



ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE PONTES EM CONCRETO ARMADO

Sávio Torres Melo

Gilberto Gomes

José Neres da Silva Filho

savio.melo@hotmail.com

ggomes@unb.br

jneres@ect.ufrn.br

Universidade de Brasília-DF, Departamento de Engenharia Civil, 71910-900, Brasil.

Resumo: *O estudo referente aos efeitos de segunda ordem em pilares de pontes se torna importante primeiramente pelas limitações existentes diante das normas brasileiras e pelo fato da pequena quantidade de pesquisas direcionadas a pontes sobre este assunto. Os pilares são elementos que juntamente com os aparelhos de apoio compõem a mesoestrutura das pontes. Eles são responsáveis pela transmissão de toda carga da superestrutura para a infraestrutura, gerando, durante a transmissão, o surgimento dos efeitos de segunda ordem que, em pilares de grandes alturas com geometrias diferenciadas, influenciam na estabilidade global da estrutura. Neste trabalho, é proposto, por meio de modelos analítico e numérico com uso do programa ABAQUS via Método dos Elementos Finitos (MEF), a análise e verificação da utilização de pilares com arranjo simples em substituição aos modelos com arranjos múltiplos a partir do cálculo dos deslocamentos e os efeitos de segunda ordem gerados durante a transmissão dos carregamentos de projeto atuantes na ponte. Em complemento, também foram realizadas as correlações analítico-numéricas de dois modelos de pilares esbeltos, com arranjos simples com seções transversais quadrada e circular, a fim de verificar o comportamento desses elementos em termos de deslocamentos quando comparados com casos reais de arranjos múltiplos. Os resultados numéricos encontrados mostraram convergência com os obtidos analiticamente validando a utilização de arranjos simples.*

Palavras-Chaves: *Concreto Armado, Pilares de Pontes, Efeitos de Segunda Ordem, ABAQUS.*

1 INTRODUÇÃO

As pontes e viadutos são elementos essenciais para o sistema rodoviário de transporte, especialmente no Brasil onde este modal predomina, ainda que de forma precária, visto que o transporte rodoviário é responsável pela movimentação de mais de 60% de toda a carga que trafega no território nacional (Fig. 1), existindo cerca de 130 mil empresas de transporte de cargas no Brasil com mais de 1.6 milhões de veículos que oferecem serviços, segundo a Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT, 2016).

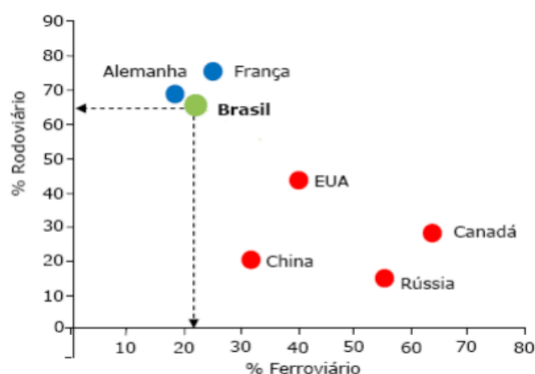


Figura 1 - Gráfico de Participação dos Modos de Transporte Rodoviário e Ferroviário por País (CNT, 2001)

Na mesoestrutura o problema da flambagem em pilares de pontes em concreto armado pode influenciar de modo significativo o dimensionamento destas e está diretamente ligado a não linearidade geométrica e a não linearidade física, originando, assim, efeitos adicionais denominados efeitos de segunda ordem.

Os efeitos de segunda ordem estão associados aos efeitos dos deslocamentos causados por forças internas em estruturas ou elementos estruturais. Assim, a não contabilização dos efeitos de segunda ordem nos esforços de dimensionamento traduzir-se-á numa redução da capacidade de carga e, conseqüentemente, a possibilidade de colapso do elemento estrutural torna-se mais real (Scandelai, 2004).

A presente pesquisa busca realizar um estudo analítico e numérico da interação solo-estrutura de pilares de pontes em concreto armado, a fim de avaliar os efeitos de segunda ordem da estrutura.

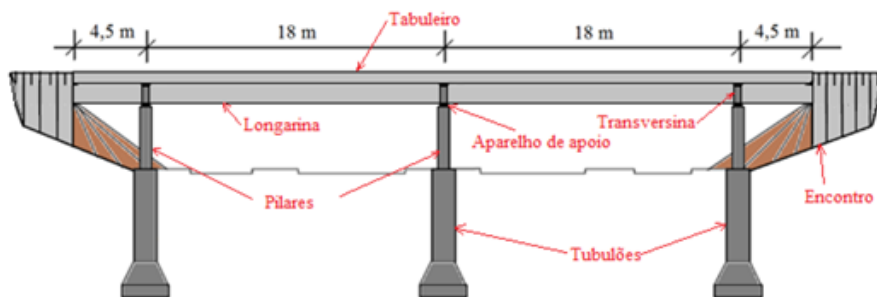
Este trabalho está organizado nas seguintes seções: a seção 2 apresenta os dados de geometria, materiais e carregamentos utilizados no cálculo da ponte, assim como os modelos abordados na pesquisa; a seção 3 mostra os métodos de cálculo analítico e numérico (ABAQUS) de um pilar de ponte de seção quadrada e outro de seção circular; a seção 4 retrata os resultados desta estudo, realizando uma análise comparativa entre os métodos analíticos e os métodos numéricos, com intuito de analisar os deslocamentos horizontais e os efeitos de segunda ordem e, por fim, na seção 5 apresentadas as conclusões.

2 MODELO DE ESTUDO

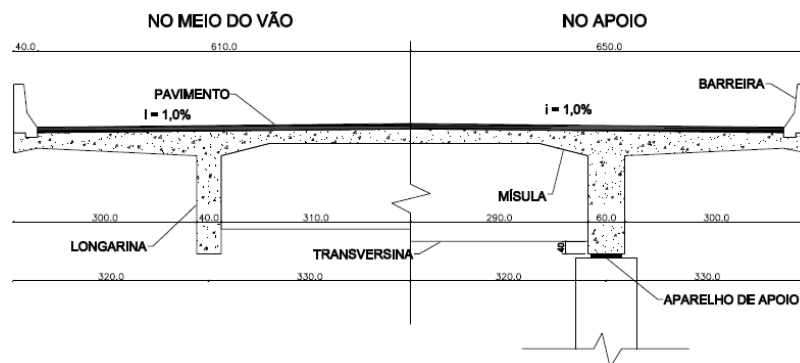
Nesta etapa da pesquisa mostram os dados de cálculo para uma ponte (geometria, materiais e carregamentos), a fim de analisar duas situações de solos (argila dura e maciço rígido).

2.1 Geometria da Ponte

A ponte em estudo possui 45 m de comprimento divididos em dois tramos de 18 m e balanços nas extremidades de 4,5 m como ilustrado na Fig. 2a. A largura é de 13 m, obedecendo ao prescrito pelo manual do Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes (DNIT, 1996) e respeita as características da rodovia (DNIT, 1973), como a faixa de rolamento, com um capeamento asfáltico de 9 cm de espessura e inclinação de 1% na laje do tabuleiro (Fig. 2b).



(a) Vista Longitudinal e Elementos da Ponte



(b) Vista Transversal

Figura 2 - Vistas da Ponte

2.2 Características dos Materiais

Em todas as análises analíticas e numéricas realizadas na ponte foram utilizadas as mesmas características de material, que foram definidas de acordo com a prática de projeto nacional e com as normas: NBR 6118 (2014) e NBR 8800 (2008). As características mecânicas do concreto e do aço adotadas estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Características dos Materiais

Concreto	
fck (Resistência Característica)	35 MPa
E (Módulo de Elasticidade)	28160 MPa
ν (Coeficiente de Poisson)	0,2
γ_c (Peso Específico)	25 kN/m ³
Aço	
Especificação	CA-50
E (Módulo de Elasticidade)	210 GPa
ν (Coeficiente de Poisson)	0,3
Neoprene	
G (Módulo de Elasticidade)	1 MPa
ν (Coeficiente de Poisson)	0,5

Apresentando materiais com propriedades diferentes, deve ser necessário realizar a transformação da área de aço em uma área de concreto equivalente, a fim de obter a nova seção transversal homogeneizada dos pilares, dada por:

$$A_e = x \cdot A_{aço} \quad (1)$$

onde A_e é a área equivalente, $A_{aço}$ é a área de aço e “x” é a razão entre o módulo de elasticidade do aço pelo de concreto.

2.2.1 Modelo Constitutivo do ABAQUS

O MEF é uma ferramenta numérica aplicada no desenvolvimento de procedimentos aproximados, através de equações diferenciais, que consiste na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos, preservando as propriedades originais. Essas equações são resolvidas por modelos matemáticos, facilitando o sistema de análise em diversos elementos estruturais. Há alguns programas comerciais de elementos finitos, dentre eles o programa ABAQUS, escolhido para ser utilizado na modelagem computacional dos problemas de instabilidade de pilares utilizados nesta pesquisa.

No programa ABAQUS, a análise plástica é baseada em 4 parâmetros: a relação entre a resistência no estado biaxial e a resistência no estado uniaxial (f_{b0}/f_{c0}), a excentricidade, a distância da superfície de ruptura na seção transversal desviadora (K) e, por fim, o ângulo de inclinação, com intuito de verificar a validação para a modelagem da não linearidade física e geométrica, conforme são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Dados utilizados para a análise plástica

Parâmetro	Valor
Ângulo de Inclinação	36°
Excentricidade	0,1
f_{b0}/f_{c0}	1,16
K	0,667
Parâmetro de Viscosidade	0

A modelagem do comportamento do aço é tratada em um estado de tensão uniaxial. O aço é representado como material elastoplástico, conforme visualizado na Fig. 3.

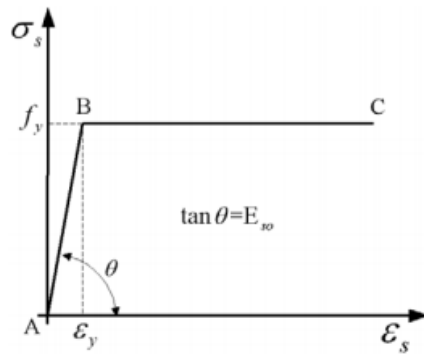


Figura 3 - Aproximação Elastoplástica (Bono, 2008)

2.3 Modificações na Mesoestrutura

Para apresentar um melhor controle dos carregamentos e dos deslocamentos, foi realizada uma modificação na mesoestrutura, transformando o arranjo múltiplo em um arranjo simples. Para realizar esses ajustes foi feito o cálculo da inércia equivalente de um pilar, obtendo assim às dimensões que se equivalem ao pórtico da ponte original. Isso foi feito realizando o seguinte procedimento:

$$(EI)_{\text{Pilar}} = \frac{F_{ht} H^3}{3\Delta_{\text{Pórtico}}} \quad (2)$$

Sendo F_{ht} a força horizontal transversal ao pórtico, H a altura do pórtico, $\Delta_{\text{Pórtico}}$ o deslocamento do pórtico e $(EI)_{\text{Pilar}}$ o módulo de elasticidade junto do momento de inércia do pilar ou sua rigidez à flexão.

A carga referente à força horizontal transversal correspondente ao maior esforço encontrado diante dos pórticos diz respeito ao carregamento do vento e da água, de acordo com a Tabela 3.

Tabela 3 - Carregamento Transversal no Pórtico

Carga	Valor (kN)	Carga Total (kN)
Vento	63	80
Água	17	

Os deslocamentos existentes nos pórticos da ponte em questão são apresentados através das imperfeições geométricas. Com a obtenção do deslocamento e a força horizontal correspondente ao pórtico, determina-se a inércia equivalente para cada pilar, conforme mostrado na Tabela 4:

Tabela 4 - Dados para a Inércia Equivalente

θ_1	θ_Δ	$\Delta_{P\acute{o}rtico}$ (m)	E (kN/m ²)	Inércia Equivalente (m ⁴)
0,00277	0,00277	0,0361	28160540	0,0577

Diante dos cálculos realizados, serão estudados dois casos de seção para a análise: uma quadrada e uma circular, ambas sendo maciças, a fim de observar os deslocamentos que estes novos pilares poderão ter. Com a inércia equivalente calculada, encontra-se o valor de cada dimensão da seção transversal, como pode ser observado na Tabela 5.

Tabela 5 - Dimensões da Seção Transversal

Inércia Equivalente	Seção	Dimensão da Seção Transversal (m)	Área da Seção Transversal (cm ²)	Intervalo de Esbeltez	Armadura (cm ²)	Área Equivalente (cm ²)	Área Total (cm ²)	Dimensões Encontradas com Acréscimo do Aço (cm ²)
0,0577	Quadrada	0,91	8281	90 < 94,55 < 140	240,19	1791,15	10072,15	1,00
	Circular	1,04	8494,87			1791,15	9586,01	1,10

2.4 Ações nos Pilares da Ponte

Os pilares de pontes estão submetidos a esforços verticais permanentes e móveis, além das horizontais longitudinais e transversais. As normas NBR 7187/2003, NBR 7188/2013 e a AASHTO/2014 tratam do assunto e dão diretrizes para a composição das cargas, conforme os valores de ações atuantes sobre os pilares são apresentadas na Tabela 6, juntamente com cada situação analisada.

Tabela 6 - Ações Atuantes nos Pilares

Seção	Altura do Pilar (m)	Altura da Fundação (m)	Carregamento Horizontal Longitudinal (kN)	Carregamento Horizontal Transversal (kN)	Carregamento Horizontal Resultante (kN)	Carregamento Vertical (m)
Quadrada	13	16	68,59	72,94	100,12	4377,87
Circular			68,59	68,24	98,75	4387,25

2.5 Caracterização dos Modelos

Nesta pesquisa foram analisados dois tipos de solos: argila dura (A) e maciço rígido (B). Para cada solo serão modeladas duas seções transversais (quadrada e circular), a fim de realizar uma análise de deslocabilidade dos pilares da ponte em cada uma dessas situações considerando a interação solo-estrutura (ISE). Os coeficientes de reação horizontal foram considerados constantes em toda camada de solo para cada pilar em estudo. Os Modelos de Pilares (MP) analisados foram agrupados conforme esquematizado na Tabela 7.

Tabela 7 - Definição dos Modelos de Pilares Analisados

Tipo de Solo	Seção	Modelo	Altura do Pilar (m)	Altura da Fundação (m)	Coefficiente Horizontal do Terreno (kN/m ³)	Coefficiente Vertical do Terreno (kN/m ³)
Argila	Quadrada	MPAQ	13	16	7000	10000
Dura	Circular	MPAC				
Maciço	Quadrada	MPBQ			-	-
Rígido	Circular	MPBC				

O caso do solo maciço rígido não apresentar um coeficiente do terreno é devido o terreno ser uma rocha sã, impedindo qualquer deslocamento na fundação e funcionando como um engastamento perfeito.

3 MÉTODOS DE ANÁLISE

Nesta etapa serão mostrados os métodos analíticos e o numérico via Método dos Elementos Finitos (MEF) através do software ABAQUS v6-14, para a obtenção dos deslocamentos horizontais das pontes.

3.1 Método Analítico

O tratamento teórico para determinar a equação diferencial da linha elástica considerando a base elástica (solo) representada pelo elemento de fundação trabalhando de forma integrada ao pilar da estrutura, parte do princípio de que o comportamento do sistema solo-estrutura de fundação é parecido com o de uma viga sob apoio elástico. A equação diferencial do problema incorporando-se a Hipótese de Winkler é dada por:

$$p = k_h(h - x)y_b \quad (3)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k_h(h - x)y_b}{EI} = 0 \quad (4)$$

onde:

$$c_r = \frac{k_h b}{EI} \quad (5)$$

Em que c_r é uma constante relativa ao coeficiente lateral do terreno e “ k_h ” é o coeficiente de recalque lateral médio do terreno, obtido através da Tabela 7.

Marchetti (2008) apresenta uma solução particular através da utilização de série de Fourier, com posterior superposição dos efeitos dos esforços externos atuantes (força horizontal e momento fletor) e uma análise de cada elemento através da sua rigidez, a fim de determinar o deslocamento total do conjunto fundação-pilar, conforme mostra a Fig. 4:

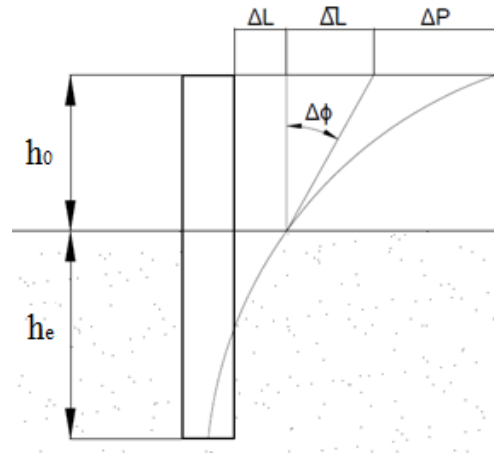


Figura 4 - Deslocamento do conjunto fundação-pilar (Marchetti, 2008)

Nesse modelo, o deslocamento final é dado por:

$$\Delta_{\text{final}} = \Delta L + \overline{\Delta L} + \Delta P \quad (6)$$

$$\Delta_{\text{final}} = \frac{H_0 h_e^2 (2h_e + 3h_0)}{6EI} + \frac{\pi H_0 h_0 h_e (2h_e + 3h_0)}{12EI} + \frac{H_0 h_0^3}{3EI} \quad (7)$$

$$\Delta_{\text{final}} = \frac{H_0 h_e (2h_e + 3h_0)(2h_e + \pi h_0)}{12EI} + \frac{H_0 h_0^3}{3EI} \quad (8)$$

Onde Δ_{final} é o deslocamento final, ΔL é o deslocamento na fundação, $\overline{\Delta L}$ é o deslocamento devido à deformação angular referente à seção de extremidade livre e ΔP é o deslocamento no pilar (extremidade livre).

3.2 Método Numérico

A análise do pilar através do ABAQUS dispõe de uma vasta biblioteca de elementos possibilitando flexibilidade na modelagem de diferentes estruturas, todos os elementos são modelados no sistema global de coordenadas cartesianas utilizam o conceito de massa concentrada em sua formulação, exceto elementos assimétricos.

O pré-processador ABAQUS/CAE (Fig. 5), consiste de uma interface gráfica que permite ao usuário uma rápida e eficiente definição da geometria do problema, atribuição das propriedades dos diferentes materiais, aplicação dos carregamentos e das condições de contorno do problema, seleção do número de etapas pretendidas na análise e, finalmente, geração da malha de elementos finitos correspondente ao corpo analisado. O software dispõe ainda do pós-processador ABAQUS/VIEWER que, operando sobre os arquivos de saída, possibilita, para interpretação dos resultados numéricos, procedimentos de visualização gráfica e de animação.

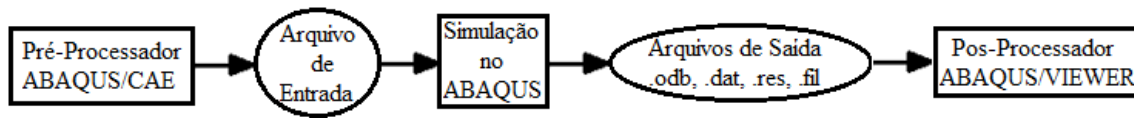
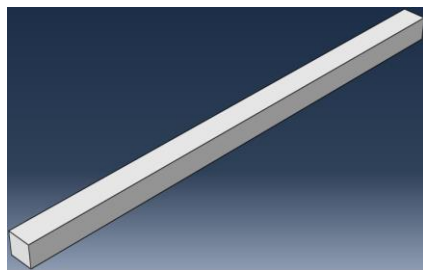


Figura 5 - Diagrama para a Simulação com o Programa ABAQUS

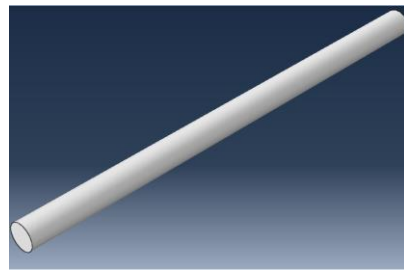
O software ABAQUS busca contemplar as etapas do projeto e simulação de elementos estruturais, no intuito de prever para tentar mitigar possíveis efeitos indesejáveis. Através do uso dos elementos finitos foi realizada uma modelagem dos pilares na qual executamos os procedimentos descritos nas seções seguintes.

3.2.1 Materiais e Armaduras

Através do comando *PARTS*, se cria partições definidas para a geometria do modelo de cada um dos elementos constituintes: o conjunto (pilar + fundação) e as armaduras (longitudinal e transversal), conforme mostrado na Fig. 6.



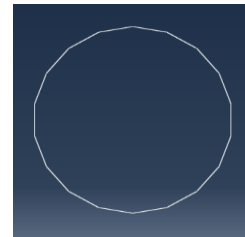
(a) Forma do Conjunto Quadrado



(b) Forma do Conjunto Circular



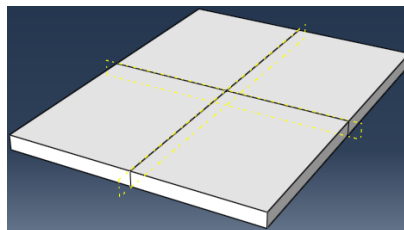
(c) Estribo Quadrado



(d) Estribo Circular



(e) Armadura Longitudinal



(f) Aparelho de Apoio

Figura 6 - Representação de cada Elemento Constituinte

As propriedades mecânicas dos materiais envolvidos dos pilares modelados no *software* (caracterizadas no item 2.2) foram introduzidas com a utilização do comando *PROPERTY*. Com os materiais definidos o passo seguinte é realizar o posicionamento de cada barra longitudinal, bem como dos estribos, através do comando *ASSEMBLY*. Após a definição das armaduras utilizou-se o comando *CONSTRAINT* para realizar o acoplamento entre o concreto e o aço, como ilustrado na Fig. 7.

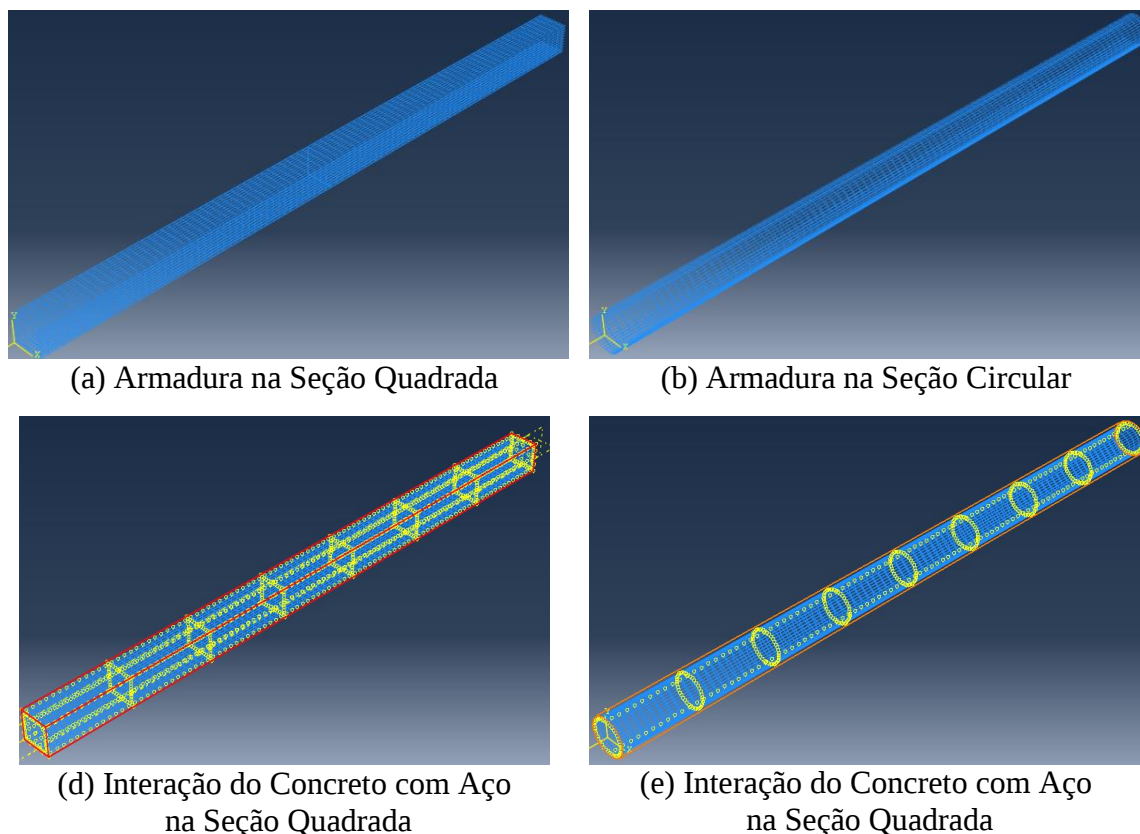
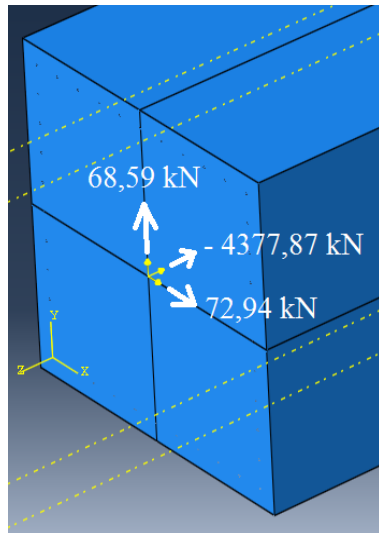


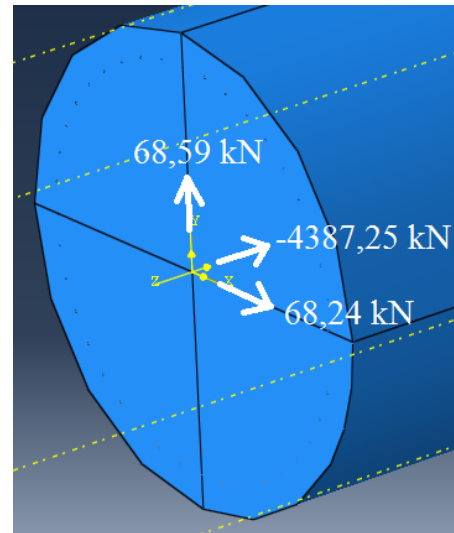
Figura 7 - Representação da Construção do Pilar

3.2.2 Carregamentos no Pilares

A etapa seguinte é realizar o posicionamento dos carregamentos aos quais estes pilares estão submetidos, conforme mostrado na Tabela 6. Vale salientar que o programa não apresenta a opção de trabalhar o carregamento resultante devendo então ser realizada a análise com cada componente da força horizontal (transversal e a longitudinal). No que se refere ao carregamento vertical máximo e mínimo optou-se por utilizar o máximo, a fim de considerar a situação mais desfavorável, ou seja, com a presença do carregamento móvel. A Fig. 8 ilustra estes carregamentos no pilar que foram realizados com uso do comando *LOAD MANAGER*.



(a) Carregamento no Pilar de Seção Quadrada

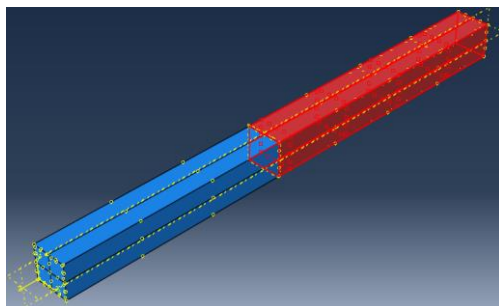


(b) Carregamento no Pilar de Seção Circular

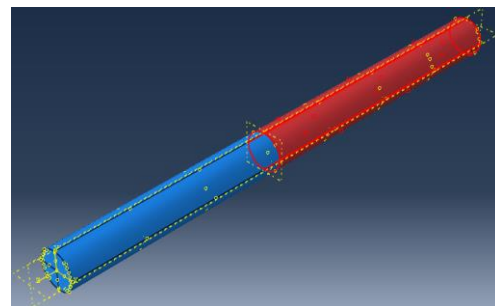
Figura 8 - Representação dos Carregamentos no Pilar

3.2.3 Apoios nas Fundações

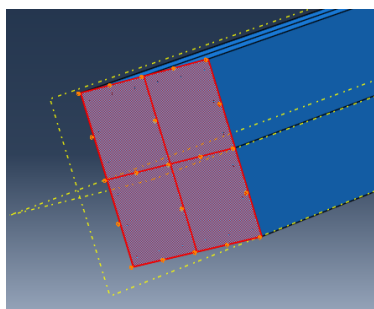
Na pesquisa foram consideradas quatro situações de solos nas fundações que vão influenciar nos pilares, conforme mostrado na Fig. 9. Primeiramente foi utilizado no conjunto (pilar + fundação) o comando *BOUNDARY CONDITION MANAGER* na sua parte inferior, para retirar qualquer deslocamento vertical (eixo Z). Depois se aplicou nas faces da fundação (em vermelho nas Fig. 9a e Fig. 9b) o comando *ELASTIC FOUNDATION* ao redor da fundação representando as molas referentes ao modelo de Winkler, onde o dado de entrada é a rigidez de cada situação de solo, a fim de esquematizar de forma simplificada o funcionamento do solo na estrutura.



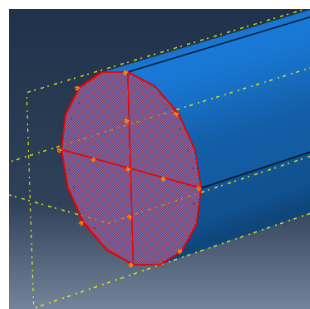
(a) Modelo de Winkler (Molas) na Fundação de Seção Quadrada



(b) Modelo de Winkler (Molas) na Fundação de Seção Circular



(c) Apoio na Base Inferior
na Fundação de Seção Quadrada



(d) Apoio na Base Inferior
na Fundação de Seção Circular

Figura 9 - Representação dos Apoios na Fundação

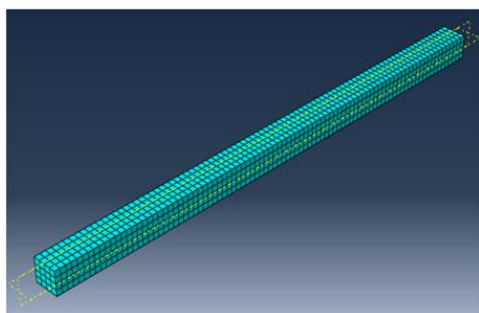
3.2.4 Malhas

Para geração das malhas em elementos finitos no ABAQUS, utilizou-se o comando *MESH* onde a discretização foi feita com elementos sólidos tridimensionais do tipo C3D8 contendo oito nós e cada nó com três graus de liberdade translacionais. Já as armaduras foram modeladas com elementos de treliça T3D2 com dois nós apresentando três graus de liberdade por nó, todos de translação, conforme pode ser especificado com mais detalhes na Tabela 8.

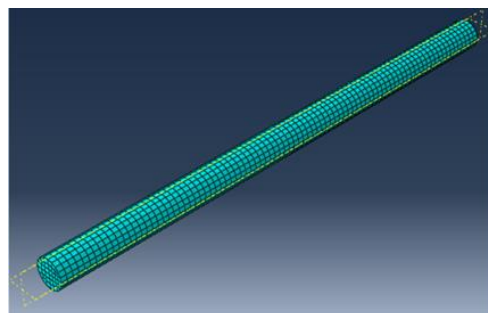
Tabela 8 - Quantidade de Elementos na Malha de cada Componente Estrutural

Seção	Quantidade de Elementos			
	Barra Longitudinal	Estribo	Pilar	Aparelho de Apoio
Quadrada	145	20	5220	16
Circular		16	4640	

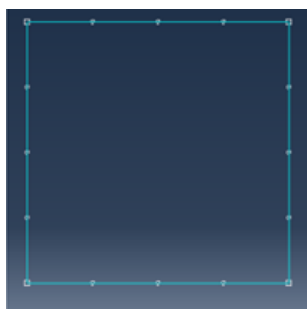
A Figura 10 ilustra a malha final de cada componente estrutural, pois a mesma sofreu alterações até apresentar pequenas variações de deslocamento final, ou seja, foi realizado um teste de sensibilidade da malha. Com isso foi necessário realizar uma aproximação dos resultados numéricos através de uma calibração do programa a um caso no qual já se tem conhecimento, tomando como orientação um pilar com engastamento perfeito, onde se obteve uma variação de aproximadamente 1%. Após a calibração do programa ABAQUS, pôde-se realizar as devidas comparações.



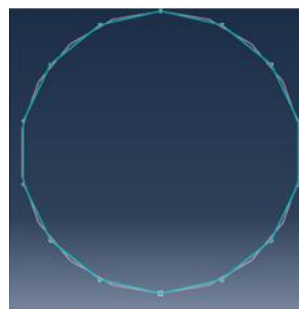
(a) Malha para o Conjunto
de Seção Quadrada



(b) Malha para o Conjunto
de Seção Circular



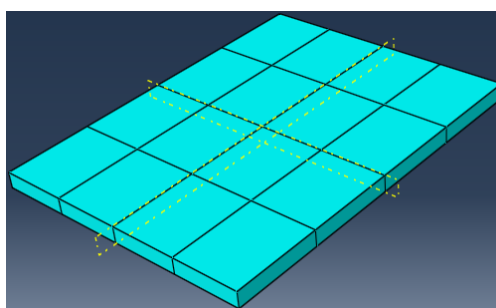
(c) Malha para o Estribo de Seção Quadrada



(d) Malha para o Estribo de Seção Circular



(e) Malha para a Barra Longitudinal



(f) Malha para o Aparelho de Apoio

Figura 10 - Representação da Malha de cada Componente Estrutural

4 ANÁLISE E RESULTADOS

As parcelas de deslocamentos dos pilares e aparelhos de apoio não se alteraram quando comparadas com a diferença de solo, porém houve um acréscimo de deslocamento devido à introdução da parcela de deformação angular proveniente da rotação dos pilares como corpos rígidos, aumentando as magnitudes dos deslocamentos finais desses elementos, conforme pode ser observado na Tabela 9.

Tabela 9 - Deslocamentos Horizontais Finais Lineares no Método Analítico

Modelo	Deslocamento (mm)				
	Fundação	Angular	Pilar	Neoprene	Final
MPAQ	2,87	3,66	31,24	7,51	45,28
MPAC	2,53	3,24	35,01	7,26	48,04
MPBQ	0,00	0,00	31,24	7,51	38,75
MPBC	0,00	0,00	35,01	7,26	42,27

Após a modelagem dos elementos constituintes (pilar, fundação e armadura) juntamente com a aplicação dos seus esforços e condições de apoio, utilizou-se o comando *JOB* para fazer o processamento dos cálculos com o propósito de serem obtidos os deslocamentos dos conjuntos em análise.

A Tabela 10 apresentam os deslocamentos horizontais finais do método numérico utilizando o MEF, através do programa ABAQUS.

Tabela 10 - Deslocamentos Horizontais Finais Lineares no Método Numérico

Modelo	Deslocamento (mm)		
	Transversal	Longitudinal	Final
MPAQ	40,47	45,90	61,19
MPAC	34,90	37,14	50,96
MPBQ	28,53	33,10	43,70
MPBC	28,16	32,03	42,65

Por outro lado, a análise não linear dos pilares foi realizada de forma analítica e numérica com aplicação de incrementos de cargas e critérios de convergência, a fim de se obter os deslocamentos finais máximos. Foram confeccionadas as curvas “carga versus deslocamento”, referentes a cada elemento estrutural (fundação e pilar), onde a não linearidade física nos modelos analíticos foi tratada de forma simplificada através da redução da rigidez flexional dos elementos estruturais, enquanto no modelo numérico se deu pelo programa ABAQUS.

A rigidez flexional EI é significativamente sensível aos níveis de esforços internos atuantes nas peças de concreto armado. Assim, com intuito de considerar as perdas de rigidez dos pilares da ponte em estudo, foram realizadas calibrações nas curvas lineares de "carga versus deslocamento" a fim de compor novas curvas com rigidezes flexionais (E.I) reduzidas, através da manutenção da inércia da seção e da redução do módulo de elasticidade do concreto em cada passo de carga pré-definido na pesquisa, com o objetivo de computar o aumento dos deslocamentos com a aplicação dos carregamentos.

A curva calibrada da literatura (CCL) foi baseada em estudos de pesquisadores como MacGregor (1993), que sugeriu o valor de redução de EI de até 40 % (0,6EI) para os pilares; valor este adotado para esta pesquisa. Assim, na calibração, após a carga correspondente a 1ª fissura, reduziu-se a rigidez flexional do pilar, a partir da redução percentual do módulo de elasticidade, até atingir a redução total de 40% no último passo de carga, obtendo novos valores de valores de deslocamento, conforme ilustrado na Fig. 11a.

Na curva calibrada pelo autor (CCA), após a aplicação de 10 % da carga característica, foi aplicada uma perda de 10% da rigidez em cada passo de carga incrementado, até a carga final, obtendo novos valores de deslocamento conforme mostra a Fig. 11b.

A Figura 11c representa a curva gerada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicando incrementos de cargas através do comando *STEP* e critérios de convergência do próprio programa ABAQUS.

A curva calibrada referente à NBR 6118/2014 recomenda a redução dos valores de rigidezes flexionais após a carga correspondente a 1ª fissura de até 70 % nas lajes (0,3EI), até 50 % nas vigas (0,5EI) e até 20 % nos pilares (0,8EI) para avaliar de forma

aproximada os efeitos da não linearidade dos elementos estruturais. Dessa forma, após a carga correspondente a 1ª fissura, reduziu-se a rigidez flexional do pilar, a partir da redução percentual do módulo de elasticidade, até atingir a redução total de 20% no último passo de carga, obtendo novos valores de deslocamento, como pode ser observado na Fig. 11d.

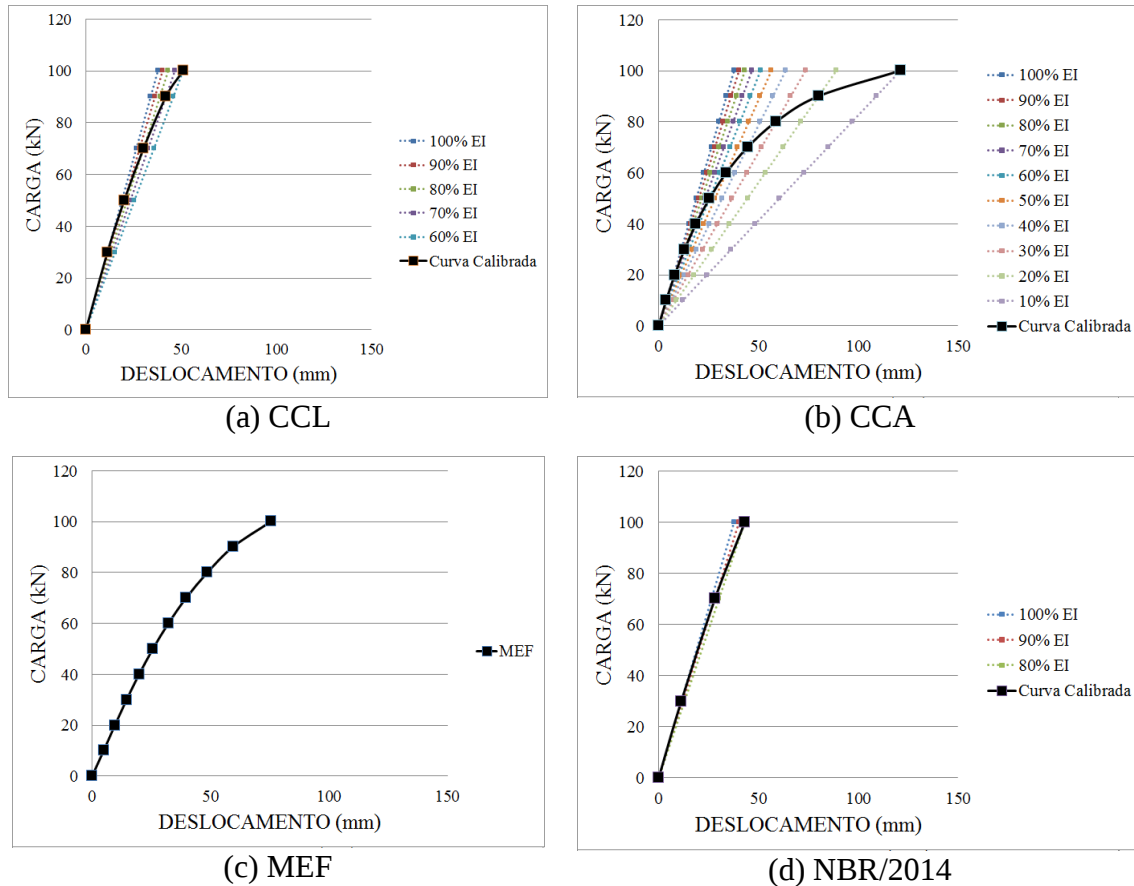


Figura 11 - Calibração (a) Literatura, (b) Autor, (c) MEF e (d) NBR 6118/2014

Com isso, a Tabela 11 apresenta o deslocamento não linear final apresentado por cada uma dessas curvas:

Tabela 11 - Deslocamentos Horizontais Finais Não Lineares para cada Método

Modelo	Deslocamento Não-Linear Final (mm)		
	MEF	CCA	CCL
MPAQ	112,91	326,63	66,18
MPAC	193,59	363,20	71,41
MPBQ	82,25	319,96	59,58
MPBC	130,69	357,34	65,60

Após a realização das análises supracitadas nos item 3, foi realizado uma verificação comparativa da linearidade com a não linearidade através dos deslocamentos, com intuito de observar os efeitos de segunda ordem existentes. Esta

verificação ocorre em casos de pequenos afastamentos proporcionais (lineares). Porém, com a situação avaliada já deformada, devido à influência das forças horizontais e verticais, são provocados deslocamentos de ordem superiores (não lineares). A Tabela 12 mostra os deslocamentos de segunda ordem existentes:

Tabela 12 - Deslocamentos de Segunda Ordem no Topo do Pilar

Modelo	Deslocamento de Segunda Ordem (mm)		
	MEF	CCA	CCL
MPAQ	51,72	281,34	20,89
MPAC	142,63	315,17	23,38
MPBQ	38,55	281,20	20,83
MPBC	88,04	315,08	23,34

Diante de todas as análises feitas anteriormente e de acordo com a Tabela 12, pode observar as variações existentes na Fig. 12.

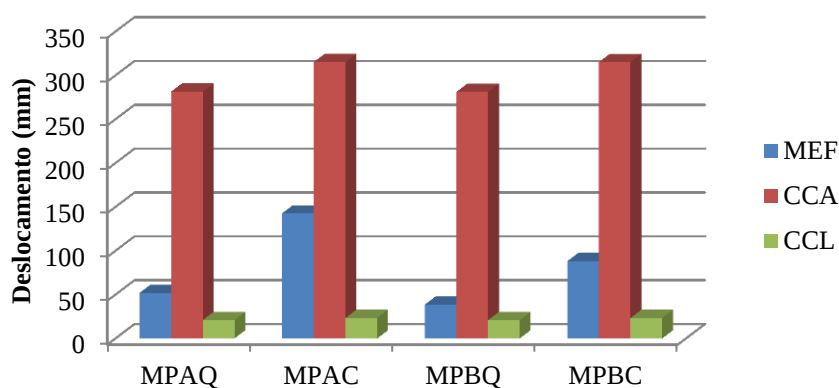


Figura 12 - Maior Deslocamento de Segunda Ordem por Grupo

Observamos que os deslocamentos apresentados no caso CCA são elevados em comparação aos demais, por causa da proporção do seu carregamento (100% de Força) corresponder a uma rigidez bem reduzida (10% EI), provocando altos valores de deslocamento não linear, conforme mencionado em análises anteriores. No caso referente ao CCL, apresentou deslocamentos bem inferiores, devido à rigidez ser mais elevada (60%). De certa forma, se obteve um acréscimo do deslocamento em relação aos deslocamentos lineares. Porém, a situação que melhor se destacou na parte não linear foi a do modelo MPBQ com os menores deslocamentos entre o comportamento linear e o não linear.

Por fim, realizando uma comparação do melhor caso dessa pesquisa (MPBQ) com o caso de Khouri (2001), realizado em pilares da ponte rodoviária sobre o rio Mogi-Guaçu em Ribeirão Preto através do programa ANSYS, a pesquisadora obteve um deslocamento de segunda ordem de 19,6mm, valor inferior ao obtido no MPBQ desta pesquisa no programa ABAQUS que foi de 38,75mm.

5 CONCLUSÕES

A finalidade de reproduzir modelos não lineares foi justamente para mostrar o comportamento real desse material, visto que uma análise linear não apresenta este tipo de procedimento. Estes modelos procuram incorporar fenômenos como a fissuração, o esmagamento, a interação concreto/aço, dentre outros.

A eficiência do MPBQ relacionada ao deslocamento de segunda ordem de arranjos simples equivale afirmar que a situação ao qual se encontra não o torna favorável, pois diante da análise entre não lineares e lineares, obtiveram um acréscimo considerado do deslocamento em relação aos lineares. Porém, devido às circunstâncias exibidas, a distribuição dos carregamentos ter se dada apenas em um único pilar, provavelmente geraria uma instabilidade excessiva, contudo pôde-se perceber que o fato de ser um arranjo simples não significa dizer que o mesmo apresente deslocamentos elevados, ao contrário, o que se deve observar são os aspectos que influenciam no cálculo do deslocamento como altura do pilar, dimensões da seção transversal, módulo de elasticidade, tempo de escoramento do pilar, dentre outros.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade de Brasília e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UnB pela oportunidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

American Association of State highway and Transportation Officials (AASHTO). *Standard bridge design specifications*. Washington, D.C. 2014;

ANTT. Agência Nacional de Transportes Terrestres. Resolução nº 3.056. *Diário Oficial da União*, 2016;

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 6118/2014: *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*, Rio de Janeiro;

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 7187/2003: *Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido*, Rio de Janeiro;

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 7188/2013: *Carga Móvel Rodoviária e de Pedestres em Pontes, Viadutos, Passarelas e outras Estruturas*, Rio de Janeiro;

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 8800/2008: *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*, Rio de Janeiro;

Bono, Giuliana Furtado Franca. Tese (Doutorado) - *Modelos Constitutivos para Análise Tridimensional de Estruturas de Concreto Armado através do Método dos Elementos Finitos*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Porto Alegre, BR-BS, 2008;

CNT. Confederação Nacional do Transporte. *Plano CNT de Logística*. Brasília, DF, 2001;

DNIT, Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes. *Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais*, 1996;

DNIT, Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes. *Normas para Projeto de Estradas de Rodagem*, 1973;

Khoury, M. E. Dissertação (Doutorado) - *Contribuição ao Projeto de Pilares de Pontes de Concreto Armado com consideração das Não-Linearidades Física e Geométrica e Interação do Solo-Estrutura*. Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos - SP, 2001;

Macgregor, J.G. (1993). *Stability Analysis and Design of Concrete*, Proceedings, ASCE, V. 103, No ST10, October;

Marchetti, O. *Pontes de Concreto Armado*, São Paulo: Bluncher, 2008;

Scadelai, M. A. *Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003*. 2004. 136 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004;

Simulia. *ABAQUS 6.14 User Subroutines Reference Manual*. [S.1.], 2014.