



ANÁLISE COMPARATIVA DAS TAXAS DE ARMADURA DE FLEXÃO EM PONTES COM LONGARINAS RETAS COM ESFORÇOS OBTIDOS A PARTIR DA REPARTIÇÃO DE CARGAS UTILIZANDO MODELOS ANALÍTICO E NUMÉRICO

Ulana de Andrade Medino

José Neres da Silva Filho

Sara de Oliveira Marques

Olímpia Loures Vale Pujatt

Arthur da Silva Rebouças

ulana.21@gmail.com

jneres@ect.ufrn.br

marquessara95@hotmail.com

olimpia.ufop@gmail.com

arthursr@gmail.com

Universidade Federal do Rio Grande do Norte/Programa de Pós-Graduação em Eng. Civil.
Natal - Rio Grande do Norte - Brasil - CEP: 59078-970.

Resumo. Esta pesquisa teve como objetivo analisar duas pontes modelo com seções transversais com três (Modelo I) e sete (Modelo II) longarinas retas, considerando tanto a superestrutura isolada da mesoestrutura e da infraestrutura, como a interação conjunta das mesmas. Para tanto, os modelos foram avaliados utilizando os Métodos Analíticos Clássicos (MAC) de Engesser-Courbon, Guyon-Massonet e o Método das Reações de Apoio; e comparado com resultados numéricos utilizando o modelo 3D discretizado com elementos finitos de barra e casca no programa CSiBridge v17. Nas análises foram aplicadas nas longarinas mais solicitadas as cargas permanentes e móveis padrão TB-450 da NBR 7188 (2013) com objetivo de comparar as taxas de armaduras de flexão obtidas a partir do cálculo dos coeficientes de repartição de cargas provenientes de cada um dos métodos analítico e numérico supracitados. Como resultados, na comparação com o método numérico, Engesser-Courbon se apresentou mais próximo no caso I, enquanto Guyon-Massonet se apresentou mais próximo no caso II. Esse comportamento se deve à aproximação do tabuleiro da ponte para uma laje ortotrópica com a diminuição do espaçamento entre os elementos constituintes da superestrutura da ponte. Em termos de armadura de flexão para o meio do vão das vigas mais solicitadas de cada caso de estudo, concluiu-se que há uma considerável diminuição para os modelos de Engesser-Courbon, Guyon-Massonet e o método dos elementos finitos de respectivamente 36,6%, 44,8% e 37,85% quando o número de vigas é aumentado de três para sete. No entanto, não se pode afirmar que adotar a solução com um maior número de longarinas é sempre mais econômico, pois o aumento do número de longarinas gera um maior consumo de concreto, além de maior tempo de execução.

Palavras-Chave: Pontes; Distribuição transversal; Método dos Elementos Finitos.

INTRODUÇÃO

As pontes são elementos de grande importância para os sistemas rodoviário e ferroviário de transporte, em especial no Brasil onde estes modais são muito relevantes. Afinal, estas chamadas Obras de Arte Especiais (OEA's) são necessárias quando certos obstáculos como rios, vales, vias, entre outros, precisam ser superados. A NBR 7188 (2013) caracteriza a estrutura de pontes pela peculiaridade de receber ação de cargas em movimento, sendo esta característica o maior objeto de estudo das obras de artes especiais. Dentre os diversos tipos de sistemas estruturais que podem ser utilizados em uma ponte, destaca-se o uso de múltiplas longarinas, devido, principalmente as vantagens econômicas quando há a necessidade de um maior número de faixas de tráfego (Fig. 1).



Figura 1. Ponte com longarina reta (Rotesma, 2016).

Apesar disso, poucos são os estudos que objetivam analisar a distribuição de cargas em tabuleiros desse tipo ponte que levem em conta a rigidez à flexão das longarinas; a rigidez à flexão das transversinas; a rigidez à torção do conjunto e o travejamento longarina/transversina. Vale salientar que a distribuição transversal de cargas em tabuleiros de ponte é de extrema importância para dimensionamento dos elementos da superestrutura. No entanto, essa distribuição tem relativa complexidade visto que o problema apresenta elevado grau de hiperestaticidade. As normas NBR 6118 (2014), NBR 7187 (2003) e NBR 7188 (2013), não especificam nenhum método para o cálculo da distribuição das cargas nas longarinas das pontes. Este fato motiva o estudo e o aprimoramento dos métodos analíticos e numéricos existentes na literatura.

Assim, essa pesquisa teve como objetivo analisar uma ponte hiperestática com seção transversal com três (Modelo I) e sete (Modelo II) longarinas retas, considerando tanto a superestrutura isolada da mesoestrutura e da infraestrutura, como a interação conjunta das mesmas. Para tanto, os modelos foram avaliados utilizando os Métodos Analíticos Clássicos (MAC) de Engesser-Courbon, classificado como descontínuo, onde o tabuleiro como um todo é calculado como uma grelha (malha de vigas longitudinais e transversais), sendo desprezando o efeito da torção; o de Guyon-Massonet, classificado como contínuo, sendo a estrutura do tabuleiro assimilada à uma placa ortotrópica equivalente, tendo maior exatidão quanto menor for o espaçamento entre as longarinas, e considera a rigidez a torção das vigas, e o Método das Reações de Apoio que consiste na determinação do quinhão de carga móvel correspondente a cada longarina da seção transversal por meio das linhas de influência de reação. Após a obtenção dos fatores analíticos de distribuição de carga, os mesmos foram comparado com os fatores de distribuição de carga obtidos numericamente utilizando modelos 3D discretizados com elementos finitos de barra e casca no programa *CSiBridge* v17. Posteriormente foram aplicadas nas longarinas mais solicitadas as cargas permanentes e móveis padrão TB-450 (NBR 7188, 2013) com objetivo de comparar as taxas de armaduras de flexão obtidas a partir do cálculo dos coeficientes de repartição de cargas provenientes de cada um dos métodos analítico e numérico supracitados.

1 METODOLOGIA

1.1 Geometria da Ponte

A ponte possui uma extensão total de 34 m sendo um vão central de 25 m e dois balanços nas extremidades de 4,5 m com lajes de transição de 3,0 m de comprimento, como pode ser observado na Fig. 2. Os pilares da ponte tem seção celular de 1,0 m de diâmetro e 8,0 m de altura. O concreto tem resistência característica de 30 MPa, com cobrimento nominal de 4 cm considerado uma classe de agressividade III, e o aço da armadura é o CA-50. O capeamento asfáltico tem espessura constante de 5 cm e a inclinação da pista é de 2%, na laje do tabuleiro, em declive a partir do centro do tabuleiro.

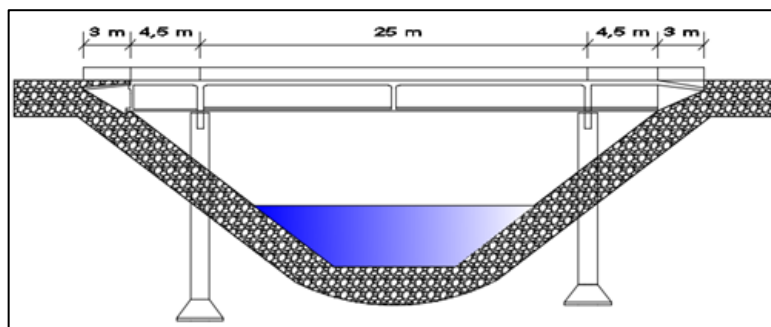


Figura 2. Esquema longitudinal da ponte.

Quanto a seção transversal da ponte foram analisados 2 casos. O caso de estudo I (Fig. 3a) refere-se à superestrutura da ponte composta por três longarinas e três transversinas, sendo uma intermediária e duas de apoio. Para o caso de estudo II (Fig. 3b), a superestrutura da ponte será considerada composta por sete longarinas, duas transversinas de apoio e uma transversina intermediária. A extensão total da seção transversal é de 16 m, sendo 6,0 m a distância entre eixos das vigas longitudinais na seção do meio do vão e nos apoios, para o caso I e de 2,0 m para o caso II.

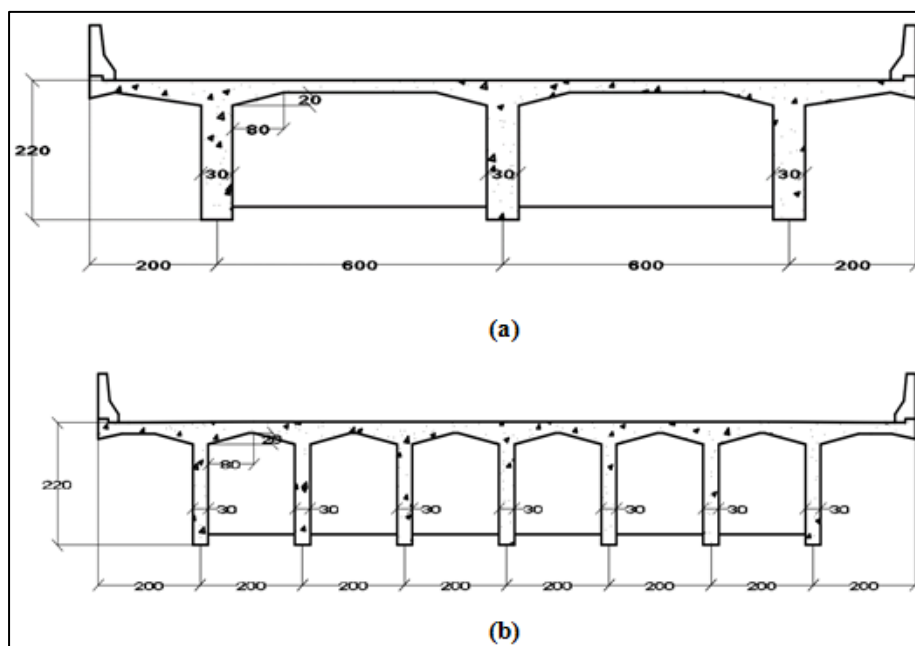


Figura 3. (a) Seção transversal da ponte com 3 longarinas - Meio do Vão; (b) Seção transversal da ponte com 7 longarinas - Meio do Vão.

1.2 Solicitações devido às carga permanente

Este carregamento é devido basicamente ao peso próprio da estrutura. Os pesos próprios das longarinas e tabuleiro são cargas distribuídas, calculadas a partir do produto da área da seção transversal pelo peso específico do concreto. O peso do pavimento é dado também pelo produto da área de seção transversal do pavimento por seu peso específico. Já as transversinas agem sobre as longarinas na forma de carregamento concentrado. Após a obtenção das cargas foi utilizado o programa computacional Ftool (Martha, 2012) para obtenção dos esforços solicitantes, como por exemplo, o diagrama de momento fletor apresentado na Fig. 4.

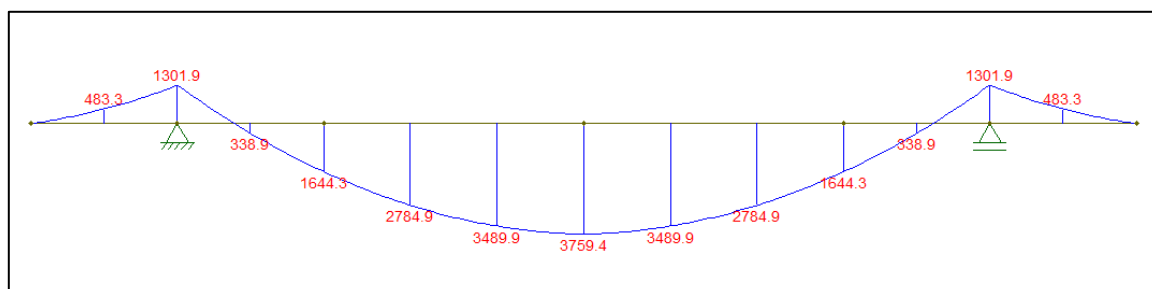


Figura 4. Momento fletor para a longarina externa da ponte composta por três longarinas (kN.m).

1.3 Solicitações devidas às cargas móveis

Segundo a NBR 7188 (2013), o carregamento móvel atuante na estrutura, proveniente da ação de veículos e pedestres, é simulado por um veículo tipo hipotético, de peso e geometria estabelecidos pela mesma. A classe de carga determinada TB-450, apresentada na Fig. 5, é definida como um veículo de 450 kN com 6 rodas em 3 eixos afastados de 1,5m e área de ocupação de 18m² (3x6m), este veículo é circundado por uma carga distribuída de 5kN/m² que simula passagem simultânea ou acúmulo de veículos sobre a ponte.

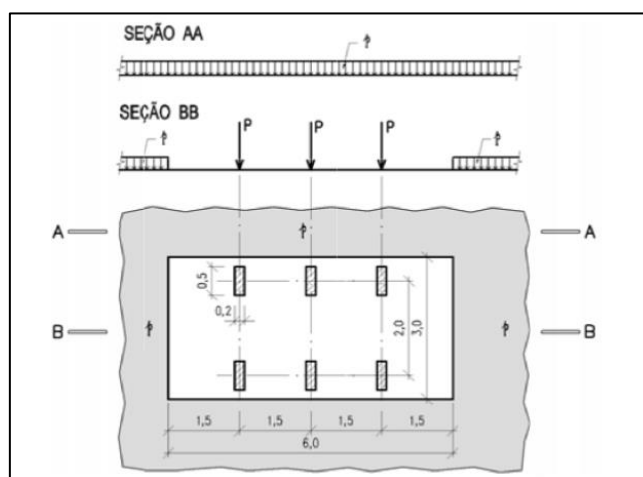


Figura 5. Veículo tipo padrão segundo a NBR 7188 (2013).

O veículo tipo é posicionado em local mais desfavorável do tabuleiro em um corte transversal para, a partir de métodos de repartição de carga, determinar que parcela vai atuar em cada longarina. O trem-tipo longitudinal é posicionado sobre a Linha de Influência Elástica (LIE) das longarinas, encontrando assim um diagrama de esforços máximo e mínimo que juntamente com o diagrama devido à carga permanente, formará a envoltória de esforços como a de momento fletor mostrada na Fig.6 para o caso I, o diagrama de esforços internos para as cargas estáticas é desenhado em linhas tracejadas junto com as envoltórias. Vale

salientar que as vigas principais são dimensionadas para os valores extremos dessas envoltórias, garantindo as piores situações de solicitações ao longo das longarinas.

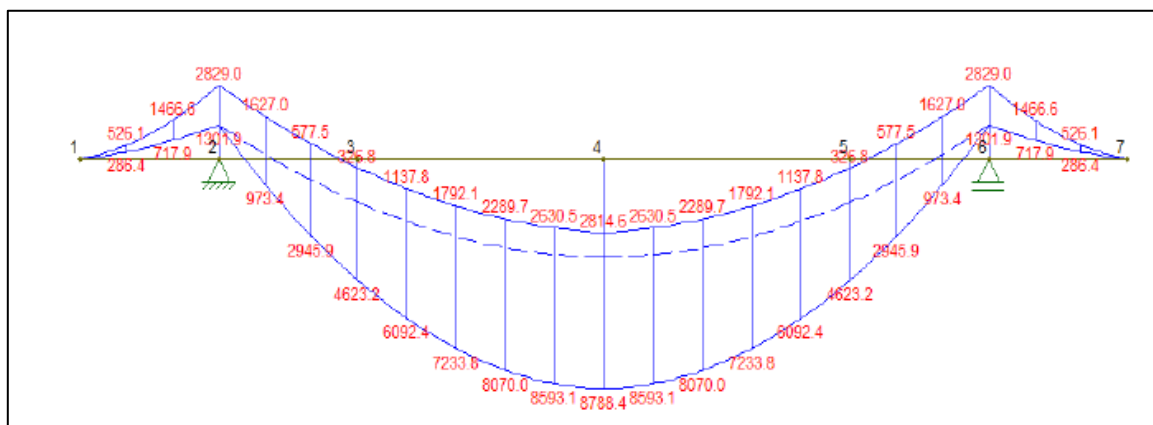


Figura 6. Envoltória de momento fletor para as vigas mais solicitadas V1 e V3 (kN.m) para o caso I.

2 MÉTODOS ANALÍTICOS DE CÁLCULO

2.1 Método de Engesser-Courbon

O Método de Engesser-Courbon foi desenvolvido na década de 40 com uma abordagem para tabuleiros de pontes retangulares, ou seja, sua dimensão longitudinal é consideravelmente maior que sua dimensão transversal, no mínimo duas vezes maior. Sendo uma ponte constituída de vigas longarinas e transversinas pôde-se aproximar tal conjunto à uma grelha de barras ortogonais. Entretanto, as deformações das transversinas são desprezadas, uma vez que as deformações elásticas das transversinas, devido a limitação da largura do tabuleiro, seriam muito pequenas quando comparadas às das longarinas (Courbon *apud* San Martin, 1981). Desta forma, o comportamento mecânico do conjunto à flexão transversal, na região das transversinas, seria equivalente ao de uma viga deslocando-se como corpo rígido sob apoios elásticos (Fig.7).

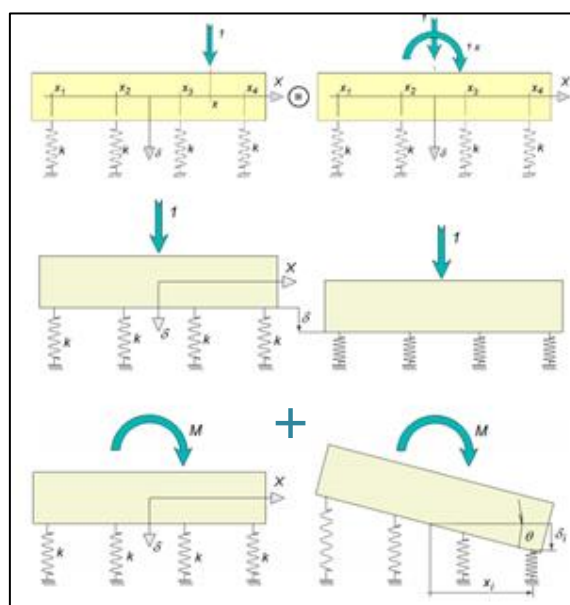


Figura 7. Efeito de superposição das cargas (Almeida 2005)

Vale ressaltar que no método, o efeito de torção nas vigas também é desprezado. Além disso, o Método de Engesser-Courbon considera apenas o comportamento linear elástico dos materiais e as hipóteses simplificadoras oriundas da teoria da elasticidade, sendo elas: teoria das seções planas, do princípio de Saint-Venant e da existência de pequenos deslocamentos. Portanto, com base nas hipóteses supracitadas e admitindo que as longarinas tenham as mesmas seções transversais e, portanto, possuem as mesmas rigidezes flexionais, conclui-se que a parcela de carga que vai para cada longarina pode ser determinada baseada no coeficiente de repartição transversal, obtido através da aplicação de uma carga unitária sobre qualquer transversina do tabuleiro e dado pela Equação 1.

$$r_{ie} = \frac{1}{n} \left[1 + 6 * \frac{2i - n - 1}{n^2 - 1} * \frac{e}{\varepsilon} \right] \quad (1)$$

em que: **(a)** “n” é o número de longarinas da ponte; **(b)** “i” é o número da iésima longarina, contando da esquerda para a direita; **(c)** “e” é a excentricidade da carga unitária P em relação ao centro “O” fixado no baricentro da seção transversal da ponte e **(d)** “ε” é a distância entre eixos das longarinas.

2.2 Método de Guyon-Massonet

O método foi inicialmente estudado por Guyon no ano de 1946 considerando a existência de pontes com numerosas longarinas levando à utilização de um sistema contínuo como placa ortotrópica. Massonet complementou o trabalho de Guyon incluindo a consideração dos efeitos de torção nas vigas e criando o método dos coeficientes de distribuição transversal (Júdice *et al.*, 2008). Segundo Guyon & Massonet *apud* San Martin (1981), a grande quantidade de longarinas e transversinas em um tabuleiro pode ser entendido como uma estrutura intermediária entre uma laje ortotrópica e uma grelha com vinculação rígida a torção. No entanto, é possível desprezar a rigidez a torção, uma vez que o coeficiente de Poisson do concreto é relativamente baixo. Obtém-se, então, uma equação diferencial específica do método dada por:

$$\rho_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\varphi \sqrt{\rho_x \rho_y} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (2)$$

em que: **(a)** “W” é o deslocamento transversal; **(b)** “ρx” é a rigidez à flexão por unidade de largura; **(c)** “ρy” é a rigidez à flexão por unidade de comprimento **(d)** “2φ” é o coeficiente que caracteriza a contribuição da torção.

Desse modo, com base num tabuleiro de largura infinita e comprimento finito e em outro de dimensões finitas procurou-se obter uma solução exata para a Equação (2). Com o objetivo de possibilitar a resolução desta equação, Guyon & Massonet *apud* San Martin (1981) levaram em consideração a composição de um trem tipo de pontes rodoviárias usuais acrescidas do peso próprio e concluíram que a melhor aproximação seria a de um carregamento senoidal. Com isso, os autores conduziram a solução do problema baseando-se em duas premissas: tabuleiro com poucas longarinas e com muitas longarinas. No segundo caso, considera-se uma transversina elementar de largura dx como uma viga apoiada sobre uma base elástica. Desta forma obtém-se a equação diferencial abaixo:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{\rho_L \pi^4}{\rho_T L^4} f(y) = 0 \quad (3)$$

Portanto, a repartição transversal da carga senoidal pode ser caracterizada pelo índice de repartição transversal ou índice de Guyon-Massonet através da relação entre as funções de deslocamento, segundo a Equação 4.

$$\chi_0 = \frac{w}{w_m} \quad (4)$$

2.3 Método das Reações de Apoio

O método considera a seção transversal constituída de um sistema hiperestático, onde o quinhão de carga atribuído às longarinas é determinado por meio do cálculo das reações de apoio quando o veículo tipo é posicionado de maneira a gerar os maiores esforços nas vigas. Para isso, o veículo tipo transversal é posicionado de maneira mais desfavorável gerando os maiores esforços e as reações nas longarinas do tabuleiro. De acordo com o método, as longarinas são consideradas como apoios rígidos. Portanto, não há compatibilização dos deslocamentos dos elementos que constituem a superestrutura da ponte, diferentemente das considerações dos demais métodos analíticos de repartição de carga investigados (Medino, 2016). Sabe-se que o Método das Reações de Apoio apresenta resultados satisfatórios para o caso em que a seção transversal da ponte é constituída de um sistema isostático formado por duas longarinas, onde o dimensionamento é feito para uma das vigas e por simetria, é repetido para a outra. Pretende-se, portanto, com este trabalho analisar o comportamento deste método para o caso em que a ponte é formada por mais de duas longarinas por meio da comparação com os métodos analíticos clássicos estudados.

3 MÉTODO BASEADO NA MODELAGEM NUMÉRICA DA ESTRUTURA

3.1 Modelo 3D com elementos finitos de barra e casca

Nesta pesquisa os pilares das pontes foram modelados como elementos de barra (*frame element*) definidos por dois nós com seis graus de liberdade em cada nó: translações e rotações nodais nas direções x, y, e z. Já as vigas longarinas e as transversinas foram discretizadas como elementos de casca (*shell element*) com três nós com cinco faces definidas pelos nós j1, j2, j3 e quatro nós com seis faces definidas pelos nós j1, j2, j3 e j4 (Figs. 8a, b e c). Os elementos de casca têm sempre 6 graus de liberdade em cada nó e as restrições de movimento, bem como a transferência de esforços dependerão das condições de contorno aplicadas a estrutura. Os esforços internos nos elementos de casca são forças e momentos resultantes de integrações de tensões sobre a espessura do elemento.

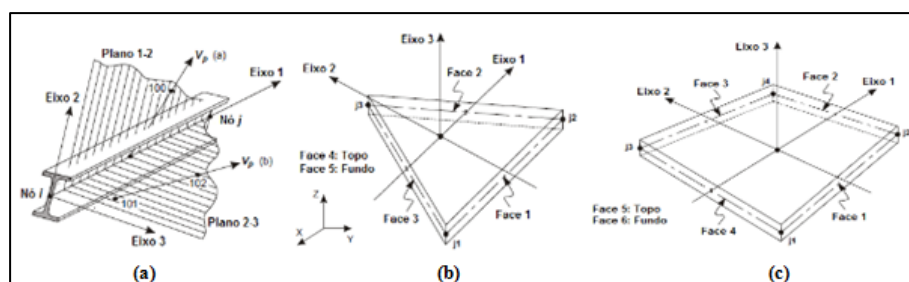


Figura 8. (a) elemento de barra; (b) elemento de casca- três nós; (c) elemento de casca - quatro nós (CSiBridge v17).

É importante destacar que todos os esforços são obtidos por unidade de comprimento. Os sistemas de eixo e convenção de sinais, assim como a representação de esforços internos são apresentados na Fig.9. Tensões positivas estão orientadas na direção positiva dos eixos locais do elemento. O momento positivo corresponde ao estado de tensão que varia linearmente na espessura do elemento e é positivo na parte inferior dele. Já as tensões de cisalhamento transversais são dadas em valores médios, já que sua distribuição é parabólica ao longo da espessura do elemento, fornecendo seu máximo na superfície média deste.

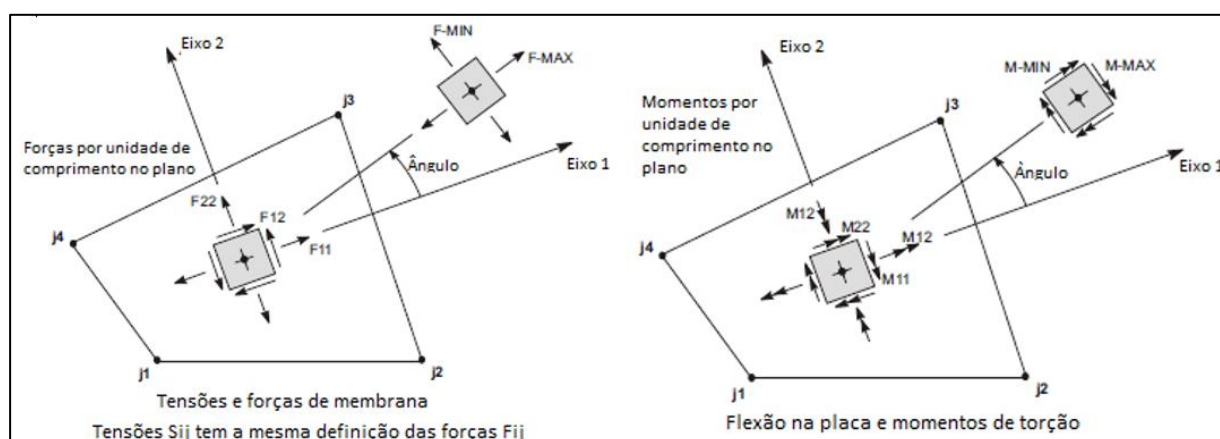


Figura 9. Esforços internos e tensões nos elementos de casca (CSiBridge v17).

A Fig. 10 mostra o detalhe da modelagem no programa CSiBridge v17 das pontes com seções transversais com três (Modelo I) e sete (Modelo II) longarinas retas.

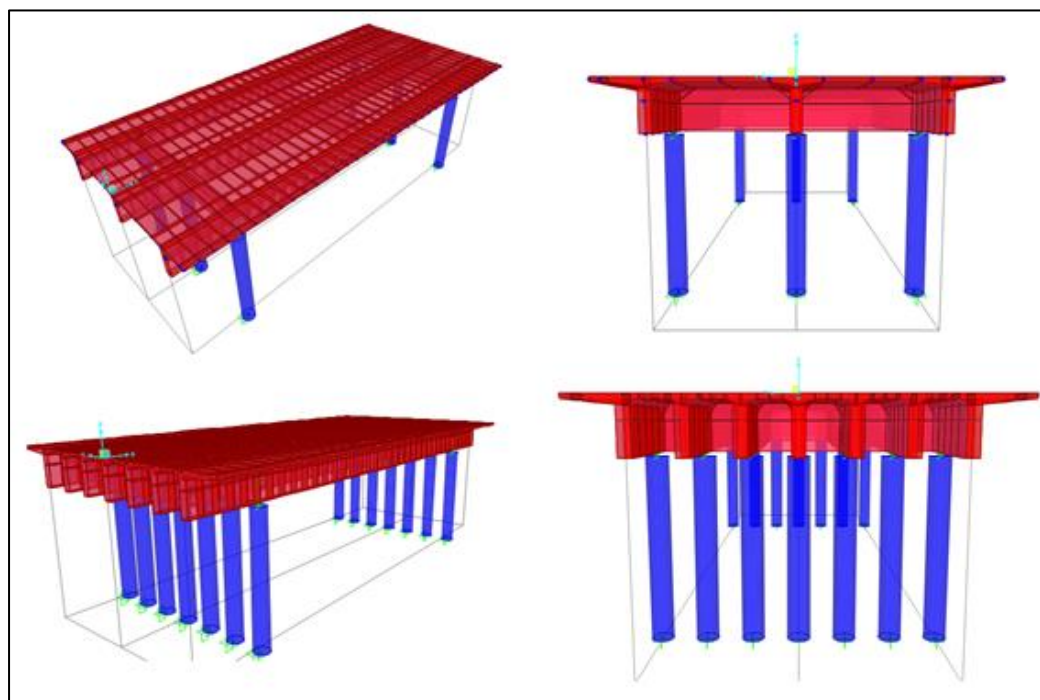


Figura 10. Esforços internos e tensões nos elementos de casca (CSi Bridge v17).

Para a obtenção das ações atuantes, foi aplicada uma carga uniformemente distribuída de 1 kN/m sobre a estrutura conforme mostra a Fig. 11.

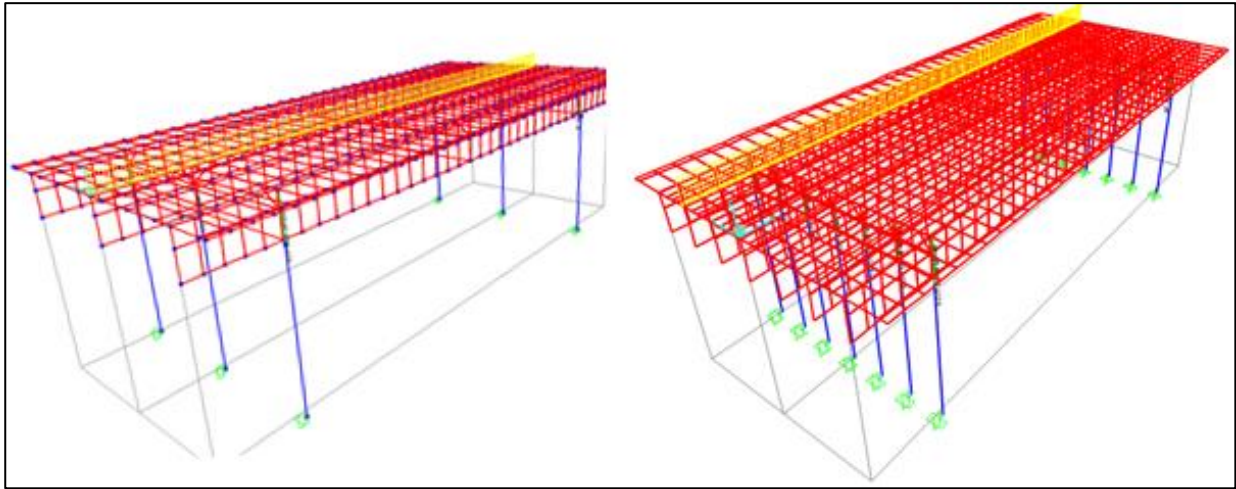


Figura 11. Detalhe da obtenção do carregamento para os modelos I e II (CSi Bridge v17).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Análises dos esforços solicitantes nas vigas principais

Para as cargas permanentes obtém-se os esquemas estruturais apresentados nas Figuras 12 a e b para as longarinas externas e internas para o caso I, respectivamente.

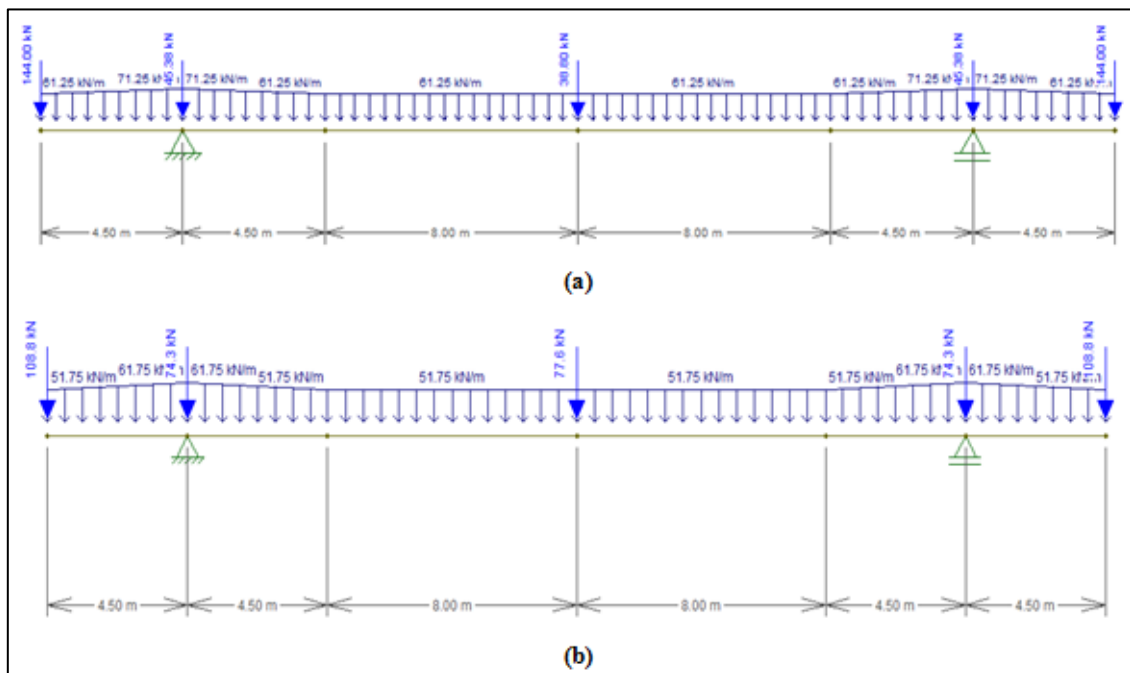


Figura 12. (a) e (b) Esquema das cargas permanentes que atuam nas longarinas externas e internas, caso I.

Na tabela 1 são apresentados o esforço cortante máximo e os momentos fletores máximos e mínimos nas longarinas.

Tabela 1 - Esforços solicitantes devido às cargas permanentes nas vigas principais.

VIGA	CORTANTE MÁX (kN)	MOM. FLETOR MÁX (kNm)	MOM. FLETOR MÍN (kNm)
EXTERNAS	807,5	3759,4	1301,9
INTERNAS	708,2	3514,3	1047,1

4.2 Repartição de Carga pelo Método dos Elementos Finitos

a) Solicitações decorrentes das cargas móveis caso de estudo I: Superestrutura composta por três longarinas

Após a aplicação da carga unitária no tabuleiro da ponte (Balanços (B1 e B2) e longarinas (L1, L2 e L3), foram obtidos os coeficientes de repartição de carga calculados como sendo a razão entre o momento fletor máximo atuante em cada longarina e o somatório de todos os momentos fletores máximos atuantes em todas as longarinas (Jovem, 2017). Isso possibilitou a comparação da distribuição de cargas entre os métodos analíticos e o método numérico supracitado. Os fatores de distribuição de momento fletor foram calculados como:

$$FDC = \frac{M_{longarina}^{MEF,3D}}{M_{total}^{1D}} \quad (5)$$

Desta forma, os valores dos momentos nas longarinas (V1 a V3) foram tabelados e calculadas as porcentagens de distribuição do momento, conforme exemplificado na Tabela 2 abaixo.

Tabela 2 - Momento nas Longarinas V1 a V3 quando carga distribuída ao longo do balanço B1.

POSIÇÃO DA CARGA B1		
POSIÇÃO	M FLETOR (kNm)	%
V1	60,2654	89%
V2	25,5639	38%
V3	-17,8293	-26%
PONTE	68,00	
TOTAL	68,00	

A partir da porcentagem de momento relativa para cada longarina foi determinada a distribuição de cargas para as vigas, conforme Tabela 3.

Tabela 3 - Coeficientes de repartição de carga pelo método dos elementos finitos para as longarinas do caso de estudo I.

COEFICIENTE DE REPARTIÇÃO DE CARGA			
POSIÇÃO DA CARGA	LONGARINA 01	LONGARINA 02	LONGARINA 03
B1	0,886	0,376	- 0,262
V1	0,740	0,372	- 0,112
V2	0,366	0,269	0,366
V3	- 0,112	0,372	0,740
B2	- 0,262	0,376	0,886
TOTAL	1,618	1,765	1,618

A partir dos resultados dos coeficientes de repartição de cargas encontrados foi traçado a distribuição de carga para as vigas V1 e V3. Para obter a configuração do veículo tipo longitudinal (Fig.13), foram analisados os dois cortes transversais sobre o tabuleiro, onde um corta a faixa do veículo tipo (corte A-A) e o outro passa por fora da faixa do veículo tipo (corte B-B), apresentados na Figura 14. A carga móvel foi disposta na posição mais desfavorável, ou seja, no local onde gera maiores reações na viga extrema.

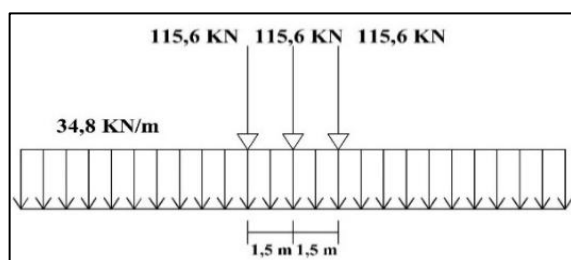


Figura 13. Composição do veículo tipo simplificado para as vigas extremas.

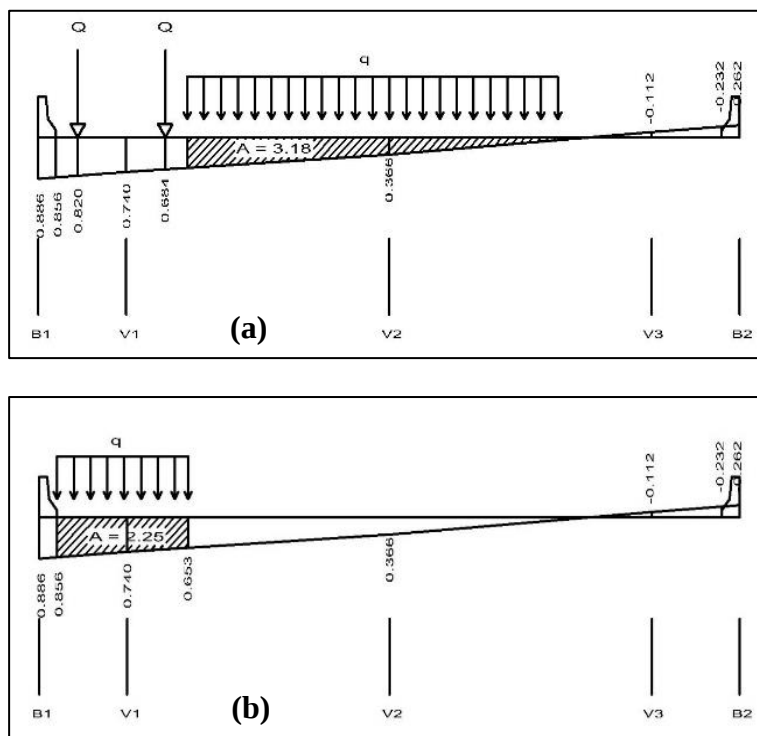


Figura 14. (a) Distribuição de carga pelo método dos elementos finitos para vigas extrema - corte A-A e (b) Distribuição de carga pelo método dos elementos finitos para vigas extrema - corte B-B.

As envoltórias de solicitações (Figuras 15 e 16) foram obtidas através da soma das solicitações decorrentes das cargas permanentes com as decorrentes da carga móvel, levando em consideração o efeito dinâmico por meio do coeficiente de impacto obtido através da expressão da NBR 7188 (2013). O diagrama de esforços internos para as cargas estáticas é desenhado em linhas tracejadas junto com as envoltórias.

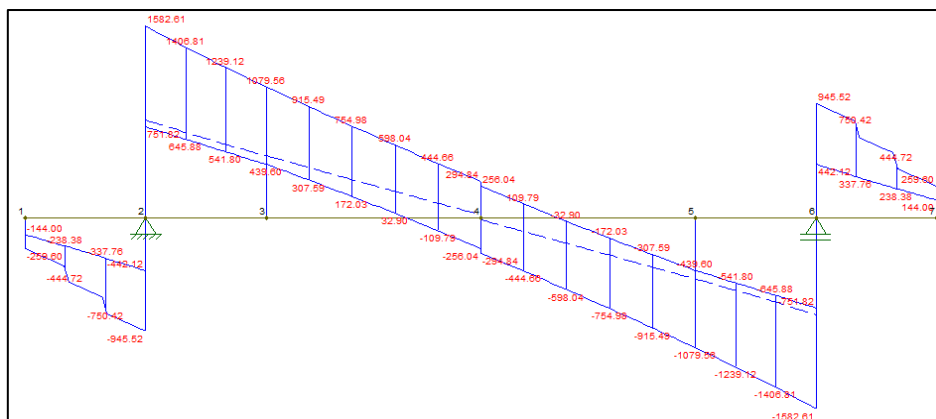


Figura 15. Envoltória de esforço cortante para as vigas mais solicitadas V1 e V3 (kN).

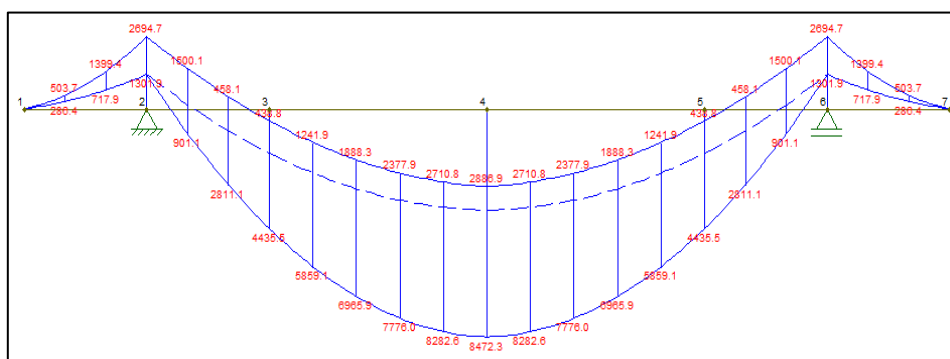


Figura 16. Envoltória de momento fletor para as vigas V1 e V3 (kN.m).

b) Solicitações decorrentes das cargas móveis para o caso de estudo II: Superestrutura composta por sete longarinas

A modelagem e análises descritas para o modelo de 3 longarinas foram realizadas para o modelo de 7 longarinas. A Tabela 4 apresenta a distribuição de cargas e os resultados encontrados para as vigas mais extremas, V1 e V7. As Figuras 17 a, b, 18, 19 e 20 apresentam os resultados análogos aos apresentados no caso de estudo I.

Tabela 4 – Coeficientes de repartição de carga pelo método dos elementos finitos para as longarinas do caso de estudo II

COEFICIENTE DE REPARTIÇÃO DE CARGA							
POSIÇÃO DA CARGA	LONGARINA 01	LONGARINA 02	LONGARINA 03	LONGARINA 04	LONGARINA 05	LONGARINA 06	LONGARINA 07
B1	0,384	0,480	0,246	0,124	0,025	- 0,062	- 0,197
V1	0,373	0,314	0,234	0,140	0,061	- 0,010	- 0,112
V2	0,374	0,159	0,191	0,159	0,099	0,044	- 0,026
V3	0,279	0,191	0,081	0,145	0,140	0,101	0,065
V4	0,165	0,161	0,145	0,059	0,145	0,161	0,165
V5	0,065	0,101	0,140	0,145	0,081	0,191	0,279
V6	- 0,026	0,044	0,099	0,159	0,191	0,159	0,374
V7	- 0,112	- 0,010	0,061	0,140	0,234	0,314	0,373
B2	- 0,197	- 0,062	0,025	0,124	0,246	0,480	0,384
TOTAL	1,303	1,378	1,221	1,195	1,221	1,378	1,303

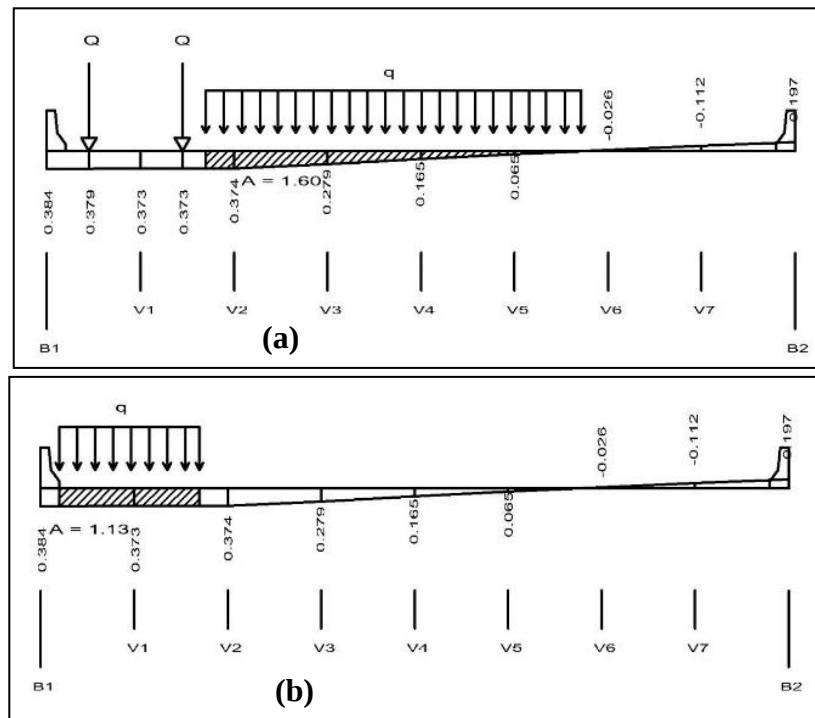


Figura 17. (a) Distribuição de carga pelo método dos elementos finitos para vigas extrema – corte A-A e (b) Distribuição de carga pelo método dos elementos finitos para vigas extrema – corte B-B.

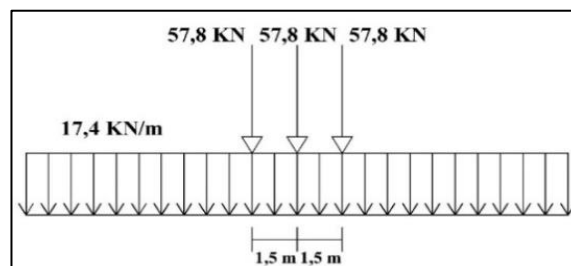


Figura 18. Composição do veículo tipo simplificado para as vigas extremas.

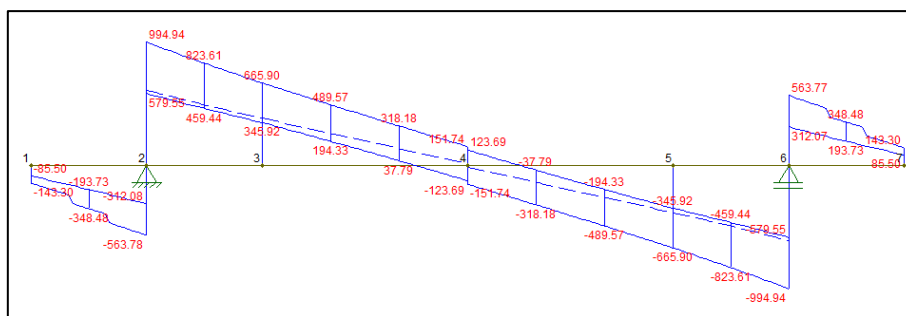


Figura 19. Envolvória de esforço cortante para as vigas mais solicitadas V1 e V3 (KN).

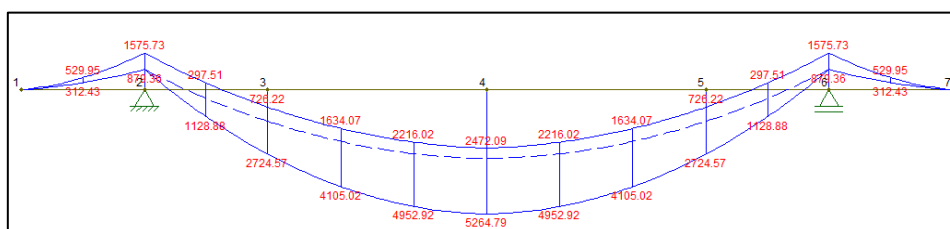


Figura 20. Envolvória de momento fletor para as vigas V1 e V3 (KN.m).

4.3 Comparação entre os processos de cálculo

As Tabelas 5 e 6 mostram os valores dos coeficientes de distribuição de carga em função da posição em relação ao eixo de simetria da seção transversal para as vigas extremas V1=V3 para o caso de estudo I e para as vigas extremas V1=V7 para o caso II, respectivamente, obtidos pela aplicação dos métodos analíticos, pelo método das reações de apoio utilizando as linhas de influência elásticas e pelo método dos elementos finitos.

Tabela 5 – Valores dos coeficientes de repartição em função da posição da carga, caso de estudo I.

Vigas	Método	Posição da carga (m)				
		-8	-6	0	6	8
Extremas (V1=V3)	Engesser-Courbon	1,000	0,833	0,333	-0,167	-0,333
	Guyon-Massonet	1,090	0,867	0,225	-0,117	-0,203
	Linha de Influência	1,417	1,000	0,000	0,000	-0,083
	Método dos elementos finitos	0,886	0,740	0,366	-0,112	-0,262

Tabela 6 – Valores dos coeficientes de repartição em função da posição da carga, caso de estudo II.

Vigas	Método	Posição da carga (m)						
		-6	-4	-2	0	2	4	6
Extremas (V1=V7)	Engesser-Courbon	0,464	0,357	0,250	0,143	0,036	-0,071	-0,178
	Guyon-Massonet	0,478	0,364	0,255	0,159	0,076	0,003	-0,063
	Linha de Influência	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Método dos elementos finitos	0,373	0,374	0,279	0,165	0,065	-0,026	-0,112

Analisando os resultados apresentados, pode-se observar que para o caso de estudo I, os coeficientes de repartição de carga obtidos pela aplicação dos métodos analíticos de Engesser-Courbon e Guyon-Massonet se apresentam bem próximos dos resultados do método numérico, se aproximando mais do primeiro. Para o caso de estudo II o resultado obtido pela aplicação do método dos elementos finitos fica entre o resultado dos métodos analíticos ou próximo deles, se aproximando mais do segundo.

Pode-se observar que para o caso de estudo I, os coeficientes de repartição de carga obtidos pela aplicação dos métodos analíticos de Engesser-Courbon e Guyon-Massonet apresentam uma variação um pouco maior quando comparados com o caso de estudo II. A aproximação das curvas com o aumento do número de vigas principais é devido ao fato de que para o caso de estudo I onde a superestrutura da ponte é composta por apenas três longarinas e três transversinas, duas nos apoios e uma central, o método se afasta do comportamento de placa ortotrópica e aproxima-se do comportamento de grelha. A introdução de mais quatro longarinas aproxima sensivelmente o comportamento da estrutura para o de uma placa ortotrópica fazendo com que as curvas dos dois métodos se aproximem.

Quanto ao método da linha de influência, onde a determinação da distribuição transversal de carga é realizada por meio das linhas de influência elástica de reação, observa-se que as curvas de distribuição para o caso de estudo I apresentam uma razoável concordância com as curvas obtidas pela aplicação dos métodos de Engesser-Courbon, Guyon-Massonet e elementos finitos. No entanto, para o caso de estudo II, há uma considerável discrepância no comportamento das curvas. Tal discrepância reflete a diferença das considerações de cada método.

O método da determinação das reações de apoio por meio das linhas de influência não considera a compatibilização entre os deslocamentos dos elementos estruturais que compõem o tabuleiro da ponte, uma vez que para este método, as longarinas são consideradas como apoios rígidos. Desta forma, a análise do comportamento da estrutura é feita por meio de uma única seção que representa as demais. O método de Engesser-Courbon, por sua vez, analisa a estrutura como uma grelha, onde as transversinas com rigidez infinita apoiam-se sobre apoios elásticos, considerando, portanto, a compatibilização entre os deslocamentos das longarinas e transversinas. Finalmente, o método de Guyon-Massonet considera o tabuleiro da ponte como uma placa ortotrópica onde além da compatibilização dos deslocamentos, são considerados os efeitos da torção dos elementos.

As diferenças nas considerações de cada método ficam mais evidentes à medida que aumentamos o número de vigas principais, pois para o método da linha de influência, devido à rigidez dos apoios, quando a carga se aproxima da viga em estudo até ser aplicada sobre a mesma, esta recebe 100% da carga aplicada e por consequência as demais vigas recebem 0%. Desta forma, quanto maior for o número de vigas menos uniforme será a distribuição transversal de carga, o que não ocorre com os demais métodos aplicados.

4.4 Comparação entre os esforços solicitantes obtidos pelos diferentes métodos de cálculo

Neste item são comparados os valores de esforço cortante e momento fletor máximos para as vigas mais carregadas de cada caso de estudo. As Figuras 21a e b representam, de maneira gráfica os valores de esforço cortante e momento fletor máximos nas vigas mais solicitadas dos casos de estudo I e II para os diferentes métodos de distribuição de carga estudados.

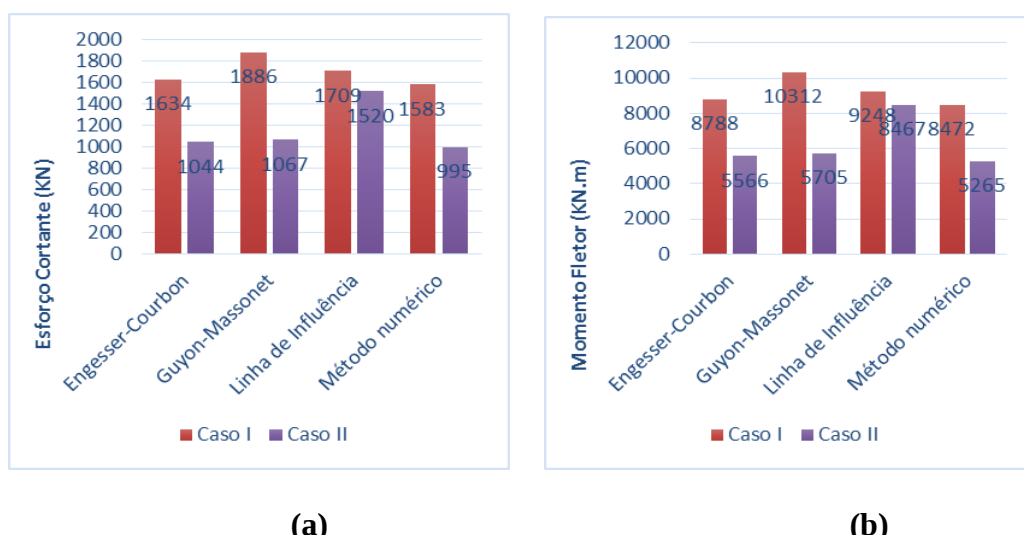


Figura 21. (a) Gráfico dos valores de esforço cortante para os métodos aplicados; (b) Gráfico dos valores de momento fletor para os métodos aplicados.

De acordo com os gráficos da Figura 21 pode-se comparar os valores obtidos para o método analítico de Guyon-Massonet e o método numérico com o aumento do número de vigas. Para o caso I, há uma diferença de aproximadamente 16,1% entre os valores de esforço cortante e 17,8% entre os valores de momento fletor, já para o caso II esses valores são reduzidos para 6,8% e 7,7 %, respectivamente.

Para os outros dois métodos analíticos o aumento do número de vigas do caso I para o caso II aumenta a diferença dos valores quando comparado ao método numérico. O método Engesser-Courbon para o caso I apresentou uma diferença de aproximadamente 3,2% entre os valores de esforço cortante e 3,6% entre os valores de momento fletor, enquanto para o caso II a diferença aumentou para aproximadamente 4,7% e 5,4% respectivamente, mas mesmo com esse aumento a diferença ainda foi menor quando comparada com a diferença em relação ao método de Guyon-Massonet. Já no método da linha de influência o aumento de longarinas aumentou ainda mais a diferença entre os dois métodos, o caso I apresentou uma diferença de aproximadamente 7,4% entre os valores de esforço cortante e 8,4% entre os valores de momento fletor, essa diferença passou para 34,5% e 37,8% respectivamente, para o caso II.

4.5 Comparação entre as armaduras de flexão

Neste item busca-se determinar e comparar as áreas de aço para a seção do meio do vão nas longarinas mais solicitadas de cada caso de estudo, com o intuito de analisar a economia de armadura para os diferentes métodos de repartição de carga aplicados. A Figura 22 abaixo representa de maneira gráfica o resumo dos valores encontrados para as armaduras de flexão na seção do meio do vão das vigas mais solicitadas de cada caso de estudo.

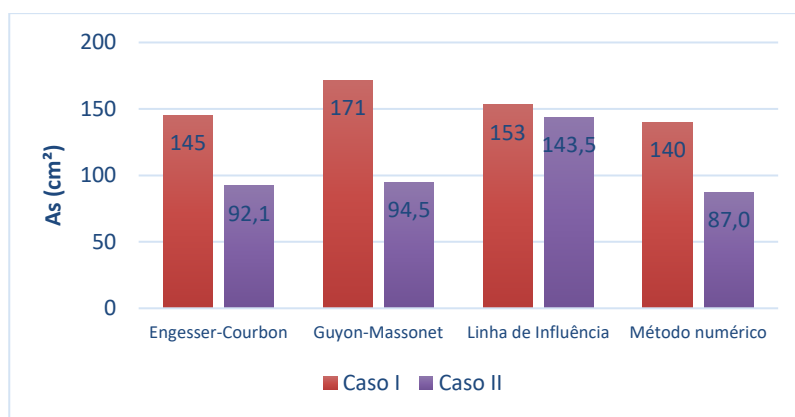


Figura 22. Gráfico dos valores das armaduras de flexão para os métodos aplicados.

Como já esperado, o aumento do número de vigas principais reduz a área de aço requerida para cada longarina, uma vez que para o caso de estudo I as cargas são distribuídas para apenas três longarinas e para o caso de estudo II, o mesmo carregamento é distribuído para sete vigas. No entanto, não se pode afirmar que adotar a solução com um maior número de longarinas é sempre mais econômico, pois o aumento do número de longarinas gera um maior consumo de concreto, além de maior tempo de execução. Assim, deve-se analisar cautelosamente, levando em conta os diversos fatores, até que ponto aumentar o número de longarinas para reduzir a área de aço é vantajoso do ponto de vista econômico.

Segundo os dados obtidos pelo gráfico, houve uma redução de 36,6% na área de aço na seção do meio do vão para a aplicação do método de Engesser-Courbon, 44,8% para o método de Guyon-Massonet, 37,85% para o método dos elementos finitos e de apenas 6,27% para o método que utiliza a linha de influência de reação. O cálculo a partir do método numérico gerou uma área de aço menor para os dois casos.

5 CONCLUSÕES

A distribuição transversal de cargas obtidas pela aplicação dos métodos estudados foi comparada para os dois casos de estudo. A análise mostrou que os coeficientes de repartição de carga obtidos pela aplicação dos métodos analíticos de Engesser-Courbon e Guyon-Massonet apresentam uma variação um pouco maior para o caso de estudo I quando comparados com o caso de estudo II. Na comparação com o método numérico, o de Engesser-Courbon se apresentou mais próximo no caso I, enquanto o de Guyon-Massonet se apresentou mais próximo no caso II. Esse comportamento se deve à aproximação do tabuleiro da ponte para uma laje ortotrópica com a diminuição do espaçamento entre os elementos constituintes da superestrutura da ponte. Em termos de esforços solicitantes, a variação entre os métodos de Guyon-Massonet e o método numérico para o caso I foram de aproximadamente 16,1% entre os valores de esforço cortante e 17,8% entre os valores de momento fletor, já para o caso II esses valores reduziram para 6,8% e 7,7 %, respectivamente. Na comparação do método Engesser-Courbon e o método numérico, o caso I apresentou uma diferença de aproximadamente 3,2% nos valores de esforço cortante e 3,6% nos valores de momento fletor, enquanto para o caso II a diferença aumentou para aproximadamente 4,7% e 5,4% respectivamente.

Ainda em relação à comparação entre as curvas de distribuição transversal foi observado que o comportamento do Método das Reações de Apoio se afastou do comportamento dos demais métodos aplicados com o aumento do número de longarinas por causa da concentração dos esforços na longarina em estudo à medida que a carga se aproxima da mesma. Essa análise foi quantificada em relação aos esforços solicitantes sendo obtida uma

diferença máxima nos esforços solicitantes, entre o método das reações de apoio e o método numérico, de aproximadamente 8,4% para o caso de estudo I e de 37,8% para o caso de estudo II.

Em termos de armadura de flexão para o meio do vão das vigas mais solicitadas de cada caso de estudo, concluiu-se que há uma considerável diminuição para os métodos de Engesser-Courbon, Guyon-Massonet e método dos elementos finitos de respectivamente 36,6%, 44,8% e 37,85% quando o número de vigas é aumentado de três para sete. No entanto, para o Método das Reações de Apoio, esta redução foi de apenas 6,27%. De acordo com esses dados pôde-se concluir que à medida que o número de vigas principais é aumentado, o método de distribuição de carga por meio das linhas de influência de reação se afasta do comportamento real do tabuleiro de vigas múltiplas, devido à desconsideração da compatibilidade entre os elementos constituintes do mesmo. A utilização desse método não é recomendável, para a superestrutura de pontes com múltiplas longarinas uma vez que este gera um superdimensionamento dos elementos estruturais.

REFERÊNCIAS

Almeida, V. S. **Influência da Distribuição de Cargas no Projeto de Vigas Protendidas de Pontes**. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT/ NBR 6118. **Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, Brasil. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT/ NBR 7188. **Carga Móvel Rodoviária e de Pedestres em Pontes, Viadutos, Passarelas e outras Estruturas**. Rio de Janeiro, Brasil. 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT/ NBR 7187. **Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido - Procedimento**. Rio de Janeiro, Brasil. 2003.

CSiBridge®. CSi Analysis Reference Manual. Computers & Structures, Inc. USA. 2013.

Jovem, T. P. **Estudo Analítico e Numérico de Repartição de Carga em Tabuleiros de Pontes Retas com Longarinas Múltiplas de Concreto Armado**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2017.

Júdice, F.M; Perlingeiro, M. S. P. L; Diaz, E. M; Souza L. **Avaliação da Distribuição Transversal de Cargas em Tabuleiros de Pontes sem Transversinas Internas**. Anais do 50º Congresso Brasileiro do Concreto, Salvador, Brasil, 2008.

Martha, L. F. **Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas Versão Educacional 3.00**, PUC/RJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

Medino, U. A. **Análise Comparativa entre os Modelos Analíticos de Distribuição de Cargas em Tabuleiros de Pontes com Longarinas Retas de Engesser-Courbon e Guyon-Massonet com o Modelo de Distribuição Proporcional de Cargas**. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2016.

Rotesma. **Indústria de Pré-Fabricados de Concreto**. Santa Catarina, Paraná, Brasil, 2016.

San Martin, F. J. **Cálculo de Tabuleiros de Pontes**. *Ciência e Tecnologia*, Rio de Janeiro, Brasil, 1981.