



AVALIAÇÃO DA PRECISÃO DA ANÁLISE DE PONTES CURVAS EM CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DA COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO V-LOAD E O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Arthur da Silva Rebouças

José Neres da Silva Filho

Valberllan Albuquerque Ribeiro

Olímpia Loures Vale Pujatt

arthursr@gmail.com

jneres@ect.ufrn.br

valberllan.albuquerque@gmail.com

olimpia.ufop@gmail.com

Universidade Federal do Rio Grande do Norte/Programa de Pós-Graduação em Eng. Civil.

Avenida Senador Salgado Filho 3000 - Campus Universitário, Lagoa Nova, Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.

Resumo. A determinação da distribuição de momento fletor devido a carga móvel para longarinas de pontes curvas foi realizada, por muitas décadas, nos Estados Unidos e em alguns escritórios de cálculo no mundo, através do método analítico V-Load. Atualmente, sua utilização tem sido reduzida, devido ao desenvolvimento e expansão do Método dos Elementos Finitos (MEF), bem como a disponibilidade de diversos programas computacionais de análise estrutural. Portanto, esse trabalho tem o objetivo de comparar resultados dos fatores de distribuição de momento fletor (Live Load Distribution Factor for Moment) devido a carga móvel em pontes curvas de concreto armado com 3 raios de curvatura (100, 150 e 300 metros) através do método analítico V-Load e de 2 tipos de modelagem 3D via MEF utilizado o programa CSiBridge v17, sendo a primeira representando as longarinas curvas como elementos finitos de barra (LB) e a seguinte como elementos finitos de casca (LC). Como resultados observou-se que os modelos com elementos finitos de casca (LC) obtiveram uma melhor captação da passagem de momento fletor para as longarinas mais próximas do ponto de passagem do veículo-tipo, chegando a atingir diferenças percentuais locais de 15% em relação ao modelo com elementos finitos de barra (LB). Em contrapartida, o modelo com elementos finitos de barra (LB) apresentou uma melhor redistribuição de momento fletor para todas as longarinas do tabuleiro, resultando em uma distribuição de momento fletor mais uniforme entre as longarinas. Por fim, na comparação entre os resultados obtidos através do V-Load e os obtidos via MEF, percebeu-se uma diferença entre os FDMF nas longarinas, chegando a atingir uma diferença percentual local de 87% para o caso de carga geral.

Palavras-Chave: Pontes curvas, Repartição de cargas, V-Load, MEF.

INTRODUÇÃO

No Brasil, segundo o Departamento Nacional de Trânsito (DENATRAN), de 2006 a 2016 houve um aumento de aproximadamente 100% no número de veículos; aumento concomitante ao do PIB nacional que apresentou, nesse período, um crescimento absoluto de aproximadamente 144%. Nesse cenário, observa-se que o desenvolvimento econômico de um país promove um crescimento mais acentuado dos centros urbanos e, conseqüentemente, a necessidade de uma logística de transporte mais robusta e eficaz, que deve ser alimentada pela construção rodovias, ferrovias, pontes e viadutos. Desta forma, seria difícil imaginar nos dias atuais a inexistência das pontes e/ou viadutos curvos, seja nas vias expressas (Classe 0 – Níveis e serviço A ou B), ou como alças de acesso, ou ainda, em vias urbanas (Classes: IA, IB, II a IV – Níveis de serviço C a F). A utilização dessas Obras de Arte Especiais (OAE) tem se intensificado, com diversos exemplos já executados no mundo e no Brasil, como o viaduto do Baldo na cidade de Natal-RN (Fig. 1).



Figura 1. Viaduto do Baldo, Natal-RN.

Segundo Zureick & Naqib (1999), no ano de 1980 foi publicado pela AASHTO o primeiro guia para especificação de projetos de pontes curvas denominado *Guide Specifications for Horizontally Curved Highway Bridges*, atualizado em 2003 com base no trabalho do NCHRP Project 12-38 (Hall et al., 1999). Em seguida foi publicado o NCHRP Project 12-52 solicitado pela AASHTO e pela *Federal Highway Administration* (FHWA) visando desenvolver uma concepção de projeto para pontes curvas para ser incorporada ao *Load and Resistance Factor Design* (LRFD) da *AASHTO Bridge Specifications* (Kulicki et al., 2006). Essas disposições de projeto foram calibradas para fundirem-se as especificações de vigas retas já existentes. Segundo Monzon et al. (2014), apenas no ano de 2006, as disposições de vigas curvas foram incluídas ao *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications* (AASHTO, 2006). Mais recentemente, o NCHRP Project 12-71 (NCHRP, 2008) desenvolveu especificações de projeto, comentários e exemplos de dimensionamento para vigas em seção caixão para pontes.

No Brasil, são conhecidos alguns trabalhos desenvolvidos sobre o tema, mas nenhum esforço massivo, como o desenvolvido nos Estados Unidos, tem sido realizado com o objetivo de desenvolver estudos mais efetivos sobre o comportamento de pontes curvas, especialmente no que diz respeito à análise da distribuição de esforços internos em superestruturas, no intuito de incluí-los a NBR 7188 que foi atualizada no ano de 2013 utilizando como

referências as pesquisas de El Debs *et al.* (2001) e Luchi (2006). Portanto, a elaboração dos projetos estruturais de pontes em escritórios de cálculo nacionais continua se balizando em normas estrangeiras, que adotam metodologias diferentes de composição de trem-tipo e realizam análises mais padronizadas aos métodos construtivos e materiais utilizados em seus países, que muitas vezes são incompatíveis com os brasileiros, por questões econômicas e culturais da engenharia de cada país. Diante do contexto supracitado, objetiva-se nesse trabalho comparar resultados dos fatores de distribuição de momento fletor (FDMF) devido a carga móvel em pontes curvas de concreto armado com 3 raios de curvatura (100, 150 e 300 metros) através do método analítico V-Load e de 2 tipos de modelagem 3D via MEF, a primeira representando as longarinas curvas como elementos de barra (LB) e a outra como elementos de casca (LC). Para tanto, foi utilizado o programa *CSiBridge* v17.

1 METODOLOGIA

Na pesquisa foram utilizados seis modelos idealizados a fim de estudar os fatores de distribuição de momento fletor (FDMF) em pontes com longarinas curvas **(a)** pré-moldadas e **(b)** moldadas *in loco* com seções transversais “I” e “T”. Para a análise foram criados 3 grupos de modelos variando a relação de curvatura (comprimento do vão (L)/raio da linha central da ponte (R)), mantendo o comprimento do vão com base nos limites definidos pela AASHTO LRFD (2014) para o ângulo central, sendo eles:

- **Grupo 01:** Raio de curvatura igual a 150 metros (**ângulo interno de 23°**);
- **Grupo 02:** Raio de curvatura igual a 300 metros (**ângulo interno de 12°**);
- **Grupo 03:** Raio de curvatura igual a 100 metros (**ângulo interno de 34°**).

Em todos os modelos foram utilizadas as mesmas características de material que foram definidas de acordo com a prática de projeto nacional e com a NBR 6118 (2014). As características mecânicas adotadas para todos os modelos estão apresentadas na Tabela 1. O resumo dos modelos construídos é apresentado na Tabela 2.

Tabela 1. Características do material

Características do concreto	
Resistênciacaracterística (fck)	40 MPa
Módulo de Elasticidade	31870 MPa
Coefficiente de Poisson	0,2
Peso específico	25 kN/m ³

Para análise dos FMDF de cada um dos grupos, optou-se por definir seções transversais com aproximadamente as mesmas rigidezes à flexão longitudinal, medidas através do momento de inércia em relação ao eixo y do centro de gravidade da seção. As Figuras 2 e 3 mostram os dois tipos de seções transversais adotadas, a numeração das longarinas e as suas características geométricas calculadas através do *CsiBridge* v17.

Tabela 2. Resumo dos modelos

Grupo	Modelo	Ângulo Central
1	M01-PcLcPmSi-R150	22,92°
	M02-PcLcMLSt-R150	22,92°
2	M03-PcLcPmSi-R300	11,46°
	M04-PcLcMLSt-R300	11,46°
3	M05- PcLcPmSi -R100	34,38°
	M06-PcLcMLSt-R100	34,38°

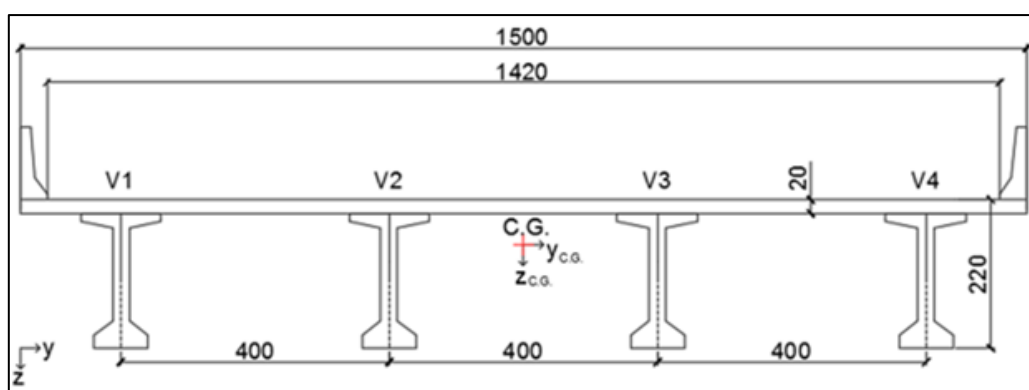


Figura 2. Seção transversal em vigas T pré-moldadas.

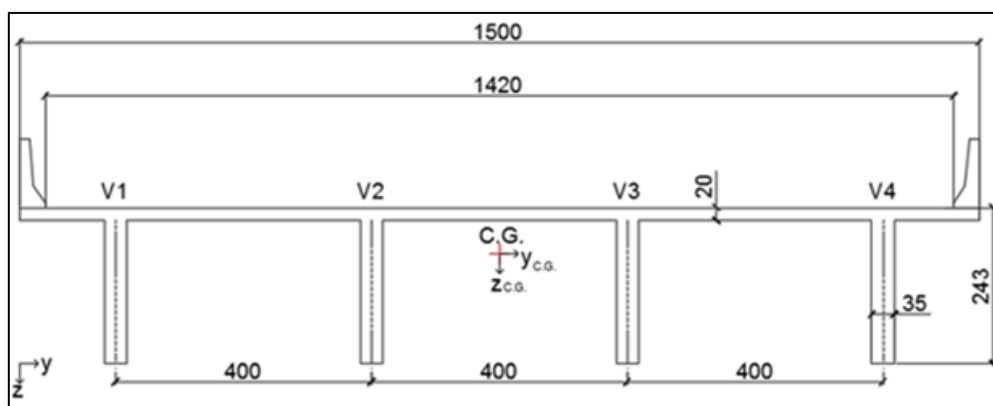


Figura 3. Seção transversal em vigas T moldadas *in loco*.

1.1 Condições de contorno

Todos os modelos possuem traçado longitudinal curvo da laje, que acompanha a linha central (*layout line*) da ponte, mantendo um raio fixo. Os limites de curvatura foram definidos através do ângulo central da ponte, partindo de um valor nulo (ponte reta) até aproximadamente 34°. O comprimento do vão foi fixado e considerado o mesmo para todos os modelos, fazendo com que apenas o raio variasse em cada modelo para obter a curvatura desejada. Com relação aos apoios, procurou-se manter as formas de vinculação já estudadas

anteriormente por Samaan *et al.* (2002), mantendo as longarinas apoiadas diretamente sobre os encontros através de aparelhos de apoio que restringem apenas a translação vertical, sendo apenas dois com restrições diferentes, como mostra a fig. 4, onde estão identificados os graus de liberdade que foram restringidos. A nomenclatura das restrições segue a do *CsiBridge* v17. Ao avaliar a ponte como um todo é possível considerar uma restrição global de rotação de torção, visto que todos os aparelhos de apoio impedem a translação vertical. Assim, o modelo global da ponte é estruturalmente equivalente ao modelo analítico calculado utilizando o conceito de linha de influência elástica de viga (Fig. 4).

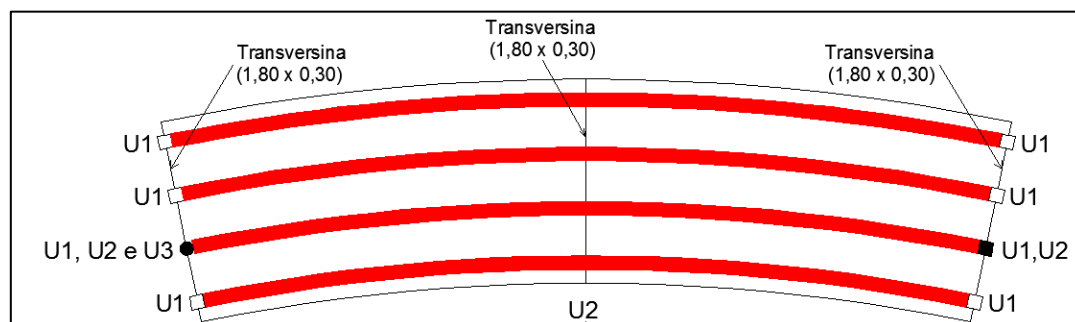


Figura 4. Condições de contorno e posicionamento das transversinas.

1.2 Ações na Ponte

Nesta pesquisa foram consideradas apenas as cargas móveis do veículo-tipo TB-450 definido pela NBR 7188 (2013). Para calcular os FDMF devido à carga móvel foi utilizado o caso de carga geral, no qual o veículo-tipo passeia por toda estrutura, tanto na direção transversal como na longitudinal. O programa *CsiBridge* v17 realiza esse procedimento passando o veículo-tipo na largura da linha de carga definida pelo usuário, utilizando o processo de geração de superfície de influência. Nesta pesquisa foi definida uma largura de 14,20 metros, visto que as barreiras têm 40 centímetros cada. Primeiramente o veículo passa em toda a seção transversal para a primeira posição longitudinal, em seguida, segue para a nova posição longitudinal e passa novamente em toda largura da ponte (Fig. 5). Esse procedimento é feito em todo o comprimento da ponte em uma quantidade de vezes determinada com base no comprimento máximo de discretização da linha de carga definida pelo usuário. É importante destacar que o caso de carga geral fornece o resultado máximo de momento fletor em cada posição longitudinal da ponte, gerando, ao final, a envoltória de momento fletor.

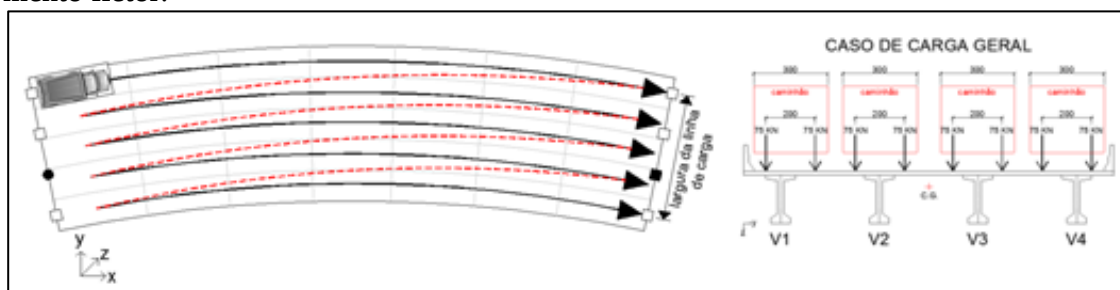


Figura 5. Caso geral de cargas

2 PONTES CURVAS

Nas pontes curvas surgem esforços de torção devido ao peso próprio e à carga accidental, pelo fato do centro de gravidade se situar fora da reta que une seus apoios, ou seja, o centro de

gravidade do conjunto apresenta uma excentricidade tanto em relação ao eixo da ponte quanto em relação ao eixo dos apoios (Fig. 6). Por isso, a estrutura deve possuir alta rigidez à torção e os apoios devem ter condições de absorver ao momento de torção causado pelo peso próprio e pelo carregamento móvel assimétrico, o que, via de regra, se consegue com os aparelhos de apoio na transversina de extremidade. De acordo com Leonhardt (1979), no caso de pontes curvas de vários vãos e com raios curtos, na maioria dos casos, adota-se na sua extremidade um apoio com rigidez à torção (dispositivo tipo pêndulo, linear ou pontual), desde que dois pilares, perpendiculares à linha que une aqueles apoios, sejam fixos horizontalmente (Fig. 7).



Figura 6. Centro de Gravidade de uma ponte curva com vão único. (Leonhardt, 1979).

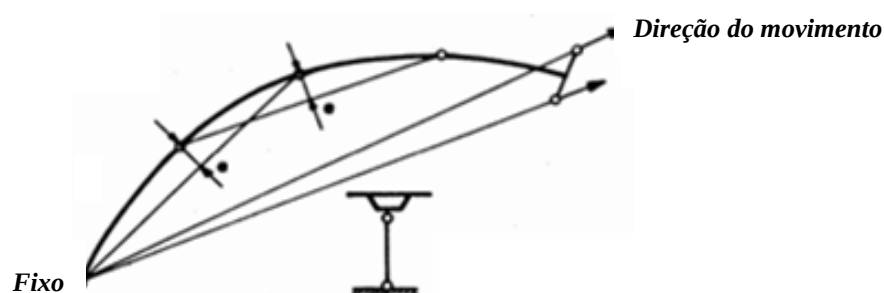


Figura 7. Ponte curva hiperestática com vários vãos. (Leonhardt, 1979).

As vigas de almas cheias, embora não sejam tão eficientes para pontes curvas quanto às vigas com seções celulares (elevada rigidez à torção), já foram e ainda são muito utilizadas como um sistema estrutural alternativo. Isto é possível dentro de certos limites, que são determinados basicamente pelo ângulo central entre os aparelhos de apoio. Uma curvatura contínua das vigas é vantajosa não só pela aparência, mas também em relação à execução, visto que o escoramento, as fôrmas e a armaduras são de fácil execução mesmo no caso de grandes raios. Em complemento, verifica-se que os momentos de torção nas vigas podem ser reduzidos por engastamento à flexão nos aparelhos de apoio, podendo-se também obter uma substancial redução através da continuidade sobre vários vãos. Recomenda-se ainda a adoção de transversinas reforçadas nos apoios, pois estas conferem uma excelente rigidez à torção ao conjunto.

3 INTERAÇÃO ENTRE A FLEXÃO E A TORÇÃO

O comportamento estrutural de pontes curvas no plano horizontal é bem diferente do comumente realizado em pontes com traçado longitudinal retilíneo, já que a curvatura existente e alguns parâmetros geométricos influenciam diretamente na análise estrutural. A Figura 8 apresenta dois elementos infinitesimais de vigas: (a) um de viga reta e outro (b) de uma viga curva; e (c) uma vista superior de um elemento infinitesimal de viga curva. Percebe-se que no trecho reto os momentos fletores e torçores são paralelos entre si. Isso faz que com esses momentos passem a gerar rotação apenas em torno de um único eixo. Já no trecho curvo, esses momentos deixam de ser paralelos entre si, e ambos acabam gerando rotação em torno de dois eixos (Figs. 8a, b e c).

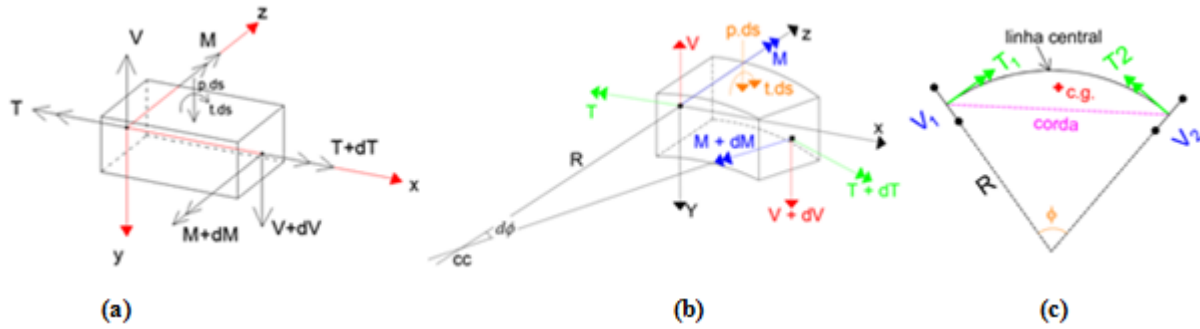


Figura 8. (a) e (b) Diagrama de corpo livre de um elemento de infinitesimal viga (reta e curva); (c) Vista superior de um elemento infinitesimal de viga curva.

Assim, considerando apenas o traçado curvo da ponte, tem-se como principais parâmetros a serem analisados: **(a)** o raio de curvatura (R), **(b)** o comprimento do arco que determina o vão da ponte (L), **(c)** a corda – reta que liga os dois extremos da curva (c) e **(d)** o ângulo central delimitado pelos apoios extremos (α). Então, calculando o equilíbrio do elemento de viga tem-se:

— Somatório de forças na direção y :

$$dV + V - V + p \cdot ds = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dV}{ds} = -p \quad (2)$$

— Somatório de momentos em torno do eixo z :

$$M - (M + dM) \cdot \cos(d\phi) - (T + dT) \cdot \sin(d\phi) + (V + dV) \cdot ds = 0 \quad (3)$$

Desprezando as diferenciais de segunda ordem e considerando que, devido a pequena magnitude do ângulo interno $d\phi$, $\sin d\phi = d\phi$ e que $\cos d\phi = 1$, tem-se:

$$dM - T \cdot d\phi + V \cdot ds = 0$$

$$\frac{dM}{ds} = V - \frac{T}{R} \quad (4)$$

— Somatório de momentos em torno do eixo x :

$$-T + (T + dT) \cdot \cos(d\phi) - (M + dM) \cdot \sin(d\phi) - t \cdot ds = 0 \quad (5)$$

Fazendo as mesmas considerações do somatório acima, vem:

$$dT - M \cdot d\phi - t \cdot ds = 0$$

$$\frac{dT}{ds} = t + \frac{M}{R} \quad (6)$$

Então, observa-se que para o esforço cortante (Equação 1) não há diferença entre viga curva e reta, visto que o seu valor não depende de nenhum componente geométrico da viga. Entretanto, há uma participação conjunta entre o momento fletor e o momento de torção, já que pelas equações (4) e (6) o momento fletor gera torção na viga e o momento de torção provoca flexão longitudinal.

4 MÉTODO ANALÍTICO V-LOAD

O método *V-Load*, usado por mais de 4 décadas para pré-dimensionamento e dimensionamento final de vigas curvas de pontes, foi publicado no *USS Structural Report, Analysis and Design of horizontally curved steel bridge girders* em 1965 (White *et al.*, 2012). O método foi inicialmente utilizado apenas para pontes horizontalmente curvas, com seção transversal aberta de concreto armado de raio fixo, mas a partir dos anos 70 passou a ser utilizado para pontes mistas com laje de concreto armado e vigas de aço (*Composite Girder Bridges*) submetidas a cargas permanentes e cargas móveis. O método não é válido para análise de estruturas com seção transversal fechada e considera as seguintes hipóteses simplificadoras: **(1)** todas as longarinas devem ter a mesma rigidez a flexão longitudinal; **(2)** o cortante nas longarinas através da seção transversal deve ser autoequilibrado e **(3)** a distribuição das V-Loads é linear na seção transversal. As V-Loads são desenvolvidas a partir do equilíbrio em função do raio de curvatura (R), da largura da ponte (D), e do espaçamento das transversinas posicionadas entre as longarinas (d). A Fig. 9a mostra um trecho de ponte curva com duas longarinas e cinco transversinas espaçadas radialmente. Considerando que as seções das longarinas resistem ao momento fletor inteiramente por forças longitudinais nas mesas, a força em cada mesa da longarina 1 é M_1/h_1 , onde h_1 é a altura da longarina e M_1 é o momento fletor. Entretanto, como as mesas das longarinas são curvas, as forças longitudinais devido à flexão em seções distintas não estão em equilíbrio. A Fig. 9b mostra um trecho da longarina 1, entre as duas transversinas centrais, onde as forças longitudinais na mesa superior das seções nas extremidades do trecho não são colineares. Para manter o equilíbrio radial da mesa, deve existir uma força na direção da transversina, que na Fig. 9c é representada como H_1 . Forças similares devem ser desenvolvidas na mesa inferior da longarina.

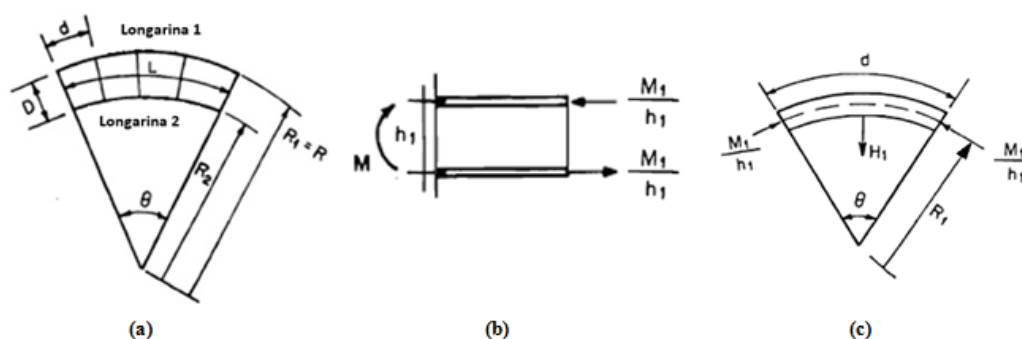


Figura 9. (a) Trecho de ponte curva com duas longarinas; (b) Flexão longitudinal e forças na mesa da seção transversal de uma viga; (c) Trecho entre transversinas com mesa superior da longarina submetida a momento fletor. (Fiechtl *et al.*, 1987).

As forças H_1 e H_2 fornecerão sempre o mesmo sentido de rotação e, neste caso, para que o equilíbrio da transversina seja estabelecido é necessário apareçam forças cortantes, chamadas de V-Loads conforme indicado na Fig. 10. Assim, é possível fazer o equilíbrio de forças onde H_1 fica determinada por:

$$H_1 = \frac{M_1 \theta}{h_1} \quad (7)$$

Nesse contexto, θ é o ângulo entre as transversinas adjacentes, que é assumido como pequeno. Assim, considerando o comprimento do arco, e substituindo o valor de θ , tem-se:

$$H_1 = \frac{M_1 d_1}{h_1 R_1} \quad (8)$$

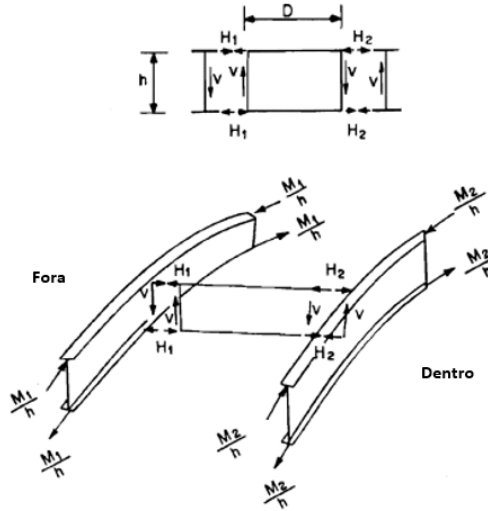


Figura 10. Seção transversal da ponte com foga nas transversinas. (Adaptado de Fiechtl *et al.*, 1987).

A força na transversina do lado da viga 2 é obtida da mesma forma. Por causa dessas forças, uma força vertical é necessária para o equilíbrio da transversina, como é possível visualizar na Fig. 10. Então, para manter o equilíbrio de momentos na transversina, a força vertical deve ser:

$$V = (H_1 + H_2) \frac{h}{D} \quad (9)$$

Considerando as duas longarinas com a mesma altura, obtém-se:

$$V = \frac{M_1 \frac{d_1}{R_1} + M_2 \frac{d_2}{R_2}}{D} \quad (10)$$

Como $d_1/R_1 = d_2/R_2 = d/R$, a força cortante no diafragma é:

$$V = \frac{M_1 + M_2}{R \cdot D / d} \quad (11)$$

Os momentos fletores calculados devido a cargas externas (aquelas que foram aplicadas à ponte) são chamados de “momentos primários” e serão denotadas por um índice “p”. Já os momentos fletores adicionais devido a curvatura, representadas pelas forças verticais, aqui denominadas de V-Loads, serão denotadas pelo índice “v”. Então o momento fletor total é dado por:

$$M_1 = M_{1p} + M_{1v} \quad (12)$$

Segundo Monzon *et al.* (2014), para pontes com 3 ou mais longarinas, a mesma metodologia pode ser adotada, mas deve ser realizada a soma dos momentos devido as cargas aplicadas, com a adição de um coeficiente que depende do número de longarinas. Portanto, a carga correspondente a V-Load é calculada por:

$$V = \frac{\sum M_p}{CRD} d \quad (13)$$

Em que: D é a distância entre o eixo da longarina interna e o da longarina externa, R é o raio, d é o espaçamento entre os contraventamentos ou transversinas ao longo do arco na posição da viga externa e C é o coeficiente que considera a distribuição linear de V-Loads de acordo com a quantidade de longarinas na seção transversal.

5 MÉTODO NUMÉRICO VIA MEF

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é conhecido por ter larga aplicação, mas segundo Fu & Wang (2015), ao aplicar o método para análise de estruturas de pontes, é preciso definir com precisão que tipos de elementos serão utilizados no modelo, quando um modelo 2D é suficiente e quando um modelo 3D é necessário e, como interpretar os resultados fornecidos pelo método corretamente. Com relação aos elementos, Fu & Wang (2015) destacam que a maioria das análises de pontes pode ser efetuada utilizando elementos de treliça (*truss*), de barra (*frame*) e de casca (*shell*). Os pesquisadores ainda ressaltam que para uma análise detalhada, principalmente quando existem cargas móveis aplicadas, a maioria das pontes deveria ser modelada em três dimensões, não apenas pela melhor precisão fornecida, mas também por simplificação das simulações de elementos específicos. Sobre esse aspecto, Cavalcante (2016) afirma que a modelagem deve ser feita em 3D, mas discretizada utilizando elementos bidimensionais, pois o emprego de elementos finitos de três dimensões é inviável para modelagem de grandes estruturas, devido à alta demanda por processamento computacional e consumo de memória.

A modelagem numérica desta pesquisa foi realizada com base no conjunto de elementos finitos fornecidos pelo software *CsiBridge* v17. De acordo com Fu & Wang (2015), a escolha do método de modelagem mais apropriado depende do tipo de informação que se deseja encontrar. Como se buscava analisar a distribuição de esforços transversal em pontes curvas através dos FDMF devido à carga móvel, optou-se por utilizar modelos tridimensionais, devido a sua precisão, grande difusão em programas comerciais e principalmente por sua capacidade de visualização concisa dos resultados. Além disso, observou-se através da vasta revisão sobre o tema, que essa metodologia fornece resultados de fatores de distribuição de momento fletor devido à carga móvel, mais próximos daqueles medidos em ensaios experimentais.

5.1 Modelo 3D com elementos finitos de barra e casca

Nesta pesquisa as vigas longarinas pré-moldadas foram modeladas como elementos de barra (*frame element*), enquanto as vigas longarinas moldadas *in loco* e todas as lajes do tabuleiro foram modeladas com o uso de elementos de casca (*shell element*). O elemento de barra é definido por dois nós com seis graus de liberdade em cada nó: translações e rotações nodais nas direções x , y , e z ; enquanto os elementos de casca podem ser de três nós com cinco faces definidas pelos nós j_1 , j_2 , j_3 ou de quatro nós com seis faces definidas pelos nós j_1 , j_2 , j_3 e j_4 (Figs. 11a, b e c).

É importante destacar que todas as tensões resultantes são forças e momentos por unidade de comprimento no plano da casca, presentes em cada ponto da superfície média do elemento. As convenções de sinal e posicionamento dos esforços internos e tensões são apresentadas na Fig. 12. Tensões atuando na face positiva estão orientadas na direção positiva dos eixos locais do elemento. O momento positivo corresponde ao estado de tensão que varia linearmente na espessura do elemento e é positivo na parte inferior dele. Já as tensões de cisalhamento transversais são dadas em valores médios, visto que sua distribuição é parabólica na espessura do elemento, fornecendo seu máximo na superfície média deste.

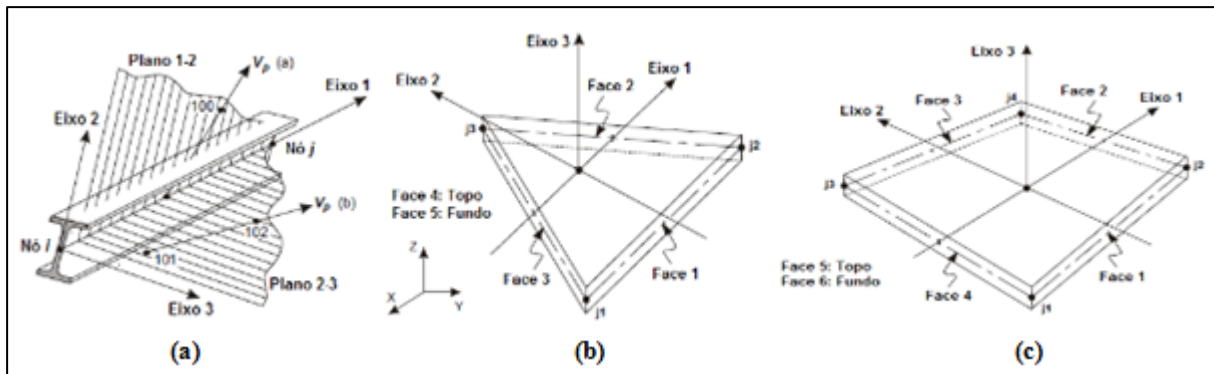


Figura 11. (a) frame elemento; (b) shell element com três nós; (c) shell element com quatro nós.(CSi Reference Manual, 2015).

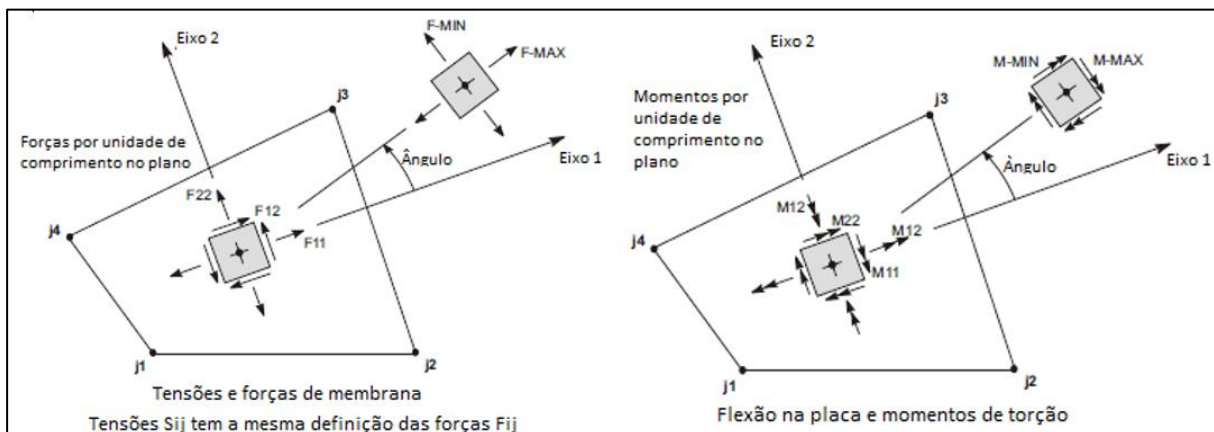


Figura12. Esforços internos e tensões nos elementos de casca. (CSi Reference Manual, 2015).

Em todos os modelos foi definido um comprimento máximo de elemento igual a 1,20 metros na direção longitudinal da ponte, mantendo a proporção entre dimensões (*aspect ratio*) do elemento de no máximo 2,5, visto que utilização de elementos menores demandou muito tempo em trabalho computacional para pouco ganho de precisão. Desse modo, a proporção do elemento ficou dentro dos limites sugeridos por Fu & Wang (2015) e Fatemi *et al.* (2016).

A ligação entre a laje e as longarinas foi feita através da metodologia de “nó-mestre-nó-escravo” (*body constraint*), em que o deslocamento do nó escravo acompanha o do mestre simulando um comportamento de corpo rígido entre eles, assim, a barra que representa a longarina foi posicionada no eixo central da mesa. Já a ligação da longarina com os apoios foi realizada através de barras rígidas, com comprimento suficiente para transpor as transversinas de apoio e chegar até os aparelhos de apoio. Nos aparelhos de apoios foram introduzidas molas de rigidez elevada ($K = 10^{11}$ KN/m) nos graus de liberdade que deveriam ser restringidos.

5.2 Modelos com longarinas curvas pré-moldadas

Na pesquisa foram utilizados os seguintes modelos: (1) PcLcPmSi-R100, (2) PcLcPmSi-R300 e (3) PcLcPmSi-R150 (Ponte curva, Longarinas curvas, Pré-moldadas, Seção I, Raios de 100, 300 e 150 metros, respectivamente). Nesses modelos, as longarinas e laje foram discretizados com elementos de barra (*frame element*) e elementos de casca (*shell element*). Vale ressaltar que foram utilizadas longarinas curvas, representadas no *CsiBridge* v17 através de trechos retos de, no máximo, 1,0 metro de comprimento; o que fornece uma aproximação bastante satisfatória, mesmo para pontes com raios menores que 100 metros. Assim, as longarinas desses modelos acompanharam o traçado das bordas da laje ao longo de todo

comprimento da ponte, não havendo empecilho geométrico para vencer todo o vão sem a necessidade de apoios intermediários (Fig.13).

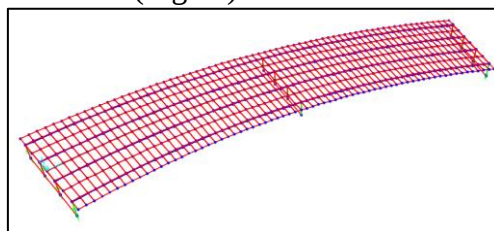


Figura 13. PcLcPmSi-R100, longarinas pré-moldadas e curvas.

5.3 Modelos com longarinas curvas moldadas in loco

Para os modelos: (1) PcLcMLSt-R100, (2) PcLcMLSt-R300 e (3) PcLcMLSt-R150 (Ponte curva, Longarinas curvas, Moldadas no Local, seção T, raio de 100, 300 e 150 metros, respectivamente) tanto as longarinas quanto a laje dos tabuleiros foram discretizados com elementos de casca (*shell element*). Nesses modelos, as longarinas estão diretamente ligadas a laje através dos elementos de casca. O software *CsiBridge* v17 fez a compatibilização entre as posições dos nós de cada casca, tornando-os coincidentes para que haja transmissão de esforços e tensões através deles. A proporção dos elementos da laje manteve a citada no item 5.1 e os elementos de casca das longarinas tiveram sua altura e seu comprimento fixados em no máximo 1,20 metros, o que forneceu um *aspect ratio* menor que 2,00 para todos os modelos desse tipo. Na Figs.14a e b é possível visualizar a discretização realizada no *CSiBridge* v17. Nela constata-se que houve um refinamento da malha de elementos finitos nas proximidades de cada longarina. Esse procedimento foi realizado para conseguir captar melhor a rigidez da longarina e consequentemente obter uma distribuição de carga mais precisa.

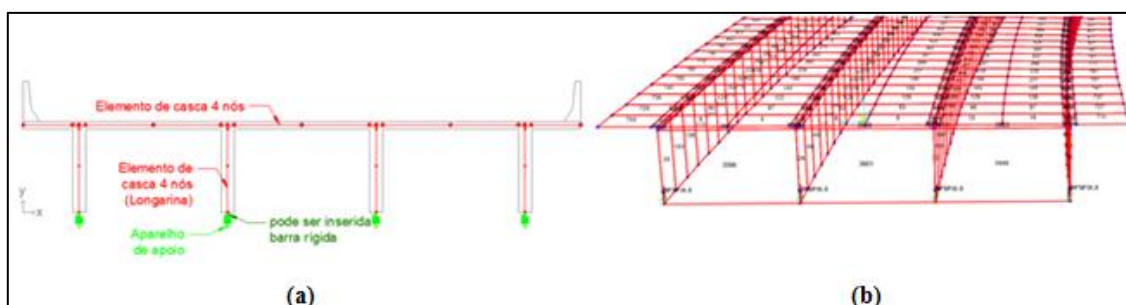


Figura 14. (a) Discretização do modelo de ponte com seção T; (b) Modelo PcLcMLSt-R150.

6 FATORES DE DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTO FLETOR

Para averiguar como ocorre a distribuição de carga móvel em tabuleiros de pontes curvas foram utilizados os fatores de distribuição de momento fletor - FDMF (*Live Load Distribution Factor for Moment*), determinados através da relação entre os resultados de momento fletor no meio do vão (seção longitudinal crítica) para cada longarina, obtidos através dos modelos 3D e os resultados de momento fletor para toda a ponte, obtidos através de uma modelagem da ponte como uma viga, na mesma seção crítica, submetido às mesmas cargas móveis. Em suma, os fatores de distribuição de momento fletor foram calculados como:

$$FDMF = \frac{M^{MEF,3D}_{longarina}}{M^{1D}_{total}} \quad (14)$$

A distribuição de carga foi feita pelo Método 3 do *CSiBridge* v17 onde se lê as demandas de carga móvel calculadas diretamente de cada uma das longarinas através de sua rigidez.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

São apresentados os resultados dos fatores de distribuição de momento fletor (FDMF) nas diversas análises realizadas. Foram utilizados como base para a obtenção dos FDMF os momentos fletores devido a carga móvel encontrados através do modelo analítico V-Load e dos modelos construídos através do software *CsiBridge* v17, utilizando o Método dos Elementos Finitos. Como o objetivo da pesquisa é analisar a distribuição de esforços devido a carga móvel para as longarinas, não foi adotada nenhuma combinação de carga última para efeito de dimensionamento dos elementos estruturais, bem como não foram aplicadas cargas permanentes na estrutura. Além disso, os dados percentuais foram captados de duas formas: através da diferença percentual global, que representa a subtração entre os percentuais de momento fletor encontrados em cada longarina em relação ao momento fletor total da seção; e da diferença percentual local, que foi definida como a mesma subtração só que em relação ao momento fletor na própria longarina. Assim, analisou-se separadamente a distribuição de momento fletor devido a carga móvel em cada um dos modelos com longarinas curvas pré-moldadas e moldadas *in loco*. Vale salientar que em todos os casos de comparação, foram utilizados os modelos com 3 transversinas, sendo 2 de apoio e uma no meio do vão devido às limitações do método V-Load. Ademais, a distribuição transversal de momento fletor devido à carga móvel no método V-Load foi realizada considerando a transversina como uma viga apoiada sobre as longarinas como recomendam Nevling *et al.* (2006) e Grubb (1984). Nas Figuras 15a 17 são apresentados os gráficos relativos ao caso de carga geral mostrado no item 1.2 para os 3 grupos estudados, que engloba os resultados máximos de momento fletor obtidos no tabuleiro (FDMF). Os demais resultados podem ser encontrados em Rebouças (2017). Após os gráficos são visualizadas as tabelas com as diferenças percentuais globais e locais referentes a cada um deles.

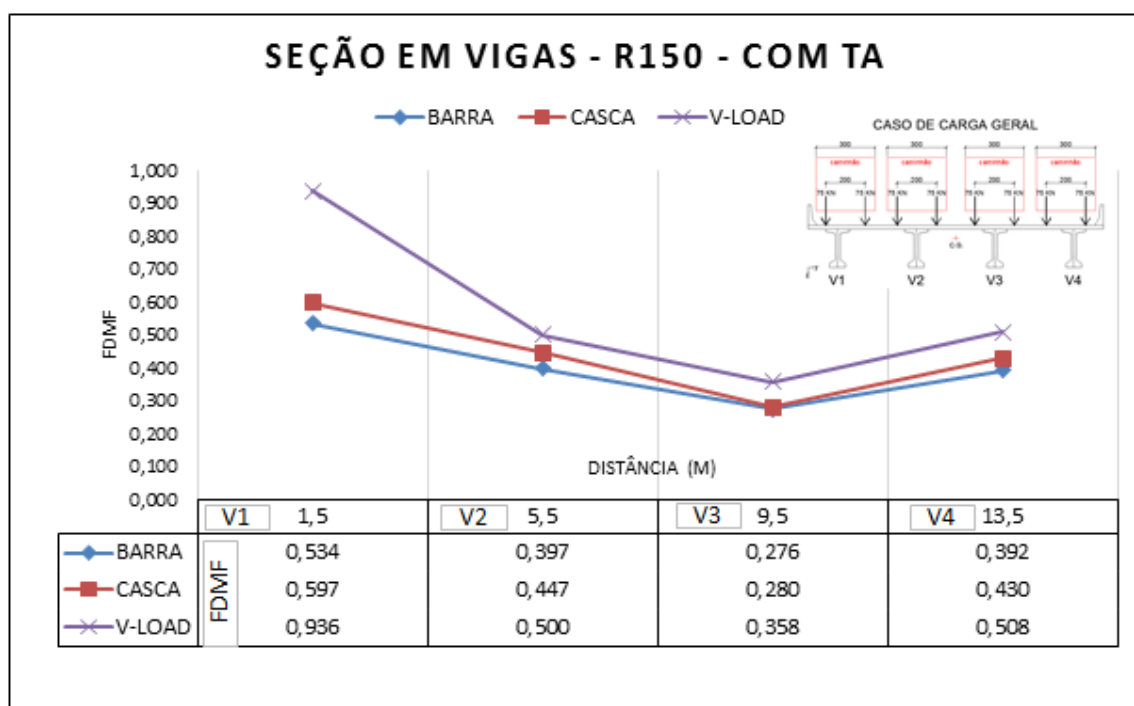


Figura 15. Modelos: M01-PcLcPmSi-R150 (*frame element*) e M02-PcLcMLSt-R150 (*shell element*).

Tabela 3. Diferenças percentuais GLOBAIS

CC GERAL	Grupo 01 – R150		
	CASCA x BARRA	V-LOAD x BARRA	V-LOAD x CASCA
V1	6,621%	40,155%	33,893%
V2	4,940%	10,299%	5,359%
V3	0,430%	8,218%	7,788%
V4	3,773%	11,597%	7,824%

Tabela 4. Diferenças percentuais LOCAIS

CC GERAL	Grupo 01 – R150		
	CASCA x BARRA	V-LOAD x BARRA	V-LOAD x CASCA
V1	11,715%	75,129%	56,764%
V2	12,431%	25,917%	11,995%
V3	1,560%	29,825%	27,831%
V4	9,626%	29,585%	18,207%

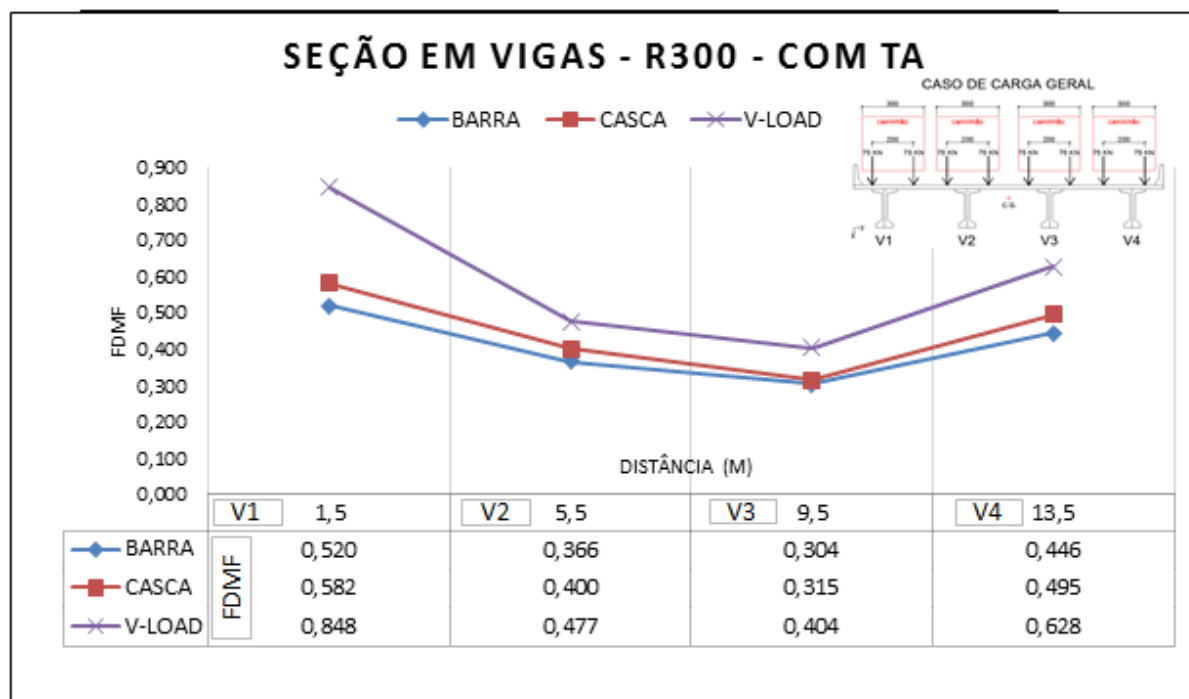


Figura 16. Modelos: M03-PcLcPmSi-R300 (frame elemento) e M04-PcLcMLSt-R300 (shell elemento).

Tabela 5. Diferenças percentuais GLOBAIS

CC GERAL	Grupo 02 – R300		
	CASCA x BARRA	V-LOAD x BARRA	V-LOAD x CASCA
V1	6,199%	32,721%	26,522%
V2	3,366%	11,070%	7,704%
V3	1,101%	10,012%	8,911%
V4	4,941%	18,206%	13,265%

Tabela 6. Diferenças percentuais LOCAIS

CC GERAL	Grupo 02 – R300		
	CASCA x BARRA	V-LOAD x BARRA	V-LOAD x CASCA
V1	11,910%	62,867%	45,534%
V2	9,184%	30,206%	19,254%
V3	3,626%	32,966%	28,313%
V4	11,088%	40,855%	26,796%

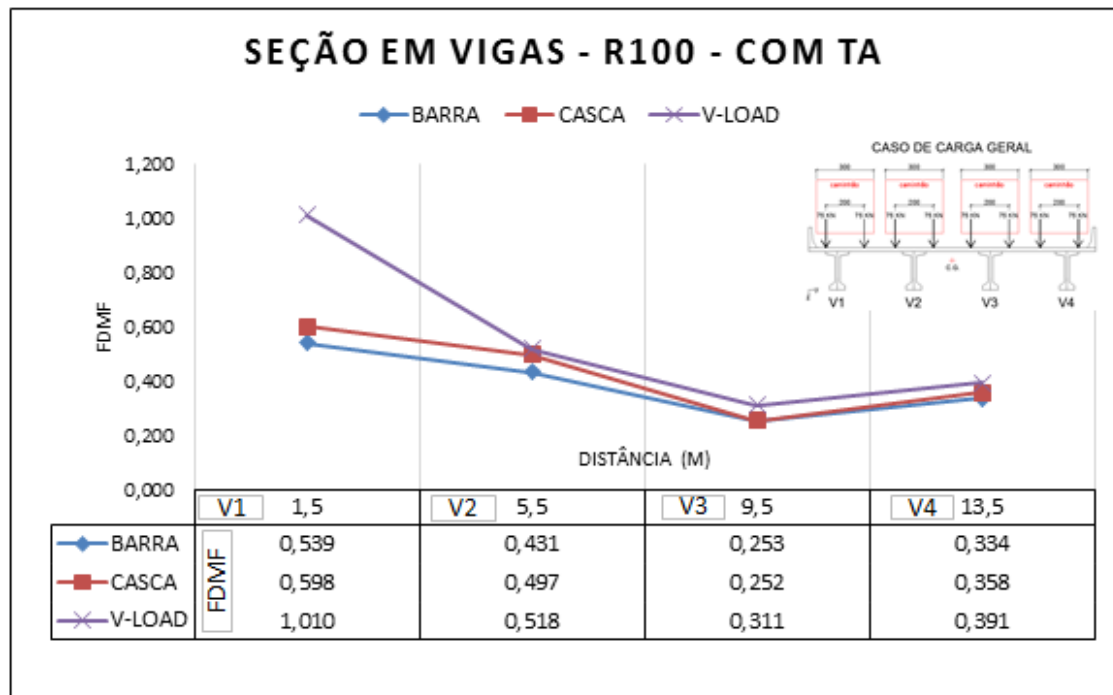


Figura 17. Modelos: M05- PcLcPmSi -R100 (frame elemento) e M06-PcLcMLSt-R100 (shell elemento).

Tabela 7. Diferenças percentuais GLOBAIS

CC GERAL	Grupo 03 – R100		
	CASCA x BARRA	V-LOAD x BARRA	V-LOAD x CASCA
V1	5,900%	47,099%	41,199%
V2	6,678%	8,694%	2,016%
V3	-0,124%	5,792%	5,915%
V4	2,369%	5,684%	3,320%

Tabela 8. Diferenças percentuais LOCAIS

CC GERAL	Grupo 03 – R100		
	CASCA x BARRA	V-LOAD x BARRA	V-LOAD x CASCA
V1	10,941%	87,342%	68,866%
V2	15,509%	20,190%	4,053%
V3	-0,488%	22,876%	23,479%
V4	7,092%	17,034%	9,283%

Observou-se nas longarinas do lado externo da curva (V1) que a diferença percentual dos resultados dos FDMF globais entre o método V-Load e os resultados obtidos através do MEF utilizando elementos de barra, foram inversamente proporcionais ao raio de curvatura da ponte visto que, à medida que se aumentou o raio de curvatura, houve diminuição das diferenças dos valores de fatores de distribuição e os resultados numéricos tenderam a aproximar do modelo analítico estudado (diferença máxima de 32,72 % para a viga com raio de curvatura de 300 metros). Entretanto, verificou-se que nas longarinas do lado interno da curva (V4), a menor diferença percentual local (5,68%) ocorreu na ponte com raio de curvatura de 100 metros, ou seja, a diferença percentual dos resultados dos FDMF globais entre o método V-Load e os resultados obtidos no MEF foi diretamente proporcional ao raio de curvatura da ponte. Nesse caso, a medida que o raio de curvatura foi aumentado, os resultados analítico e numérico foram se afastando chegando 18,20% para a viga V4 com raio de curvatura de 300 metros. Essa mesma tendência foi observada nos modelos com elementos finitos de casca, contudo as diferenças percentuais foram um pouco menores ficando em 26,52 % para as longarinas do lado externo da curva (V1) com raio de curvatura de 300 metros e 3,32 % para as do lado interno da curva (V4), na ponte com raio de curvatura de 100 metros.

A máxima diferença percentual entre os resultados dos FDMF globais, obtidos utilizando elementos finitos de barra ou elementos de casca, foi de 6,67 % obtida na longarina V2 com raio de curvatura de 100 metros. Vale salientar que em todas as longarinas, exceto a longarina V3 com raio de curvatura de 100 metros, a modelagem com elementos finitos de casca

forneceu fatores de distribuição maiores do que as peças modeladas como elementos finitos de barra.

Na análise de diferenças percentuais locais, os resultados dos FDMF entre o método V-Load e os resultados obtidos através do Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando elementos de barra tiveram a mesma tendência das análises globais supracitadas. Neste caso, observou-se que, com o aumento do raio de curvatura, houve diminuição das diferenças dos valores de fatores de distribuição com os resultados numéricos tendendo a aproximar do método V-Load. Vale ressaltar que essas diferenças foram definidas como a subtração entre os percentuais de momento fletor encontrados em cada longarina em relação ao momento fletor na própria longarina. A máxima diferença percentual (87,342%) foi observada, como esperado, na longarina V1 do lado externo da curva de raio de curvatura de 100 metros. Já nas longarinas do lado interno da curva, a máxima diferença percentual foi de 40,85 % em V4 com raio de curvatura de 100 metros. Na modelagem com elementos de casca ou mesmo na comparação entre a modelagem com elementos de barra ou elementos de casca, o comportamento foi parecido com os comentários supracitados.

8 CONCLUSÕES

Os autores concluíram que a curvatura é o parâmetro mais crítico na determinação de fatores de distribuição lateral e visto que a mudança no raio de curvatura da ponte altera consideravelmente a distribuição dos momentos fletores nas longarinas da ponte. Os resultados mostraram que o método V-Load superestimaram os valores dos fatores de distribuição de momento fletor (FDMF) para todas as longarinas da seção transversal, principalmente para aquelas externas a curva. Contudo, observou-se que houve uma diferença bastante significativa na distribuição da carga móvel nas longarinas visto que enquanto nas vigas do lado mais externo da ponte, os fatores de distribuição de momento fletor (FDMF) aumentaram com raio de curvatura, nas vigas do lado interno ocorreram diminuições dos mesmos. Por fim, verificou-se uma diferença percentual considerável de fatores de distribuição de momento fletor (FDMF) entre as vigas externas e internas. Essa constatação confirmou as investigações realizadas por Grubb (1984) e Fiechtl (1987) que afirmaram que o método V-Load deve ser utilizado apenas para pré-dimensionamento, principalmente quando se trata de cargas móveis.

REFERÊNCIAS

- AASHTO – American Association of State Highway and Transportation Officials (2014). LRFD Bridge Design Specifications. 7th ed., Washington, USA
- ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188: 2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013;
- Cavalcante, G.H.F. (2016) *Contribuição ao estudo da influência de transversinas no comportamento de sistemas estruturais de pontes*. Dissertação de Mestrado, Programa de pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 309 p.
- CSI Reference Manual (2015) *CSI Analysis Reference Manual 2016 for SAP2000, ETABS, SAFE, CSiBridge and SAPFire*. Berkeley, Califórnia, EUA.
- DENATRAN (2016) *Relatório da frota de veículos, por tipo e com placa, segundo as Grandes Regiões e Unidades da Federação*, dezembro 2016, Brasília, Brasil.

El Debs, M.K.; Malite, M.; Takeya, T.; Munalar Neto, J.; Hanai, J.B. (2001): *Análise das consequências do tráfego de combinações de veículos de carga (CVCs) sobre as pontes da rede viária sob jurisdição do DER-SP*. Minerva Pesquisa e Tecnologia, vol. 1, p. 27-35.

Fiechtl, A.L.; Fenves, G.L.; Frank, K.H. (1987): *Approximate Analysis of Horizontally Curved Girder Bridges*. US Department of Transportation, Federal Highway Administration, Research Report 360-2F, Austin, Texas.

Fu, C. C.; Wang, S. (2015) *Computational Analysis and Design of Bridge Structures*, 1ª ed, CRC Press, Boca Raton, Flórida.

Grubb, M.A. (1984): *Horizontally Curved I-Girder Bridge Analysis: V-Load Method*. Transportation Research Record, v. 982, p.26-36.

Leonhardt, F. (1979) *Construções de Concreto – Volume VI: Princípios Básico da Construção de Pontes de Concreto*, Editora Interciência, São Paulo, 1ª ed.

Luchi, L. A. R. (2006) *Reavaliação do trem-tipo à luz das cargas reais nas rodovias brasileiras*. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

Monzon, E.V.; Itani, A.M.; Reno, M.L. (2014) *Horizontally Curved Girder Bridges*. Chen, W. & Duan, L. Bridge Engineering Handbook, CRC Press, Boca Raton, 2ed, p.259-280.

Nevling, D.; Linzell, D.; Laman, J. (2006): *Examination of Level of Analysis Accuracy for Curved I-Girder Bridges through Comparisons to Field Data*. Journal of Bridge Engineering, vol. 11, n. 2, p. 160-168.

Samaan, M.; Sennah, K.; Kennedy, J.B. (2002): *Positioning of bearings for curved continuous spread-box girder bridges*. Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 29, p. 641-652.

White, D.W.; Sanchez, A.; Ozgur, C.; Chong, J.M.J. (2012) *Evaluation of Analytical Methods for Construction Engineering of Curved and Skewed Steel Girder Bridges*. National Cooperative Highway Research Program, Project 12-79.

Zureick, A.; Naqib, R. (1999): *Horizontal Curved Steel I-Girders State-of-the-Art Analysis Methods*. Journal of Bridge Engineering, vol. 4, n. 1, p. 38-47.

Rebouças, A.S., 2017. *Análise da distribuição de momento fletor devido a carga móvel em pontes curvas de concreto armado*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.