



ANÁLISE DA INTERAÇÃO ENTRE MODOS DE FLAMBAGEM LOCAL E DISTORCIONAL EM PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO NA COMPRESSÃO AXIAL

Gustavo Yoshio Matsubara¹

Eduardo de Miranda Batista¹

Juarez Moara Santos Franco²

gustavoyoshiom@gmail.com

batista@coc.ufrj.br

juarezfranco@ufrj.br

¹ Programa de Engenharia Civil – COPPE – UFRJ

Centro de Tecnologia - Av. Horácio Macedo, s/n - Cidade Universitária, 21941-450, Rio de Janeiro, Brasil

² Instituto de Tecnologia, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rodovia Br 465, Km 07, s/n - Zona Rural, Seropédica – RJ, Brasil

Resumo. O presente trabalho apresenta resultados de testes numéricos em Elementos Finitos (MEF) com auxílio do programa comercial ANSYS para estudo da interação dos modos de flambagem local-distorcional (L-D) em perfis formados a frio de perfis U enrijecidos. A compreensão deste comportamento mecânico ainda requer um grande volume de pesquisa. Para o estudo do fenômeno foram realizadas (i) revisão bibliográfica de trabalhos numéricos e experimentais que apresentavam a interação L-D, (ii) análise de flambagem elástica com a utilização do MEF e Teoria Generalizada de Vigas (GBT), (iii) análise não-linear de pós flambagem afetada pela interação L-D e (iv) calibração do modelo de elementos finitos com resultados numéricos e experimentais. O modelo não linear leva em consideração uma imperfeição inicial previamente definida para cálculo de carga última, P_u . Essa geometria de imperfeição inicial é obtida através do primeiro modo de flambagem elástica, sendo possível também a inclusão da interação entre modos L-D. Conclui-se que os modelos numéricos podem ser correlacionados com mecanismos desenvolvidos na carga última. Dessa maneira é possível observar e estudar o mecanismo elasto-plástico e a resistência desses perfis.

Palavras-chaves: Perfis formados a frio, Interação de flambagem local e distorcional, Método dos Elementos Finitos, Análise não linear.

INTRODUÇÃO

O perfil formados a frio é definido pela NBR 14762 (ABNT,2010) como aquele “ obtido por dobramento, em prensa dobradeira, de tiras cortadas de chapas ou bobinas, ou por conformação contínua em conjunto de matrizes rotativas, a partir de bobinas laminadas a frio ou a quente, revestidas ou não, sendo ambas as operações realizadas com o aço em temperatura ambiente”.

As primeiras pesquisas sobre perfis formados a frio se deram por volta de 1939, com professor George Winter da Universidade de Cornell com o objetivo de se obter informações sobre a estabilidade estrutural e assim criar um conjunto de normas técnicas para utilização em projetos.

O grande problema na utilização estrutural do perfil formado a frio é a instabilidade das suas paredes devido à grande esbeltez, sendo possível desenvolver três tipos de modos de flambagens denominados local (L), distorcional (D) e global (G). Esses modos podem se manifestar de forma isolada ou combinadas simultaneamente. A interação entre modos de flambagem ocasionam uma modificação no comportamento pós flambagem dos perfis e uma diminuição da carga última resistente, porém muitas normas de projetos (inclusive no Brasil) ainda não apresentam formulações para lidar com algumas dessas interações.

Para análise da interação entre modos é necessária a utilização de métodos computacionais visando auxiliar o estudo de forma econômica e precisa. Isto é possível com modelos numérico calibrados de forma correta, que permitam simulação dos ensaios experimentais sem a necessidade de testar peças reais, economizando assim material, mão de obra e evitando erros de execução causadas pelas incertezas com relação à medição empírica.

O processo para obtenção de um modelo numérico para análise de perfis U enrijecidos sujeitos a interação entre os modos local e distorcional será discutido nesse trabalho.

1 FLAMBAGEM EM PERFIS FORMADOS A FRIO

Os perfis formados a frio, quando sujeitos a compressão, estão suscetíveis a modos de flambagem denominados local, distorcional e global.

O modo local é caracterizado pela flexão das paredes constituintes do perfil (alma, mesas e enrijecedores), mantendo os ângulos e a posição das arestas de encontros das paredes dos perfis inalterados (Figura 1). Trata-se de modo de flambagem de placas associadas.

O modo distorcional é caracterizado pela abertura e fechamento das mesas do perfil (Figura 2), sendo diferenciado do modo local pelo deslocamento de pelo menos um dos cantos dobrados.

O modo global é caracterizado pelo deslocamento da peça como um todo ocasionado por flexão ou flexo-torção (Figura 3), mantendo-se a seção transversal sem deformações fora do plano dos elementos de placa (flexão das placas). Adicionalmente, esses modos são caracterizados por comprimentos de onda curto, mediano e longo, respectivamente para os modos L, D e G.

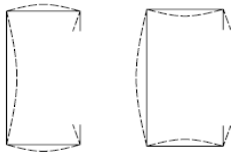


Figura 1-Modo local.

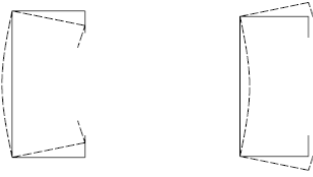


Figura 2-Modo distorcional.

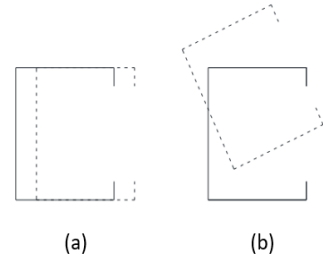


Figura 3-Modos de flambagem global: (a) flexão, (b) flexo-torção.

2 FLAMBAGEM LOCAL DE PLACAS ISOLADAS

A carga crítica (em termos de tensão = força crítica / área da seção transversal) de flambagem local em placas submetidas a compressão e com todos os seus bordos simplesmente apoiados pode ser descrito segundo a Eq. (1) demonstrado em Timoshenko e Gere (1961).

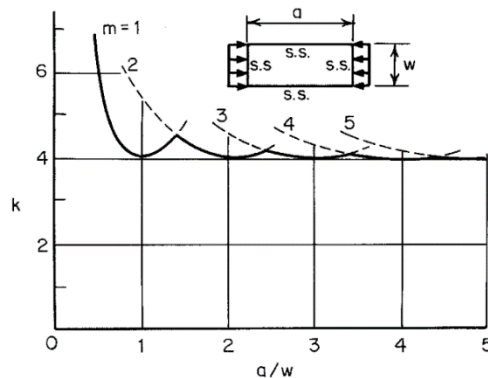
$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(w/t)^2} \quad (1)$$

$$k = \left[m \left(\frac{w}{a} \right) + \frac{1}{m} \left(\frac{a}{w} \right) \right]^2 \quad (2)$$

Sendo k o coeficiente de flambagem local, E o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson, w a largura da placa, t a espessura da placa, a o comprimento da placa e m o número de semi-ondas longitudinais.

O gráfico de k por a/w pode ser observado na Figura 4 (Yu, 2000).

Assumindo a espessura t , a largura da placa w , o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson ν constantes e substituindo a Eq.(2) na Eq.(1), conclui-se que ocorre um aumento do número de semi-ondas (m) conforme aumenta-se o comprimento a da placa sem alteração da carga crítica (σ_{cr}) (Figura 5).

Figura 4-Gráfico de k por a/w (Yu, 2000).

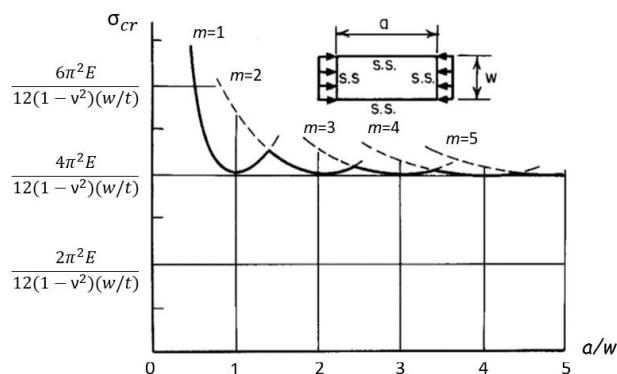


Figura 5-Gráfico de σ_{cr} por a/w .

3 MODOS DE FLAMBAGEM

A manifestação dos modos de flambagem pode ser representada pela relação entre carga crítica e comprimento da coluna, também denominada de curva de assinatura. A curva de assinatura permite identificar os modos de flambagem em função do comprimento da coluna.

Na curva de assinatura de uma coluna simplesmente apoiada sob compressão axial ocorre um fenômeno similar com o apresentado em placas isoladas, ou seja, existe a replicação de múltiplas semi-ondas (todas do mesmo modo de flambagem) com o aumento do comprimento da placa e sem alteração do valor de carga crítica. Apenas a mudança no modo de flambagem ocasiona uma mudança no valor da carga crítica.

A Figura 6 apresenta um exemplo de curva de assinatura para uma coluna Ue120x90x8x1, comprimida axialmente com extremidades simplesmente apoiadas, desenvolvida no programa GBTUL (Bebiano *et al*, 2010). Nesse exemplo é possível observar que o aumento do comprimento da peça ocasiona um aumento do número de semi-ondas locais até que para um determinado comprimento, a carga crítica de flambagem distorcional se desenvolve com valor crítico menor que a local, portanto, esse modo (distorcional) passa a agir e ocorre a alteração do modo visível na coluna, de L para D, a partir desse ponto dá-se início a replicação de semi-ondas distorcionais. Finalmente, para comprimentos superiores o modo de flambagem passa a ser o crítico e altera-se o modo de flambagem de distorcional para global.

Na Figura 6 o número de semi-ondas de cada modo de flambagem está indicado dentro dos parênteses. Percebe-se nessa figura que a carga crítica local (L) é maior do que a distorcional (D), como já mencionado anteriormente. É possível observar também que a replicação do número de semi-ondas do mesmo modo de flambagem não altera a carga crítica (colunas simplesmente apoiadas).

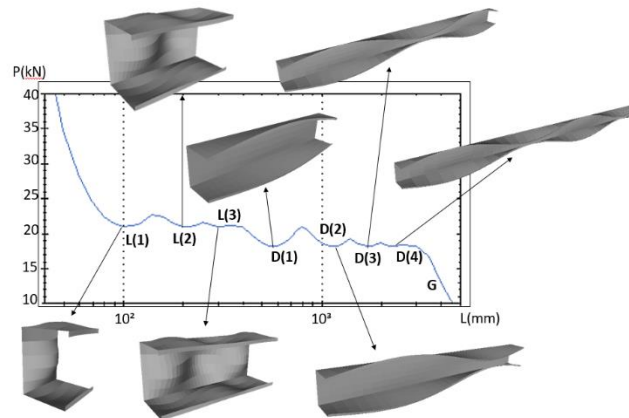


Figura 6-Curva de assinatura coluna Ue120x90x8x1: força crítica P x comprimento L .

4 INTERAÇÃO ENTRE MODOS DE FLAMBAGEM LOCAL-DISTORCIONAL

A interação entre modos de flambagem é ocasionada quando duas ou mais cargas críticas de flambagem são próximas ou coincidentes. Essa análise pode ser feita através da curva de assinatura.

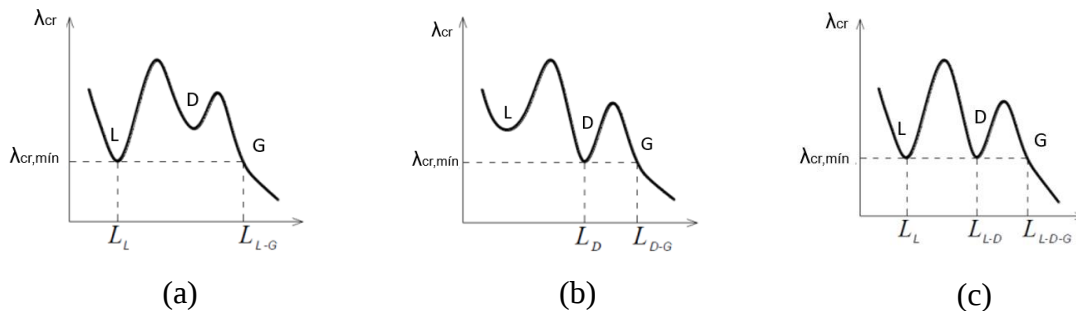


Figura 7-Curva de assinatura de perfis com interações (a) L-G, (b) D-G, (c) L-D e L-D-G (Adaptado Martins, 2006).

A Figura 7 apresenta exemplos de curvas de assinaturas de três perfis diferentes. O eixo das ordenadas (λ_{cr}) representa os parâmetros de carga e o das abscissas (L) representa o comprimento da coluna. Nas Figura 7(a), (b) e (c), o modo local está associado aos menores comprimentos L , o modo distorcional se apresenta para comprimentos intermediários de L e a flambagem global é dominante para comprimentos L maiores. Adicionalmente, as Figuras 7 indicam: (a) $P_L < P_D$, (b) $P_D < P_L$, (c) $P_L = P_D$. O terceiro caso representa a possibilidade de interação entre os modos L e D .

Para o caso da Figura 7(c), quando se projeta a coluna com um comprimento L_L teremos uma coluna com carga crítica de flambagem correspondente a $\lambda_{cr,min}$, portanto, desenvolverá o modo local. Se for aumentado o comprimento para L_{L-D} , o modo distorcional se desenvolverá e ocorrerá uma sobreposição de múltiplas semiondas locais e múltiplas semiondas distorcionais, ocasionando assim, a interação LD . Seguindo essa mesma lógica, quando se aumenta o comprimento da coluna para L_{L-D-G} , ocorrerá interação LDG , entre os modos de flambagem local, distorcional e global.

Nas Figura 7(a) e 7(b), aplica-se a mesma analogia, porém, muda-se apenas a interação entre modos desenvolvidos, ou seja, interação local-global em L_{L-G} e distorcional-global em L_{D-G}, respectivamente.

5 CÁLCULO DE CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM LOCAL

A NBR 14762:2010 apresenta duas metodologias para o cálculo das cargas críticas de perfis formados a frio sujeitos a flambagem local: método da largura efetiva (MLE) e método da seção efetiva (MSE) (Batista, 2010).

O método da largura efetiva divide o perfil em várias placas isoladas de forma a serem analisadas segundo a teoria de placas mencionada no item 2 deste trabalho. Porém, aplica-se um coeficiente k que representa a condição de apoio entre as placas, sendo obtidos os valores de forma empírica. Esse método utiliza-se da Eq. (4).

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(w/t)^2} \quad (4)$$

A divisão da coluna em placas é demonstrada na Figura 8, sendo considerado na resistência de projeto a soma das parcelas das placas isoladas.

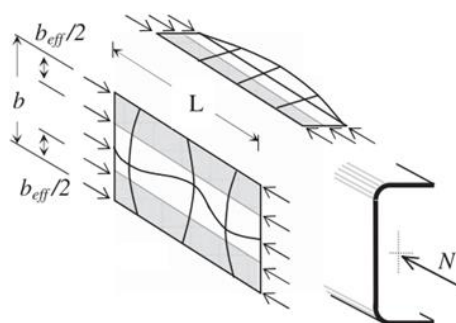


Figura 8-Placas isoladas para cálculo através do método das larguras efetivas (Batista, 2010).

Apesar do MLE ser um dos principais métodos de cálculo de flambagem local para colunas e vigas, ele apresenta grandes dispersões de resultados quando comparados resultados numéricos e experimentais, conforme mencionado por Batista (2010).

Alternativamente, Batista (2010) apresenta um método direto simplificado, denominado método da seção efetiva, MSE, presente também na norma NBR 14762:2010. Esse método apresenta uma precisão maior com cálculos mais simplificados quando comparado com o MLE, com a vantagem adicional de permitir dispensar o uso de programas computacionais na análise da flambagem. O MSE conta ainda com a ajuda de tabelas que facilitam os cálculos. A formulação da carga crítica local utilizada pelo MSE é apresentada na equação Eq. (5).

$$N_l = k_l \frac{\pi^2 EA}{12(1-\nu)(b_w/t)^2} \quad (5)$$

Sendo k_l o Coeficiente de flambagem local, fornecido em tabelas na NBR 14762:2010, E o módulo de elasticidade, ν o coeficiente de Poisson, b_w a largura da chapa, t a espessura da chapa, A a área bruta da chapa e N_l a força crítica de flambagem local.

6 CÁLCULO DE CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM DISTORCIONAL

A formulação de carga crítica de flambagem distorcional não existe na NBR 14762:2010. Porém, existem estudos como os de Lau e Hancock (1987), Schafer (1997), Silvestre e Camotim (2010) e Salles (2017), os quais visam desenvolver fórmulas analíticas para o cálculo direto da força crítica de flambagem distorcional P_D .

7 CÁLCULO DE CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM GLOBAL

Para cálculo de flambagem global de perfis formados a frio podem ser consultadas as formulações presentes na NBR 14762:2010, baseadas na solução analítica decorrente da Teoria da Estabilidade Elástica (Timoshenko e Gere, 1961).

8 METODOLOGIA

Os modelos numéricos desta pesquisa foram calibrados segundo resultados experimentais de perfis de seção U enrijecidos sujeitos a compressão axial, com empenamento impedido, rotações e translações transversais no topo e base impedidos, desenvolvendo o fenômeno de interação dos modos local e distorcional.

Para validação do modelo numérico realizou-se uma comparação desse modelo com experimentos realizados por Kwon e Hancock (1992) e Young *et al.* (2012). Os critérios analisados foram as cargas últimas e os modos de flambagem desenvolvidos após aplicação de carga de compressão. O programa utilizado para esse fim foi o ANSYS (SAS, 2009), baseado no método dos elementos finitos.

Seguiram-se então os seguintes passos para a definição do modelo: escolha do tipo de elemento para criação da coluna, discretização da malha, definição de condições de contorno, escolha das propriedades dos materiais e aplicação de cargas.

O elemento escolhido foi o SHELL181 com 4 nós e 6 graus de liberdade por nó (translações em x, y e z e rotações em x, y e z). Para impedir o empenamento das extremidades, adicionou-se placas rígidas de topo e de base com espessura de 25 mm, assim como foi utilizado nos ensaios experimentais de Young *et al.* (2012).

A escolha das dimensões dos elementos foi baseada em trabalhos anteriores de Fena (2011) e Silvestre *et al.* (2012), sendo adotado para esse trabalho elementos quadriláteros de 5mm de lado, tanto do PFF quanto para as placas de topo e base.

Em relação às condições de contorno, impediu-se as translações na seção transversal, assim como todas as rotações das duas placas rígidas de extremidades. Para impedir a translação longitudinal da coluna foi utilizado uma restrição em um nó localizado no meio da alma da coluna.

Para o módulo de elasticidade E e tensão de escoamento do aço f_y foram utilizados os valores médios dos resultados experimentais apresentados nos trabalhos de Kwon e Hancock

(1992) e Young *et al.* (2012). O modelo tensão-deformação do material é elastoplástico bilinear, adotando-se o patamar de escoamento com inclinação (σ/ε) suave, igual a 1450 MPa.

O carregamento de compressão foi aplicado com auxílio de forças concentradas nos centroides dos perfis nas seções extremas.

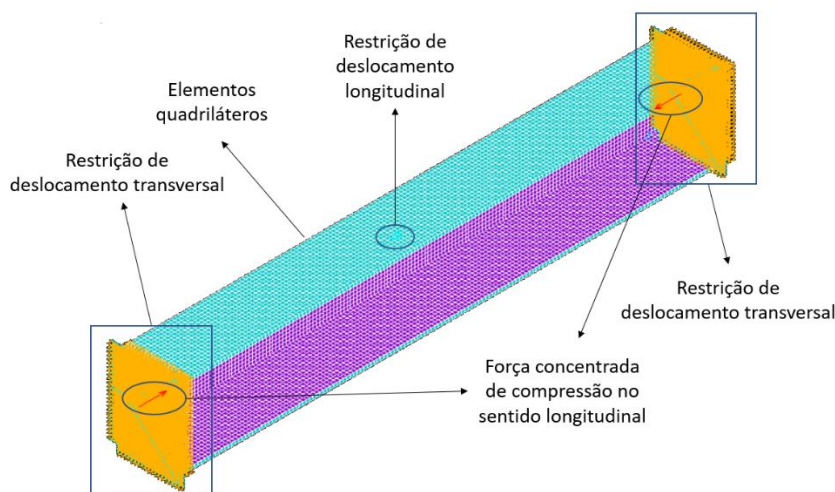


Figura 9 - Modelo gerado no programa computacional ANSYS, incluindo as condições de contorno.

Com objetivo de validar o modelo, os resultados de carga crítica modos de flambagem obtidas pelo MEF foram confrontados com os resultados obtidos com o programa GBTUL (Bebiano *et al.*, 2010), visto que esse último é consagrado nesse aspecto.

O próximo passo foi a aplicação de imperfeições iniciais para possibilitar a análise não linear utilizando o método de controle de arco. O tópico de imperfeições iniciais será discutido com mais detalhes mais adiante.

Por último, os resultados da análise não linear geométrica e física foram comparados com os resultados dos ensaios experimentais descritos por Young *et al.* (2012) e Kwon e Hancock (1992).

9 RESULTADOS

9.1 SELEÇÃO DAS COLUNAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Com objetivo de estudar o comportamento dos perfis U enrijecidos e a interação LD entre os modos local e distorcional, foram selecionados perfis que atendem a essas condições nos trabalhos de Kwon e Hancock (1992) e Young *et al.* (2012)

As dimensões das mesas (b_f), dos enrijecedores (d), da alma (b_w), da espessura (t) e do comprimento (L) utilizadas para análises numéricas estão apresentadas na Tabela 1, conforme identificação ilustrada na Fig. 10.

Tabela 1. Dimensões medidas das colunas selecionadas para análise.

Autor	Coluna	bw (mm)	bf (mm)	d (mm)	t (mm)	L (mm)
Kwon e Hancock (1992)	K-1	119,55	89,65	4,80	1,085	800
Kwon e Hancock (1992)	K-2	119,80	89,75	6,00	1,085	800
Kwon e Hancock (1992)	K-3	120,80	89,70	7,00	1,095	400
Kwon e Hancock (1992)	K-4	120,40	89,55	7,00	1,095	600
Kwon e Hancock (1992)	K-5	120,50	89,50	7,00	1,100	800
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-1	104,90	81,60	15,20	0,962	2498
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-2	101,80	82,10	15,50	0,984	2499
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-3	94,90	80,90	16,90	0,978	2499
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-4	152,50	131,20	14,70	1,227	1425
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-5	152,40	131,00	15,80	1,227	1426
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-6	154,50	141,00	15,00	1,206	1426
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-7	110,50	82,20	16,10	1,459	1148
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-8	118,50	82,00	15,70	1,453	1149
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-9	118,60	81,90	15,90	1,469	1148
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-10	203,70	192,70	19,00	1,478	1852
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-11	204,70	191,90	20,60	1,459	1849
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-12	182,10	113,10	19,20	1,934	1030
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-13	181,10	112,50	20,20	1,915	1026
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-14	182,50	122,50	19,40	1,974	1027
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-15	238,90	162,70	21,10	1,966	1946
Young <i>et al.</i> (2012)	Y-16	238,20	162,30	23,10	1,947	1947

De forma a verificar o modelo no MEF proposto, foi comparada a carga crítica de flambagem elástica obtida pelos programas ANSYS (SAS, 2009) e GBTUL (Bebiano *et al.*, 2010). Os resultados são apresentados na Tabela 2.

Verifica-se na Tabela 2 que o modelo MEF é satisfatório, visto que a média da relação entre carga críticas ANSYS (SAS, 2009) e GBTUL (Bebiano *et al.*, 2010) foi 0,97, o desvio padrão 0,005 e os modos de flambagem foram coincidentes.

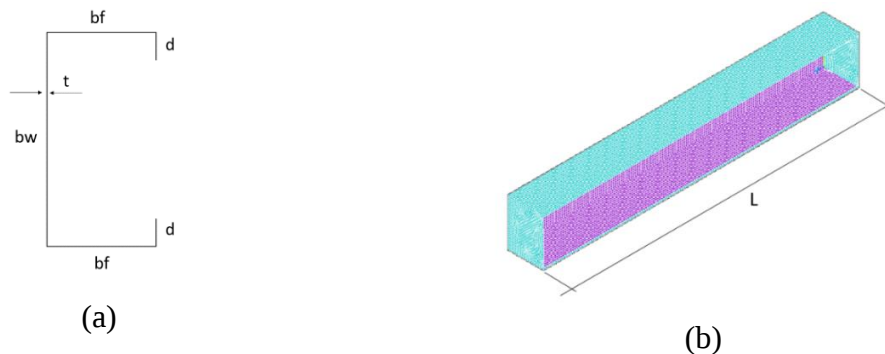


Figura 10-Dimensões (a) transversais e (b) longitudinal dos perfis U enrijecidos.

Tabela 2. Resultados de cargas críticas e modos de flambagem elástica obtidos na análise numérica pelos programas computacionais ANSYS e GBTUL.

Autor	Coluna	ANSYS P_{cr} (kN)	Modo de Flambagem	GBTUL P_{cr} (kN)	Modo de Flambagem	ANSYS/ GBTUL
Kwon e Hancock (1992)	K-1	16,8	Distorcional	16,9	Distorcional	0,99
Kwon e Hancock (1992)	K-2	22,6	Distorcional	22,8	Distorcional	0,99
Kwon e Hancock (1992)	K-3	28,3	Local	28,5	Local	0,99
Kwon e Hancock (1992)	K-4	27,5	Local	27,8	Local	0,99
Kwon e Hancock (1992)	K-5	26,7	Local	27,6	Local	0,97
Young et al. (2012)	Y-1	23,2	Local	26,9	Local	0,86
Young et al. (2012)	Y-2	25,8	Local	30,2	Local	0,86
Young et al. (2012)	Y-3	27,8	Local	33,1	Local	0,84
Young et al. (2012)	Y-4	32,5	Local	32,8	Local	0,99
Young et al. (2012)	Y-5	32,7	Local	33,0	Local	0,99
Young et al. (2012)	Y-6	30,2	Local	30,4	Local	0,99
Young et al. (2012)	Y-7	75,9	Local	79,1	Local	0,96
Young et al. (2012)	Y-8	67,9	Local	70,2	Local	0,97
Young et al. (2012)	Y-9	70,1	Local	72,5	Local	0,97
Young et al. (2012)	Y-10	41,1	Local	41,4	Local	0,99
Young et al. (2012)	Y-11	39,8	Local	40,0	Local	0,99
Young et al. (2012)	Y-12	93,7	Local	97,3	Local	0,96
Young et al. (2012)	Y-13	93,8	Local	95,5	Local	0,98
Young et al. (2012)	Y-14	104,1	Local	105,9	Local	0,98
Young et al. (2012)	Y-15	77,2	Local	78,0	Local	0,99
Young et al. (2012)	Y-16	75,8	Local	76,6	Local	0,99

A Figura 11 ilustra o modo de flambagem da coluna K-1 (ver Tabela 1), obtido pelos programas ANSYS (SAS, 2009) e GBTUL (Bebiano *et al.*, 2010). Nesse caso, observamos modo D com duas semi-ondas. É possível igualmente observar o efeito das restrições impostas nas extremidades da coluna, com impedimento das deformações nos elementos de placa que forma o PFF.

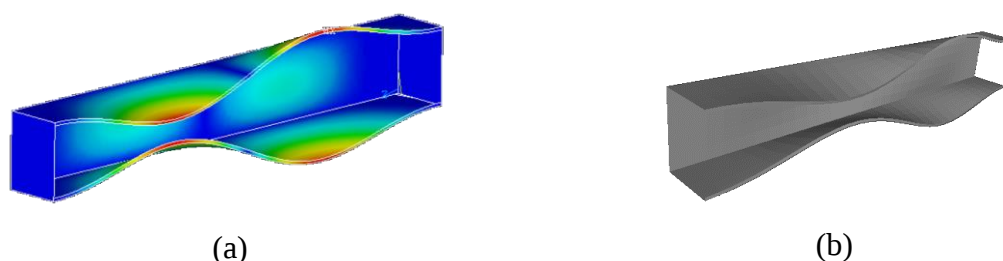


Figura 11-Modos de flambagem elástica distorcional do coluna K-1 no (a) ANSYS e (b) GBTUL.

9.2 IMPERFEIÇÕES INICIAIS

Para a análise não linear do modelo no MEF é necessário a aplicação de uma imperfeição inicial de forma a representar a deformação inicial presente no ensaio. Conforme

essas imperfeições iniciais aplicadas se aproximam das imperfeições das colunas ensaiadas experimentalmente, o modelo tende a se aproximar cada vez mais do comportamento experimental.

O trabalho foi dividido em duas análises de imperfeições iniciais. A primeira análise foi utilizada as colunas de Kwon e Hancock (1992) e Young et al. (2012) aplicando-se imperfeições iniciais equivalentes às obtidas nos modos de flambagem da Tabela 2 com amplitudes máximas da ordem de 10% da espessura das paredes. Essa metodologia é utilizada em trabalhos numéricos de Dinis *et al.* (2007), Fena (2011) e Silvestre *et al.* (2012) para os casos de modelos numéricos nos quais não se conhecem as imperfeições iniciais. A segunda análise foi feita apenas com as colunas de Young et al. (2012) com deformações iniciais obtidas na Tabela 3.

Tabela 3. Medições experimentais das imperfeições geométricas iniciais no meio do vão, referidas por Young *et al.*(2012).

Autor	Coluna	Δw (mm)	Δd (mm)
Young et al. (2012)	Y-1	0,20	3,96
Young et al. (2012)	Y-2	0,38	1,89
Young et al. (2012)	Y-3	1,04	3,61
Young et al. (2012)	Y-4	0,09	-1,91
Young et al. (2012)	Y-5	0,37	1,68
Young et al. (2012)	Y-6	0,44	-2,75
Young et al. (2012)	Y-7	0,17	0,70
Young et al. (2012)	Y-8	0,23	0,96
Young et al. (2012)	Y-9	0,04	-0,57
Young et al. (2012)	Y-10	0,47	-0,32
Young et al. (2012)	Y-11	0,13	5,96
Young et al. (2012)	Y-12	0,56	4,54
Young et al. (2012)	Y-13	0,25	3,23
Young et al. (2012)	Y-14	0,44	3,81
Young et al. (2012)	Y-15	0,59	-0,51
Young et al. (2012)	Y-16	1,34	-0,91

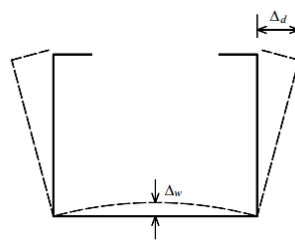


Figura 12-Imperfeições geométricas nas mesas e na alma (Young *et al.*,2012).

9.3 RESISTÊNCIA EXPERIMENTAL E NUMÉRICA (MEF) DAS COLUNAS

O resultado da primeira análise é mostrado na Tabela 4. Observa-se que os modos apresentados no experimento não foram totalmente condizentes com todos os apresentados

pelos modelos numéricos. Todos os modelos experimentais apresentaram interação entre o modo local-distorcional, contudo, no modelo numérico apenas alguns modelos apresentaram interação local-distorcional e outros apenas o modo local.

Tabela 4. Carga última e modos de flambagem segundo modelo MEF e experimental. Resultados numéricos da análise com imperfeição inicial (primeiro modo de flambagem elástica obtida no item 9.1) com amplitude máxima igual a 10% da espessura t da coluna

Autor	Coluna	IMPERF. INICIAL	ANSYS Pult (kN)	EXPERIM. Pult (kN)	EXPERIM./ANSYS	EXPERIM. Observado	ANSYS Observado
Kwon e Hancock (1992)	K-1	D	40,2	49,5	1,23	L+D	L+D
Kwon e Hancock (1992)	K-2	D	43,7	49,8	1,14	L+D	L+D
Kwon e Hancock (1992)	K-3	L	57,6	51,6	0,90	L+D	L+D
Kwon e Hancock (1992)	K-4	L	60,0	53,4	0,89	L+D	L+D
Kwon e Hancock (1992)	K-5	L	58,8	53,4	0,91	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-1	L	43,6	39,9	0,91	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-2	L	45,9	42,1	0,92	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-3	L	43,9	42,0	0,96	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-4	L	75,1	68,1	0,91	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-5	L	76,2	71,0	0,93	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-6	L	73,6	67,7	0,92	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-7	L	121,5	109,0	0,90	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-8	L	120,7	102,8	0,85	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-9	L	123,8	103,6	0,84	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-10	L	100,9	92,9	0,92	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-11	L	101,4	94,7	0,93	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-12	L	176,2	145,2	0,82	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-13	L	177,0	146,1	0,83	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-14	L	180,3	142,5	0,79	L+D	L
Young et al. (2012)	Y-15	L	158,1	129,7	0,82	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-16	L	165,8	131,6	0,79	L+D	L+D

Os possíveis motivos para essa diferença de resultados entre o experimento e o modelo numérico pode ser explicado pelas grandes incertezas presentes nessa primeira análise, como por exemplo, (i) o nível de simplificação com que a imperfeição inicial experimental foi realizada (explicada com mais detalhe no segundo parágrafo do item 9.2), (ii) a exatidão dos valores atribuídos às propriedades dos materiais (foi utilizada a média dos dados obtidos), (iii) a precisão da medição das dimensões das colunas e (iv) as características empíricas do ensaio, que geram indeterminação como, (por exemplo, a exatidão da aplicação da carga no centro de gravidade).

Apesar das incertezas presentes nessa primeira análise, apenas a coluna K-1 de Kwon e Hancock (1992) não apresentou bons resultados de correlação entre experimental e MEF. Se verificarmos a coluna K-3, com correlação entre a carga última experimental e numérica igual a 0,90, constata-se que o modo de flambagem coincide com o mencionado pelos autores da pesquisa experimental, apresentando uma semi-onda distorcional e três locais, conforme pode ser observado na Figura 13(a).

Devido ao pequeno espaço amostral de perfis analisados no trabalho de Kwon e Hancock (1992), não se pode ter um embasamento preciso quanto à validade do modelo numérico. Portanto, foi feita uma análise adicional com 16 colunas ensaiadas experimentalmente por Young *et al.* (2012), de forma a obter confirmação da qualidade do modelo segundo o MEF.

Ainda que algumas colunas de Young *et al.* (2012) apresentam alguns resultados não tão satisfatórios, como pode ser observado na Tabela 4 (Colunas Y-12 até Y-16). A média da relação entre os valores de carga última experimental e numérica foi de 0,88 (apenas considerando as colunas de Young *et al.* (2012)), com desvio padrão de 0,06. Essa média e desvio padrão é considerado satisfatório levando-se em conta as incertezas já mencionadas no segundo parágrafo deste item.



Figura 13-Deformações na vizinhança da carga última: (a) coluna K-3 de Kwon e Hancock (1992), (b) coluna Y-10 de Young *et al.* (2012), considerando imperfeições iniciais obtidas após análise de flambagem elástica e amplitudes máximas equivalentes a 10% da espessura (0,1t).

Analisando o comportamento da coluna K-3 está apresentado no gráfico da Figura 14, com a relação entre a carga aplicada e carga crítica em função da deformação associada ao modo D (deslocamento d axial de compressão de uma das chapas de extremidade, paramétrico a espessura). Na Figura 15 é apresentada a variação das tensões de Von Mises na mesma coluna.

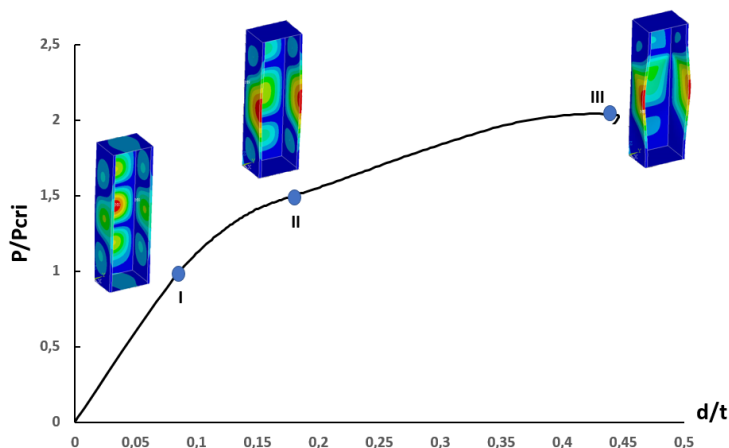


Figura 14-Gráfico de carga aplicada (P) por deformação da mesa no meio do vão (d) da coluna K-3 e resultados de deformações nos pontos I, II, III e IV.

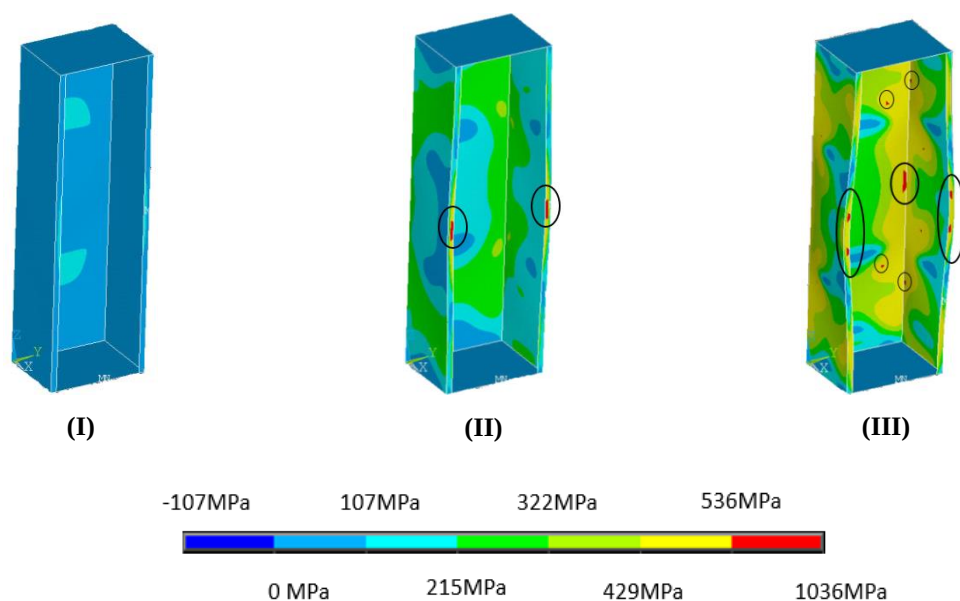


Figura 15-Resultados da variação das tensões de Von Mises para diferentes etapas de carga na Coluna K-3 ($f_y = 536$ MPa) (referido à Fig. 15).

O comportamento pós-crítico da coluna K-3 foi dividido em três pontos (I, II e III), sendo o ponto I equivalente a carga crítica, o ponto II relacionado a 1,5 vez a carga crítica e o ponto III é a carga última da coluna em questão.

A plastificação da coluna K-3 começa a se manifestar nos enrijecedores e, a seguir, se espalha para a alma e nas junções da alma com as mesas (regiões em vermelho na Figura 15). A ocorrência de zonas muito restritas de plastificação se deve à esbelteza elevada da coluna, associada ao aço com tensão de escoamento muito elevada, da ordem de 536 MPa.

Apesar do modelo apresentado até o momento apresentar resultados satisfatórios na sua comparação dos experimentos de Young *et al.* (2012) e Young *et al.* (2012) com o modelo numérico, foi feita uma segunda análise de forma a verificar se as aplicações das imperfeições iniciais fornecidas (Tabela 3) melhoraram os resultados.

A estratégia adotada nessa segunda análise não linear das colunas considerou: (i) imperfeição inicial com base na soma dos modos L e D, obtidos previamente pela análise de flambagem no MEF, (ii) amplitude inicial das imperfeições conforme os valores medidos no meio do vão, reproduzidos na Tabela 3. Desse modo, procurou-se aprimorar a condição das imperfeições geométricas, aproximando o modelo das condições dos ensaios experimentais. Os resultados dessa análise podem ser observados na Tabela 5.

Em relação aos resultados dessa segunda análise, nota-se na Tabela 5 que os modos de pós flambagem experimentais e numéricos são coincidentes entre si na vizinhança da carga última. Entretanto, restam ainda alguns resultados da comparação numérica-experimental da carga última não satisfatórios, como são os casos das colunas Y-1 e Y-4 (provavelmente devido a incorreções nas imperfeições geométricas das colunas, ou imprecisão nos procedimentos experimentais).

Um exemplo de melhora dos resultados pode ser mencionado para coluna Y-14, que na primeira análise apresentou correlação experimental e numérico de 0,79 desenvolvendo o modo local e, na segunda análise, a correlação subiu para 0,96 apresentando o modo de interação LD

como era esperado. Ou seja, ocorreu uma melhora significativa tanto para a carga última como para o modo de pós flambagem.

Tabela 5. Resultados da segunda análise não linear das colunas, com imperfeição inicial na forma LD (local+distorcional) e amplitudes conforme referido na Tabela 3.

Autor	Coluna	IMPERF. INICIAL	ANSYS Pult (kN)	EXPERIM. Pult (kN)	EXPERIM./ANSYS	EXPERIM. Observado	ANSYS Observado
Young et al. (2012)	Y-1	L+D	25,2	39,9	1,58	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-2	L+D	43,4	42,1	0,97	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-3	L+D	36,3	42,0	1,16	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-4	L+D	37,5	68,1	1,82	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-5	L+D	81,8	71,0	0,87	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-6	L+D	74,1	67,7	0,91	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-7	L+D	116,5	109,0	0,94	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-8	L+D	111,2	102,8	0,93	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-9	L+D	118,2	103,6	0,88	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-10	L+D	101,1	92,9	0,92	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-11	L+D	106,7	94,7	0,89	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-12	L+D	150,5	145,2	0,97	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-13	L+D	144,9	146,1	1,01	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-14	L+D	148,5	142,5	0,96	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-15	L+D	152,4	129,7	0,85	L+D	L+D
Young et al. (2012)	Y-16	L+D	153,0	131,6	0,86	L+D	L+D

Na Figura 16 é possível ver a interação entre o modo local e distorcional nessa segunda análise.

Constata-se que a segunda análise numérica permitiu aprimorar a representação das imperfeições geométricas iniciais das colunas, levando a um aprimoramento dos resultados.

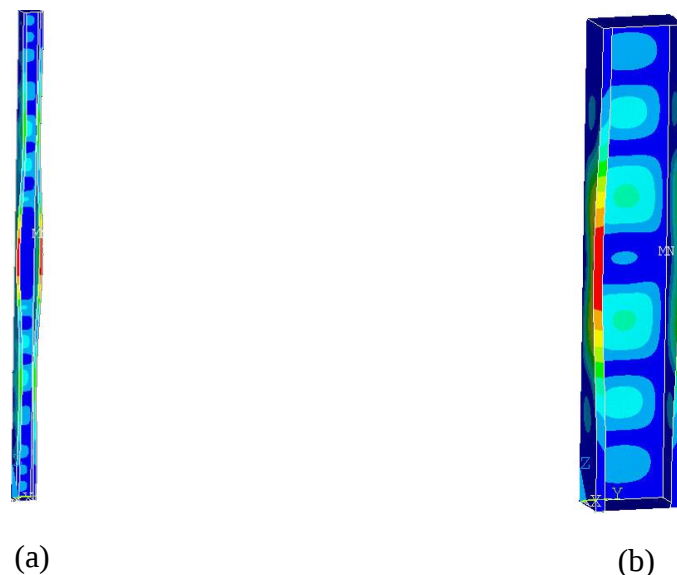


Figura 16- Resultados de deformações (imperfeição inicial LD) aplicando-se a carga última das colunas (a) Y-2 de Young et al. (2012) e (b) Y-12 de Young et al. (2012)

O comportamento pós-crítico da coluna Y-12 apresentado na Figura 17 foi dividido em três pontos (I, II e III), sendo o ponto I equivalente a carga crítica, o ponto II relacionado a 1,5 vez a carga crítica e o ponto III é a carga última da coluna em questão.

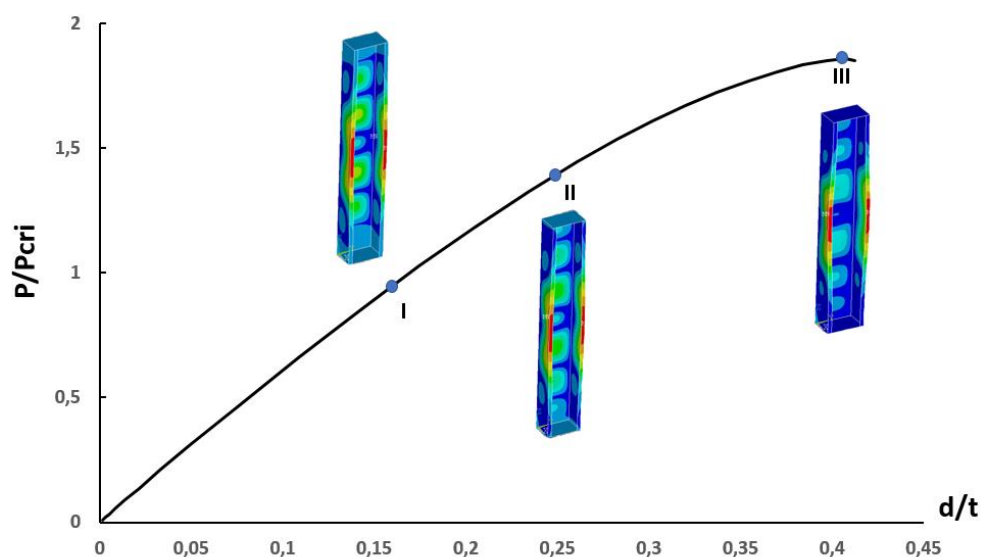


Figura 17-Gráfico de carga aplicada (P) por deformação da mesa no meio do vão (d) da coluna Y-12

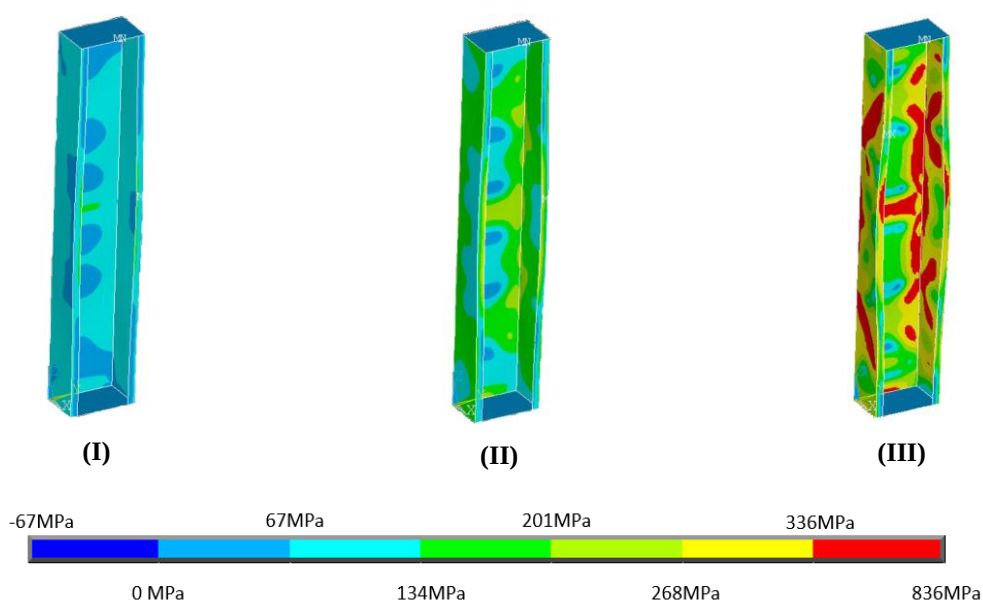


Figura 18-Resultados da variação da tensão de Von Mises para diferentes etapas de aplicações de carga- Coluna Y-12 ($f_y = 336 \text{ MPa}$)

Com relação a plastificação da coluna Y-12, ela começa a se manifestar de maneira mais generalizada (regiões vermelhas da Figura 18) se comparado com a coluna K-3 (Figura 15). Isso se ocorre devido à menor esbelteza da coluna, associada a uma menor tensão de escoamento do material, da ordem de 336 MPa.

Tabela 6. Resultados de imperfeições geométricas que mais se adequam aos ensaios de Young *et al.* (2012)

Coluna	IMPERFEIÇÃO INICIAL ADEQUADA	EXPERIM./ ANSYS	EXPERIM. Observado	ANSYS Observado
Y-1	L	0,91	L+D	L+D
Y-2	LD	0,97	L+D	L+D
Y-3	L	0,96	L+D	L
Y-4	L	0,91	L+D	L+D
Y-5	L	0,93	L+D	L+D
Y-6	L	0,92	L+D	L+D
Y-7	LD	0,94	L+D	L+D
Y-8	LD	0,92	L+D	L+D
Y-9	LD	0,88	L+D	L+D
Y-10	L	0,92	L+D	L+D
Y-11	L	0,93	L+D	L+D
Y-12	LD	0,96	L+D	L+D
Y-13	LD	1,01	L+D	L+D
Y-14	LD	0,96	L+D	L+D
Y-15	LD	0,86	L+D	L+D
Y-16	LD	0,86	L+D	L+D

Conclui-se que, para obter uma reprodução razoável dos ensaios experimentais de colunas com seção U enrijecido com paredes finas e interação entre modos de flambagem LD com auxílio do MEF, é necessário selecionar imperfeições geométricas de forma adequada. Ficou confirmada a alta sensibilidade dessas colunas aos efeitos das imperfeições iniciais. Na Tabela 6 estão consolidadas as condições que conduziram aos melhores resultados numéricos das colunas de Young *et al.* (2012).

Segundo a Tabela 6, a média da correlação entre ensaios experimentais e numéricos foi igual a 0,93, com desvio padrão de 0,03. Esses valores apresentam muito boa correlação e validam o modelo proposto segundo o MEF.

10 CONCLUSÕES

Os resultados numéricos das colunas com seção U enrijecido sujeitas a interação entre os modos local e distorcional testadas por Kwon e Hancock (1992), apresentaram bons resultados. As diferenças entre o modelo numérico e os experimentos podem ter sido ocasionadas (i) pelas consideráveis incertezas relativas às imperfeições geométricas iniciais, (ii) possível imprecisão nas medições experimentais de geometria e (iii) variações das propriedades do aço. Essas observações motivaram uma nova análise das colunas testadas por Young *et al.* (2012).

No estudo do segundo conjunto de experimentos realizados por Young *et al.* (2012) chegou-se à conclusão que, para se obter uma exata correlação do ensaio numérico e o experimental, é necessária uma implementação de imperfeições iniciais precisas, pois os modelos numéricos apresentados revelaram grande sensibilidade a imperfeições iniciais. Porém, para casos de estudos exclusivamente numéricos ou que não se tem conhecimento das

imperfeições iniciais, a metodologia apresentada por Dinis *et al.* (2007), Fena (2011) e Silvestre *et al.* (2012) apresenta boa aproximação de resultados numéricos e experimentais. Nesse caso, que é proposta a aplicação de imperfeição inicial segundo o modo de flambagem obtido na análise prévia da flambagem elástica, com amplitude de deformação máxima igual a 10% da espessura do perfil.

Para reprodução mais precisa do comportamento experimental de Young *et al.* (2012), foi necessária a aplicação de imperfeições locais em algumas colunas e local-distorcional para outras, como apresentado na Tabela 6.

Apesar de algumas correlações entre experimental e numérica não apresentarem total concordância com o modelo numérico apresentado, pode-se concluir que o modelo numérico conduziu a resultados satisfatórios, visto que a grande maioria dos resultados apresentou boa correlação com o experimento. As diferenças podem ter sido ocasionadas por incertezas e/ou incorreções contidas no próprio experimento.

Conclui-se que o modelo numérico apresentado pode ser utilizado para análise da interação local-distorcional de perfis U enrijecidos formados a frio sujeitos a compressão axial. Consequentemente, a utilização para estudo de peças com variações na seção transversal, no comprimento e na tensão de escoamento se torna possível e de grande utilidade para a extensão da presente pesquisa.

REFERÊNCIAS

ABNT. NBR 14762: Dimensionamento de Estruturas de Aço constituídas por Perfis Formado a Frio. Brasil, Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2010.

Batista, E.M., 2010. Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction. *Thin-Walled Structures*, vol. 48, n. 4, pp. 345-356.

Bebiano, R., Silvestre, N., Camotim, D., 2010, GBTUL 1.0 β –Buckling and vibration analysis of thin-walled members. DECivil/IST, Technical of Lisbon. Disponível em: <http://www.civil.ist.utl.pt/gbt/>

Dinis, P.B., Camotim, D., Silvestre, N., 2007. FEM-based analysis of the local-plate/distorcional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns. *Computer & Structures*, vol. 85, n. 1, pp. 1461-1474.

Fena, R.P.T., 2011. Interação entre instabilidades local e distorcional em colunas de aço enformadas a frio de secção em "HAT". Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa/Lisboa.

Hancock, G.J., 1997, Design for distortional buckling of flexural members. *ThinWalled Structures*, v. 27, n. 1 , pp 3–12.

Kwon, Y.B., Hancock, G.J, 1992. Tests of cold-formed channels with local and distortional buckling. *J.Struct.Eng.*, vol. 118, n. 1, pp. 1786-1803.

Lau, S.C.W., Hancock, G.J., 1987, Distortional Buckling Formulas for Channel Columns, *Journal of Structural Engineering*, v. 113, n. 5, pp. 1063-1078.

Martins, A.D., Camotim, D., Dinis, P.B., Young, B., 2015. Local-distortional interaction in cold-formed steel columns: mechanics, testing, numerical simulation and design. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 73, n. 1, pp. 12-30.

Martins, A.P., 2006. Interação entre instabilidade local-de-placa e distorcional em vigas de aço enformadas a frio com secção em C. Dissertação de mestrado, Instituto Superior Técnico/Lisboa.

Salles, G.C., 2017. Investigação analítica, numérica e experimental do modo de flambagem distorcional em perfis formados a frio. Dissertação de mestrado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro/Rio de Janeiro.

Schafer, B., Pekoz, T., 1998. Direct strength prediction of steel cold-formed members using numerical elastic buckling solutions. In: Fourteenth international specialty conference on cold-formed steel structures. Rolla, MO: University of Missouri.

Silvestre, N., Camotim, D., 2010, On the mechanics of distortion in thin-walled open sections, *Thin-Walled Structures*, v. 48, n. 7, pp. 469-481.

Silvestre, N., Camotim, D., Dinis, P.B., 2012. Post-buckling behaviour and direct strength design of lipped channel columns experiencing local/distortional interaction. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 73, n. 1, pp. 12-30.

SWANSON ANALYSIS SYSTEM (SAS), 2009, ANSYS, Reference Manual, version 12.0.1.

Timoshenko, S.P., Gere, J.M. , *Theory of Elastic Stability*. 2 ed. New York, McGRAW-HILL, 1961.

Young, B., Silvestre, N., Camotim, D., 2013. Cold-formed steel lipped channel columns influenced by local-distortional interaction: strength and DSM design. *Journal of Structural Engineering*, vol. 139, n. 6, pp. 1059-1074.