetiva na obtenção dos resultados e permitiu estabelecer um equilíbrio entre número de gerações, tamanho da população e probabilidade de *crossover*/mutação que ensejou na obtenção de melhores resultados, reiterando a dependência do desempenho do GA ao ajuste de seus operadores/parâmetros e a aleatoriedade dos resultados. Os gráficos apresentados ainda permitem a análise da diversidade da população.



(a)



(b)



(c)

Figura 6. Gráfico de evolução resultante obtido para os testes 1,2 e 3 (valores normalizados), respectivamente (a), (b) e (c).

Desde que a distância entre a média e os melhores indivíduos não seja grande (essa medida é função do problema e do comportamento estocástico do algoritmo), em geral uma população com maior diversidade tende a apresentar melhores resultados (Mathworks, 2014). Para os testes apresentados, a taxa de indivíduos gerados a partir de mutação cresce à medida que a probabilidade de *crossover* PC diminui e isto pode ser graficamente constatado diante da maior distância entre os pontos azuis (média) e pretos (melhor).

5 CONCLUSÕES

Neste artigo é apresentada a aplicação de uma ferramenta de ajuste de parâmetros do GA a um exemplo de pórtico plano em concreto armado, disponível na literatura.

A partir do exemplo e das análises conduzidas pode-se concluir que:

- os resultados utilizando parâmetros configurados foram melhores do que os obtidos pelo teste 1.
- em relação aos parâmetros do GA, o uso de populações pequenas obteve uma boa performance devido à associação da taxa de *crossover* e taxa de mutação, conforme observado no gráfico da Fig.5.

Portanto, a partir da implementação da ferramenta de ajuste *off-line* dos parâmetros e operadores do GA e aplicação desta ao exemplo mostrado neste trabalho foi possível a obtenção de melhores resultados que os obtidos quando utilizando o GA sem o estudo da configuração dos seus parâmetros.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), 2014. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT.
- Akin, A., Saka, M.P, 2015. Harmony search algorithm based optimum detailed design of reinforced concrete plane frames subject to ACI 318-05 provisions. *Computers and Structures*, vol.147, pp. 79-95. Elsevier.
- Computers and Structures, Inc., 2009. SAP2000 14.1, Structural Analysis Program.
- Eiben A., Hinterding R., Michalewicz, Z., 1999. Parameter control in evolutionary algorithms. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 3(2), pp.124–141.
- Kirsch, U., 1993. Structural Optimization - Fundamentals and Applications. Springer, Berlin.
- Kramer, O., 2010. Evolutionary self-adaptation: a survey of operators and strategy parameters. *Evolutionary Intelligence*, Springer-Verlag.
- Kwak, H.G.; Kim, J., 2007. Optimum design of reinforced concrete plane frames based on predetermined section database. *Computer-aided design*, vol.40, pp.396-408, Elsevier.
- Lee, C.; Ahn, J., 2003. Flexural design of reinforced concrete frames by Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, vol.129, pp.762-774. ASCE.
- Liang, Q.Q., 2005. Performance-Based Optimization of Structures: Theory and Applications.
- Logan, D.L. 2007. *The First Course in the Finite Element Method*. Canada: Thomson, 4.ed.
- Mathworks, 2014. MATLAB User's Guide, Mathworks Inc., Natick.
- Silva, M.F da, 2009. Estratégia de aproximação para a otimização estrutural. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Pernambuco/Brasil.
- Rosenberg, R.S., 1967. Simulation of genetic populations with biochemical properties. PhD thesis, University of Michigan.
- Weinberg, R., 1970. Computer simulation of a living cell. PhD thesis, University of Michigan.