



ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO ATRAVÉS DE ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR

Silvia Juliana Sarmiento Nova

Rafael Andrés Sanabria Díaz

Leandro Mouta Trautwein

Luiz Carlos de Almeida

Maria Cecilia Amorim Teixeira da Silva

sjsarmiento.n@gmail.com

rafael_sanabria25@hotmail.com

leandromt@fec.unicamp.br

almeida@fec.unicamp.br

cecilia@fec.unicamp.br

Universidade Estadual de Campinas

Rua Saturnino de Brito n. 224, 13083-889, São Paulo, Campinas, Brasil.

Abstract. *The behavior of prestressed concrete beams was investigated on this paper using numerical simulations. Experimental tests documented on another research papers were modelled using bidimensional nonlinear finite elements analysis on the softwares packages ATENA and DIANA. Thus, a comparison of the constitutive models and methodologies available on these softwares is done for the modeling of both bonded and unbonded tendons. In the models was include the nonlinear behavior of cracked concrete and the steel yielding of the prestressed tendons and the reinforcement bars. In order to endorse the models adopted for concrete and steel, it was compared numerical and experimental results such as failure modes and load versus deflection curves. From these comparisons, it can be concluded that simulations were able to represent accurately the influence of prestressing on the concrete beams behavior. Besides, it was compared the concrete crack pattern, where a good agreement was also found between the analysis and experimental data.*

Keywords: *Concrete, Prestressing, Tendons, Numerical analisys*

1 INTRODUÇÃO

As vantagens que o concreto protendido apresenta na construção civil impulsionaram a fazer da protensão uma tecnologia totalmente desenvolvida, fornecendo soluções estruturais eficientes, econômicas e sofisticadas para um conjunto amplo de aplicações conforme mencionado por Hussien et al. (2012). O uso de protensão em cabos não aderentes, em diferentes sistemas estruturais, tem aumentado de forma significativa no Brasil, impulsionando cada vez mais estudos aprofundados dos projetos e análises desse tipo de estrutura.

Como parte fundamental do estudo do concreto protendido, análises experimentais vêm sendo conduzidas com o objetivo de estudar o comportamento de vigas e demais elementos protendidos. Devido ao custo e ao tempo que os testes experimentais demandam, em muitas ocasiões, o desenvolvimento de modelos numéricos é a melhor opção para conhecer os efeitos das diferentes ações sobre uma determinada estrutura e melhor compreender o estado de tensões internas do elemento. Além das preocupações com custo e tempo dos ensaios experimentais, as estruturas vêm se tornando mais complexas, fazendo indispensável à utilização de modelos numéricos, para garantir melhores compreensões dos fenômenos e estados de tensões internas.

Devido à falta de informação sobre a modelagem de vigas em concreto protendido incluindo a não linearidade física dos materiais, foi estabelecido como objetivo principal do presente trabalho estudar o comportamento de vigas de concreto protendido através de uma análise numérica implementando dois programas comerciais baseados no método dos elementos finitos. Os programas ATENA(2015) e DIANA(2012) foram escolhidos para realizar a modelagem de um conjunto de vigas protendidas ensaiadas e apresentadas em trabalhos de outros autores. Uma descrição de como podem ser modelados cabos de protensão tanto aderentes como não aderentes, para cada um dos programas mencionados, é fornecida junto com uma comparação das curvas carga-deslocamento e panoramas de fissuração.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os sistemas de protensão podem ser divididos em duas categorias dependendo da aderência ou não com o concreto. No sistema protendido não aderente, entre o cabo e o concreto não há aderência, portanto, as forças de protensão são transmitidas ao elemento estrutural através das placas de ancoragem e nos desvios do traçado vertical do cabo. Nas construções esse sistema é implementado através de monocordoalhas engraxadas com revestimento plástico. Por outro lado, no sistema aderente, após a protensão, é criada uma aderência entre os cabos e o concreto por meio da injeção de nata de cimento nos ductos metálicos que contém a armadura ativa. De forma geral pode-se dizer que os sistemas aderentes são mais comuns quando há necessidade de uma alta taxa de armadura de protensão, como é o caso de pontes, viadutos, silos, tanques e vigas de grandes vãos.

Nas últimas décadas, vários programas experimentais têm sido realizados em elementos estruturais protendidos para entender seu comportamento. Segundo Naaman (2004), a curva carga versus deslocamento de uma viga protendida submetida à flexão através de um ensaio de quatro pontos pode ser representada como é mostrado na Figura 1.

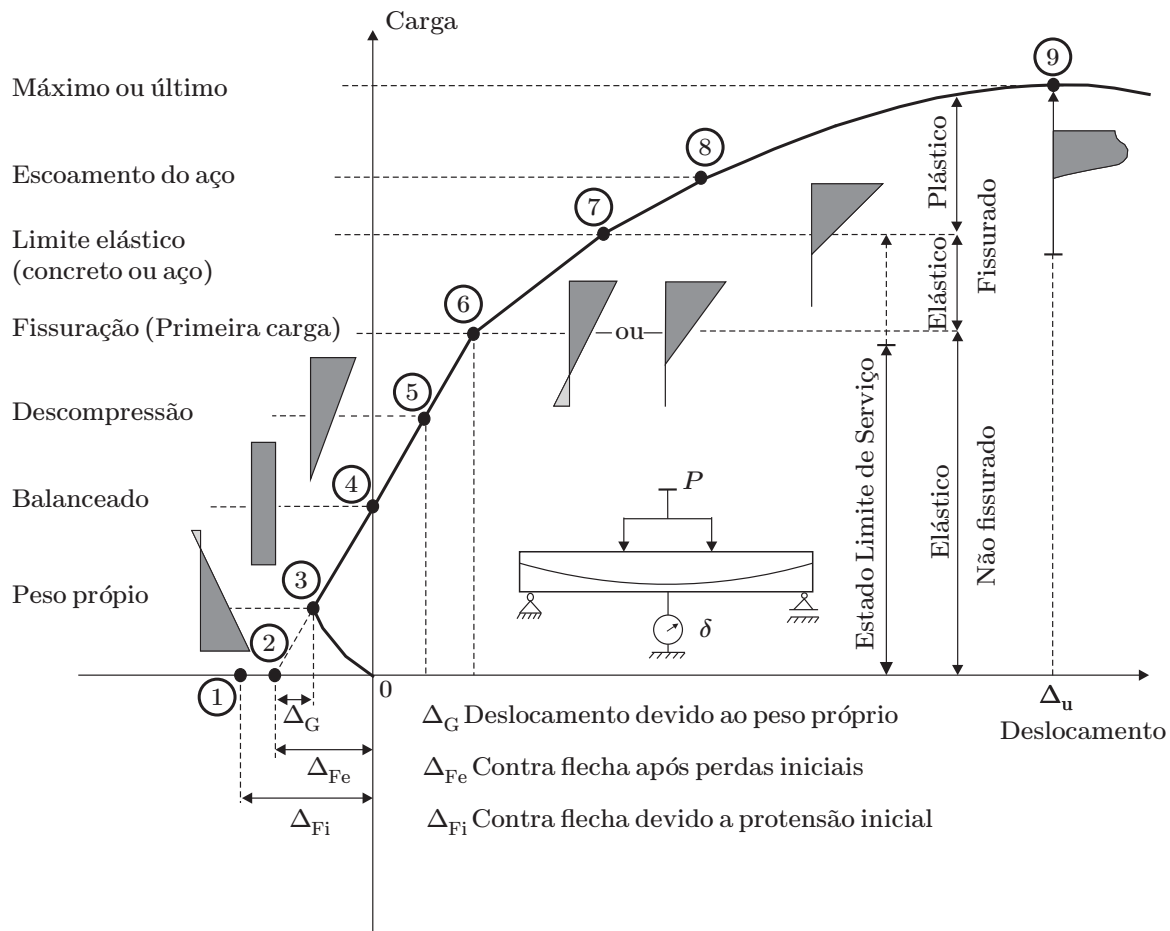


Figura 1: Curva carga versus deslocamento de uma viga protendida
Fonte:Naaman (2004)

A curva apresenta essencialmente três etapas: não fissurada, fissuração elástica e fissuração plástica. Os pontos 1 e 2 correspondem à contra flecha criada quando a força de protensão é aplicada. O deslocamento em que ocorrem as perdas iniciais de protensão junto com a ação do peso próprio é identificado no ponto 3. O Ponto 4 representa o estado de tensões balanceadas. O ponto 5 corresponde ao estado de descompressão, no qual as tensões de tração na fibra inferior são nulas, portanto, teoricamente a viga passa a se comportar como uma viga de concreto armado. Após o início da fissuração, no ponto 6, os materiais da viga passam pelos pontos 7 e 8 que representam os limites elásticos e plásticos, respectivamente, até atingir a carga última de ruptura.

A modelagem numérica baseada em elementos finitos tem se tornado uma ferramenta importante para as análises de estruturas de concreto. Nos últimos anos, vários pesquisadores têm desenvolvido formulações para representar o comportamento numérico de elementos protendidos, sendo o principal problema a reprodução entre a aderência do concreto e os cabos de protensão. Vecchio et al. (2006) propuseram um modelo constitutivo para representar as tensões de cisalhamento e o escorregamento em cabos não aderentes. O modelo foi validado através de análises numéricas não lineares de vigas submetidas à flexão e ao cisalhamento. Os resultados obtidos por Vecchio et al. (2006) mostraram um bom ajuste com os experimentais e permitiram

concluir que o aumento das tensões nos cabos de protensão, devido aos carregamentos externos, é de grande influência na resistência última do elemento estrutural.

Mais recentemente, destacam-se as pesquisas realizadas por Kang et al. (2015), desenvolvidas no programa ABAQUS. A modelagem da interação entre os cabos protendidos e o concreto é realizada através das formulações de contato e elementos de interface disponíveis no programa mencionado. Uma abordagem similar foi utilizada por Ellobody e Bailey (2008) no seu estudo de lajes submetidas à flexão simples através de análise experimental e numérica.

3 MODELAGEM NUMÉRICA

3.1 Modelos Constitutivos dos Materiais

As análises não lineares foram realizadas nos programas ATENA(2015) 2D versão 5.4.1.0 e DIANA(2012) versão 9.4.4, utilizando o modelo de Fissuras Distribuídas Fixas baseado na formulação de Deformações Totais. Nesse modelo o material é considerado como um meio contínuo onde as fissuras são distribuídas uniformemente sobre um comprimento, denominado largura de banda (*crackband*, h), em cada ponto de integração do elemento. O efeito da fissuração no material é considerado através da modificação das relações constitutivas de tensão-deformação.

Para representar o comportamento à tração do concreto foi utilizado a curva de amolecimento de Hordijk (1991). Como pode ser observado na Figura 2 essa curva relaciona a resistência à tração do concreto f_t com a deformação normal à fissura (ε_{nn}^{cr}) por meio da energia de fratura a tração (G_f) do material.

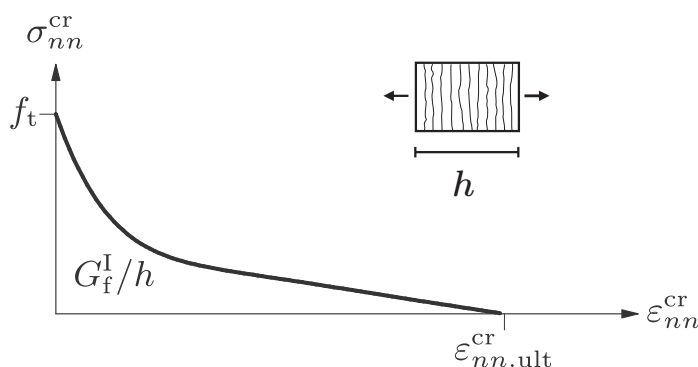


Figura 2: Relação de amolecimento proposta por Hordijk (1991)

A curva é definida por meio da expressão (1):

$$\frac{\sigma}{f_t} = \left\{ 1 + \left(c_1 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} \right)^3 \right\} \exp \left(-c_2 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} \right) - \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (1)$$

Onde as constantes c_1 e c_2 têm os valores de 3 e 6,93 respectivamente. A deformação de fissura na qual as tensões desaparecem é definida na expressão (2):

$$\varepsilon_{nn,ult}^{cr} = 5,14 \frac{G_f}{h f_t} \quad (2)$$

Nas análises também foi considerada a redução do módulo de cisalhamento (G) para representar a perda da rigidez ao cisalhamento do concreto uma vez fissurado. O fator de retenção ao cisalhamento (β) é utilizado no modelo de fissuras fixas para descrever esse fenômeno. Nas análises desenvolvidas no ATENA(2015) foi utilizado um fator de retenção variável segundo a lei proposta por Kolmar (1986) (apud Cervenka, 2012), enquanto no DIANA(2012) o fator de retenção foi mantido com um valor constante de 0,2.

O comportamento do concreto à compressão é descrito através de curvas de tensão-deformação (ver Figura 3), que consideram o amolecimento depois de atingir a resistência máxima à compressão devido ao esmagamento. No programa DIANA(2012) (Figura 3a) foi utilizado o modelo parabólico proposto por Feenstra(1993). No caso do ATENA(2015) (Figura 3b), nos modelos foi implementado a curva de compressão recomendada pelo CEB-FIP Model Code 90 junto com amolecimento linear de acordo com o modelo de Plano Fictício de Compressão (*Fictitious Compression Plane Model*) proposto por Van Mier(1989). A redução da resistência à compressão devido à fissuração lateral foi considerada de acordo com o modelo de Vecchio e Collins (1993).

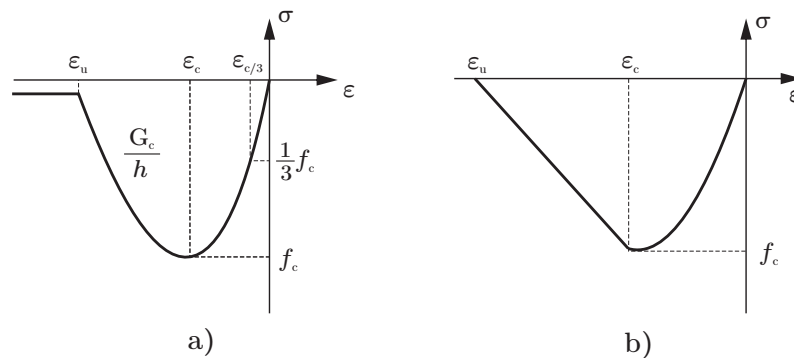


Figura 3: Curva de compressão utilizadas em a) DIANA(2012) e b) ATENA(2015)

No modelo constitutivo do aço utilizado nas armaduras passivas e ativas foi assumido um comportamento linear-elástico até atingir a tensão de escoamento como pode ser observado na Figura 4. A partir desse ponto a plasticidade do aço é simulada de acordo com o modelo de endurecimento isotrópico usando o critério de ruptura de von Mises. Por simplicidade, foi considerada aderência perfeita entre as armaduras passivas e o concreto.

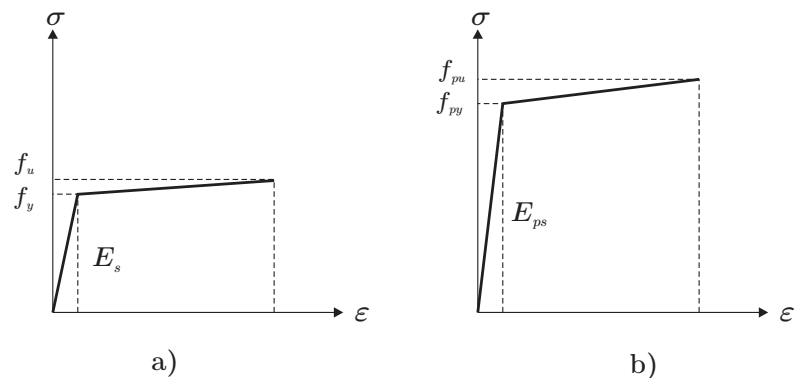


Figura 4: Curvas tensão-deformação a) Aço armadura passiva e b) Aço armadura ativa

3.2 Modelagem dos Cabos de Protensão

3.2.1 Modelagem do Cabo de Protensão através do ATENA(2015)

Os cabos de protensão no programa ATENA(2015) 2D foram modelados como elementos barra, os quais encontram-se denominados no programa como "*Reinforcement bar*", opção que permite criar um elemento linear e lhe atribuir o material correspondente. Para a modelagem de cabos com aderência deve ser escolhida a opção "*perfect conection*" nas propriedades do elemento tipo barra.

No caso dos cabos sem aderência, segundo o estabelecido na documentação do programa ATENA(2015), a melhor forma de serem modelados é utilizando a opção de "*External Cable*". Um cabo externo consiste em uma barra de reforço que não está ligada com a maior parte do elemento, apenas com os pontos em que o cabo muda de direção, os quais são chamados de desviadores. A representação do cabo externo junto com os desviadores é ilustrada na Figura 5. Outra forma possível de representar um cabo não aderente é utilizando um elemento tipo barra junto com um modelo de aderência denominado "*Bond Reinforcement*" que é definido como um tipo de material. Nas modelagens realizadas no presente trabalho, foi utilizado o modelo de cabo externo na representação dos cabos não aderentes. Essa opção foi escolhida por permitir simular de uma forma mais simples a não aderência entre o concreto e o cabo de protensão.

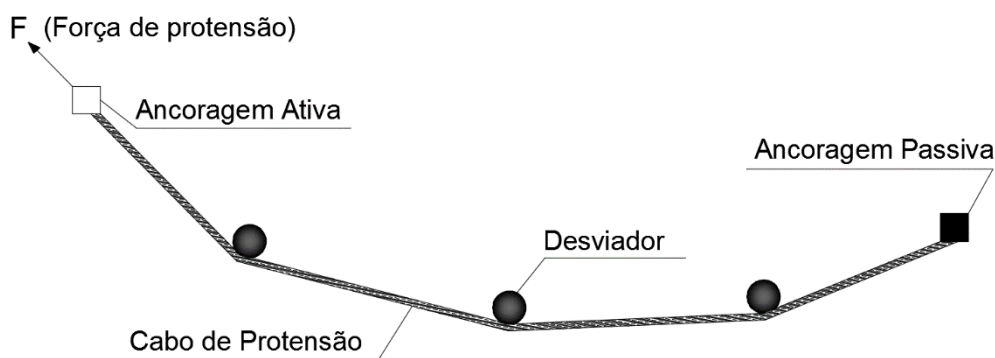


Figura 5: Representação do cabo externo no programa ATENA(2015)

A força de protensão foi aplicada levando em consideração as etapas construtivas do elemento, a qual pode ser feita através da definição de diferentes casos de carga (*Load Cases*). Na modelagem dos cabos com aderência o programa não considera perdas na protensão, portanto deve-se ingressar a força de protensão efetiva. Para um cabo externo, somente as perdas causadas pelo atrito nos desviadores é calculada pelo programa. Para a representação do cabo interno sem aderência, os parâmetros de atrito nos desviadores foram assumidos como zero.

3.2.2 Modelagem do Cabo de Protensão através do DIANA(2012)

Os cabos de protensão no programa DIANA(2012) também foram modelados como elementos tipo barra, porém foi utilizada uma metodologia diferente à explicada na seção anterior. No caso da protensão aderente (ver Figura 6a), as análises foram divididas em duas etapas. Na primeira delas, foi aplicada a força efetiva de protensão junto com a opção "*nobond*" no material utilizado no cabo, dessa forma era garantida que não houvesse ligação nenhuma entre o aço

e o concreto. Já na segunda etapa foi assumida uma aderência perfeita entre o concreto e o aço, por meio do comando "*physic bond*", com o objetivo de representar a aderência entre os cabos e o concreto após o processo de injeção de nata de cimento.

O modelo de *bond-slip* proposto por Dörr (1980) (apud DIANA, 2012) foi utilizado com o intuito de reproduzir o escorregamento dos cabos não aderentes com o concreto (ver Figura 6b). As análises também foram divididas em duas etapas. Na primeira foi aplicada a força de protensão efetiva junto com as reações das placas de ancoragem, na segunda etapa o cabo continuou sendo não aderente, porém foi criado um "*tying*" (nó mestre-escravo) entre a viga e o nó do cabo correspondente à ancoragem ativa.

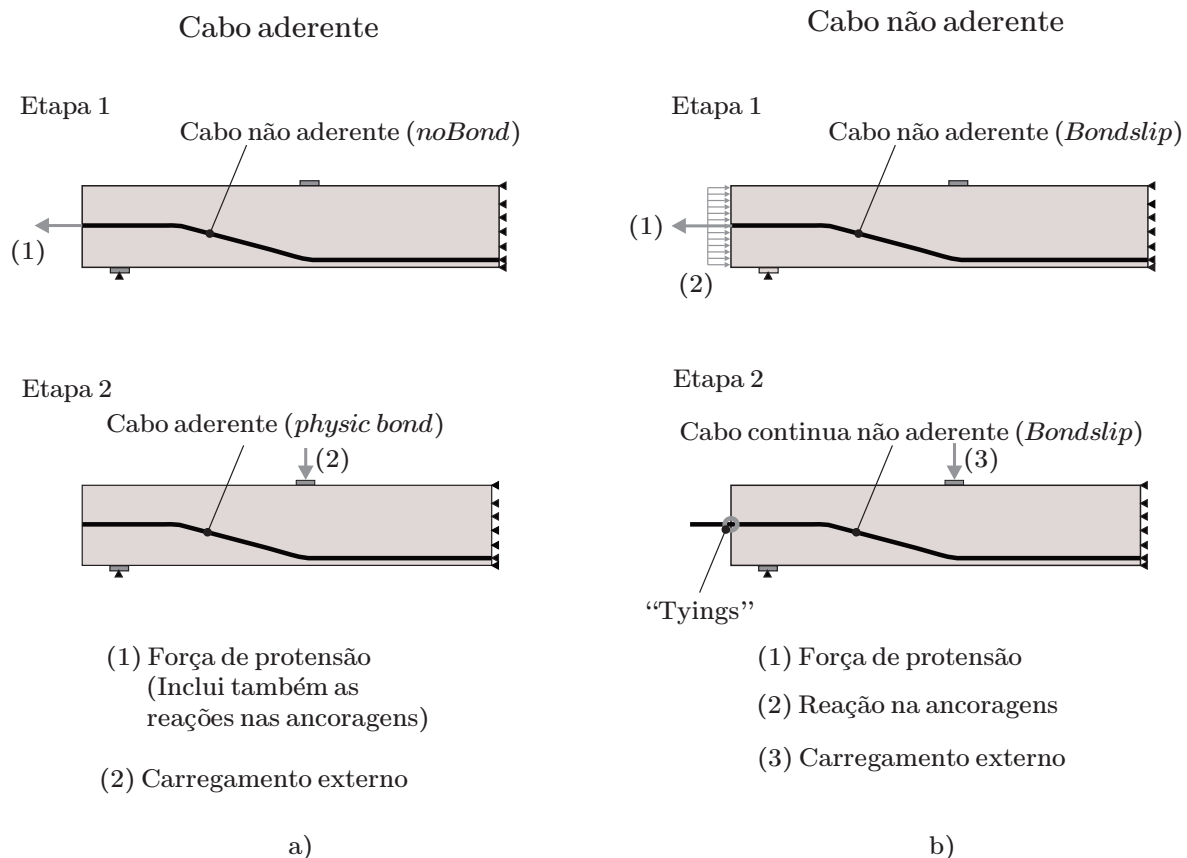


Figura 6: Representação do cabo protendido no programa DIANA(2012). a) cabo aderente, b) cabo não aderente

3.2.3 Discretização Utilizada nos Modelos

As simulações foram realizadas usando elementos bidimensionais assumindo um estado plano de tensões no comportamento das vigas. Foi utilizado o elemento quadrilátero de 8 nós de interpolação quadrática e dois graus de liberdade de translação por nó. Devido à simetria na geometria das vigas e no carregamento, somente a metade da viga foi modelada restringindo o deslocamento horizontal no eixo de simetria, como pode ser observado na Figura 7. A dimensão dos elementos utilizada em ambos programas foi de aproximadamente 20×20 milímetros. Todas as armaduras, tanto passivas como ativas, foram modeladas através de elementos tipo barra os quais estavam incorporados dentro da malha de elementos (*embedded reinforcement*).

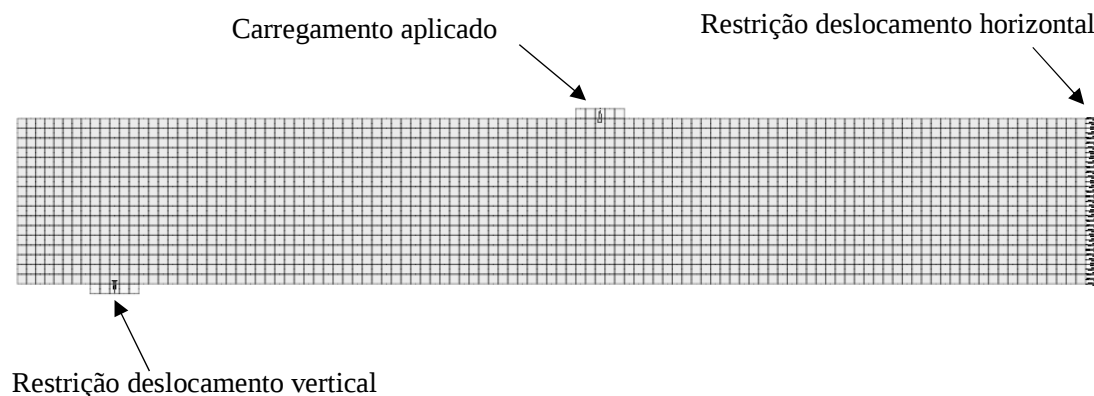


Figura 7: Discretização da malha e condições de contorno

4 VALIDAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO PROPOSTO

Com o propósito de validar a metodologia proposta foram modelados alguns testes experimentais realizados por Hussien et al. (2012). Os autores realizaram o ensaio de nove vigas de concreto de alta resistência as quais envolviam vigas armadas e vigas protendidas. Algumas das vigas estavam constituídas por cabos aderentes e outras por cabos não aderentes.

Desse conjunto de vigas foi realizada a modelagem numérica de uma viga armada e três vigas protendidas (duas com cabo aderente e uma com cabo não aderente). A modelagem da viga armada foi realizada com o objetivo de observar a influência do cabo de protensão em vigas de concreto de alta resistência.

4.1 Descrição das Vigas Seleccionadas

A geometria das vigas é apresentada na Figura 8 e a distribuição das armaduras passiva e transversal para a viga armada (B1) e para as vigas protendidas (B2, B5, B8) são ilustradas nas Figuras 9 e 10, respectivamente. O teste foi realizado através da aplicação de duas cargas concentradas que foram incrementadas até o elemento atingir a ruptura.

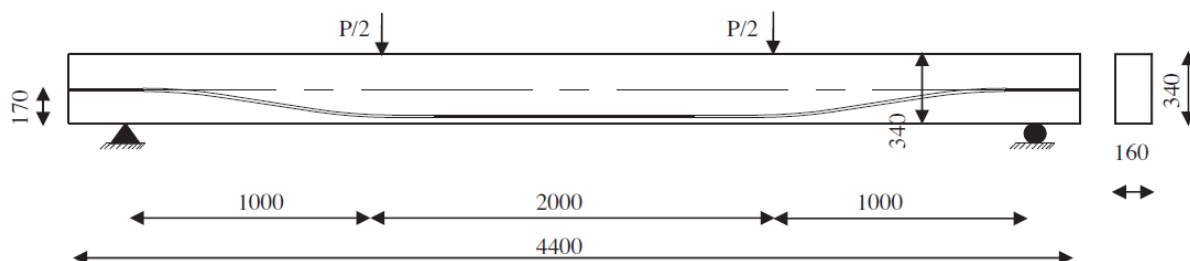


Figura 8: Geometria geral das vigas ensaiadas
Fonte: Hussien et al. (2012)

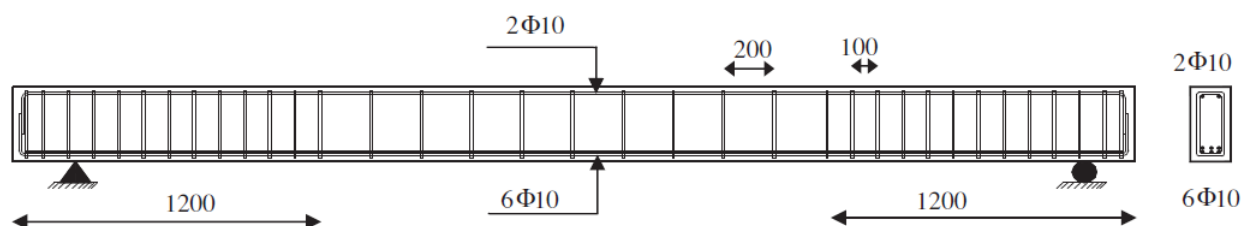


Figura 9: Distribuição das armaduras para a viga armada B1

Fonte: Hussien et al. (2012)

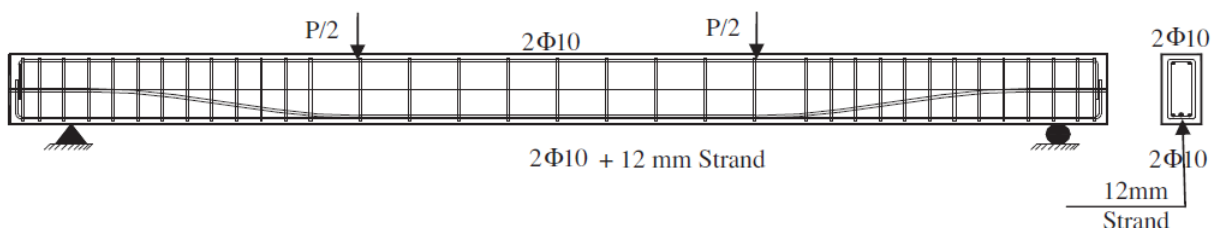


Figura 10: Armaduras para as vigas protendidas B2, B5 e B8

Fonte: Hussien et al. (2012)

Na Tabela 1 são apresentados os parâmetros da resistência do concreto à compressão (f'_c), a área da armadura de protensão (A_{ps}) e da armadura inferior passiva (A_s), a força de protensão aplicada no cabo (F), e o tipo de aderência da armadura de protensão.

Tabela 1: Propriedades do concreto e do aço das vigas ensaiadas por Hussien et al. (2012)

Viga	f'_c (MPa)	A_{ps} (mm ²)	A_s (mm ²)	F (kN)	Protensão
B1	72	–	471,24	–	–
B2	75	99	157,08	100	Aderente
B5	97	99	157,08	102	Aderente
B8	72	99	157,08	101	Não Aderente

A tensão de escoamento (f_{py}) e a tensão última (f_{pu}) à tração do cabo de protensão são 1674 MPa e 1860 MPa, respectivamente. A armadura passiva e os estribos têm uma tensão de escoamento 470 MPa (f_y) e uma tensão última à tração (f_u) de 610 MPa e seu diâmetro é de 10 milímetros.

Além das propriedades dos materiais apresentadas na Tabela 1, foi necessário estimar os valores dos parâmetros que não foram calculados experimentalmente. A estimativa do valor do módulo de elasticidade (E_c) e da energia de fratura (G_f) do concreto foram calculadas por meio das expressões (3) e (4), respectivamente, recomendadas no manual de ATENA(2015).

$$E_c = \left(6000 - 15,5 \frac{f'_c}{0,85} \right) \sqrt{\frac{f'_c}{0,85}} \quad (3)$$

$$G_f = 0,025 \left[0,24 \left(\frac{f'_c}{0,85} \right)^{2/3} \right] \quad (4)$$

A resistência à tração do concreto (f_t) foi calculada com base no estabelecido no Model Code 2010 (2010), onde são fornecidas as expressões (5) e (6) para o cálculo da resistência à tração mínima ($f_{t,min}$) e máxima ($f_{t,max}$) em função da resistência à tração média.

$$f_{t,min} = 0,7 f_{ctm} \quad (5)$$

$$f_{t,max} = 1,3 f_{ctm} \quad (6)$$

A resistência à tração média do concreto f_{ctm} é obtida através das expressões (7) e (8), sendo para concretos de f'_c menor ou igual a 50 (MPa) e para concretos de f'_c maior ou igual a 50 (MPa), respectivamente.

$$f_{ctm} = 0,3 (f'_c)^{2/3} \quad (7)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + 0,1(f'_c + 8)) \quad (8)$$

Uma vez obtidos os intervalos ($f_{t,min}$) e ($f_{t,max}$), foi escolhido o valor de f_t através da calibração do modelo.

Apresentam-se na Tabela 2 os valores obtidos do módulo de elasticidade do concreto (E_c), os módulos de elasticidade do aço de reforço (E_s) e do aço de protensão (E_{ps}), o coeficiente de Poisson (ν) do concreto, a resistência a tração (f_t) e a energia de fratura (G_f) do concreto.

Tabela 2: Parâmetros estimados a partir dos dados experimentais

Viga	E_c (MPa)	E_s (MPa)	E_{ps} (MPa)	f_t (MPa)	ν	G_f (N/mm)
B1	43140	210000	200000	3,5	0,2	0,116
B2	43510	210000	200000	3,5	0,2	0,119
B5	45200	210000	200000	4,0	0,2	0,141
B8	43140	210000	200000	3,5	0,2	0,116

4.2 Análise dos Resultados

Nesta seção será apresentada a comparação entre os resultados numéricos e os experimentais. A comparação será baseada na curva carga-deslocamento do meio vão das vigas e o panorama de fissuração.

Os resultados numéricos das vigas de concreto de alta resistência são mostrados nas Figuras 11 à 14. Em geral, pode-se dizer que as curvas obtidas das modelagens em ambos programas foram próximas às obtidas nos ensaios experimentais. As curvas estão constituídas por três segmentos que representam as etapas linear, fissuração elástica e fissuração plástica próprias de uma viga submetida à flexão. Esse comportamento também foi representado pelos modelos numéricos. A ductibilidade experimental representada pelo deslocamento atingido das vigas foi confirmada através das tensões de escoamentos atingidas nas armaduras passivas e ativas nas modelagens.

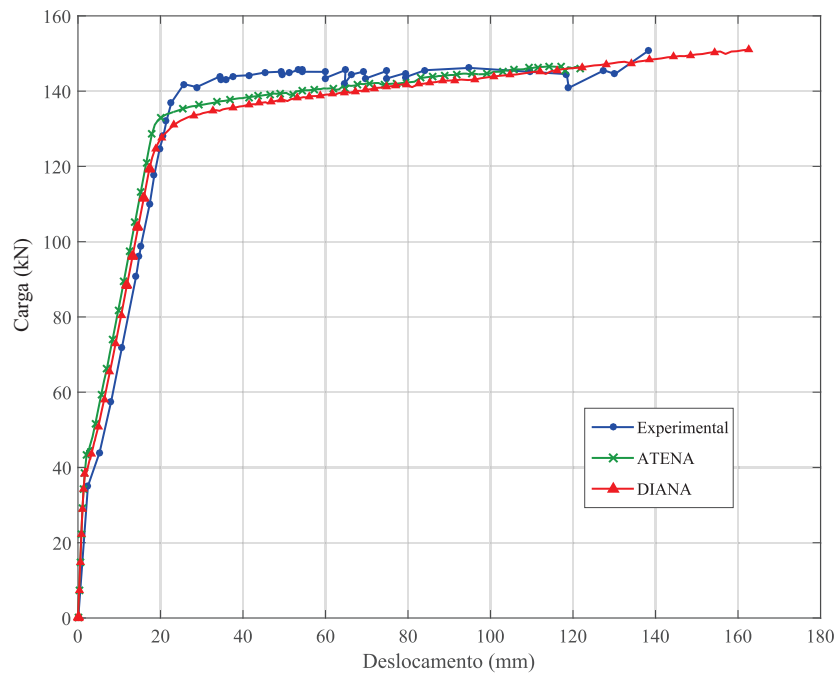


Figura 11: Comparação entre as curvas de carga versus deslocamento obtidas numericamente e experimental na viga B1

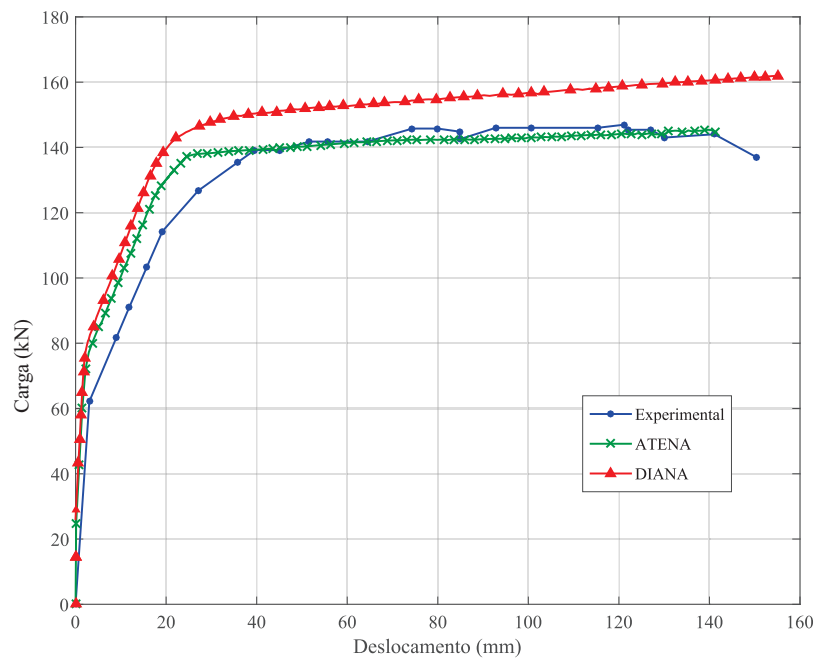


Figura 12: Comparação entre as curvas de carga versus deslocamento obtidas numericamente e experimental na viga B2

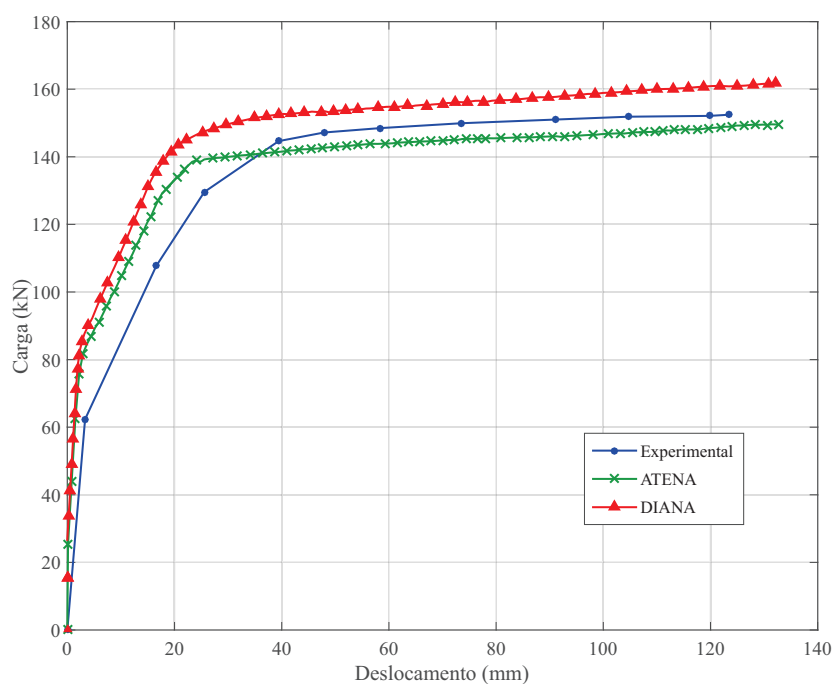


Figura 13: Comparação entre as curvas de carga versus deslocamento obtidas numericamente e experimental na viga B5

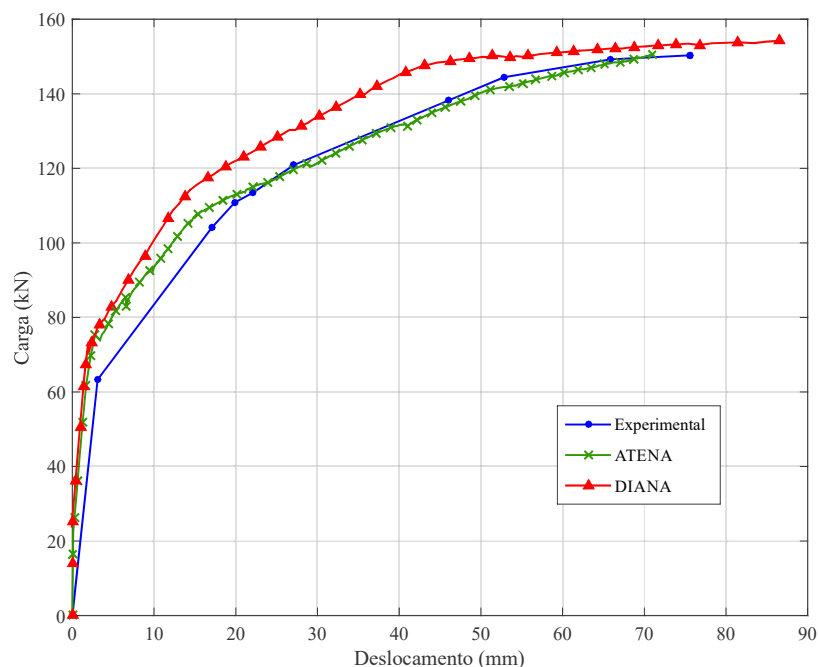


Figura 14: Comparação entre as curvas de carga versus deslocamento obtidas numericamente e experimental na viga B8

No caso da viga B1 de concreto armado (sem protensão), pode ser verificado na Figura 10 que tanto a curva do ATENA(2015) como do DIANA(2012) tiveram um comportamento muito similar. Para o caso das vigas protendidas, foi encontrado que os resultados das modelagens do ATENA(2015) apresentaram um melhor ajuste aos resultados experimentais em comparação aos obtidos no DIANA(2012). Nesse programa, foi observado uma moderada superestimação da carga atingida experimentalmente. Esse comportamento é causado provavelmente pelo método utilizado para a modelagem dos cabos de protensão.

O panorama de fissuração pode ser visualizado nas Figuras 15 à 18. A fissuração é representada no modelo numérico por meio das deformações principais de tração (*Principal Total Strain*). A distribuição das fissuras têm semelhanças com as obtidas experimentalmente.

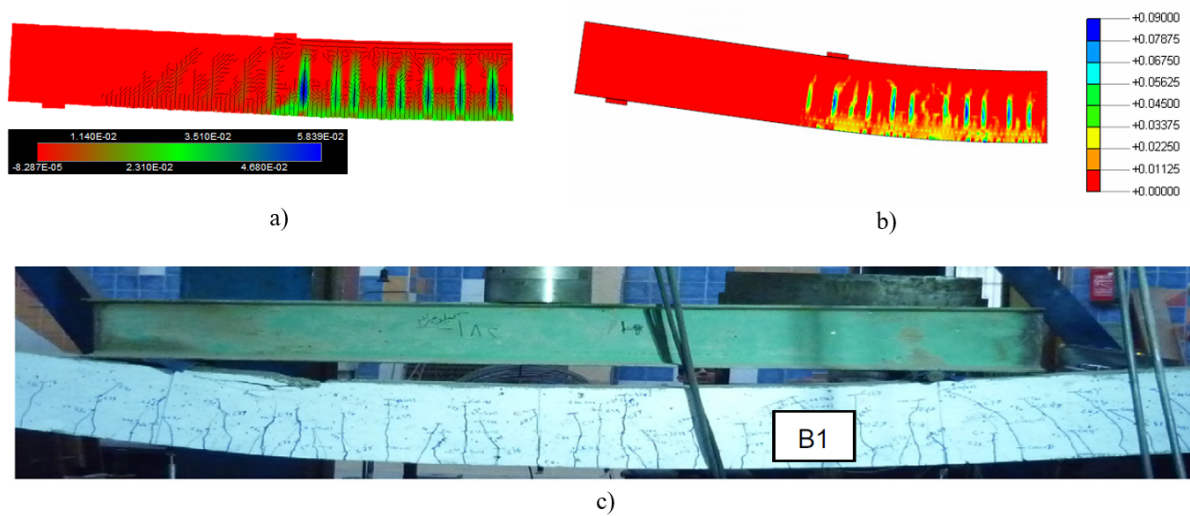


Figura 15: Panoramas de fissuração da viga B1 a) ATENA(2015), b) DIANA(2012), c) Experimental

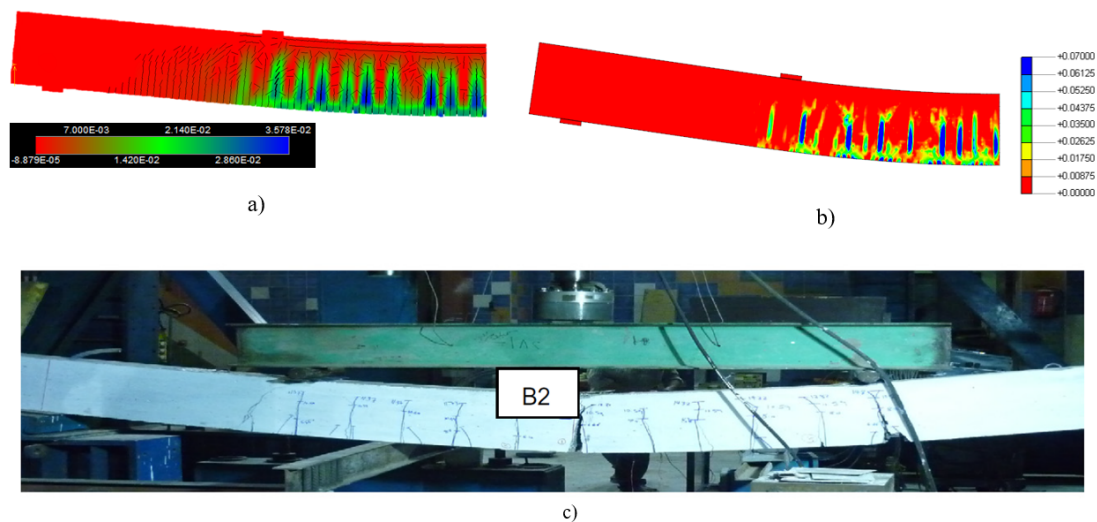


Figura 16: Panoramas de fissuração da viga B2 a) ATENA(2015), b) DIANA(2012), c) Experimental

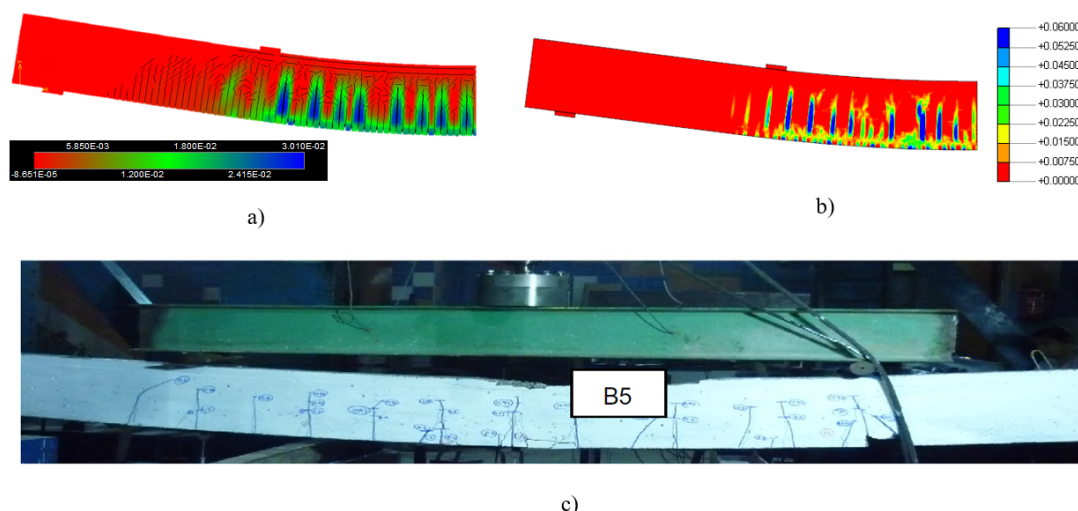


Figura 17: Panoramas de fissuração da viga B5 a) ATENA(2015), b) DIANA(2012), c) Experimental

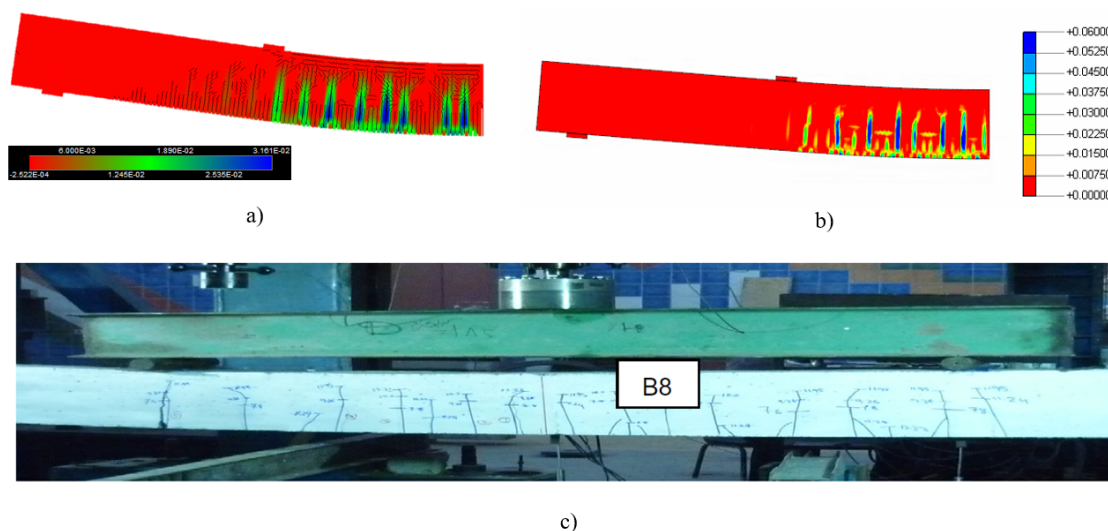


Figura 18: Panoramas de fissuração da viga B8 a) ATENA(2015), b) DIANA(2012), c) Experimental

Das Figuras 11 à 14, pode ser observado que os programas fornecem uma estimativa da fissuração da estrutura aproximada, sendo possível identificar a localização das fissuras mais críticas para cada uma das vigas analisadas.

Destacam-se na Tabela 3 as cargas em que cada viga alcança a fissura elástica (P_{fe}), a carga em que a estrutura entra no estado de fissuração plástica (P_{fp}) e a carga máxima alcançada (P_{max}), tanto no ensaio experimental como nos modelos dos programas ATENA(2015) e DIANA(2012). Junto com as cargas são apresentadas as relações entre a carga experimental e a carga obtida por cada programa para estimar uma margem de erro entre o ensaio e a modelagem numérica.

Tabela 3: Comparação entre as cargas obtidas experimental e numericamente.

Viga	Carga	Experimental (kN)	ATENA (kN)	P_{exp}/P_{ATENA}	DIANA (kN)	P_{exp}/P_{DIANA}
B1	P_{fe}	33	44,66	0,74	38,28	0,862
	P_{fp}	141,8	133	1,07	127,7	1,11
	P_{max}	152	146,1	1,04	151	1,007
B2	P_{fe}	64	72,08	0,89	77,11	0,83
	P_{fp}	139,2	137,2	1,01	142	0,98
	P_{max}	148	145,3	1,02	161,9	0,914
B5	P_{fe}	67	75,78	0,88	81,12	0,83
	P_{fp}	144	138,9	1,04	143,6	1,00
	P_{max}	153	149,5	1,02	161,8	0,95
B8	P_{fe}	63	69,64	0,90	70	0,90
	P_{fp}	111	108,2	1,03	115,4	0,96
	P_{max}	150,3	150,5	1,00	154,2	0,97
Média				0,954	Média	0,943

5 CONCLUSÕES

As modelagens de uma viga de concreto armado e três vigas de concreto protendido foram realizadas por meio da implementação de programas baseados no método dos elementos finitos, levando em consideração o comportamento não linear dos materiais.

Com base na comparação das curvas carga versus deslocamento obtidas pelos programas ATENA(2015) e DIANA(2012), e as apresentadas nos ensaios experimentais, pode-se afirmar que as modelagens realizadas representam adequadamente o comportamento das vigas de concreto protendido submetidas à flexão. A partir da comparação dos panoramas de fissuração obtidos numericamente e experimentalmente pode-se concluir que os modelos constitutivos propostos para representar o comportamento não linear dos materiais permitiram obter resultados satisfatórios.

As diferenças encontradas entre os resultados obtidos experimentalmente e os numéricos são devidos às incertezas geradas sobre algumas propriedades específicas dos materiais que não foram determinadas experimentalmente. Outros fatores que influenciaram nas respostas dos modelos foram as perdas imediatas na força inicial de protensão, as quais somente foram levadas em consideração nos modelos através da aplicação da força efetiva documentada nos ensaios.

Pode-se concluir finalmente que por meio das metodologias propostas foi possível reproduzir com sucesso o comportamento de vigas de concreto protendido, incluindo concreto de alta resistência. Devido à pouca informação encontrada sobre análise não linear de estruturas protendidas modeladas nos programas ATENA(2015) e DIANA(2012), espera-se que o estudo realizado possa ser de ajuda no desenvolvimento de trabalhos futuros.

AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem à agência CAPES pelo apoio financeiro na realização desta pesquisa e o LABMEM (Laboratório de Modelagem Estrutural e Monitoração) pela disponibilização das ferramentas e programas computacionais que viabilizaram este trabalho.

REFERÊNCIAS

- Cervenka, V., Jendele, L., & Cervenka, J., 2015. *ATENA Program Documentation - Part 1 Theory*. Prague, Czech Republic.
- Comité Euro-International du Béton, 1993. CEB-FIP Model Code 1990. *London: Thomas Telford*
- Comité Euro-International du Béton, 2010. CEB/FIP MODEL CODE MC-2010 - Design code. *International Federation for Structural Concrete*.
- DIANA TNO., 2012. *Diana finite element analysis user's manual release 9.4.4*. Delft. The Netherlands.
- Ellobody, E., & Bailey, C. G., 2008. Behaviour of unbonded post-tensioned one-way concrete slabs. *Advances in Structural Engineering*, vol. 11, n. 1, pp. 107-120.
- Feenstra, P.T., 1993. Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete. *PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology*.
- Kang, T. H. -K., Huang, Y., Shin, M., Lee, J. D. & Cho, A. S, 2015. Experimental and Numerical Assessment of Bonded and Unbonded Post-Tensioned Concrete Members. *ACI Structural Journal*, vol. 112, n. 6, pp. 735-748.
- Naaman, A. E., 2004. Prestressed Concrete Analysis and Design. In USA, pp. 1-1072.
- Hordijk, D. A., 1991. Local approach to fatigue of concrete. *PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology*.
- Hussien, O. F., Elafandy, T. H. K., Shin, M., Abdelrahman, A. A., Abdel, S. A., & Nasr, E. A., 2012. Behavior of Bonded and Unbonded Prestressed Normal and High Strength Concrete Beams. *HBRC journal*, vol. 8, pp. 239-251.
- Van Mier, J. G. M., 1989. Fracture propagation in concrete under complex stress. In: *Fracture of Concrete and Rock*. Springer, New York, pp. 362-375.
- Vecchio, F.J., & Collins M.P., 1993. Compression response of cracked reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*, vol. 119, n.12, pp. 3590-3610.
- Vecchio, F. J., Gauvreau, P., & LIU, K., 2006. Modeling of unbonded post-tensioned concrete beams critical in shear. *ACI structural journal*, vol. 103, n. 1, pp. 57.