



RUPTURA DE MATERIAIS QUASE-FRÁGEIS EM CARGAS CÍCLICAS CONSIDERANDO MUDANÇAS DE ESCALA

Evandro Pandia

evandro.pandia@ufrgs.br

Eduardo Bittencourt

eduardo.bittencourt@ufrgs.br

Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Avenida Osvaldo Aranha, 99-3º andar, Porto Alegre, RS, Brasil

Resumo. Neste trabalho estuda-se o crescimento de trincas em carga estática e cíclica (fadiga). A zona coesiva da trinca é modelada por interfaces coesivas na qual um dano é introduzido quando certas condições de carregamento cíclico são cumpridas. Descarga da relação coesiva ocorre na origem. O material em análise é quase-frágil. Tais materiais apresentam forte efeito de escala, isto é, a tensão última modifica-se se a escala do espécime é variada. Em escalas muito pequenas estes materiais deixam de romper por propagação de trincas e passam a romper por decoesão uniforme. Já em dimensões muito grandes a ruptura de fadiga se dá pela lei de Paris. Existe uma escala intermediária onde tanto a ruptura estática como a em fadiga são uma função direta do tamanho do espécime. O presente modelo é capaz de capturar a transição entre as três diferentes escalas descritas acima tanto estaticamente como em fadiga

Palavras chave: Fadiga, modelos coesivos, efeito de escala, material quase-frágil

1 INTRODUÇÃO

A tensão de falha em materiais quase-frágeis em um dado espécime, muda com o escalonamento do seu tamanho. Em consequência, a tensão de falha deixa de ser uma constante do material. Tal efeito é denominado efeito de escala (Carpinteri; Spagnoli, 2004). Segundo Bazant (2004), o efeito de escala é principalmente determinístico, envolvendo redistribuição de esforços e alívio de energia produzida pela trinca ou pela zona de processo de fratura.

As mudanças de comportamento com a escala acontecem tanto para cargas aplicadas estaticamente quanto em cargas cíclicas. Em geral, o espécime tende a ter uma decrescente tensão de falha com o aumento do tamanho. No entanto, além da mudança da tensão de falha há uma mudança no modo de falha com a escala. Em espécimes grandes o suficiente, a propagação é uma função da taxa de alívio de energia na ponta da trinca, ou do estado de tensões na ponta da trinca. Porém em espécimes muito pequenos, não há espaço suficiente para o desenvolvimento do característico campo de tensões na ponta da trinca. Neste caso a ruptura se dá por um processo repentino conhecido como “decoesão uniforme”, não havendo uma propagação de trinca controlada pela taxa de alívio de energia (Bazant, 2004). Para que estes efeitos possam ser capturados, é essencial que o modelo de fratura contenha uma dimensão na sua formulação que de alguma maneira caracterize o material.

Um dos métodos mais apropriados para tais análises são aqueles baseados nos modelos coesivos, como a lei coesiva exponencial proposta por Needleman (1990). Roe e Siegmund (2003) empregaram este modelo como base e o estenderam para consideração de cargas cíclicas, considerando o desenvolvimento de um dano cumulativo com a ciclagem das cargas. No presente trabalho se implementou um modelo baseado neste estudo. A descrição do modelo é apresentada na seção 2, resultados estáticos e com carga variável são apresentados na seção 3. Considerações finais dão apresentadas no item 4.

2 DESCRIÇÃO DO MODELO

O modelo de dano proposto por Roe e Siegmund (2003) é aqui seguido. O modelo incorpora uma lei de dano à lei coesiva exponencial proposta por Needleman (1990), resultando na lei de carga-descarga representada na Figura 1.

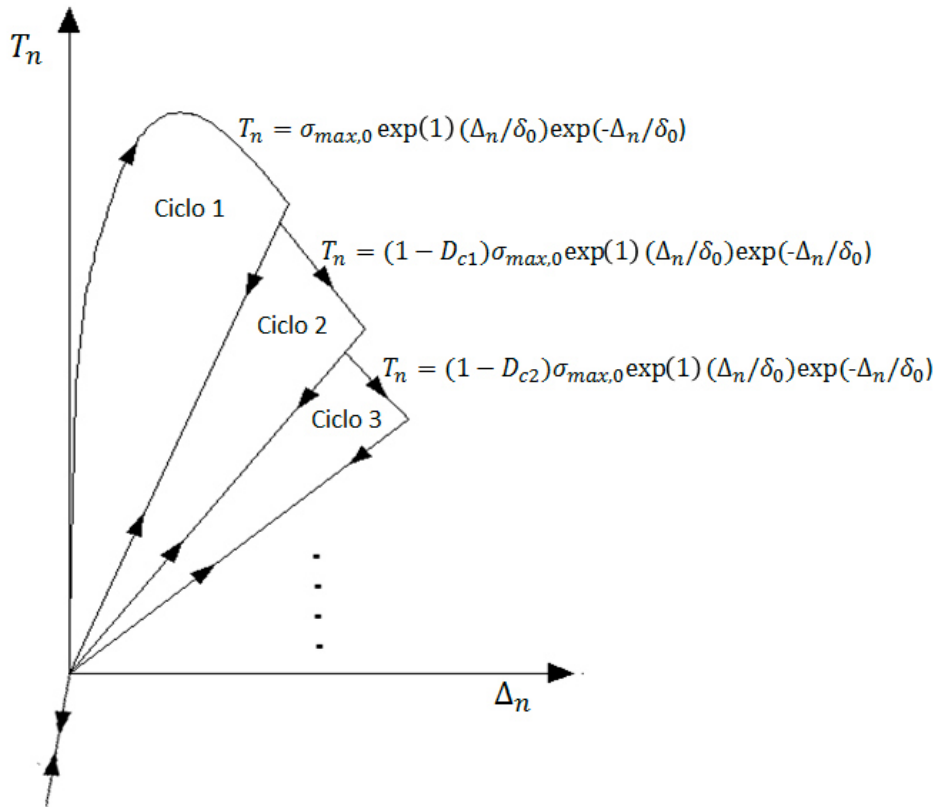


Figura 1. Lei cíclica de tensão-deslocamento incluindo o dano

O modelo proposto segue uma trajetória cíclica entre as tensões normais e a abertura da trinca, como se observa na Figura 1. e se descreve a seguir:

No primeiro ciclo, no processo de carga, o trajeto segue a lei coesiva tradicional de Needleman (1990) até o começo do processo de descarga. No processo de descarga segue um trajeto linear em direção até a origem, podendo ser que a abertura atinja valores negativos, nesse caso segue um trajeto linear com uma inclinação diferente procedente do método da penalidade. Ao final o primeiro ciclo é calculado o dano e é armazenado em uma variável D_{c1} .

No segundo ciclo, agora o processo de carga se divide em dois trajetos diferentes, o primeiro trajeto segue a linha com a mesma inclinação da descarga do ciclo anterior, o segundo trajeto segue a lei coesiva de Needleman, mas multiplicada por o fator $(1 - D_{c1})$. No processo de descarga segue um trajeto linear com uma inclinação até a origem e se a abertura é negativa segue o trajeto dado pelo método da penalidade. Ao final do segundo é calculado o dano acumulado e é armazenado em uma variável D_{c2} . Se segue o mesmo procedimento com

os ciclos sucessivos até que o dano acumulado atinja o valor de 1, então ocorre a falha do material.

Para o cálculo do dano é seguido o estabelecido por Roe e Siegmund (2003), onde propõe-se uma lei de evolução de dano baseado nas sugestões do Lemaitre (2012). Roe e Siegmund (2003) estabelecem três condições para a lei de evolução do dano:

- i) O dano começa-se a acumular uma vez que a deformação acumulada ($\Delta_{n,acc}$) seja maior que uma magnitude crítica (δ_0).
- ii) O incremento do dano $\dot{D}_e$ é proporcional ao incremento de deformação $\dot{\Delta}_n$, multiplicado pelo fator $\left(\frac{1}{\delta_w} \left[\frac{T_n}{\sigma_{max}} - \frac{\sigma_f}{\sigma_{max,0}} \right] \right)$.
- iii) Existe uma tração de tensão limite (σ_f), abaixo do qual o carregamento cíclico pode continuar infinitamente sem acumulação de dano.

Além da incorporação do dano, é feita ao final de cada ciclo a atualização da tensão coesiva máxima $\sigma_{max,0}$, denominada tensão coesiva efetiva σ_{max} , na lei coesiva de Needleman (1990), da seguinte forma:

$$\sigma_{max} = \sigma_{max,0} (1 - Dc) \quad (1)$$

A equação de tensão-abertura atualizada fica:

$$T_n = (1 - Dc) \sigma_{max,0} \exp(1) \exp\left(-\frac{\Delta_n}{\delta_0}\right) \frac{\Delta_n}{\delta_0} \quad (2)$$

Baseado nestas condições, a evolução do dano é definida por Roe e Siegmund como:

$$\dot{D}_e = \frac{|\dot{\Delta}_n|}{\delta_w} \left[\frac{T_n}{\sigma_{max}} - \frac{\sigma_f}{\sigma_{max,0}} \right] H(\Delta_{n,acc} - \delta_0) \quad (3)$$

$$Se \dot{D}_e \geq 0, \quad \Delta_{n,acc} = \int_t |\dot{\Delta}_n| dt \quad (4)$$

$\dot{\Delta}_n$ é a variação da abertura normal à trinca, T_n é a tensão normal atual, σ_{max} é a tensão máxima coesiva atual, $\sigma_{max,0}$ é a tensão máxima coesiva inicial, $\Delta_{n,acc}$ é a abertura da trinca acumulada, δ_0 é o comprimento coesivo, H designa a função de Heaviside. σ_f é definido como uma tensão de tração limite, que é a maior tração, ou uma faixa de tração, que pode ser repetido infinitamente, sem ter dano na zona coesiva. Logo abaixo de este valor não há acumulação de dano. O δ_w é denominado comprimento coesivo acumulado. Divide o

incremento de separação do material e também determina a magnitude do incremento de dano, que ocorre num estado dado de carga, influenciando assim no número de ciclos até a falha do elemento.

Observa-se na equação (3), se $T_n/\sigma_{max} \leq \sigma_f/\sigma_{max,0}$ (a tensão T_n normalizada pela tensão coesiva máxima σ_{max} é menor que a tensão de tração limite σ_f , normalizada pela tensão coesiva inicial $\sigma_{max,0}$) não se acumula dano devido a que $\dot{D}_e$ viraria negativo.

A descarga é definida linear, desde o ponto onde ocorre a abertura máxima, em cada ciclo, até a origem, considera também que não há dano neste processo. Assim segue a seguinte lei:

$$T_n = T_{n,max} + \frac{T_{n,max}}{\Delta_{n,max}} * (\Delta_n - \Delta_{n,max}) \quad (5)$$

Durante a descarga o valor da abertura normal Δ_n , pode atingir valores nulos e negativos, em consequência as superfícies podem entrar em contato, para evitar a superposição e interpenetração das superfícies, é assumida a penalidade $A = 30$. Assim a lei que segue é:

$$Se \Delta_n < 0, \quad T_n = A\sigma_{max,0} e^{\frac{\Delta_n}{\delta_0}} \exp\left(-\frac{\Delta_n}{\delta_0}\right) \quad (6)$$

3 EXEMPLOS NUMÉRICOS

3.1 Análise do efeito de escala em carregamento monotônico

São analisados vários espécimes em estado plano de deformação conforme a Figura 2. É variada a altura $2h_s$. O espécime tem um comprimento (L) constante muito maior que altura ($2h_s$). O comprimento da trinca é a_0 e está localizada até $L/3$ e ao centro da altura. Na continuação da trinca são inseridos elementos de interface, com a lei coesiva descrita. Nestes espécimes aplica-se um deslocamento prescrito, uniforme e monotônico $u_2(\bar{t})$.

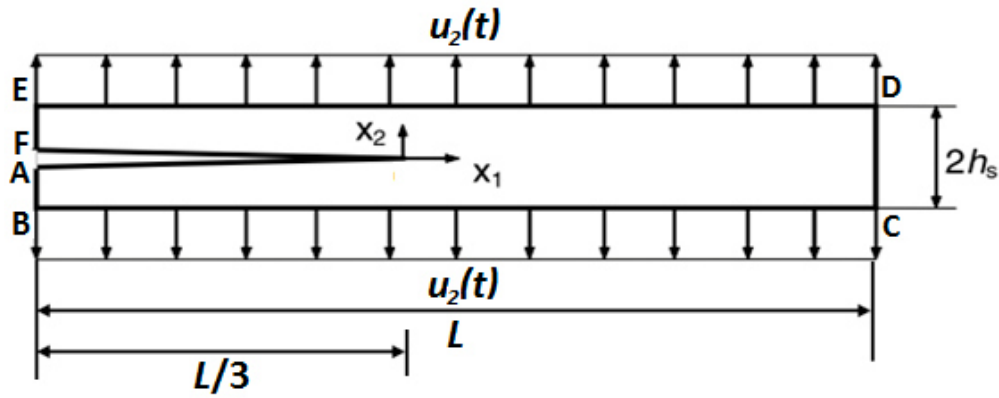


Figura 2. Espécime analisado em carga monotônica.

Os seguintes tamanhos foram analisados, $h_s/\delta_0=10,20,80,150$ e 750 , que se observam na Figura 3.

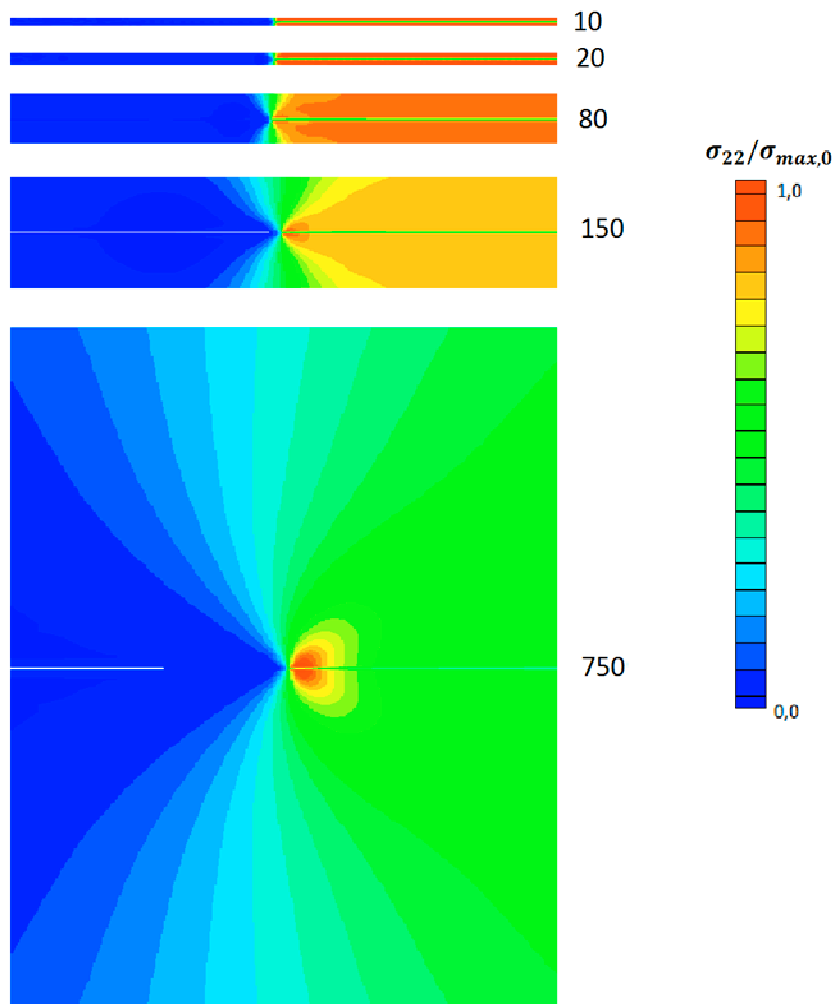


Figura 3. Distribuição de tensões normais em vários espécimes com diferentes relações h_s/δ_0

Na Figura 3 mostra-se a distribuição tensões $\sigma_{22}/\sigma_{max,0}$. Espécimes pequenos tendem a falhar integralmente em todo o elemento, enquanto que os espécimes maiores apresentam concentração das tensões na ponta da trinca tendo um comportamento de tensões típico da mecânica da fratura linear.

Desenhando os pontos de tensão de tensão última normal $\sigma_{22}/\sigma_{max,0}$ vs altura h_s/δ_0 , se obtém o gráfico mostrado na Figura 4. Os resultados obtidos no Wang e Siegmund (2006) são também mostrados. Além, pode-se corroborar também os resultados com uma análise teórica. Esta análise consiste em igualar a energia obtida no contorno da integral J com a energia coesiva requerida para a propagação (a dedução encontra-se em Pandia (2006)).

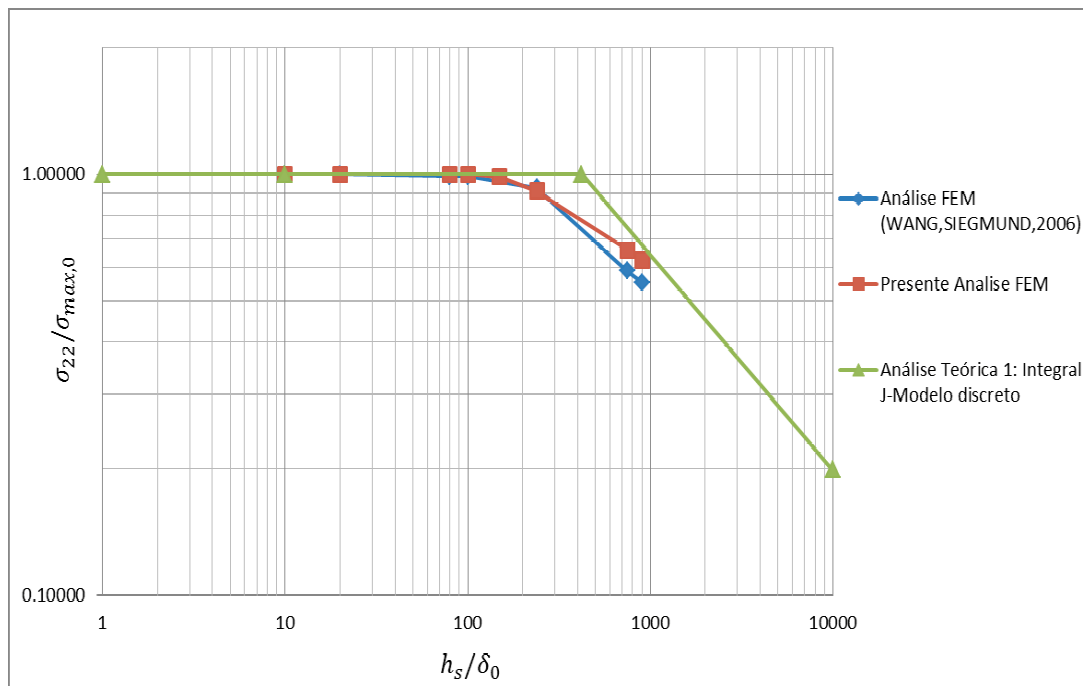


Figura 4. Comparação dos estados de falha monotônicos (teóricos e computacionais) em função da tensão normal e a altura dos espécimes em escala bilogarítmica

3.2 Análise do efeito de escala em carregamento cíclico

São analisados vários espécimes, com as mesmas características da aplicação monotônica, com a diferença que o deslocamento prescrito $u_2(\bar{t})$, tem um comportamento cíclico de carga e descarga, como é mostrado na Figura 5.

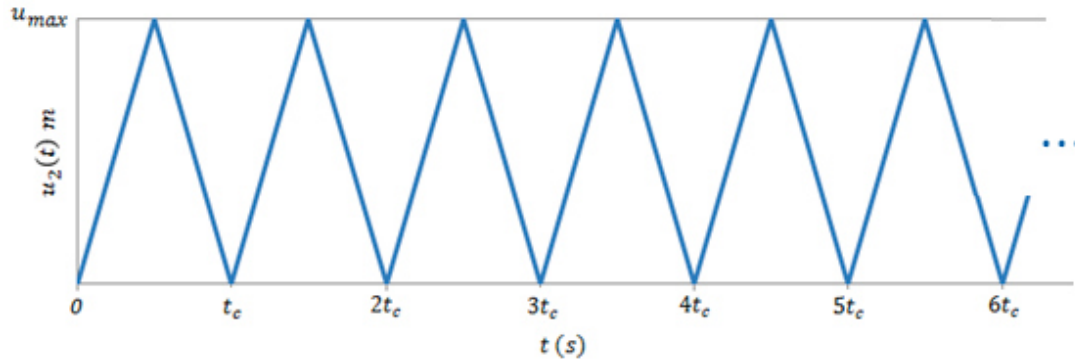


Figura 5. Deslocamento cíclico prescrito de carga e descarga

Os valores do deslocamento prescrito u_{max} são calculados para os espécimes considerando a condição que a variação de energia ΔG dado pelo deslocamento $u_2(t)$, satisfaz a seguinte condição $\Delta G/\phi_0 = 0,2$ e $R = 0$. R é definido como $R = G_{min}/G_{max}$, sendo G_{min} a energia mínima, G_{max} a energia máxima e ϕ_0 a energia coesiva.

O começo de propagação acontece depois de certo número de ciclos de incubação N_{ini} como se observa na Figura 6. Isto ocorre quando o primeiro ponto de Gauss atinge um valor de dano $D_c = 1$. em certo número de ciclos. A quantidade de ciclos de incubação é maior nos espécimes pequenos, e vai decrescendo conforme aumenta o tamanho até convergir em valores perto de 5 ciclos para os espécimes maiores.

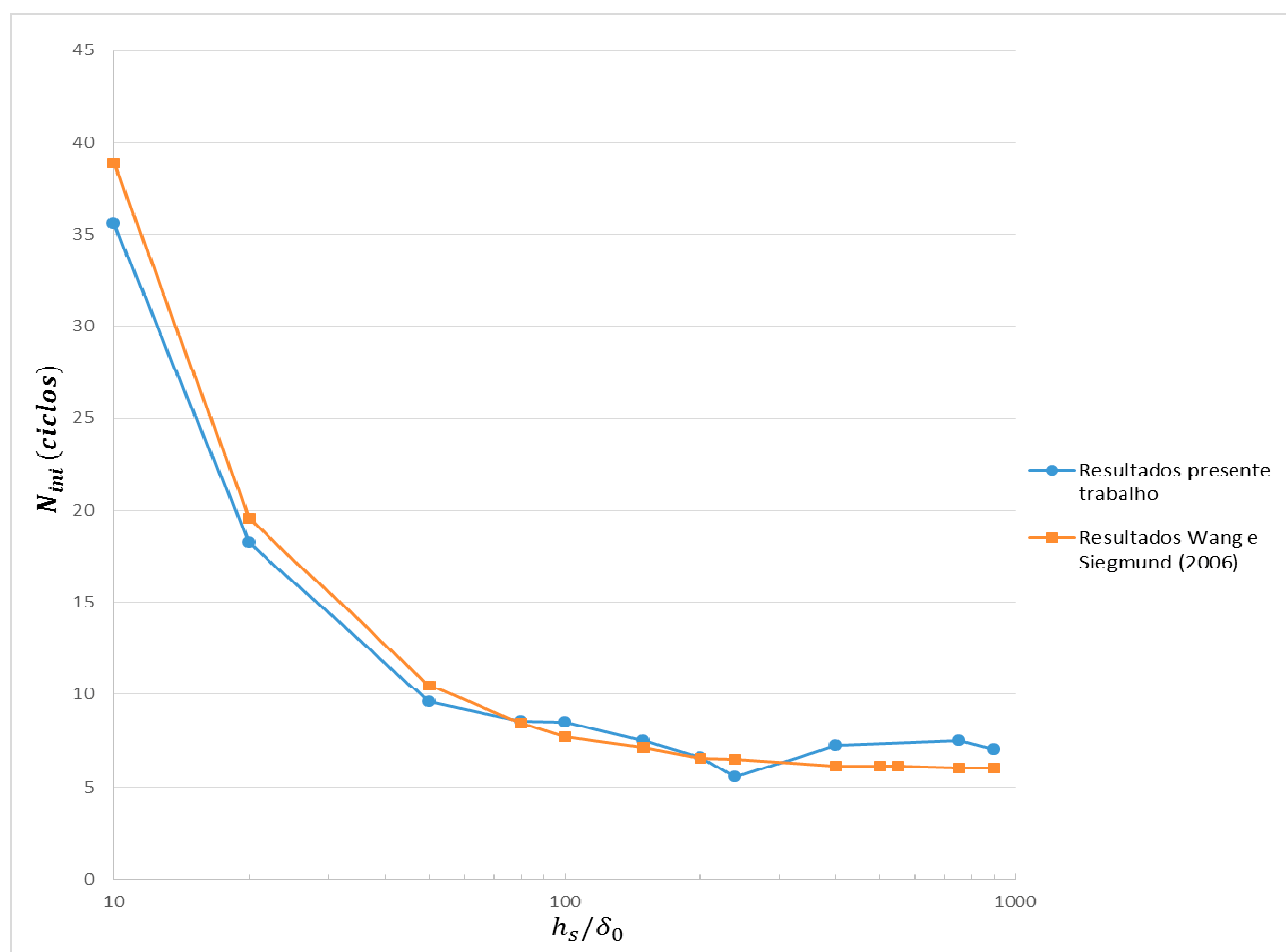


Figura 6. Número de ciclos iniciais para o começo da propagação

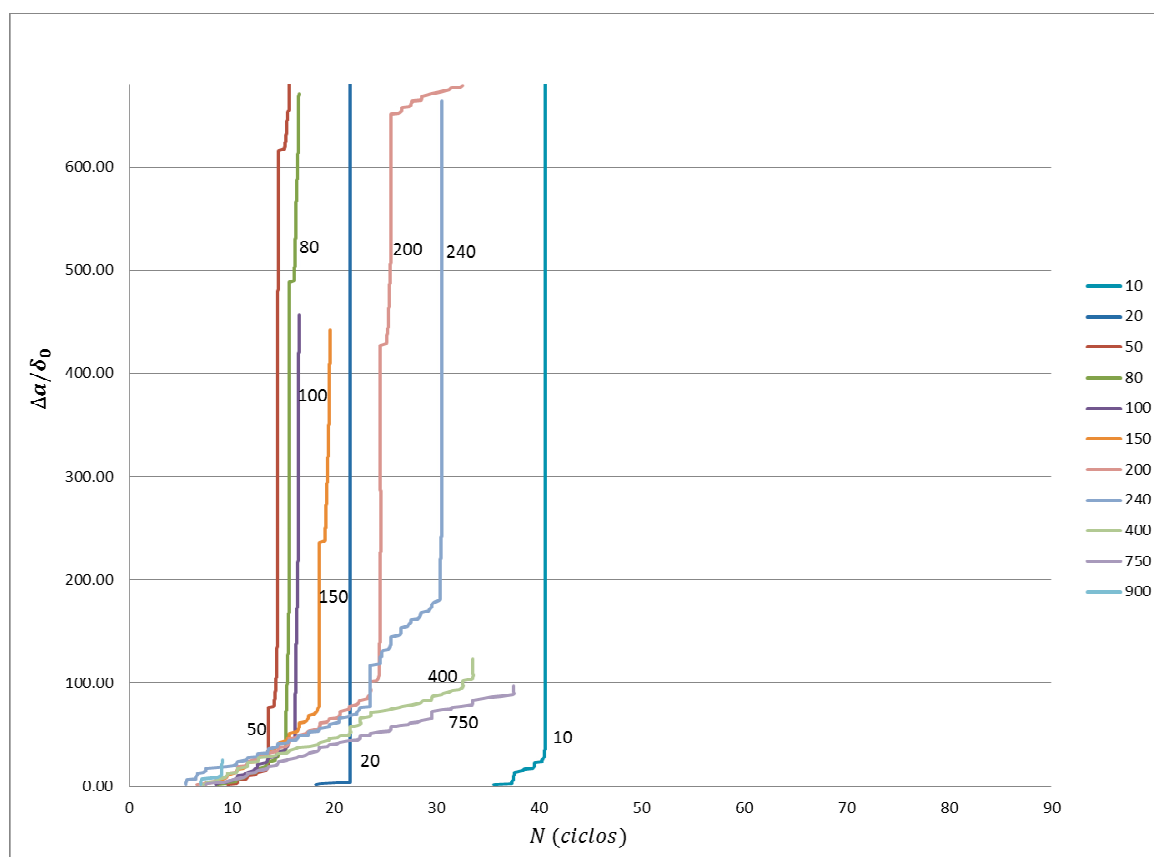


Figura 7. Extensão de trinca normalizada com o número de ciclos, para todos os espécimes

A propagação da trinca para os diferentes tamanhos mostra-se na Figura 7. Para os espécimes grandes $h_z/\delta_0 = 400$ e $h_z/\delta_0 = 750$ o período de incubação é seguido por uma fase de extensão com uma velocidade de crescimento quase-constante. Isto é, tem um comportamento que satisfaz as condições da lei de Paris, mostrado na Figura 8.

Os espécimes menores, $h_z/\delta_0 < 100$, apresentam um maior número de ciclos de incubação, em seguida falham sem desenvolver nenhum crescimento gradual de trinca. A falha é sempre por decoação uniforme.

Para os espécimes intermédios, a falha é progressiva até certo número de ciclos para depois falhar por decoação uniforme.

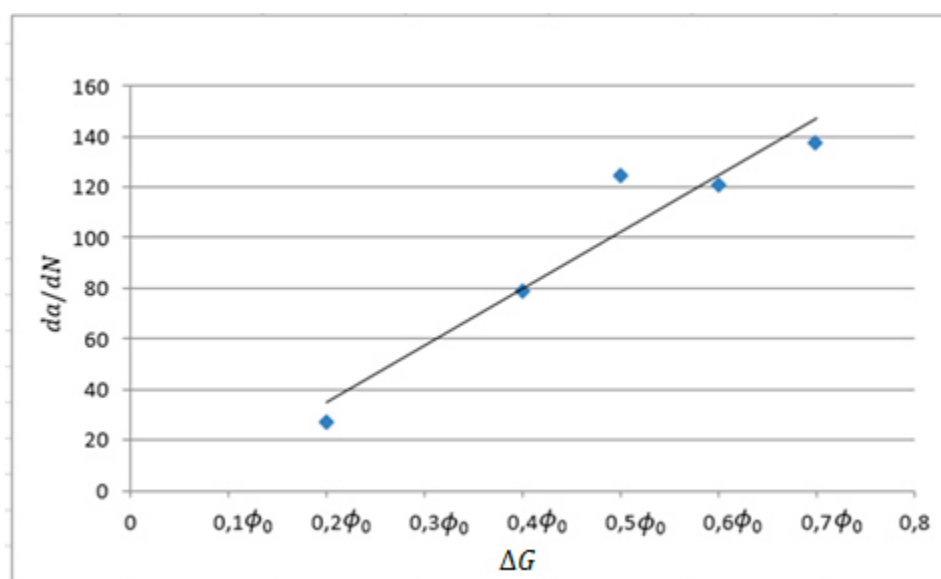


Figura 8. Lei de Paris para o espécime $h_s/\delta_0 = 750$

Na Figura 9, mostra-se a distribuição das tensões $\sigma_{22}/\sigma_{max,0}$ no decorrer do tempo (quando o número de ciclos é: 0,5; 15,5 e 25,5). Para o espécime maior (Figura 9a) a concentração de tensões está presente desde o início. A trinca vai se propagando até que num momento o material rompe repentinamente numa falha final do tipo decoesão uniforme. Para o espécimen menor (Figura 9b) não se apresenta a concentração de tensões na ponta, portanto a falha sempre ocorre por decoesão uniforme.

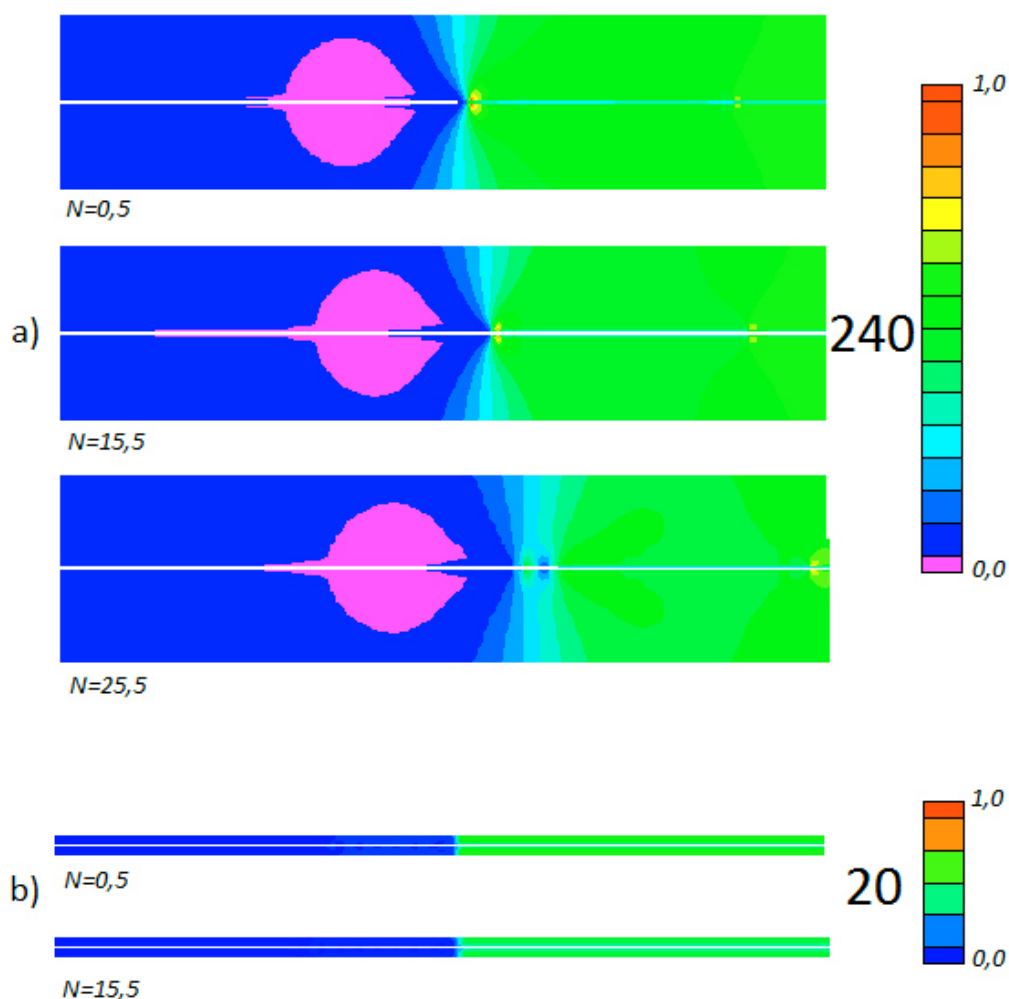


Figura 9. Distribuição das tensões normalizadas $\sigma_{zz}/\sigma_{max,0}$ para relações h_s/δ_0 240 e 20.

4 CONCLUSÕES

O modelo implementado consegue representar corretamente as características do processo de fratura e fadiga em materiais quase frágeis. Também é representado o efeito de escala. O modelo proposto consegue captar as variações e redistribuições energéticas no corpo quando o mesmo é escalonado.

No caso monotônico, se consegue verificar o efeito de escala ao determinar a tensão de falha para cada espécime de diferentes dimensões. Os resultados são coincidentes com os de Roe e Siegmund (2006) e com uma análise teórica baseada em conceitos da integral J e o modelo coesivo (Pandía, 2016). Também pode-se notar a mudança dos campos de tensões ao redor da trinca, sendo esta uma característica do efeito de escala.

No caso de carregamento cíclico, se consegue determinar o histórico em termos de crescimento da trinca desde o começo da propagação até a falha final. Conforme vai se testando os espécimes com diferentes tamanhos, pode-se observar as características do efeito de escala, expressas em termos de rapidez de avanço da trinca, deslocamentos normais, tensões e dano. Nos espécimes menores se tem um maior número de ciclos de incubação para o começo da propagação, e uma rapidez de avanço de trinca também maior. Para os dois espécimes menores, a falha completa acontece pouquíssimo tempo depois de atingido o número de ciclos de incubação e com uma rapidez que tende ao infinito, que é denominada uma falha por decoesão uniforme. Nos espécimes maiores, o número de ciclos de incubação é menor. Porém um maior número de ciclos de desenvolvimento até a falha completa. Isto é uma falha progressiva. Os espécimes intermediários tem um comportamento misto de avanço progressivo e posteriormente falha por decoesão uniforme.

A característica progressiva de propagação dos espécimes maiores apresenta uma relação linear entre a velocidade da trinca e a variação de energia de fratura (ΔG). Estas características fazem que estes espécimes possam ser modelados mediante a lei de Paris. Os espécimes intermediários também podem ser modelados mediante uma lei de Paris modificada (dependente do tamanho), mas só na faixa de crescimento progressivo e quando exista relação linear entre a abertura da trinca e o número de ciclos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES e CNPq pelo apoio financeiro concedido.

REFERÊNCIAS

- Bazant, Z. P. Scaling theory for quasibrittle structural failure, 2004. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 101, n. 37, p. 13400-13407.
- Bazant, Z. Scaling of structural strength, 2003. *Computational Mechanics*, v. 32, n. 1, p. 140-140.
- Carpinteri, A.; Spagnoli, A. A fractal analysis of size effect on fatigue crack growth, 2004. *International journal of fatigue*, v. 26, n. 2, p. 125-133.
- Lemaitre, J. A course on damage mechanics, 2012. *Springer Science & Business Media*, ISBN 3642182550.
- Needleman, A. An analysis of tensile decohesion along an interface, 1990. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 38, n. 3, p. 289-324.
- Pandia, E. *Efeito de escala no crescimento de trincas por fadiga em materiais quase-frágeis*. 2016. (Dissertação). PPGECC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Roe, K.; Siegmund, T. An irreversible cohesive zone model for interface fatigue crack growth simulation, 2003. *Engineering fracture mechanics*, v. 70, n. 2, p. 209-232.
- Wang, B.; Siegmund, T. A computational analysis of size effects in fatigue failure, 2006. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, v. 14, n. 4, p. 775.