



ANÁLISE DINÂMICA NUMÉRICA DE PISOS MISTOS COM CONEXÃO DEFORMÁVEL

Wanderson Gonçalves Machado

Francisco de Assis das Neves

Amilton Rodrigues da Silva

wandersongonc@yahoo.com.br

fassis@em.ufop.br

amilton@em.ufop.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil,
Universidade Federal de Ouro Preto

Campus Universitário Morro do Cruzeiro, 35400-000, Minas Gerais, Ouro Preto, Brasil

Resumo. Os elementos mistos de aço e concreto passaram a ser utilizados a partir da década de 1960, sendo que os mais utilizados são as vigas, pilares e pisos. O presente trabalho consiste na avaliação das frequências naturais e modos de vibração de pisos mistos, considerando a conexão deformável entre a laje de concreto e as vigas de aço constituinte dos mesmos. Para a avaliação do comportamento mecânico desses elementos estruturais, será utilizado o Método dos Elementos Finitos, onde o piso será discretizado por elementos finitos unidimensionais de viga, elementos finitos bidimensionais de placas, e elementos finitos unidimensionais de interface, capazes de simular o comportamento da conexão deformável entre as placas de concreto. Esta simulação implica, na maioria das vezes, em um menor esforço computacional, visto que a maioria dos trabalhos encontrados na literatura, esta simulação é feita com elementos finitos tridimensionais de placa ou casca, além de geralmente usar software comercial para as simulações. As formulações e implementações desses elementos finitos são realizadas na linguagem de programação C++, utilizando o programa FEMOOP, desenvolvido no início da década de 1990 na PUC-Rio.

Palavras-chave: Piso misto, Conexão deformável, Análise numérica, Método dos elementos finitos, Análise dinâmica

INTRODUÇÃO

Os elementos mistos de aço e concreto começaram a ser utilizados apenas no início da década de 1960, a partir do desenvolvimento de métodos e arranjos construtivos que assegurassem a funcionalidade desses dois materiais conectados (Machado et al., 2017). As tendências do mercado, juntamente com as novas tendências arquitetônicas, que estão atreladas à maior flexibilidade de adequar os ambientes às diversas utilizações, fazem com que as concepções estruturais ficassem, com o tempo, mais arrojadas, visto que se tem buscado um menor peso das peças estruturais com o objetivo de vencer vãos cada vez maiores.

Essas novas tendências, têm levado a estrutura a sofrer com sérios problemas relacionados à vibração de pisos (Mello et al., 2007), pois muitas vezes essas vibrações estão ligadas a uma rigidez inadequada, um baixo amortecimento e/ou pouca massa da estrutura. Surge então a necessidade de realizar uma análise dinâmica de pisos mistos, verificando a influência da rigidez da conexão nas frequências naturais e modos de vibração, e consequentemente no comportamento estrutural.

1 PISOS MISTOS

Os pisos mistos de aço e concreto, assim como os demais elementos estruturais mistos mais utilizados (vigas e pilares) tem se tornado uma alternativa cada vez mais interessante e usual na construção civil, devido a sua maior rigidez quando comparada com a estrutura metálica. Os elementos estruturais mistos são formados pela associação de perfis ou chapas de aço com placas ou elementos lineares de concreto, podendo este ser armado ou não, sendo que para uma melhor resposta da ação conjunta dos dois materiais, são ligados de forma mecânica através de conectores, denominados conectores de cisalhamento (Machado, 2012).

A Fig. 1 mostra um piso misto, objeto de análise desse artigo, sendo este formado vigas de aço e uma laje de concreto.

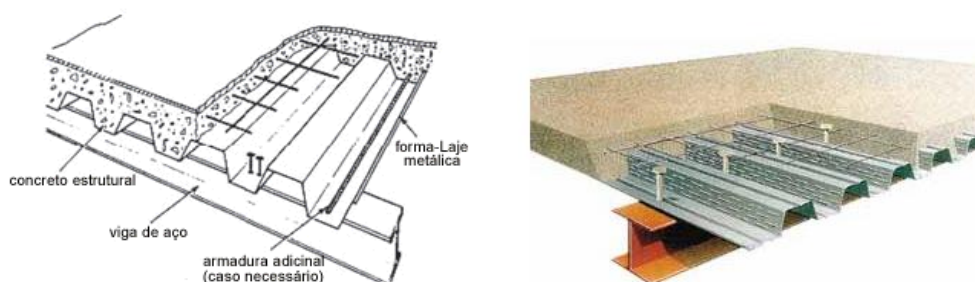


Figura 1. Piso misto formado por laje mista associada à viga de aço

Queiroz (2001) cita as seguintes vantagens para os pisos mistos: possibilidade de dispensa de formas e escoramentos; redução do peso próprio e do volume da estrutura quando comparadas com estruturas de concreto; redução do consumo de aço estrutural; aumento na rigidez e resistência à flambagem quando comparadas com estruturas metálicas.

Os pisos mistos tendem a provocar, quando sujeito a ações rítmicas, como caminhar, pular, correr, etc, respostas dinâmicas indesejáveis. Estas respostas são principalmente, quando as estruturas possuem grandes vãos livres, ou seja, possuem menor quantidade de pilares, o que tende a gerar propriedades amortecedoras restritas, além é claro de já serem estruturas mais leves (devido a sua maior esbeltez), quando comparadas com estruturas de concreto.

Com o intuito de diminuir o deslizamento na interface (escorregamento longitudinal dos materiais) e também o deslocamento vertical (separação vertical da interface dos materiais), faz-se necessária a ligação entre o perfil de aço e a laje de concreto, sendo que esta, se dá, em função dos conectores de cisalhamento, cuja função é absorver os esforços cisalhantes induzidos na interface de contato entre os materiais constituintes do elemento estrutural misto.

A ligação na interface de contato entre os constituintes do elemento estrutural misto (aço e o concreto) pode ser por meio de uma conexão deformável ou não deformável. A conexão deformável, também chamada de interação parcial, se dá, quando existe um deslizamento relativo na interface que deva ser considerado na análise do comportamento do sistema misto, bem como da estrutura como um todo, visto que o deslizamento influencia consideravelmente na análise. Outra forma de interação, é por meio de uma conexão não deformável, também chamada interação total, ou seja, a interação é tão grande, fazendo com que o deslizamento na interface seja geralmente tão pequeno, e não exatamente nulo, tendo influencia insignificante no comportamento do sistema/estrutura, sendo, portanto, desprezado na análise (Machado, 2012).

Para a ligação mecânica entre a placa de concreto e os elementos lineares de aço são adotados conectores de cisalhamento, sendo alguns tipos mostrados na Fig. 2, entre os quais o conector do tipo pino com cabeça (stud bolt) é o mais utilizado (Fig. 2a).

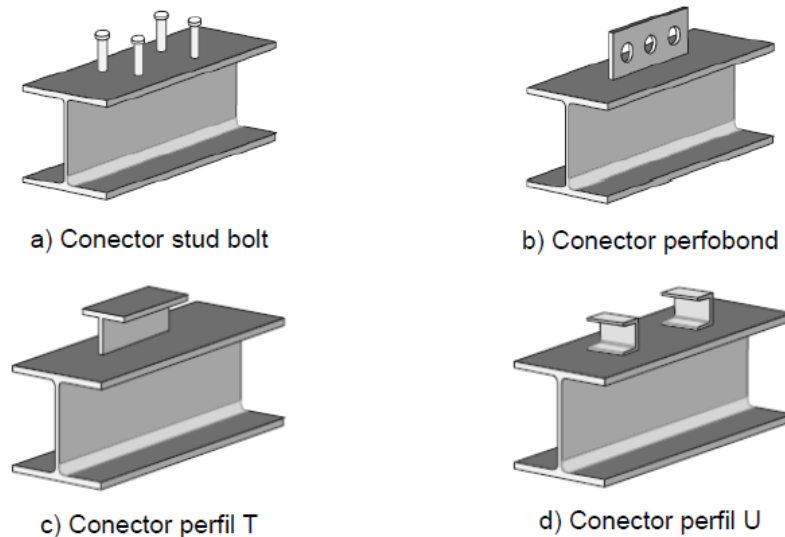


Figura 2. Tipos de conectores (Lopes, 2012)

2 ELEMENTOS DE VIGA, PLACA E INTERFACE

Neste artigo serão utilizadas formulações e implementações de elementos finitos capazes de simular numericamente o comportamento dinâmico de placas de concreto enrijecidas com elementos lineares de aço com conexão deformável, sendo estes elementos utilizados por Silva (2010) e Dias (2016) apenas para a análise estática. Serão implementados os seguintes elementos: um elemento de placa é capaz de simular problemas dinâmicos lineares e não lineares em placas de concreto, um elemento de viga que será utilizado na discretização das vigas, um elemento de barra, que utilizado na discretização das colunas e um elemento de interface que faz a ligação entre esses dois elementos (elemento de viga ao elemento de placa), simulando o comportamento da conexão deformável na direção longitudinal.

As implementações dos elementos foram realizadas no programa FEMOOP (Guimarães, 1992), sendo o FEMOOP um programa onde o código em C++ é aberto e de uso liberado para qualquer pesquisador interessado, tendo sido desenvolvidos no início da década de 90 na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) e utilizados por diversos autores, tais como Caldas (2004), Muniz (2005), Silva (2006), Silva (2010), Dias (2016), entre outros.

2.1 Elementos de Viga

São dois os elementos de viga utilizados, sendo que o primeiro (Fig. 3a), possui os graus de liberdade compatíveis com aqueles definidos para o elemento de placa a ser utilizado (5 graus de liberdade), chamado neste artigo de *BEAMRM* (Silva, 2010), e o segundo (Fig. 3b), que possui 6 graus de liberdade por nó, sendo utilizado para a discretização das colunas, chamado neste artigo de *BEAM3D*. O elemento *BEAM3D* foi implementado neste trabalho devido à existência de colunas no exemplo a ser mostrado, por haver a necessidade de mais um grau de liberdade para conectar a coluna no piso misto. Os elementos finitos de vigas consideram a teoria de vigas de Timoshenko e são unidimensionais (Timoshenko, 1953).

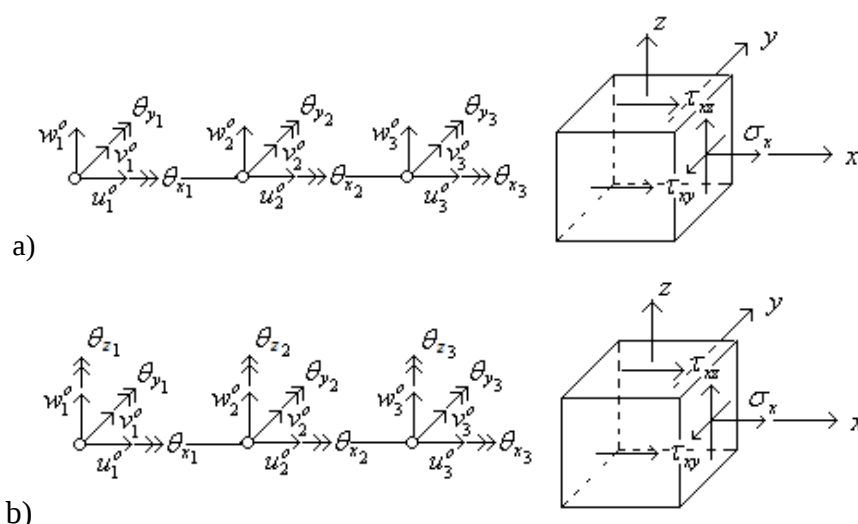


Figura 3. Graus de liberdade do elemento de viga e tensões em um elemento infinitesimal (Silva, 2010)

2.2 Elemento de Placa

O elemento de placa utilizado neste artigo, é o elemento plano de placa retangular de nove nós com cinco graus de liberdade por nó a nível local (Bathe, 1996). O elemento de placa, chamado neste artigo de *PLATE9*, considera, além do deslocamento vertical na direção de z e rotações em torno dos eixos x e y , translações nas direções dos eixos x e y como mostra a Fig. 4 (diferente do elemento de placa tradicional, onde a superfície média neutra quando se considera material homogêneo, linear e isotrópico, e carregamento perpendicular ao plano da placa). As translações são necessárias mesmo para uma análise linear, uma vez que ao conectá-lo a um elemento de viga a posição da linha neutra não é mais conhecida. O elemento finito (*PLATE 9* é bidimensional, e devido a análise do piso considerando a interação de todos os seus elementos estruturais (vigas, pilares e lajes), não é possível definir a superfície neutra dos elementos bidimensionais (lajes), havendo, portanto, a necessidade da consideração do efeito de membrana no elemento plano de placa, o que força esse elemento ter cinco graus de liberdade, considera a teoria de placas de Reissner – Mindlin.

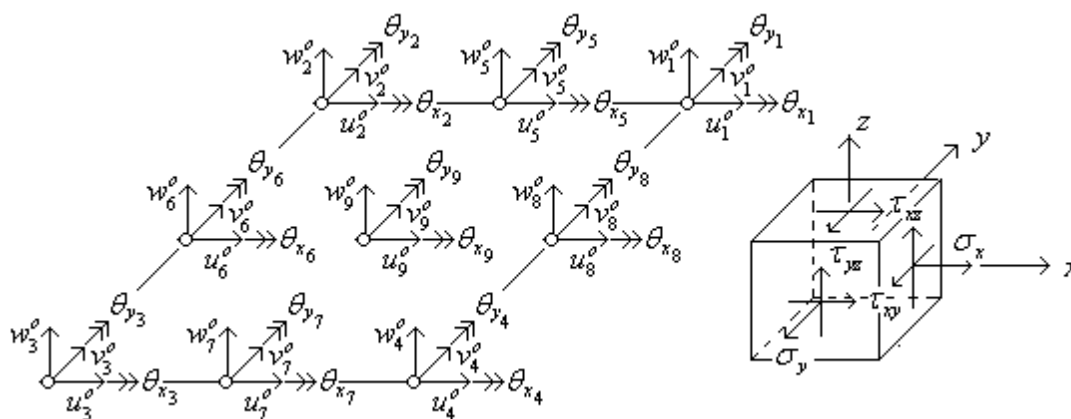


Figura 4. Graus de liberdade do elemento de placa e tensões em um elemento infinitesimal (Silva, 2010 apud Dias, 2016)

2.3 Elemento de Interface

A Fig. 5 ilustra o elemento de interface de seis nós com 5 graus de liberdade por nó, mostrando a sequência dos graus de liberdade para a formação do vetor dos deslocamentos nodais. Assim como o elemento de placa, o elemento de interface implementado (*INTBEAMPLATE*), apresenta a nível local 5 graus de liberdade por nó. No entanto, a possibilidade de simulação de estruturas formadas por planos não colineares exige que o sexto grau de liberdade seja inserido para montagem da matriz de rigidez global do problema, tanto para o elemento de interface quanto para o elemento plano de placa. O elemento de *INTBEAMPLATE* é unidimensional.

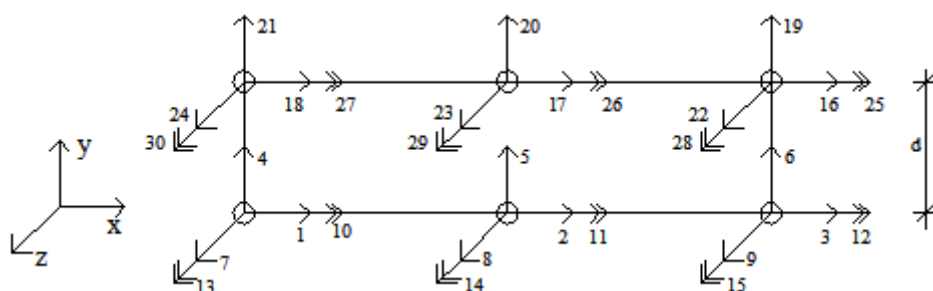


Figura 5. Graus de Liberdade do elemento de interface (Dias, 2016)

3 MODELO ESTRUTURAL

O modelo estrutural a ser utilizado, trata-se de um piso misto (aço-concreto), utilizado por Murray et al. (1997), Mello et al. (2007) e Mello et al. (2008), como mostrado na Fig. 6.

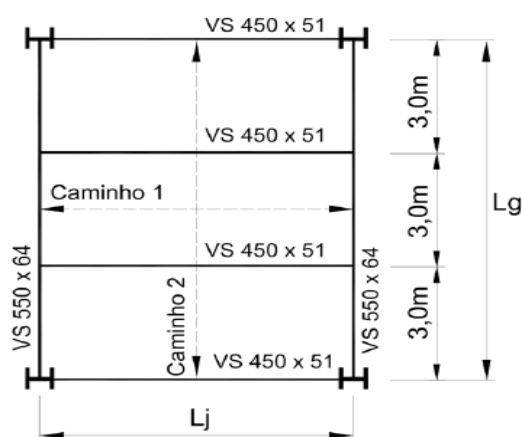


Figura 6. Modelo estrutural do piso com as colunas (Mello et al., 2007)

O piso misto analisado por Mello et al. (2008) possui seção transversal mostrada na Fig. 7, onde L_j é igual a 7m, bem como características geométricas dos perfis metálicos e laje de concreto, mostradas na Tabela 1. Neste modelo a influência da rigidez das colunas de aço são consideradas na análise, sendo para isso, utilizadas colunas com altura de 5m, onde suas características geométricas também estão contidas na Tabela 1.

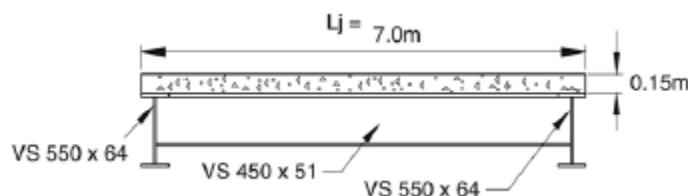


Figura 7. Seção Transversal do piso em estudo (Mello et al., 2008)

Tabela 1. Características geométricas do piso em estudo (Mello et al., 2007)

Tipo de Perfil	Altura (d)	Largura da mesa (b_f)	Espessura da mesa superior (t_f)	Espessura da mesa inferior (t_f)	Espessura da alma (t_w)
Viga: VS 550 x 64	550	250	9.5	9.5	6.3
Viga: VS 450 x 51	450	200	9.5	9.5	6.3
Coluna: CS 300 x 62	300	300	9.5	9.5	8.0

Foram realizadas diversas análises por Mello et al. (2008), para o mesmo piso, mantendo o “ L_g ” igual a 9 m e modificando apenas o “ L_j ” (como mostrado na Fig. 7), sendo a variação de 5 m até 10 m (variando de 0,5 m em 0,5 m), porém a análise realizada neste artigo será apenas para “ L_j ” igual a 7 m. Já com relação ao espaçamento entre as vigas secundárias também, este é mantido constante e igual a 3 m. As vigas principais e secundárias são formadas por perfis soldados da série VS, de acordo com a Tabela 1.

Com relação aos perfis metálicos do tipo “VS e CS”, o limite de escoamento é de 300 MPa, módulo de elasticidade igual a 200 GPa, coeficiente de Poisson de 0,3 e massa específica igual a 7850 kg/m³. A laje de concreto possui espessura de 0,15 m, resistência característica à compressão de 30 MPa, módulo de elasticidade igual a 24 GPa, coeficiente de Poisson de 0,1 e massa específica igual a 2550 kg/m³.

4 MODELO COMPUTACIONAL

A discretização do piso misto utilizado neste exemplo, é mostrada na Fig. 8 e Fig. 9, sendo a vista inferior e superior respectivamente, de forma a mostrar os elementos de viga, interface e placa utilizados na discretização.

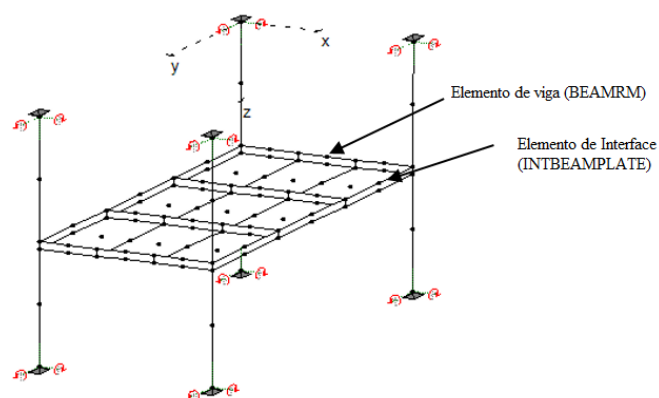


Figura 8. Piso discretizado em elementos finitos – vista inferior

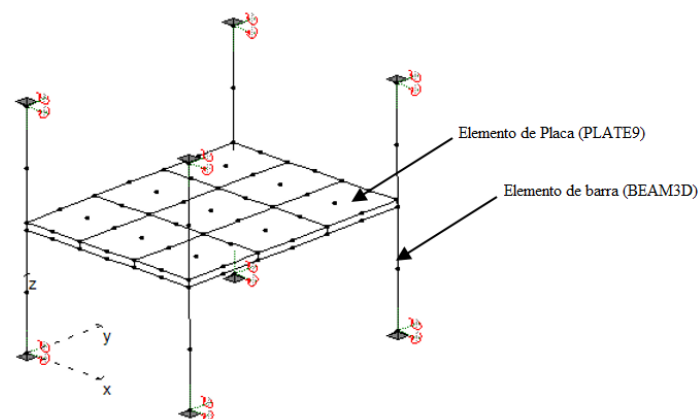


Figura 9. Piso discretizado em elementos finitos – vista superior

A discretização da estrutura foi realizada da seguinte forma: os elementos lineares verticais (colunas) foram discretizados por 2 elementos de barra tridimensional para cada coluna (*BEAM3D*); os elementos lineares horizontais (vigas) foram discretizados por 3 elementos de barra para cada viga (*BEAMRM*); a laje de concreto foi discretizada em 9 elementos de placas ou elementos planos de placa, com efeito de membrana e flexão (*PLATE9*); a ligação entre os elementos de barra (vigas) e os elementos de placa (laje) é feita por 4 elementos de Interface (*INTBEAMPLATE*). Importante salientar que Murray et al. (1997) e Mello et al. (2008) utilizam uma conexão não deformável em sua análise, ou seja, interação total.

5 ANÁLISE DINÂMICA MODAL NUMÉRICA

As frequências naturais referentes aos modos de vibração determinados neste presente artigo utilizando e por Mello et al. (2008), são dadas pela Tabela 2. Os resultados obtidos pela análise do FEMOOP, utilizando os elementos *BEAMRM*, *BEAM3D*, *PLATE9* E *INTBEAMPLATE* quando comparados com os resultados de Mello et al. (2008), são bem satisfatórios, segundo a Tabela 2, pois possuem erros variando de 0.67% até o máximo de 11.45% em relação as frequências determinadas por Mello et al. (2008).

A diferença entre as respostas pode ser explicada pelas diferenças das formulações dos elementos finitos utilizados nesse trabalho em relação as formulações de Mello et al. (2008). Os dois trabalhos simularam o problema utilizando elementos finitos de placa para a laje de concreto e elementos finitos de barra para as vigas e pilares, no entanto, Mello et al. (2008) utilizou elementos finitos de placa retangular tridimensional de quatro nós do ANSYS, não sendo identificada a teoria de placas usada para a sua formulação, enquanto que neste artigo, foi utilizado um elemento finito de placa bidimensional de nove nós, com sua formulação baseada na teoria de placas de Reissner – Mindlin, bem como utilizou um elemento finito de viga também tridimensional, enquanto neste trabalho foram utilizados elementos finitos unidimensionais. As frequências naturais referentes aos modos de vibração foram determinadas neste presente artigo utilizando o Método da Superposição Modal

Tabela 2. Comparação entre resultados obtidos para frequências naturais associadas aos modos de vibração

Modo de vibração	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
Presente artigo (FEMOOP)	1.24	2.19	7.47	15.40	17.20	21.59	34.20	35.28	37.36	38.85
f_i (Hz)										
Mello et al. (2008)	-	-	7.42	14.70	15.23	20.32	30.82	31.86	-	-
Erro (%)	-	-	0.67	4.55	11.45	5.88	9.88	9.69	-	-

Murray et al. (1997) cita que para este mesmo piso, utilizando um método simplificado analítico, obteve-se o valor de 7.85 Hz, ou seja, a diferença entre os resultados encontrados neste artigo, quando comparado com Murray et al. (1997), é 5.58%, já a diferença entre os resultados deste artigo, para os de Mello et al. (2008) é de 0.67%, isto para a 1ª frequência associada ao 1º modo de vibração considerando a flexão do piso e vigas, ou seja, para Mello et al. (2008) é o 3º modo de vibração como já foi dito (em destaque na Tabela 2).

A Fig. 10 ilustra o 1º modo de vibração da estrutura analisada, e como pode ser observado, este está relacionado com deslocamento de corpo rígido do piso com flexão dos pilares no plano xz, sendo que este não foi determinado por Mello et al. (2008), de forma análoga, o 2º modo de vibração, que está relacionado com deslocamento de corpo rígido do piso com flexão dos pilares no plano yz, por isso, na Tabela 3 não está contida as frequências naturais para os dois primeiros modos de vibração para Mello et al. (2008). Os demais modos naturais de vibração estão relacionados com flexão do piso e pilares, e por terem sido determinados por Mello et al. (2008), podem ser comparados.

A Fig. 11 mostra o 3º, 4º e 5º modos de vibração da estrutura analisada, de forma a demonstrar que apenas a partir do 3º modo que está relacionado à flexão do piso e pilares.

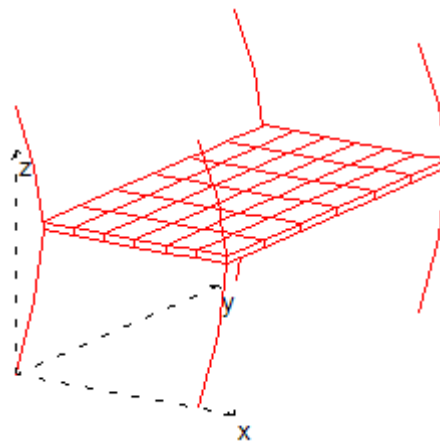


Figura 10. 1º Modo de vibração natural para o piso misto com interação total ou parcial

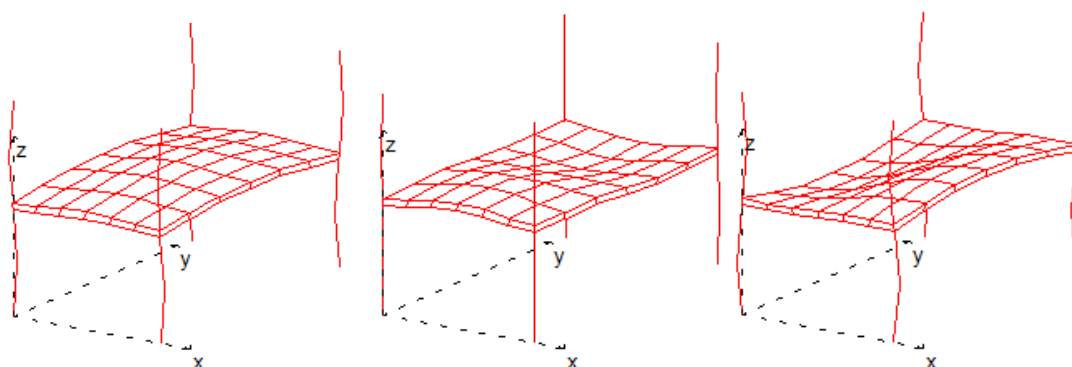


Figura 11. Modos de vibração natural para o piso misto com interação total ou parcial (3°, 4° e 5° modos respectivamente)

Além das frequências naturais, considerando a conexão não deformável (Tabela 2), como o intuito deste artigo é realizar uma análise considerando a conexão deformável, na Tabela 3 são apresentadas as frequências naturais, considerando a variação da rigidez da conexão entre as vigas de aço e a laje de concreto. Na Tabela 3, E_{sb} é a rigidez longitudinal na conexão, ou seja, ao longo do eixo longitudinal da viga, enquanto que E_{vb} é a rigidez transversal na conexão, ou seja, perpendicular ao eixo longitudinal da viga. E_{sb} está relacionada a um deslizamento ao longo do eixo longitudinal da viga, e E_{vb} com um deslizamento lateral da mesma. Os valores das rigidezes da conexão estão em kPa, sendo que para simular uma interação total (não deformável), utilizou-se um valor de 1×10^9 kPa (valor muito alto), para uma interação parcial (deformável) o valor de 2×10^5 kPa (Machado, 2012) e quando não houver interação, ou seja, totalmente livre, o valor de 0 (zero) kPa.

Tabela 3. Variações das frequências naturais referente aos modos de vibração com a variação da rigidez da conexão

Rigidez/ Modo de Vibração	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
$E_{sb} = E_{vb} = 1 \times 10^9$	1.24	2.19	7.47	15.40	17.20	21.59	34.20	35.28	37.36	38.85
$E_{sb} = 2 \times 10^5$ e $E_{vb} = 1 \times 10^9$	1.24	2.19	7.20	14.23	15.56	20.37	31.30	32.34	34.80	37.10
$E_{sb} = 0$ e $E_{vb} = 1 \times 10^9$	1.24	2.19	6.91	13.23	14.44	19.21	29.48	30.71	31.99	36.40
$E_{sb} = 1 \times 10^9$ e $E_{vb} = 2 \times 10^5$	1.24	2.19	7.43	15.36	17.02	21.36	33.69	35.00	37.19	38.32
$E_{sb} = 1 \times 10^9$ e $E_{vb} = 0$	1.24	2.19	7.31	15.31	16.46	20.75	32.31	33.99	36.70	37.89
$E_{sb} = E_{vb} = 2 \times 10^5$	1.24	2.19	6.99	13.82	15.20	19.99	30.06	31.52	32.84	36.05
$E_{sb} = E_{vb} = 0$	0.44	0.49	0.51	3.65	5.43	6.09	10.89	12.61	16.66	24.61

Na Tabela 3, a frequência em destaque, para cada rigidez de conexão, é referente ao primeiro modo de vibração associado à flexão do piso e coluna. Para todos os casos a 1ª frequência associado à flexão aparece na terceira coluna, exceto para o piso onde a ligação na interface é nula tanto para a rigidez longitudinal quanto para a rigidez transversal, onde 1ª frequência associado à flexão aparece na sexta coluna.

Observa-se da Tabela 3, que as frequências naturais, referente aos modos de vibração, sofrem uma redução com a diminuição da rigidez da conexão deformável, no entanto, essa redução é pouco significativa, por exemplo, para o primeiro modo de vibração que envolve flexão no piso, a frequência decresce de 7.47 Hz para 6.09 Hz quando passa da interação total para livre nas duas direções, ou seja, uma redução de 18.5% da frequência.

Já, para a interação parcial nas duas direções, o valor decresce de 7.47 Hz para 6.99 Hz, ou seja, uma redução de apenas 6.43% da frequência, considerando também primeiro modo de vibração que envolve flexão no piso. Como se percebe pela Tabela 3, para os modos de vibração apenas da coluna, não há diferença nas frequências para interação total e parcial, havendo diferença apenas quando não se considera interação. Quando a interação é nula nas duas direções, tem-se um acréscimo na quantidade de modos de vibração que não levam em consideração a flexão do piso, levando em consideração apenas os deslocamentos relativos entre a laje de concreto e as vigas de aço (Fig. 14) e também a flexão das colunas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebe-se que os elementos finitos já implementados e utilizados por diversos autores por meio do FEMOOP para análise estática, e implementados para a análise dinâmica neste trabalho (BEAMR, BEAM3D, PLATE9 e INTBEAMPLATE), oferece resultados bem próximos dos resultados obtidos por elementos mais sofisticados, ou por métodos analíticos aproximados (Murray et al., 1997), ou mesmo quando é utilizado elementos de casca para todos os elementos estruturais ou ainda elementos finitos tridimensionais de placa e vigas para todos os elementos estruturais, como utilizado por Mello et al. (2008), visto que na análise neste artigo utiliza elementos mais simples, ou seja, elementos finitos bidimensionais de placas para a laje de concreto, apenas elementos finitos de barra unidimensionais para as vigas e pilares e elementos finitos de interface também unidimensionais.

Percebe-se, em termos de frequências naturais, que não há uma variação muito considerável quando se realiza análise com interação total e depois com interação parcial, o que implica que talvez não seja necessária a realização de uma interação total, visto que a interação parcial já oferece bons resultados.

A partir dos resultados satisfatórios obtidos para as frequências naturais e modos de vibração, abre-se uma possibilidade para análise de outras características dinâmicas, tais como deslocamentos, velocidade e acelerações, sejam no domínio do tempo ou mesmo da frequência.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pelas Agências de Fomento: UFOP, FAPEMIG e CAPES.

REFERÊNCIAS

- Bathe, K.J., 1996. *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Caldas, R. B., 2004. *Análise Numérica de Pilares Mistos Aço Concreto*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto/ Ouro Preto.
- Dias, L. E. S., 2016. *Análise numérica de cascas de concreto ligadas com conexão deformável a vigas de aço usando elementos finitos de casca e interface*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto/ Ouro Preto.
- Guimarães, L. G. S., 1992. *Disciplina Orientada a Objetos para Análise e Visualização Bidimensional de Modelos de Elementos Finitos*. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro.
- Lopes, E. D. C., Silva, J. G. S., Andrade, S. A. L., 2012. *Análise dinâmica não linear de pisos mistos de edificações submetidos a atividades humanas rítmicas*. 10º World Congress on Computational Mechanics, Sao Paulo.
- Machado, W. G., 2012. *Análise Dinâmica de Vigas Mistas com Interação Parcial*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto/ Ouro Preto.
- Machado, W. G., Neves, F. A., Sousa, J. B. M., 2017. Parametric modal dynamic analysis of steel-concrete composite beams with deformable shear connection. *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 14, n. 2, pp. 335–356.
- Mello, A. V. A., Silva, J. G. S., Andrade, S. A. L.; Vellasco, P. C. G. S.; Lima, L. R. O., 2007. *Estudo Do Conforto Humano Em Pisos Mistos (Aço-Concreto)*. *Revista Da Escola De Minas*, vol. 59, pp. 1-14.
- Mello, A. V. A., Silva, J. G. S., Vellasco, P. C. G. S., Andrade, S. A. L., Lima, L. R. O., 2008. *Dynamic analysis of composite systems made of concrete slabs and steel beams*. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 64, pp. 1142 – 1151.
- Muniz, C. F., 2005. *Modelos Numéricos para Análise de Elementos Estruturais Mistos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto/ Ouro Preto.
- Murray, T. M., Allen, D.E., Ungar, E.E., 1997. *Floor vibrations due to human activity, steel design guide series*, American Institute of Steel Construction, AISC.
- Queiroz, G. & Pimenta, R. J. & Mata, L. A. C., 2001. *Elementos das Estruturas Mistas Aço-Concreto*. Ed. O Lutador, Belo Horizonte.
- Silva, A. R., 2006. *Análise Numérica de Vigas Mistas com Interação Parcial*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto/ Ouro Preto.
- Silva, A. R., 2010. *Análise Numérica de Elementos Estruturais com Interação Parcial*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Ouro Preto/ Ouro Preto.
- Timoshenko, S., 1953. *History of Strength of Materials*. Dover Publications, New York.