



ANÁLISE DA DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL PARA A SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM ESPECTRO DE ONDAS DO TIPO PIERSON – MOSKOWITZ

Luciano Rodrigues¹

luciano.drighes@hotmail.com

Sersana Sabedra de Oliveira¹

sersana@hotmail.com

Elizaldo Domingues dos Santos¹

elizaldosantos@furg.br

Liércio André Isoldi¹

liercioisoldi@furg.br

Luiz Alberto Oliveira Rocha³

laorocha@gmail.com

Mateus das Neves Gomes^{1,2}

mateus.gomes@ifpr.edu.br

¹Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Av. Itália, Km 8, s/n, Bairro Carreiros, CEP 96.203-900, Rio Grande, RS, Brasil

²Instituto Federal do Paraná, Campus Paranaguá

Rua Antônio Carlos Rodrigues, 453, Bairro Porto Seguro, Paranaguá, PR, Brasil

³Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS

Av. Unisinos, 950, Bairro Cristo Rei, CEP 93.022-750, São Leopoldo, RS, Brasil

Resumo. Neste trabalho é apresentado um modelo computacional para a simulação numérica do espectro de ondas Pierson-Moskowitz em tanques. O objetivo é definir uma malha independente que produz resultados precisos com menor esforço computacional através de uma análise da discretização espacial. É empregado a técnica esticada para gerar uma malha mais refinada nas regiões de interesse do domínio computacional. O espectro de ondas tem como características período significativo (T_s) de 7,5 s e altura significativa (H_s) de 1,5 m da onda e profundidade da água (h) de 10 m. Foram consideradas quinze componentes da

onda. Foram realizadas comparações da elevação da superfície livre e da densidade espectral entre as soluções analíticas e numéricas. Na solução numérica utilizou-se o código comercial FLUENT[®], de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), baseado no Método do Volume Finito (FVM). O modelo de volume volumétrico (VOF) foi aplicado na interação água-ar. Os resultados apresentados indicam que as recomendações estão fundamentadas no período mínimo do espectro, pois as médias e desvios são razoáveis e as diferenças de picos são menores em relação aos demais períodos. Esses resultados poderão ser utilizados em trabalhos futuros, principalmente no estudo numérico de dispositivos para conversão de energia das ondas do mar em energia elétrica.

Palavras – chave: Tanque de ondas, Pierson - Moskowitz, energia das ondas, simulação numérica, discretização espacial.

1 INTRODUÇÃO

Em engenharia existem, fundamentalmente, três ferramentas para desenvolvimento de projetos e análises de problemas: métodos analíticos; métodos numéricos (experimentação numérica); e experimentação em laboratório (Maliska, 2004).

Desde longa data trabalhos experimentais de Engenharia Oceânica e Arquitetura Naval tem usado tanques de ondas. Pode-se citar o Dr. William Froude (1810-1879) que realizou ensaios de resistência ao avanço com modelos de embarcações em escala reduzida em tanques de ondas. Com o aumento da demanda do conhecimento da performance de embarcações sob a ação de ondas, gradualmente os tanques foram equipados com geradores de ondas (Carneiro, 2007).

Hoje, na literatura, existem diversos estudos considerando tanque de ondas para a simulação numérica, entre vários estudos encontrados, pode-se citar alguns mais recentes, como Bouali e Larbi (2013), Kamath et al. (2015), Costa et al. (2016), Lisboa et al. (2016), Vyzikas et al. (2017), Rezanejad et al. (2017). Isto faz com que cada vez mais pesquisadores utilizem a modelagem computacional para analisar os processos oceânicos, sendo que, a simulação numérica é uma ferramenta fundamental na execução de um projeto de engenharia.

Com isto, existem diversos modelos numéricos com custo computacional aceitável, que permitem analisar de maneira aproximada a propagação de ondas em tanques numéricos. Estes modelos são baseados em equações simplificadas do escoamento, que contém uma série de parâmetros empíricos, os quais necessitam de aferições para cada região a ser analisada. Muitas ferramentas foram implementadas nestes modelos nos últimos anos com o intuito de reproduzir tanques de ondas numéricos, análogos aos tanques de ondas de laboratórios físicos. Geralmente, as ondas incidentes impostas no domínio são monocromáticas e, recentemente, alguns poucos modelos permitem a imposição de ondas irregulares, obtendo-se, desta forma, resultados mais próximos da realidade (Lisboa et al., 2016).

Quando considerado uma onda irregular, o que mais se aproxima do fenômeno real, uma maneira de representar é submeter a um tipo de espectro de onda, neste trabalho o tipo considerado é Pierson-Moskowitz. Para a simulação deste espectro é necessário ter conhecimento de algumas características como período significativo da onda (T_s) e a altura

significativa da onda (H_s). Neste contexto é possível encontrar na literatura trabalhos que tem como objetivo a simulação numérica considerando espectro de ondas.

Em Elangovan (2011), a geração de onda irregular numérica foi desenvolvida e simulada no código dinâmica dos fluidos computacional (CFD). A onda irregular gerada numericamente foi submetida a um espectro de ondas e, após, comparada com uma onda analítica. A onda simulada foi processada através da análise da Transformada Rápida de Fourier (FFT), e o espectro de onda foi validado com o espectro de onda original.

Em Gomes et al. (2016), foi realizado um estudo computacional e geométrico sobre um dispositivo conversor de energia das ondas do mar em energia elétrica com objetivo de maximizar a potência hidropneumática absorvida pelo dispositivo quando submetido a um espectro de onda do tipo Pierson-Moskowitz com período e altura significativa da onda. Além disto, foi empregado o Design Construtal para a análise geométrica, o código de dinâmica dos fluidos computacional, baseado no Método de Volumes Finitos (MVF), para a simulação numérica e o modelo multifásico *Volume of Fluid* (VOF) no tratamento da interação água-ar.

Costa et al. (2016), apresentou uma metodologia disponível no software ANSYS FLUENT® (v. 16.0), para a geração numérica de um espectro de ondas do tipo Pierson-Moskowitz, com período e altura significativa da onda. Com domínio computacional bidimensional representando um tanque de ondas numérico. Para a solução numérica foi empregado o código de dinâmica dos fluidos computacional, baseado no Método de Volumes Finitos (MVF) e, também, o modelo multifásico *Volume of Fluid* (VOF).

Em Lisboa et al. (2016), foi realizado análises da propagação de ondas regulares e irregulares em um canal bidimensional com praia numérica através do modelo FLUENT (v.16.0). A praia numérica é baseada na adição de um termo sumidouro na equação da quantidade de movimento que contém os coeficientes de amortecimento linear e quadrático. Nesta condição, séries temporais de elevação de superfície livre para as três ondas incidentes foram comparadas com séries temporais teóricas, mostrando uma excelente concordância entre elas. Por fim, foi realizada a simulação com incidência da onda irregular definida pelo espectro do tipo JONSWAP (*Join North Sea Wave Project*).

Com isto, este trabalho tem como objetivo propor uma discretização que possibilite resultados computacionais, da simulação numérica de um espectro de Pierson-Moskowitz, mais precisos e com baixo esforço computacional. É importante destacar que, é considerada neste estudo apenas uma análise espacial da propagação de um espectro de ondas do tipo Pierson-Moskowitz. Vale ressaltar que já existem estudos semelhante a este, em Barreiro (2009) e em Gomes et al. (2012a), porém considerando ondas monocromáticas e regulares.

As características do espectro de ondas utilizado neste trabalho são: período significativo da onda (T_s) igual a 7,5 s e altura significativa da onda (H_s) igual a 1,5 m. A evolução do espectro de onda são analisados em cinco sondas localizadas ao longo do tanque de ondas durante 100 segundos. Para a solução numérica é empregado um código de dinâmica dos fluidos computacional, baseado no Método de Volumes Finitos (MVF). O modelo multifásico *Volume of Fluid* (VOF) é aplicado no tratamento da interação água-ar.

2 MODELAGEM FÍSICA DO PROBLEMA

O problema proposto consiste em analisar numericamente a propagação de um espectro de onda de Pierson - Moskowitz em um tanque de ondas. Segundo Maliska (2004), o uso de

técnicas numéricas para a solução de problemas complexos da engenharia e da física é hoje uma realidade, graças ao vertiginoso desenvolvimento de computadores de alta velocidade e de grande capacidade de armazenamento. A realização da simulação numérica da propagação do espectro de ondas requer o conhecimento das características da onda a ser gerada, pois assim é possível dimensionar o domínio computacional. Posteriormente é possível discretizar o domínio computacional e, assim, com a aplicação de condições de contorno resolver as equações de conservação do modelo numérico.

Um importante atualização no modelo computacional foi realizada no que diz respeito a eliminação da reflexão das ondas através de uma praia numérica, possibilitando assim simulações com tempos reais maiores e tempos de CPU menores, semelhante ao desenvolvido em Lisboa et al (2016). A eliminação da reflexão da onda ocorre devido a uma região de amortecimento, chamada de praia numérica. Também é importante destacar que, a versão 17.2 do FLUENT, já vem com a opção da praia numérica.

A praia numérica é assumida como um domínio retangular, onde seu plano final (superfície externa) é um limite de saída de pressão de canal aberto e o plano de partida é um plano paralelo a uma saída de pressão. A direção da praia é assumida como a direção normal para uma saída de pressão. O comprimento de amortecimento é a distância normal entre o fim e o plano inicial (FLUENT, 17.2).

O domínio computacional é dividido em duas partes, conforme Fig. 1: i) região de interesse da propagação da onda e ii) região de absorção da onda (praia numérica).

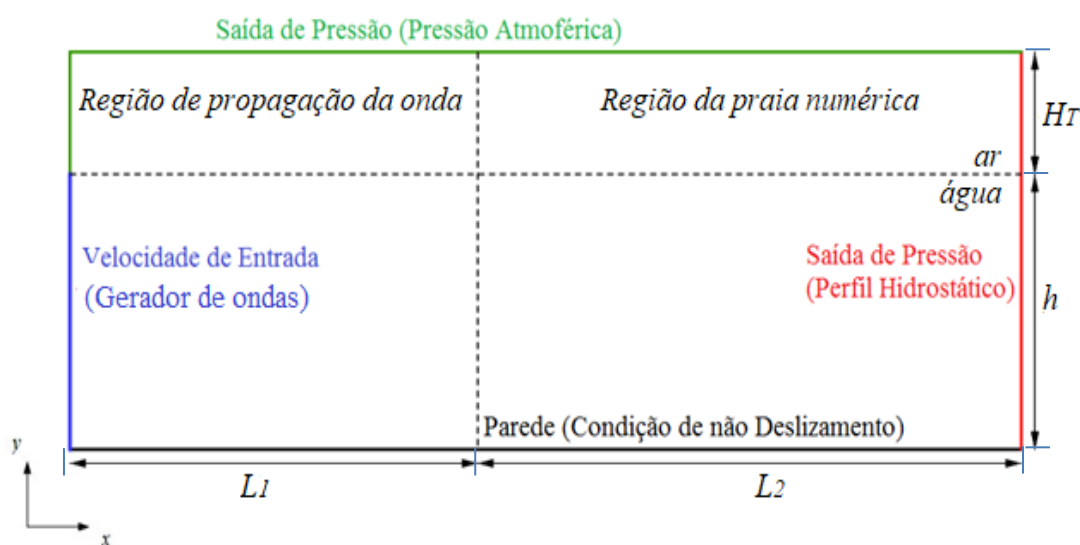


Figura 1. Representação esquemática do domínio computacional.

As dimensões do tanque podem ser descritas como $L_1 = 1,5\lambda_p$ e $L_2 = 2,0\lambda_p$, onde λ_p é o comprimento de onda referente ao período significativo (período de pico), semelhante a Lisboa et. al, (2016). Neste caso é utilizado $h = 10$ m e $H_T = 4,5$ m, onde h é a profundidade de propagação e H_T a altura acima da superfície livre. Deste modo, este trabalho tem como objetivo obter recomendações para a discretização espacial para a geração das ondas irregulares submetido a um espectro de ondas do tipo Pierson – Moskowitz.

Para o estudo e comparação da evolução do espectro da onda são impostas cinco sondas de medição localizadas ao longo do canal do tanque de ondas, conforme a Fig. 2.

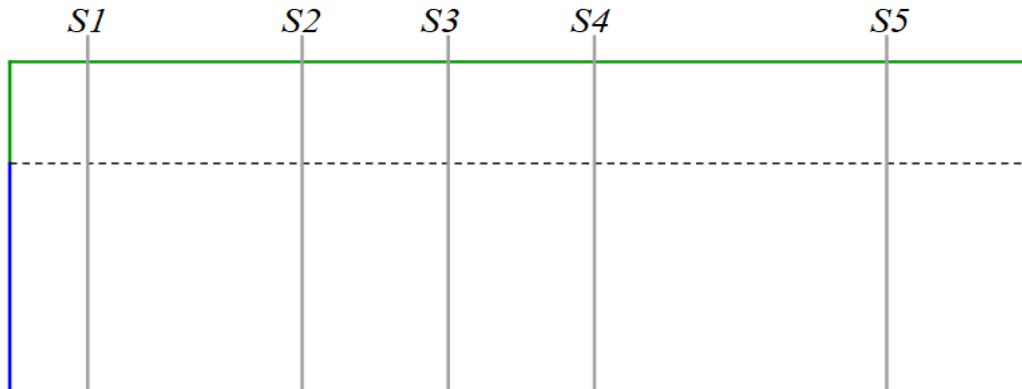


Figura 2. Representação esquemática do tanque de ondas.

Na Fig. 2, estão dispostas as sondas verticais de medição da elevação da superfície livre nas seguintes posições: S1 ($x = 0,266 \cdot \lambda$ m), S2 ($x = 1 \cdot \lambda$ m), S3 ($x = 1,5 \cdot \lambda$ m), S4 ($x = 2 \cdot \lambda$ m) e S5 ($x = 3 \cdot \lambda$ m). Lembrando que λ representa o comprimento de onda conforme o comprimento da onda, de mínimo, de pico e de máximo, que pode ser observado na Tab. 1.

Tabela 1 – Características do espectro de ondas

Características	Mínimo	Pico	Máximo
Frequência (rad/s)	$\omega_{\min}$	ω_p	$\omega_{\max}$
	0,50	0,84	3,00
Período (s)	$T_{\min}$	T_p	$T_{\max}$
	12,57	7,50	2,09
Comprimento (m)	$\lambda_{\min}$	λ_p	$\lambda_{\max}$
	119,10	65,35	6,84

3 GERAÇÃO DE ESPECTROS DE PIERSON – MOSKOWITZ

Um fluxograma do processo de geração e análise de ondas irregulares é apresentado na Fig. 3. No presente estudo foi adotado o espectro de *Pierson-Moskowitz* (PM).

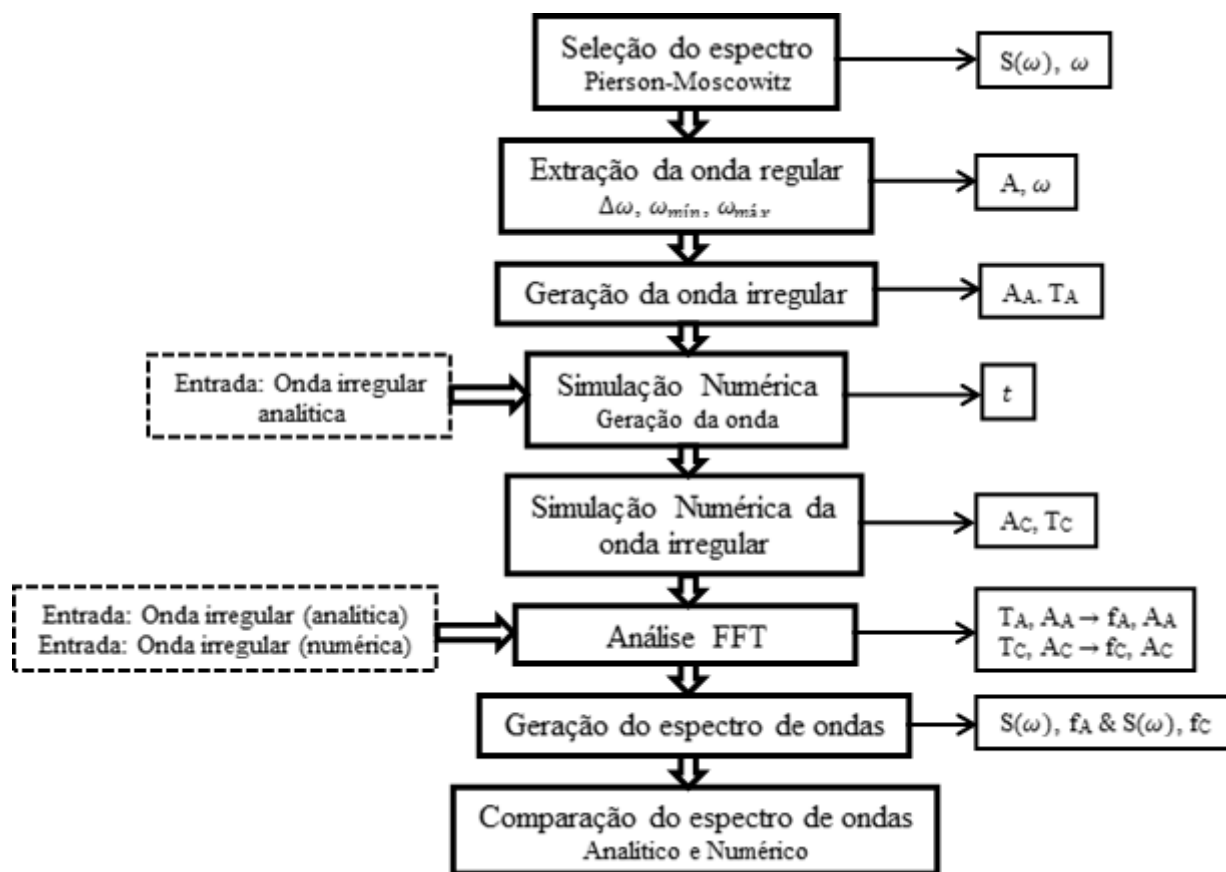


Figura 3. Metodologia de análise da geração de ondas irregulares, adaptado de Elangovan (2011).

O espectro de Pierson-Moscowitz é válido para um mar totalmente desenvolvido, ou seja, é o estado do mar em que se desenvolveram as ondas máximas correspondentes à força do vento atuante, e assume que as ondas estão em equilíbrio com o vento (Chakrabarti, 2005). A densidade espectral ($S(\omega)$) é dada por:

$$S_{PM}(\omega) = \frac{5}{16} \frac{H_s \omega_p^4}{\omega^5} e^{-\left(\frac{5\omega_p^4}{4\omega^4}\right)} \quad (1)$$

onde: H_s é a altura significativa (m), neste trabalho $H_s = 1,5$ m, ω é a frequência da onda (rad/s), e ω_p é a frequência de pico da onda (rad/s) e pode ser determinada por:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_s} \quad (2)$$

onde: T_s é o período significativo do espectro (s), neste trabalho $T_s = 7,5$ s.

De acordo com ANSYS (2016) é possível determinar o intervalo de frequências de modo que o mesmo compreenda a região de maior energia da onda, sendo o recomendável dado por:

$$\omega_{\min} = 0,5\omega_p \quad (3)$$

$$\omega_{\max} = 3,0\omega_p \quad (4)$$

Neste estudo o espectro é formado por 15 ondas com frequências dentro do intervalo determinado pelas Eqs. (3) e (4). Assim, é possível distribuir de forma igual às frequências a serem consideradas através da seguinte relação:

$$d\omega = \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{n_0} \quad (5)$$

onde: n_0 é o número de ondas consideradas no espectro.

É possível extrair cada uma das 15 ondas regulares que compõem o espectro de ondas considerado. Para tanto deve ser considerada a seguinte relação entre densidade espectral e amplitude (Elangovan, 2011):

$$S(\omega_n)d\omega = \frac{1}{2}\zeta_{a_n}^2 \quad (6)$$

onde: ζ_{a_n} é a amplitude da componente do espectro (m), ou seja, a amplitude de uma das 15 ondas que formam o espectro deste estudo. Mantendo o ângulo de fase diferente para cada onda regular, a onda irregular pode ser gerada analiticamente conforme apresentado a seguir (Elangovan, 2011):

$$\zeta(t) = \sum_{n=1}^{n_0} \zeta_{a_n} \cos(k_n x - \omega_n t + \varepsilon_n) \quad (7)$$

onde: k_n é o número de onda da componente (rad/m), x a posição espacial (m), ω_n a frequência da componente (rad/s), t o tempo (s) e ε_n o ângulo de fase randômico da componente (rad). O número de onda pode ser determinado pela relação de dispersão, dada por (Dean e Dalrymple, 1991):

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (8)$$

onde: g é a aceleração da gravidade (m/s²) e h é a profundidade.

O espectro de ondas é uma composição de diferentes ondas regulares atuando em conjunto. Na Fig. 4a é realizada a decomposição do espectro em algumas ondas regulares durante 100 segundos. São apresentadas, na Fig. 4a, quatro ondas com diferentes frequências: Onda 1 com $\omega = 0,583$ rad/s, Onda 5 com $\omega = 1,25$ rad/s, Onda 10 $\omega = 2,083$ rad/s e Onda 15 com $\omega = 2,916$ rad/s. A frequência de pico do espectro em consideração é $\omega = 0,583$ rad/s. Ainda considerando a Fig. 4a é possível observar que quanto mais próximo da frequência de pico maior é a predominância da onda no espectro.

Na Fig. 4b é apresentado o espectro de ondas formado pelo somatório das quinze ondas regulares, de acordo com a Eq. (7).

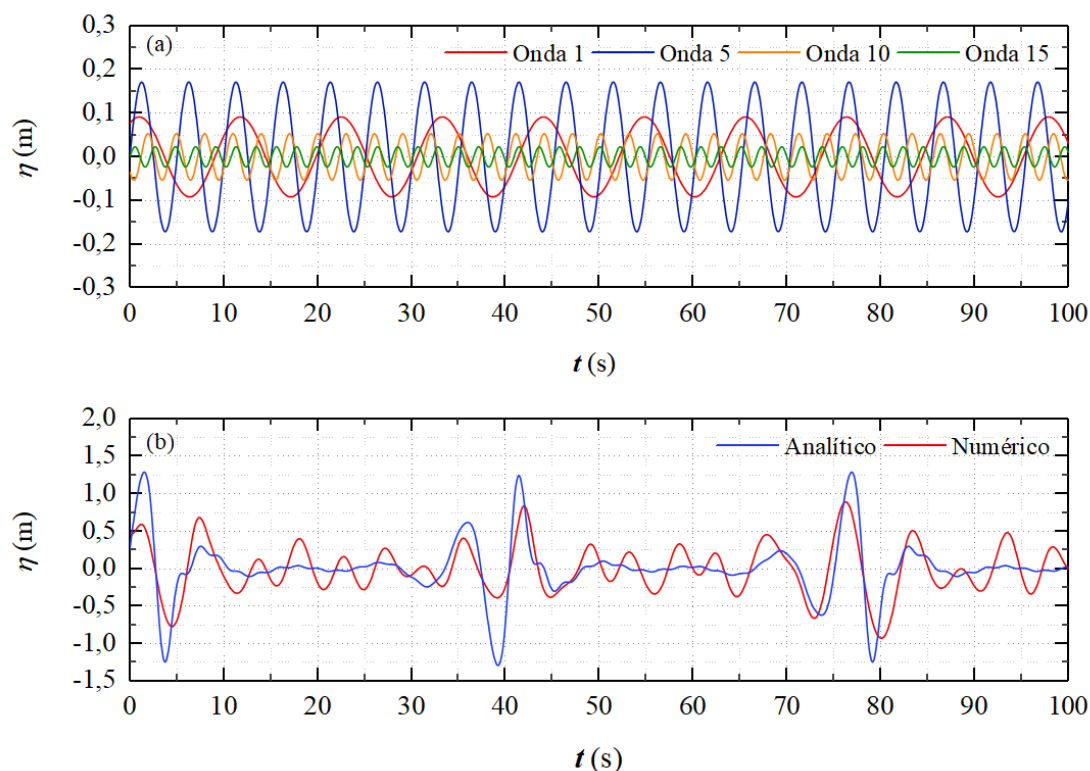


Figura 4. (a) Decomposição do espectro em ondas regulares (Onda 1: $\omega=0,583$ rad/s, Onda 5: $\omega=1,25$ rad/s, Onda 10: $\omega=2,083$ rad/s e Onda 15: $\omega=2,916$ rad/s) e (b) espectro de ondas.

A geração numérica do espectro Pierson-Moskowitz leva em conta as componentes do espectro extraídas a partir da Eq. (7). Além da comparação da onda irregular, a análise através da Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*) é empregada para remontar o espectro da densidade numérica e assim realizar uma comparação com a densidade espectral analítica.

Através da Fig. 1, é possível observar que o gerador de ondas numérico é posicionado no lado esquerdo do tanque de ondas, com a condição de contorno de velocidade prescrita. Para a geração de ondas irregulares é considerada a Eq. (7) e suas respectivas componentes, horizontal (u) e vertical (w), da velocidade da onda como condição de contorno (velocidade de entrada prescrita). Essas componentes da velocidade variam em função do espaço e do

tempo e são impostas na superfície de entrada e dadas por (Dean e Dalrymple, 1991; Chakrabarti, 2005):

$$u = \zeta_{a_n} g k_n \frac{\cosh(k_n z + k_n h)}{\omega_n \cosh(k_n h)} \cos(k_n x - \omega t) \quad (9)$$

$$w = \zeta_{a_n} g k_n \frac{\sinh(k_n z + k_n h)}{\omega_n \sinh(k_n h)} \sin(k_n x - \omega t) \quad (10)$$

onde: ω_n é a frequência da componente, e z é a variação da posição entre a superfície livre da água e o fundo do mar (m).

Com relação às demais condições de contorno, na parte superior da superfície lateral esquerda, bem como na superfície superior do tanque e da saída da chaminé da CAO é aplicada uma condição de contorno de pressão atmosférica. Nas demais superfícies do tanque de ondas: superfície inferior uma condição de não-deslizamento e impermeabilidade com velocidade nula e na superfície lateral direita é imposta a condição de pressão hidrostática. Com relação às condições iniciais, foi considerado que o fluido está em repouso, com profundidade $h = 10,0$ m.

4 MODELO COMPUTACIONAL

4.1 Modelo multifásico *Volume of Fluid* (VOF)

O método *Volume of Fluid* (Hirt e Nichols, 1981) é um modelo multifásico usado para as soluções de escoamentos compostos de no mínimo dois fluidos (ou fases) imiscíveis. Sendo que todas as fases são definidas e o volume ocupado por uma fase não pode ser ocupado por outra, a fim de observar a interação entre estes fluidos no interior da CAO, para isso o modelo mais apropriado é o modelo VOF. Para cada fase adicionada no modelo, uma nova variável é introduzida, resultando numa fração volumétrica destes fluidos na célula computacional. Para representar as fases contidas em cada volume de controle é necessário o conceito da fração de volume, representado pela letra grega alfa (α).

Neste trabalho, o modelo utilizado para representar a interação entre duas fases, água e ar, num determinado volume pode ser representado com apenas uma destas fases ou uma mistura delas. Deste modo, são obtidas três condições para a fração de volume do fluido: quando $\alpha_{\text{água}} = 0$, o volume está completo de ar; quando $\alpha_{\text{água}} = 1$, o volume está completo de água e, por fim, quando $0 < \alpha_{\text{água}} < 1$, o volume possui as duas fases, neste caso $\alpha_{\text{ar}} = 1 - \alpha_{\text{água}}$.

Portanto, a soma em cada célula de todas as fases deve ser sempre igual a um. Ao empregar o método VOF, está se resolvendo um conjunto de equações, as equações de quantidade de movimento e de continuidade, que são aplicadas a cada fluido ao longo do volume. Então, a fração de volume de cada fluido em cada célula é considerada em todo o domínio computacional através da equação de transporte para a fração volumétrica. Assim, o modelo é composto pela equação de continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (11)$$

Pela equação da fração volumétrica:

$$\frac{\partial (\rho \alpha_q)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \alpha_q \vec{v}) = 0 \quad (12)$$

Reescrevendo a equação acima para duas fases, temos:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (13)$$

onde, $\dot{m}_{pq}$ é a transferência de massa da fase p para a fase q e $\dot{m}_{qp}$ é a transferência da massa da fase q para a fase p .

As equações de quantidade de movimento:

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \vec{\tau}) + \rho \vec{g} \quad (14)$$

onde: ρ é a massa específica do fluido (kg/m³), t é o tempo (s), $\vec{v}$ é o vetor velocidade do escoamento (m/s), p é a pressão estática (Pa), μ é a viscosidade (kg/(ms)), $\vec{\tau}$ é o tensor de tensões (Pa) e $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade (m/s²).

Uma vez resolvido as equações de conservação de massa e de continuidade de movimento para a mistura entre ar e água, os valores médios para a massa específica e viscosidade são necessários, respectivamente, (Srinivasan et al., 2011), são dadas por:

$$\rho = \alpha_{\text{água}} \rho_{\text{água}} + \alpha_{\text{ar}} \rho_{\text{ar}} \quad (15)$$

$$\mu = \alpha_{\text{água}} \mu_{\text{água}} + \alpha_{\text{ar}} \mu_{\text{ar}} \quad (16)$$

4.2 Modelo numérico

Para a solução das equações de conservação da massa e quantidade de movimento, foi empregado um código comercial baseado no Método de Volumes Finitos - MVF (FLUENT, 2006). Para todas as simulações foi considerado o esquema de advecção *upwind* para

tratamento dos termos advectivos, enquanto a discretização espacial para a pressão foi realizada através do método PRESTO e o método GEO-RECONSTRUCTION para a fração volumétrica. Quanto ao acoplamento pressão-velocidade foi empregado o método PISO. Além disso, empregaram-se os fatores de sub-relaxação para as equações da conservação da massa e quantidade de movimento de 0,3 e 0,7, respectivamente. Para a solução do sistema de equações gerado após a discretização é utilizado o método Gauss Seidel com multigrid algébrico. Maiores detalhes sobre a metodologia numérica sobre o método dos volumes finitos podem ser obtidos em Patankar (1980) e Versteeg e Malalasekera (1999).

Todas as soluções foram realizadas usando computadores Intel Core i7 com 6 núcleos e 16.0 Gb de memória RAM. No processamento das simulações foi empregada a técnica do processamento serial disponibilizada pelo software FLUENT[®]. O tempo de processamento de cada simulação é variável de acordo com refinamento da malha, de 3 h para malhas mais grosseiras e até 8 h para as malhas mais refinadas, conforme pode ser analisada na Tab. 2.

5 ANÁLISE DA DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

Estudos realizados em Barreiro (2009) e em Gomes et al. (2012a) foi apresentado um estudo detalhado a respeito da geração de malhas do tipo *stretched* para a simulação numérica da propagação de ondas regulares em tanques.

A recomendação de Barreiro (2009) e de Gomes et al. (2012a) indica que, na região da superfície livre da água (região R2) deve ser adotado um refinamento com 40 volumes na direção y (o tamanho desse intervalo é equivalente a $H/20$) e com 50 volumes por comprimento de onda, na direção x (o tamanho do intervalo nesse caso é equivalente a $\lambda/50$). Além disso, 20 e 60 volumes devem ser usados na direção y para a discretização espacial das regiões R1 e R3, respectivamente. Com isto, a contribuição destes estudos possibilitará uma análise na discretização do domínio espacial para espectros de ondas, visto que um espectro possui várias ondas com frequências e amplitudes diferentes, fazendo necessário, assim, estabelecer um parâmetro.

Uma estratégia para recomendação acerca da discretização espacial (malha) reside no fato de ser possível estabelecer o número de volumes por determinada região. Conforme a Fig. 5, R1 é o número de volumes da região acima da superfície livre, que contém somente ar. Na região da superfície livre, onde possui água e ar, o número de volumes é dado por R2. Na região abaixo da superfície livre, que contém somente água, R3 representa o número de volumes e R4 é o número de volumes por cada comprimento de onda. A região R4A engloba o número de volumes equivalente a uma onda e meia, já na região R4B é considerado para cada comprimento de onda a metade do número de volumes referente à R4. Com esse esquema é possível definir as dimensões de cada volume da malha, dividindo a dimensão da região pelo número de volumes desejado.

As dimensões para o refinamento da malha podem ser observadas na Fig. 5.

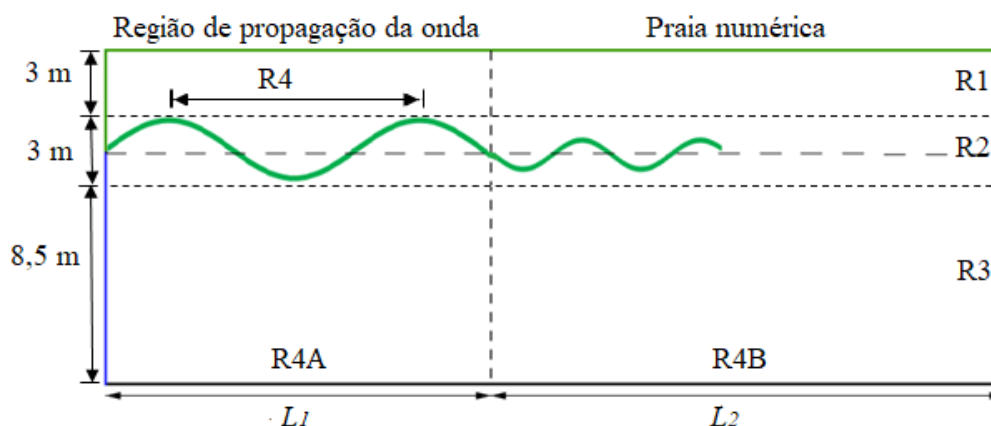


Figura 5. Dimensões do domínio computacional para a geração da malha.

No entanto, as recomendações de Barreiro (2009) e Gomes et al. (2012a) consideram ondas monocromáticas e regulares. Para tanto, neste trabalho, serão obtidas recomendações para um espectro de ondas. Na discretização vertical foi tomada por base a altura significativa e na discretização horizontal os comprimentos de ondas, de mínimo, de pico e de máximo, sendo estes valores podem ser observados na Tab. 1. Outra situação que é tratada de forma diferenciada é a região da praia numérica, onde deverá ser aplicado um estiramento progressivo onde o tamanho dos volumes aumente o dobro.

Os testes realizados referentes à discretização espacial podem ser verificados na Tab. 2.

Tabela 2 – Número de volumes por cada malha analisada

Simulação		Nº de volumes					Total de volumes
		R1	R2	R3	R4A	R4B	
1	Mínimo $1,5 * \lambda_{min}$	20	20	60	60	40	10.000
2		20	40	60	75	50	15.000
3		20	60	60	113	75	26.320
4		20	80	60	150	100	40.000
5	Pico $1,5 * \lambda_p$	20	20	60	60	40	10.000
6		20	40	60	75	50	15.000
7		20	60	60	113	75	26.320
8		20	80	60	150	100	40.000
9	Máximo $1,5 * \lambda_{max}$	20	20	60	60	40	10.000
10		20	40	60	75	50	15.000
11		20	60	60	113	75	26.320
12		20	80	60	150	100	40.000

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As análises se darão principalmente com base no erro da elevação da superfície livre. Para a análise dos resultados foi realizado uma análise de forma quantitativa e qualitativa.

Para comparar as alturas significativas, da solução analítica e numérica, pode-se utilizar a norma l_∞ , dada por (Kreyszig, 2011):

$$\|x_\infty\| = \max_j |x_j| \quad (17)$$

onde, x_j representa a variável em consideração instantânea.

Em termos quantitativos é possível verificar a diferença das normas (l_∞), conforme a Tab. 3, para a elevação da superfície livre analítica e numérica, ou seja, é calculada a diferença nos picos de elevação das alturas significativas.

Para comparar a elevação das superfícies livre entre das soluções, foi utilizada a média do erro absoluto (MAE - *Mean Absolute Error*), dada por:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_{num,i} - x_{ana,i}| \quad (18)$$

onde, n é o número de amostras analisadas, i é o número da amostra analisada, $x_{num,i}$ representa a elevação da superfície livre instantânea obtida numericamente e $x_{ana,i}$ representa a elevação da superfície livre instantânea obtida analiticamente.

Ainda foi utilizada a média do desvio padrão (RMSE - *Root Mean Square Error*), dada por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{num,i} - x_{ana,i})^2}{n}} \quad (19)$$

Para uma análise de maneira quantitativa, foram consideradas as Eqs. (17) - (19) a fim de calcular a diferença entre as soluções, analítica e numérica, de cada simulação realizada neste trabalho, totalizando doze simulações. Além disto, foram calculadas também, para todas as posições das sondas consideradas, sendo as posições apresentadas na Fig. 2.

Na Tab. 3, é possível realizar uma análise de modo quantitativo quanto aos erros entre as soluções. É de fácil observação que a média do erro absoluto (MAE) é menor para as oito primeiras simulações, que correspondem à frequência mínima e a frequência de pico. Com isto, consequentemente, a média do desvio (RMSE) torna-se menor nestas primeiras simulações. Além dos erros, a diferença entre as normas apresentou um melhor resultado para as quatro primeiras simulações, correspondendo à frequência mínima, como pode ser observado na Tab. 3.

Tabela 3 – Variáveis quantitativas

	Sonda	MAE	RMSE	$l_{ana} - l_{num}$		Sonda	MAE	RMSE	$l_{ana} - l_{num}$
Simulação 1	1	0,2199	0,2767	0,3648	Simulação 7	1	0,2453	0,3164	0,7015
	2	0,2454	0,2952	0,1199		2	0,3118	0,3824	-0,0788
	3	0,2506	0,3070	0,0294		3	0,2791	0,3466	-0,2476
	4	0,2853	0,3674	0,1241		4	0,2477	0,3183	-0,3270
	5	0,3263	0,4220	0,2545		5	0,3411	0,4090	0,0553
Simulação 2	1	0,2340	0,2933	0,3054	Simulação 8	1	0,2504	0,3226	0,6868
	2	0,2478	0,3012	0,1309		2	0,3127	0,3841	-0,1031
	3	0,2521	0,3177	-0,0082		3	0,2785	0,3462	-0,2513
	4	0,2770	0,3529	0,0478		4	0,2539	0,3259	-0,2920
	5	0,3379	0,4269	0,1852		5	0,3413	0,4098	0,0435
Simulação 3	1	0,2504	0,3130	0,2835	Simulação 9	1	0,6913	0,8272	-0,6749
	2	0,2573	0,3161	0,1016		2	0,6611	0,7910	-0,6914
	3	0,2556	0,3331	-0,0882		3	0,6096	0,7370	-0,8065
	4	0,2876	0,3633	0,0834		4	0,5555	0,6620	-0,3001
	5	0,3438	0,4379	0,0697		5	0,3552	0,4546	0,6121
Simulação 4	1	0,2536	0,3158	0,2992	Simulação 10	1	0,5159	0,6199	-0,1017
	2	0,2589	0,3191	0,1295		2	0,5257	0,6383	-0,2427
	3	0,2571	0,3397	-0,1207		3	0,4788	0,5803	-0,1290
	4	0,2873	0,3733	-0,0156		4	0,4305	0,5114	0,1153
	5	0,3468	0,4447	0,0263		5	0,2178	0,3149	0,9048
Simulação 5	1	0,2422	0,3179	0,7429	Simulação 11	1	0,5142	0,6187	-0,0928
	2	0,3030	0,3713	0,0506		2	0,5262	0,6390	-0,2463
	3	0,2734	0,3386	-0,2006		3	0,4789	0,5810	-0,1323
	4	0,2501	0,3148	-0,1333		4	0,4312	0,5119	0,1165
	5	0,3251	0,3902	0,2005		5	0,2175	0,3154	0,9055
Simulação 6	1	0,2412	0,3138	0,7284	Simulação 12	1	0,5145	0,6187	-0,0937
	2	0,3072	0,3769	-0,0089		2	0,5259	0,6385	-0,2462
	3	0,2761	0,3420	-0,2238		3	0,4792	0,5814	-0,1376
	4	0,2447	0,3122	-0,2514		4	0,4295	0,5101	0,1217
	5	0,3414	0,4070	0,0833		5	0,2172	0,3155	0,9062

Além da análise quantitativa, uma análise qualitativa faz-se necessário para uma melhor compreensão e comparação entres estas duas maneiras de analisar os resultados.

Nas Fig. 6 é apresentada uma comparação gráfica, de forma qualitativa, da elevação da superfície livre obtida analiticamente e numericamente. Para esta comparação foi considerado apenas a posição da primeira sonda. Como são várias simulações, o critério de escolha foi as duas primeiras, as duas simulações intermediárias e as duas últimas, no total de seis das doze simulações da Tab. 2, realizadas durante 100 segundos. É importante ressaltar que a equação analítica é obtida a partir da Eq. (7) e da soma das amplitudes instantânea para as 15 ondas componentes do espectro em consideração.

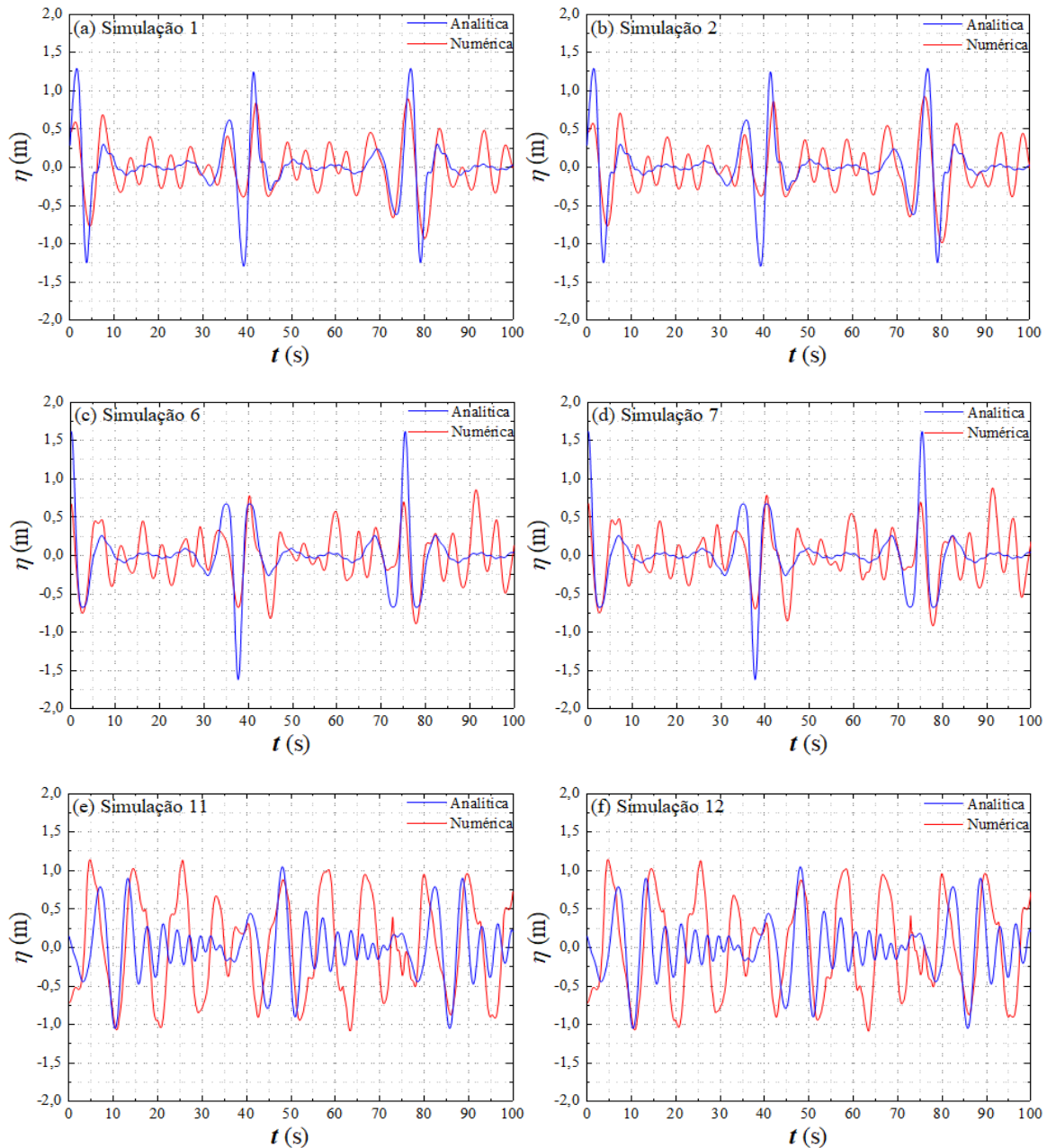


Figura 6. Comparação da solução analítica com a numérica na Sonda 1 da elevação da superfície livre

De uma maneira qualitativa é possível notar uma razoável concordância entre as duas soluções apresentadas, analítica e numérica, principalmente para a Fig. 6(a, b, c, d), onde os picos de elevação da superfície livre das soluções coincidem com mais frequências. Além disto, também é possível notar esta concordância analisando a Fig. 6 com o erro médio correspondente na Tab. 3, que quanto mais as curvas se coincidem, menor é o erro entre as soluções. O que não acontece se for analisado a Fig. 6 (e, f), há uma diferença muito elevada em relação à elevação da superfície livre, acarretando assim, um erro maior chegando próximo a 51,4 %, devido ao comprimento de onda imposto.

Ainda de maneira qualitativa, na Fig. 7 e na Fig. 8, são apresentadas as comparações da densidade espectral analítica, imposta no gerador de ondas, com a densidade espectral obtida numericamente, através de uma análise por Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*). Para a análise com FFT, devem ser considerados um número de pontos múltiplos de potências de 2, semelhante com o que foi utilizado em Elangovan (2011). Portanto, no presente estudo, foi realizado uma análise por FFT considerando 1024 pontos para o espectro numérico e considerado um tempo de 100 s da elevação da superfície livre para a montagem do espectro.

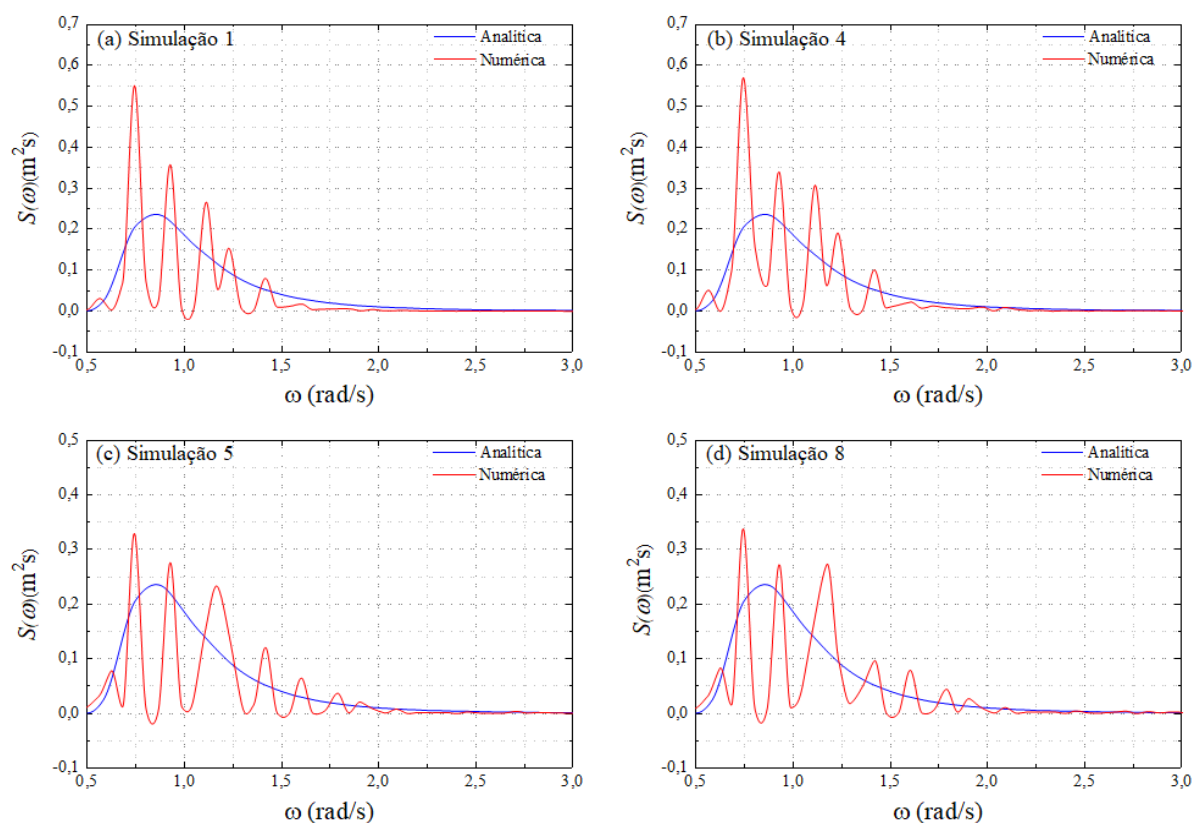


Figura 7. Comparação da densidade espectral da solução analítica com a numérica na sonda 1 em:
(a) $x = 31,7$ m, (b) $x = 31,7$ m, (c) $x = 17,43$ m, (d) $x = 17,43$ m.

Na Fig. 7 e na Fig. 8, é possível observar várias oscilações para a densidade espectral numérica, isso ocorre devido o número de componentes de ondas, que é uma discretização do espectro real. Em trabalho futuro será realizado testes com mais e menos componentes de ondas para uma melhor explicação sobre as oscilações.

Analisando a Fig. 7 e a Fig. 8 com a Tab. 3, é possível observar que os melhores resultados estão concentrados nas oito primeiras simulações, as quais se referem ao comprimento da onda de mínimo e de pico em que os erros médios e desvios são razoáveis. Além disto, apesar da malha ser mais grosseira na simulação 1, no conjunto das quatro primeiras simulações, aparenta ser a mais adequada ainda que as diferenças de pico estejam levemente superiores as demais simulações do conjunto.

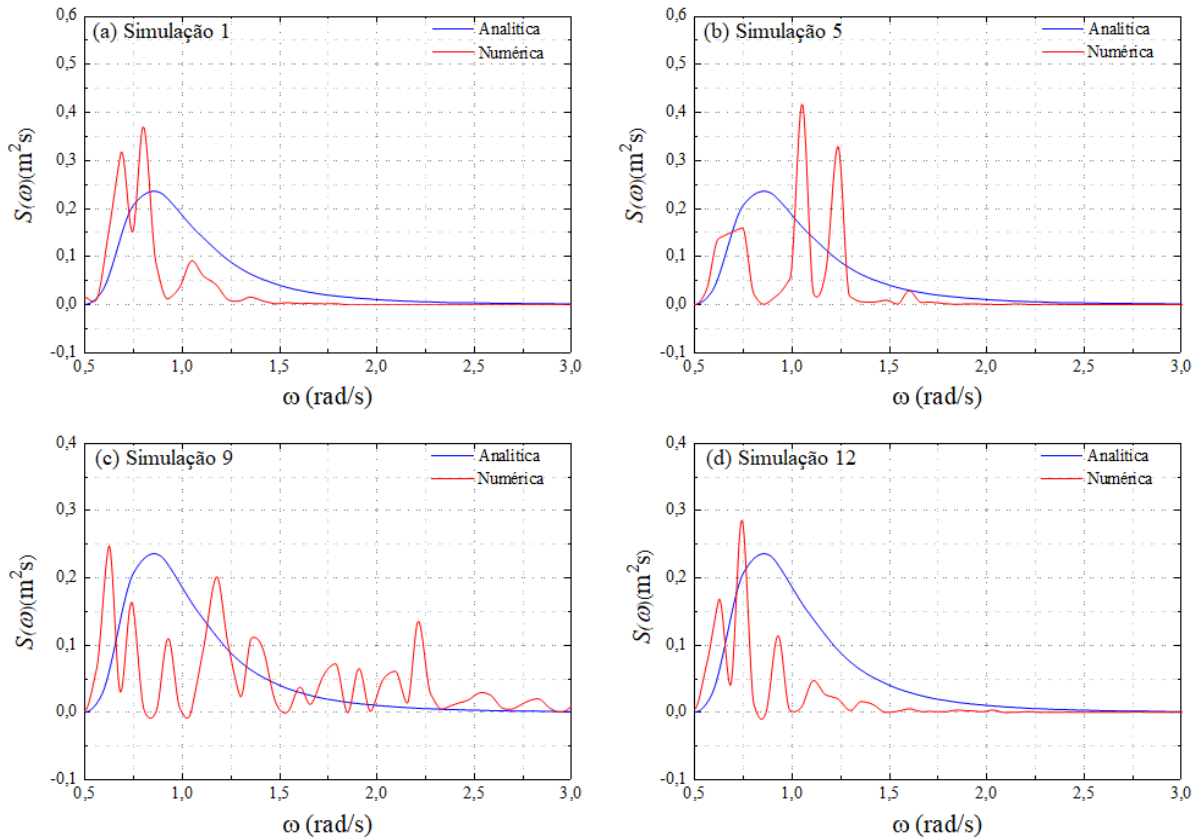


Figura 8. Comparação da densidade espectral da solução analítica com a numérica na sonda 5 em:
(a) $x = 357$ m, (b) $x = 196,05$ m, (c) $x = 20,52$ m, (d) $x = 20,52$ m.

Já nas quatro últimas simulações, referente ao comprimento da onda máximo, os erros médios e desvios são significativos. E, por outro lado, quanto mais refinada a malha, menor os erros médios e desvios, mesmo assim, não é uma boa recomendação.

Na Fig. 9 é apresentada a comparação entre a densidade espectral analítica com a numérica ajustada na posição da sonda 1 da simulação 4, ou seja, na linha da densidade numérica foi realizada um ajuste de curvas, sem oscilações, que passou a ser representada por uma curva equivalente, por um polinômio de grau 9. Analisando a Fig. 7b e a Fig. 9, é possível perceber que após o ajuste as densidades espectrais quase se coincidem.

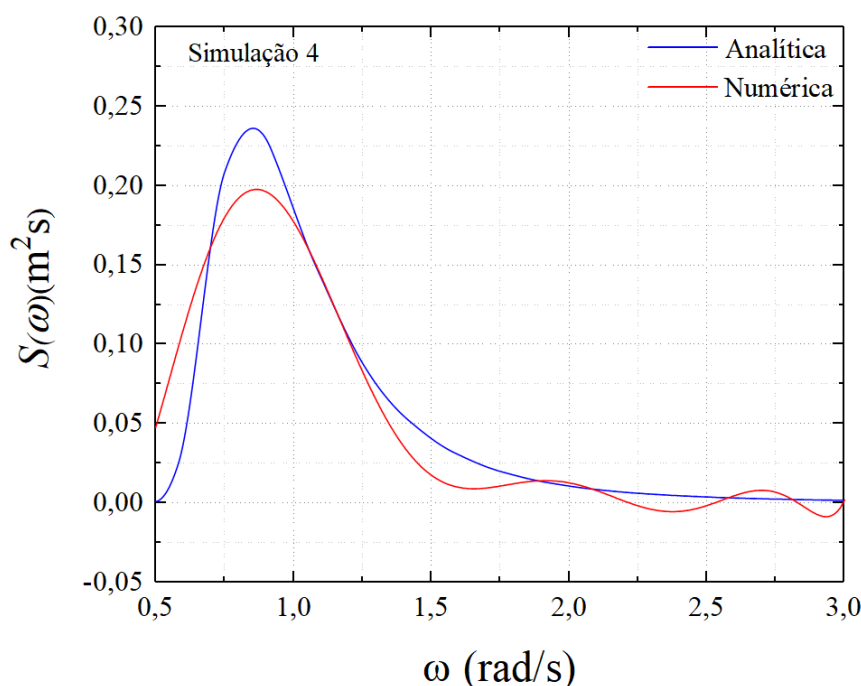


Figura 9. Comparação da densidade espectral da solução analítica com a numérica na sonda 1.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizadas e discutidas análises da propagação de um espectro de ondas em um canal bidimensional com praia numérica, uma metodologia disponível no software ANSYS FLUENT (v. 17.2), para a geração numérica de um espectro de ondas do tipo Pierson-Moskowitz. O domínio computacional considerado foi bidimensional e representado por um tanque de ondas numérico. O espectro de ondas de Pierson-Moskowitz, utilizado no presente estudo, leva em consideração algumas características como o período significativo da onda (T_S) igual a 7,5 s e altura significativa da onda (H_S) igual a 1,5 m. Ainda, foram realizadas comparações entre soluções numéricas e analíticas, para cinco sondas analisadas, localizadas ao longo do tanque de ondas, considerando a técnica da praia numérica na região de amortecimento com o intuito de eliminar a reflexão da onda.

Os resultados obtidos indicam que esta técnica pode ser de fato empregada com sucesso, representando assim um avanço na simulação numérica de estruturas oceânicas. Por tudo que foi analisado entende-se que este trabalho tem uma relevância grande para trabalhos futuros nessa área, principalmente no estudo numérico de dispositivos conversores de energia das ondas do mar em energia elétrica, pois com os resultados obtidos é possível simular computacionalmente em tanques de ondas considerando um modelo muito próximo do fenômeno real.

Ao analisar a forma quantitativa, de maneira geral tratando de ondas irregulares, as médias e desvios são razoáveis e apresentaram bons resultados assim como as diferenças de picos principalmente no período mínimo, onde são menores em relação ao período de pico e máximo.

Um dos resultados obtidos, de fato, conforme maior o número de volumes da malha maior o esforço computacional. Para as simulações com o menor número de volumes, malhas mais grosseiras, o tempo de simulação é de aproximadamente 3 h. Enquanto isto, para a simulação com o maior número de volumes, ou seja, uma malha mais refinada, o tempo de processamento foi aproximadamente 8 h.

Com isto, os resultados apresentados indicam que as recomendações estão fundamentadas no período mínimo do espectro. Onde as médias, desvios e as diferenças de picos são melhores em relação aos demais períodos quando comparados com o tempo de processamento e ao refinamento da malha, não tão grosseira e, também, não tão refinada, caracterizando assim, a malha 3 como a melhor malha recomendada.

O modelo ainda é necessário ser aperfeiçoado em questões como: i) considerar o regime turbulento, ii) considerar profundidades maiores, iii) estudo mais apurado de avanço no tempo, iv) estudo mais apurado da discretização temporal, v) número de ondas consideradas dentro do espectro, vi) influência das escolhas dos pontos para a análise por FFT. Além disto, se torna interessante para trabalhos futuros a análise geométrica de um dispositivo do tipo CAO através do Design Construtal, baseado na Teoria Construtal de Adrian Bejan, considerando um espectro de ondas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal do Rio Grande (FURG), ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná (IFPR) e à Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS) pelo apoio e também ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC) pelo suporte financeiro.

REFERÊNCIAS

- Ansys, 2016. “Theory Guide FLUENT 2016”.
- Barreiro, T. G., 2009. Estudo da interação de uma onda monocromática com um conversor de energia. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.
- Bouali, B.; Larbi, S., 2013. Contribution to geometry optimization of an oscillating water column wave energy converter. *Energy Procedi*, V. 36, pp. 565-573.
- Carneiro, M. L., 2007, Desenvolvimento de dispositivo de geração e absorção ativa de ondas para tanque de ensaio de estruturas oceânicas, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, 116 p.
- Chakrabarti, S. K., 2005. Handbook of offshore engineering. vol. 1, Elsevier, Illinois, Estados Unidos, 661 p.
- Cruz, J.M.B.P., e Sarmento, A.J.N.A., 2004. Energia das ondas. instituto do ambiente, Alfragide.
- Dean, R. G., Dalrymple, R.A., 1991, Water wave mechanics for engineers and scientists, vol. 2, World Scientific, Singapura, 353 p.

- Elangovan, M., 2011. Simulation of irregular waves by CFD. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, V. 5, pp- 427-431.
- Fluent (version 6.3.16), 2006, User Manual, ANSYS Inc.
- Fluent, 17.2; Documentation Manual, 2017. Disponível em:
<https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.2/en-us/help/flu_ug/flu_ug.html >.
- Gomes, M. N., Santos, E. D. Dos, Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O., 2012A, Análise de malhas para geração numérica de ondas em tanques. In: *Proceedings VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2012*. São Luiz, Brazil.
- Gomes, M. N.; Costa, C. A. O.; Deus, M. J.; Ricardo, R. L. P.; Isoldi, L. A.; Santos, E. D.; Rocha, L. A. O., 2016. Análise computacional e geométrica com design construtal de um dispositivo conversor de energia das ondas do mar em energia elétrica do tipo coluna de água oscilante submetido a um espectro de ondas. In: *Proceedings XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2016)*, Brasília, Brazil.
- Hirt, C.W. , Nichols, B.D., 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, vol. 39, n. 1, pp. 201-225.
- Kreyszig, E., Kreyszig, H., Norminton, E. J., 2011, Advanced Engineering Mathematics, 10^a ed., 1283 p.
- Lisboa, R.; C.; Teixeira, P. R. F.; Didier, E., 2016. Simulação da propagação de ondas regulares e irregulares em um canal bidimensional com praia numérica. VII SEMENGO – *Seminário e Workshop em Engenharia Oceânica*. Rio Grande, p. 258-266.
- Maliska, C. R., 2004. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 453 p.
- Patankar, S. V., 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw Hill, New York
- Rezanejad K., Guedes Soares C., López I., Carballo R., 2017. Experimental and numerical investigation of the hydrodynamic performance of an oscillating water column wave energy converter. *Renewable energy*, vol. 106, pp. 1-16, doi:10.1016/j.renene.2017.01.003.
- V. Srinivasan, A.J. Salazar, and K. Saito, 2011. Modeling the disintegration of modulated liquid jets using volume of fluid (VOF) methodology. *Applied Mathematical Modeling*, vol. 35, n. 8, pp. 3710-3730
- Versteeg, H. K., Malalasekera, W., 2007. *An introduction to computational fluid dynamics*. Malaysia: Pearson.
- Vyzikas T., Deshoulières S., Giroux O., Barton M., Greaves D., 2017. Numerical study of fixed oscillating water column with rans-type two-phase cfd model. *Renewable energy*, vol. 102, part b, pp. 294-305 doi: 10.1016/j.renene.2016.10.044.