



QUÃO SEGURAS AOS CISALHAMENTO ESTÃO NOSSAS LAJES NERVURADAS SEM ARMADURA TRANSVERSAL?

Luiz José Gonçalves Fontes

Bernardo Horowitz

ljgfontes@gmail.com

horowitz@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco

Rua Acadêmico Hélio Ramos, s/n, 50740530, Pernambuco, Recife, Brasil

Resumo. O uso de lajes nervuradas tem sido uma prática constante nas obras de construção civil devido a economia que o sistema proporciona em relação à outras soluções. Entretanto, um dos inconvenientes desse tipo de laje, devido ao formato das nervuras (geralmente com seções trapezoidais para facilitar a desforma) e a presença das armaduras de flexão, é a montagem dos estribos, quando há necessidade de armadura para combater o cisalhamento. Sendo assim, a dispensa da armadura de cisalhamento, quando possível, deve ser adotada de forma a melhorar o processo de montagem do sistema. No presente artigo são apresentados resultados das resistências calculadas segundo as prescrições das normas Canadense, Americana e Brasileira, que usam parâmetros distintos para as verificações do cisalhamento em nervuras e elementos de seções em formato trapezoidais e apresentados resultados de ensaios descritos na literatura de nervuras contínuas de concreto armado, com e sem armadura de cisalhamento. Em seguida esses resultados são comparados com os calculados segundo as normas citadas e apresentadas conclusões e recomendações para verificação, detalhamento e dispensa de armadura de cisalhamento em nervuras, inclusive analisando a influência da plastificação de apoios, que diminui a resistência ao cortante nesses elementos e que é uma pratica constante utilizada em nervuras contínuas, sendo sugerida a adoção de um coeficiente de minoração para a equação da Norma Brasileira que limita a resistência máxima ao cortante para dispensa de armadura de cisalhamento em nervuras de lajes nervuradas.

Palavras chave: Lajes nervuradas, Concreto Armado, Resistência ao cisalhamento, Cortante.

1 Introdução

A utilização de lajes nervuradas, tem sido uma prática constante na construção civil. Esse tipo de laje é constituído por um sistema de vigas ou nervuras dispostas em uma direção ou duas direções perpendiculares (em forma de uma grelha), que suportam os esforços de flexão e cisalhamento decorrentes dos carregamentos, ligadas entre si por uma mesa de compressão. Dessa forma projeta-se um sistema mais rígido e com uso menor de concreto, uma vez que o volume entre as nervuras pode ser preenchido por um material inerte ou até mesmo dispensado por se tratar de uma região tracionada entre elas (apesar de prejudicar a capacidade de resistência ao momento negativo). As nervuras são os elementos resistentes, responsáveis pela estabilidade da laje. Após a obtenção dos esforços solicitantes, calculados pelo método de analogia de grelhas, método de elementos finitos ou até mesmo de forma simplificada (a NBR6118-2014 permite, respeitadas as dimensões prescritas, o cálculo dos esforços como uma laje), as nervuras devem ser dimensionadas à flexão e ao cisalhamento. Geralmente a armadura de flexão é primeiramente dimensionada para que se possa dimensionar as demais. Devido à densidade dessa armadura calculada, principalmente na face superior das nervuras, próximos aos apoios em lajes nervuradas contínuas, a armadura de cisalhamento quando possível é geralmente evitada, de forma que a capacidade resistente do elemento fique dependente apenas da resistência do concreto quando solicitado ao esforço cortante.

A estimativa da capacidade resistente em peças de concreto armado é objeto de estudo e pesquisadores a mais de um século. Modelos teóricos têm sido utilizados para prever a capacidade resistente ao cisalhamento de peças sem armadura transversal, mas não há um consenso de qual é o mais adequado a ser utilizado. Isso devido a complexidade de estimar a contribuição de cada um dos diferentes mecanismos resistentes ao esforço cortante com precisão. A maioria das normas atuais apresentam equações com bases empíricas para formulação da capacidade resistente ao cisalhamento. Quando se trata de elementos de seção trapezoidal, no caso das nervuras, o único ensaio encontrado na literatura foi o realizado por RAVIKUMAR, et al.(1994), utilizado como base de dados para esse artigo.

Sendo assim apresentamos nesse artigo tópicos sobre os mecanismos básicos de resistência ao cisalhamento em vigas; as prescrições das normas canadense, americana e brasileira que são utilizadas em um comparativo com os resultados experimentais obtidos por RAVIKUMAR, et al.(1994) em nervuras contínuas de concreto armado e por fim uma análise junto a NBR-6118-2014 sobre os limites para dispensa de armadura de cisalhamento em nervuras de lajes nervuradas.

2 Mecanismos resistentes ao cisalhamento em vigas

A ruptura por cisalhamento em uma viga esbelta sem estribos é repentina e ocorre quando ocorrer a fissuração inclinada ou logo depois. Sendo assim, a resistência ao cisalhamento desses elementos é igual ao esforço cortante que provoca essa fissuração que, segundo WIGHT (2016), pode ser influenciado por os fatores comentados a seguir:

- Resistência a tração do concreto: Na alma de uma viga há tensões de compressão e tração. A fissura de flexão ocorre antes da fissura de cisalhamento (inclinada) desestabilizando o campo de tensões elásticas de forma que a fissura de cisalhamento

ocorre com uma tensão de tração principal que é aproximadamente a metade da tensão de tração de um elemento não fissurado.

- Taxa de armadura longitudinal: Quando essa taxa é pequena as fissuras de flexão se prolongam mais dentro da viga e resultam em aberturas maiores. O aumento dessa abertura diminui os valores das componentes verticais devido ao efeito de pino e engrenamento dos agregados (V_d e V_{ay}). Dessa forma a resistência da fissura cai abaixo da necessária para resistir aos carregamentos e a viga rompe repentinamente por cisalhamento.
- Relação a/d : Vigas com a/d (relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil) menor que 2,5 (vãos curtos) afetam o cortante de fissuração e o cortante último. Para vãos maiores a influência de a/d é muito pequena sobre V_c , podendo ser negligenciada.
- Altura da viga: Para uma peça com resistência a compressão, taxa de armadura e vão de cisalhamento (a/d) constantes, com o aumento da altura da viga, a largura e espaçamento das fissuras tende a aumentar. Com isso, há redução na tensão de cisalhamento máxima transferida pelo engrenamento dos agregados. Quando a tensão transmitida pela fissura excede a resistência de cisalhamento máxima, as faces da fissura deslizam uma em relação a outra, provocando uma situação instável. Quando a viga possui armadura mínima de cisalhamento necessária, esse comportamento não é observado, uma vez que a armadura mantém as faces das fissuras juntas.
- Esforços Normais: Quando o esforço normal aumenta, a fissuração de flexão é retardada e a fissura de flexão penetra menos internamente na viga, o que aumenta o carregamento de fissuração inclinada. Com o aumento da tensão de tração, há o aumento da deformação da armadura longitudinal aumentando a largura da fissura inclinada, reduzindo a tensão de cisalhamento máxima transmitida através das fissuras e o carregamento de falha ao cisalhamento.
- Dimensão do agregado graúdo: Com o aumento do diâmetro do agregado há também o aumento da rugosidade da superfície das fissuras permitindo que uma tensão de cisalhamento maior seja transferida pelas fissuras. Mas para concretos de alta resistência, as fissuras estão mais propensas a penetrar no agregado, do que contorná-lo, resultando em uma superfície de fissura mais suavizada, diminuindo o cisalhamento transferido pelo engrenamento dos agregados.

A Figura 1 apresenta o mecanismo de uma viga fissurada desprovida de estribos sujeita a um carregamento. O esforço cortante é transmitido pela superfície ABC, composto pelo cortante (V_{cy}) atuante na zona comprimida, pela componente vertical transmitida pelo engrenamento dos agregados que ocorrem nas duas faces da fissura (V_{ay}) e pelo efeito de pino da armadura longitudinal (V_d) que impede que a parte inferior da fissura não se desprenda da viga. Quanto maior a largura da fissura, menor a contribuição de V_a e maior a parcela resistida por V_d e V_{cy} . Um aumento de V_d provoca uma divisão da fissura no concreto ao longo da armadura de flexão. Quando V_a e V_d desaparecem, V'_{cy} e C'_1 se tornam nulos, sendo todo esforço cortante e de compressão transmitidos através da altura AB acima da fissura que é insuficiente para resistir às forças de compressão necessárias ao equilíbrio, ocasionando o esmagamento.

Se C_1 for igual a zero, T_2 se igualará com T_1 resultando em T_2 igual a C_1 . Em outras palavras a fissura inclinada tornou a força de tração em C uma função do momento em ABDE. Esse deslocamento da força de tração precisa ser considerado ao se detalhar os limites das ancoragens das barras longitudinais

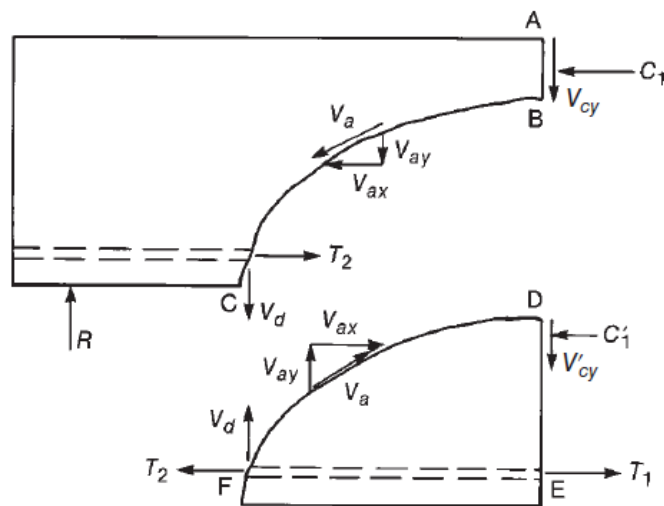


Figura 1. Forças internas em vigas sem estribos (reproduzida de WIGHT, 2016)

A resistência ao cortante das peças sem armaduras de cisalhamento (V_c) podem ser determinados por diversos modelos, sendo várias opiniões divergentes entre autores para a determinação de cada mecanismo resistente, levando sempre a um modelo empírico para sua determinação. Da mesma forma, as normas geralmente negligenciam o efeito dos mecanismos alternativos que influenciam na resistência ao cortante sem armadura transversal. A teoria do Campo de Compressão Modificada e a Norma Canadense, por exemplo, não consideram o efeito de pino e assumem que a resistência ao cisalhamento na região comprimida é maior que na região fissurada. Assim quem controla a resistência para peças sem estribos é a capacidade da fissura a resistir as tensões de cisalhamento.

A Figura 2 representa o mecanismo de transferência de cisalhamento uma viga armada transversalmente. O mecanismo é semelhante ao da Fig. 1, entretanto, após a fissura crítica, o cisalhamento é transferido pela tensão no estribo, V_s , que não desaparece quando a largura da fissura aumenta, garantindo que sempre haverá a força de compressão C'_1 e o cortante V'_{cy} agindo na parte de baixo da fissura. Dessa forma T_2 será menor que T_1 , mas será maior que a tensão de flexão (M/jd) no ponto C.

A Figura 3 apresenta a distribuição interna de cortante em uma viga com armadura de cisalhamento. Antes da ocorrência das fissuras, todo esforço cortante é transmitido pelo concreto não fissurado, V_{cy} . A partir da fissuração de flexão até a fissuração por cisalhamento, o cortante é resistido por V_{cy} , V_{ay} e V_d . Quando ocorre a fissura de cisalhamento os estribos começam a resistir (V_s) até o momento em que eles escoam, permanecendo constante quando o cortante é aumentado. Após o escoamento dos estribos as fissuras inclinadas aumentam rapidamente, provocando uma diminuição de V_{ay} e um aumento brusco de V_d e V_{cy} até que haja a ruptura por flexão na armadura de tração como também o esmagamento da zona de compressão ou o esmagamento da alma.

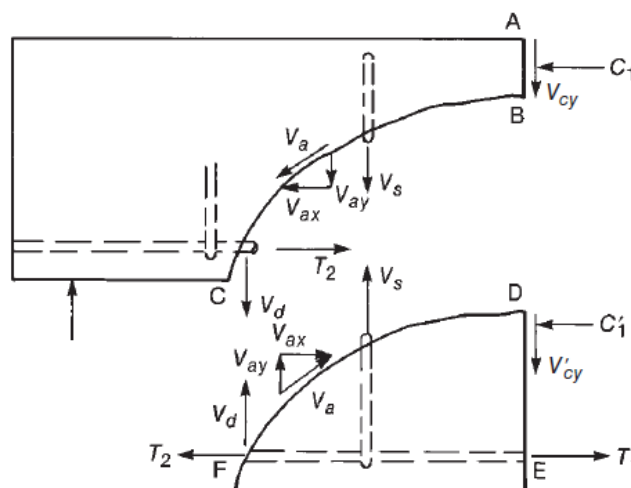


Figura 2. Forças internas em vigas com estribos (reproduzida de WIGHT, 2016)

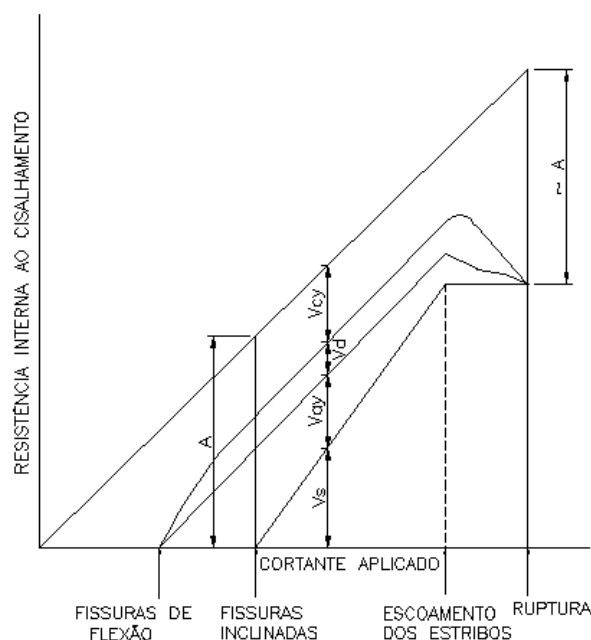


Figura 3. Distribuição das resistências ao cisalhamento em vigas com estribos (adaptada de WIGHT, 2016)

Como já comentando anteriormente, para vários autores, excluindo-se V_s , a quantificação da contribuição dos demais componentes internos (V_{cy} , V_{ay} , V_d) é muito difícil de mensurar. Em projetos, esses componentes são agregados como V_c , denominados como a contribuição do concreto.

3 Recomendações normativas

3.1 Norma Canadense (CSA A23.3-04)

Em elementos em que é razoável assumir que seções planas permanecem planas, o capítulo 11 da norma canadense especifica as verificações necessárias ao dimensionamento de

elementos ao cisalhamento e à torção. Neste capítulo são especificados dois diferentes métodos: o método seccional, apropriado para regiões flexionadas (regiões B) e o método de bielas e tirantes para regiões que apresentam descontinuidades (Regiões D). O método seccional é baseado na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) que usa as condições de equilíbrio e compatibilidade combinados com determinação experimental da relação tensão e deformação no concreto fissurado para prever o comportamento da deformação em elementos de concreto armado. Para elementos que possuem seção trapezoidal (a exemplo das nervuras), b_w pode ser tomado como a média das larguras ao longo da altura do elemento, incluindo a menor largura existente, mas excluindo regiões da seção onde as faces laterais do elemento estejam contidas a mais que 20° na direção do cortante aplicado.

Em regiões de elementos flexionados onde o esforço cortante de projeto (V_f) não exceda a resistência do concreto (V_c) somada a resistência oriunda da protensão (V_p) ou em regiões de vigas com altura média maior que 750mm, a norma recomenda o uso de uma armadura mínima ($A_{v,min}$):

$$A_{v,min} = 0,06 \sqrt{f'_c} \cdot b_w \frac{s}{f_y} \quad (1)$$

Onde:

f'_c é a resistência a compressão característica do concreto;

f_y é a resistência a tração característica da armadura transversal;

s é o espaçamento da armadura transversal;

b_w é a largura efetiva da alma.

A resistência ao esforço cortante é composta de três componentes. A componente V_c que representa a contribuição do concreto e depende da tração transmitida através das fissuras pelo engrenamento dos agregados; A componente V_s que representa a contribuição da armadura transversal, disposta a 90° no caso de nervuras, que depende da tensão dessa armadura:

$$V_r = \lambda \cdot \phi_c \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot V_c + V_s \leq 0,25 \cdot \lambda \cdot \phi_c \cdot f'_c \cdot b_w \cdot d_v \quad (2)$$

$$V_c = \lambda \cdot \phi_c \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_v \quad (3)$$

$$V_s = (\phi_s \cdot A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot \cot \theta) / s \quad (4)$$

Onde:

λ é um fator que exprime a baixa densidade do concreto;

ϕ_c é o fator de resistência do concreto;

$\sqrt{f'_c}$ não deve ser maior que 8 MPa;

β é um fator que considera a resistência do concreto ao esforço cortante do concreto fissurado (método simplificado), que assume os seguintes valores:

a) 0,18, se a seção está armada com, pelo menos, a armadura transversal mínima;

b) $\frac{230}{(1000 + d_v)}$, se a seção não contém armadura transversal e o tamanho máximo do agregado especificado não é menor que 20cm;

d_v é altura efetiva ao cisalhamento, tomada como o maior valor de $0,9d$ e $0,72h$ (sendo h a altura da viga e d sua altura útil);

ϕ_s é o fator de resistência do aço;

θ é a inclinação da fissura, adotada como 35° (método simplificado);
 s é o espaçamento da armadura transversal.

3.2 Norma Americana (ACI 318.14)

A norma americana é baseada no modelo de treliça plástica, com o ângulo da biela comprimida $\theta=45^\circ$. Os mecanismos alternativos que contribuem para a resistência ao cisalhamento do elemento, apesar desconsiderados no modelo de treliça, são considerados nessa norma na contribuição da resistência de cisalhamento máxima, somadas a resistência de contribuição do aço, quando o elemento possuir armadura transversal. A prática constante em nervuras é usar o b_w como a média das larguras ao longo da altura da nervura, como exemplificado no CRSI DESIGN HANDBOOK (2008).

Como a ruptura por cisalhamento em vigas sem armadura transversal é repentina e frágil, o ACI exige o uso de uma armadura mínima de forma a prevenir que a força cortante aplicada, V_u , exceda metade da resistência de projeto devido aos mecanismos alternativos do concreto, $\phi (0,5.V_c)$. No caso de nervuras, esse limite é $\phi.V_c$.

$$A_{v,min} \geq 0,062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (5)$$

Mas nunca menor que:

$$A_{v,min} \geq 0,35 \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (6)$$

Onde:

f'_c é a resistência a compressão característica do concreto

f_{yt} é a resistência a tração característica da armadura transversal

b_w é a largura efetiva da alma

s é o espaçamento da armadura transversal

A equação básica de projeto para aferir a resistência ao cisalhamento de uma viga de concreto armado é :

$$\phi V_n \geq V_u \leq V_c + 0,66 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (7)$$

Onde:

ϕ é um fator de redução da resistência ao cisalhamento;

λ é um fator de modificação relativo às características do concreto;

d é a distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração

V_u é a força cortante devido aos carregamentos majorados;

V_c é a parcela da força cortante absorvida pelo concreto;

V_s é a parcela da força cortante absorvida pela armadura transversal (disposta a 90°);

A resistência nominal ao cortante, V_n , é calculada como :

$$V_n = V_c + V_s \quad (8)$$

$$V_c = 0,17 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (9)$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (10)$$

Onde A_v é a área, s é o espaçamento e f_{yt} a tensão de escoamento, da armadura transversal

3.3 Norma Brasileira (NBR-6118-2014)

A norma brasileira, baseada na analogia de treliça de banzos paralelos e considerando os mecanismos complementares que contribuem na resistência ao cortante, propõe a adoção de dois modelos. O Modelo I, considera o ângulo de inclinação (Θ) igual à 45° enquanto o Modelo II permite a livre escolha desse ângulo entre 30° e 45° . Em ambos os modelos é permitido a variação do ângulo de inclinação da armadura transversal entre 45° e 90° . Descreveremos as prescrições normativas para o Modelo I e armadura transversal disposta à 90° .

Para elementos lineares submetidos a força cortante a NBR recomenda a adoção de uma armadura mínima, de forma a prevenir a falha repentina e frágil da peça se desprovida de armadura transversal. Essa armadura é calculada da seguinte forma:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (11)$$

Sendo:

ρ_w é a taxa geométrica da armadura transversal;

A_{sw} é área da armadura transversal;

s é o espaçamento da armadura transversal;

f_{ywk} é resistência característica do escoamento do aço da armadura transversal;

f_{ctm} é a resistência média a tração do concreto, adotado como $0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$;

f_{ck} é a resistência característica a compressão do concreto;

b_w , para o cálculo da armadura mínima, é a largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção. Entretanto, quando se tratar de lajes nervuradas, b_w pode ser tomado como a soma das larguras das nervuras no trecho considerado.

A norma brasileira permite a dispensa de armadura de cisalhamento para lajes maciças ou nervuras de lajes nervuradas, desde que a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, não ultrapasse a resistência V_{rd1} , calculada conforme a seguinte equação (sem considerar a força de protensão):

$$V_{sd} \leq V_{rd1} \quad (12)$$

$$V_{rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] b_w \cdot d \quad (13)$$

Sendo:

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (14)$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (15)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ctm} \quad (16)$$

$$\rho_1 = A_{s1} / b_w \cdot d, \text{ não maior que } 0,02 \quad (17)$$

k é um coeficiente que assume os seguintes valores:

- a) Para elementos onde 50% da armadura inferior não chega ao apoio: $k = 1$;
- b) Para demais casos: $k = 1,6 - d$, não menor que 1 (d em metros);

τ_{Rd} é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

A_{s1} é a área da armadura de tração que se estende até não menos de $(d + l_{b,nec})$ além da seção considerada;

b_w é a largura mínima da seção ao longo da altura útil d ;

d é a distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração.

A força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) deve ser resistida por V_{rd} que é a força cortante resistente de cálculo sendo, pelo menos, igual a esta. Entretanto são avaliadas duas forças cortantes resistentes, que devem atender simultaneamente as equações abaixo:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (18)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (19)$$

Sendo:

V_{Rd2} a força cortante resistente de cálculo devido a ruína das diagonais comprimidas do concreto.

V_{Rd3} a força cortante resistente de cálculo devido a ruína por tração diagonal;

V_c é a força cortante absorvida pelos mecanismos complementares;

V_{sw} é a força cortante resistida pela armadura transversal, disposta a 90°.

$$V_{sw} = (A_{sw,1estribo} / s) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \quad (20)$$

Sendo f_{ywd} a tensão na armadura transversal, limitada ao valor de f_{yd} no caso de estribos.

Para elementos submetidos a flexão simples e flexo-tração, com linha neutra cortando a seção:

$$V_c = V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (21)$$

4 Base de dados utilizada

Para comparação com os resultados teóricos foram utilizados os resultados obtidos por RAVIKUMAR, et al.(1994), único ensaio encontrado na literatura em nervuras trapezoidais de concreto armado. Nesse estudo foram ensaiadas nervuras contínuas de concreto armado (2 vãos e 3 apoios), com e sem armadura de cisalhamento, com ênfase na região de momento negativo. Esses ensaios simularam uma situação real, onde a ocorrência de nervuras contínuas é uma realidade constante nos projetos correntes de engenharia. O esquema do ensaio e as dimensões das nervuras são apresentados na Fig.4.

As nervuras, denominadas K e L, foram ensaiadas com e sem estribos. O concreto utilizado na composição dos elementos foi ensaiado à compressão, com resultados variantes entre 28 e 33 MPa. O tamanho máximo do agregado utilizado na mistura foi de 19mm. As armaduras longitudinais e transversais foram também submetidas a ensaios prévios para aferir suas propriedades. As características dos materiais e dados relevantes a esse estudo são apresentadas na Tabela 1. As regiões ensaiadas referem-se sempre a localização do vão (East ou West), seguido da região de momento negativo (N) ou positivo (P) do ensaio. Na Tabela 1,

d é altura útil da nervura, f_{ck} a resistência à compressão do concreto, f_{yk} a tensão de escoamento da armadura longitudinal, f_{ywk} a tensão de escoamento da armadura transversal, A_{sl} é a área da armadura longitudinal contida na região ensaiada, ρ_l a taxa de armadura longitudinal, ρ_t é a área da armadura transversal (estribos), s é o espaçamento entre os estribos e ρ_t a taxa da armadura transversal. Os dados não preenchidos indicam que não foram dispostos estribos na região ensaiada. Nos trechos dos vãos não ensaiados (entre apoios extremos até o ponto da carga aplicada) foram armados com estribos de forma que a prevenir que a nervura não falhasse por cisalhamento fora das regiões ensaiadas. Quando as armaduras de flexão excediam duas barras, as demais eram colocadas em 2ª camada, consequentemente diminuindo a altura útil d . O módulo de elasticidade do aço foi tomado como 210000 MPa. Para evitar a formação de um mecanismo antes da ruptura por cisalhamento a armadura inferior foi projetada para que as vigas não falhassem por cisalhamento na região de flexão positiva.

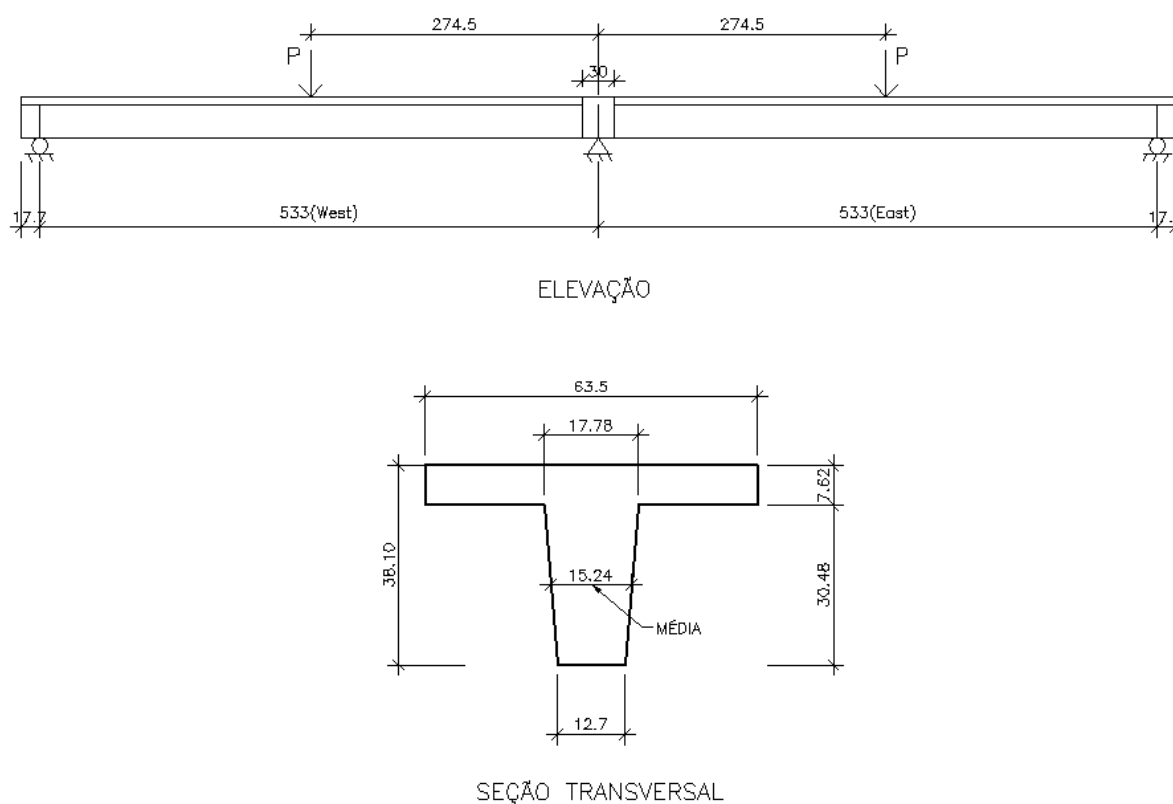


Figura 4. Esquema e dimensões (cm) das nervuras ensaiadas por RAVIKUMAR, et al.(1994)

As cargas máximas P aplicadas nas regiões West (P_w) e East (P_e) e as reações do apoio central ($R_{central}$), quando da ocorrência da ruptura por cisalhamento, são apresentadas na Tabela 2. Nessas tabelas também é apresentado o esforço cortante medido na ocorrência da ruptura, que pode ser tomado como a resistência máxima ao esforço cortante (V_n). Nas regiões não apresentadas na Tabela 2, o ensaio detectou o escoamento da armadura longitudinal de flexão (positiva ou negativa) antes da ruptura por cisalhamento, não sendo informado pelos autores os dados referentes à essas regiões.

Tabela 1. Características das nervuras ensaiadas por RAVIKUMAR, et al.(1994)

Nervura	Região da falha	d (cm)	f_{ck} (MPa)	f_{yk} (MPa)	f_{ywk} (MPa)	A_{sl} (cm ²)	ρ_l	A_{st} (cm ²)	s (cm)	ρ_t
K1	E-N	33,48	28,95	449,55	-	4,00	0,0078	-	-	-
K1	W-N	33,48	28,95	449,55	250,97	4,00	0,0078	0,16	15,24	0,0007
K1	E-P	32,54	28,95	449,55	-	4,00	0,0081	-	-	-
K1	W-P	32,54	28,95	449,55	250,97	4,00	0,0081	0,16	15,24	0,0007
K2	E-N	34,11	28,61	449,55	250,97	4,00	0,0077	0,16	15,24	0,0007
K2	W-N	34,11	28,61	449,55	255,80	4,00	0,0077	0,28	15,24	0,0012
K2	E-P	31,11	28,61	481,61	250,97	9,68	0,0204	0,16	15,24	0,0007
K2	W-P	31,11	28,61	481,61	255,80	9,68	0,0204	0,28	15,24	0,0012
K3	E-N	33,48	28,47	449,55	-	4,00	0,0078	-	-	-
K3	W-N	33,48	28,47	449,55	250,97	4,00	0,0078	0,16	15,24	0,0007
K3	E-P	31,90	28,47	449,55	-	8,00	0,0165	-	-	-
K3	W-P	31,90	28,47	449,55	250,97	8,00	0,0165	0,16	15,24	0,0007
L1	E-N	31,75	27,44	458,52	-	4,96	0,0103	-	-	-
L1	W-N	31,75	27,44	458,52	250,97	4,96	0,0103	0,16	15,24	0,0007
L1	E-P	33,02	27,44	513,68	-	5,68	0,0113	-	-	-
L1	W-P	33,02	27,44	513,68	250,97	5,68	0,0113	0,16	15,24	0,0007
L2	E-N	31,75	28,47	458,52	255,80	4,96	0,0103	0,28	15,24	0,0012
L2	W-N	31,75	28,47	458,52	249,60	4,96	0,0103	0,44	15,24	0,0019
L2	E-P	30,78	28,47	513,68	255,80	11,36	0,0242	0,28	15,24	0,0012
L2	W-P	30,78	28,47	513,68	249,60	11,36	0,0242	0,44	15,24	0,0019
L3	E-N	33,65	30,45	458,52	-	4,96	0,0097	-	-	-
L3	W-N	33,65	30,45	458,52	250,97	4,96	0,0097	0,16	15,24	0,0007
L3	E-P	33,22	30,45	513,88	-	5,68	0,0112	-	-	-
L3	W-P	33,22	30,45	513,88	250,97	5,68	0,0112	0,16	15,24	0,0007

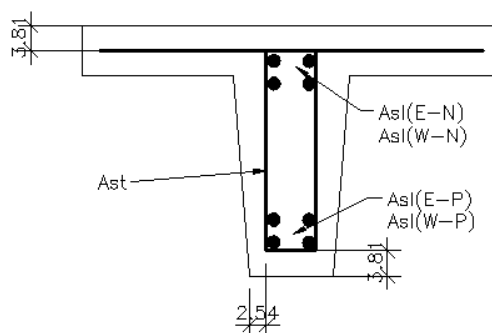


Figura 5. Esquema da disposição de armadura e cobrimentos nas nervuras K e L (dimensões em cm)

Tabela 2. Dados obtidos nos ensaios de RAVIKUMAR, et al.(1994)

Nervura	Região da falha	Pw(KN)	Pe(KN)	Rcentral(KN)	Vn(KN)
K1	E-N	56,69	52,24	73,47	43,21
K2	E-P	100,75	95,41	110,05	55,80
K2	E-N	109,83	105,42	111,92	62,48
K2	W-N	114,10	109,51	118,59	68,00
K2	W-P	129,63	124,82	133,19	69,82
K3	E-N	76,50	74,80	89,18	51,75
K3	W-N	86,29	84,11	97,28	56,78
k3	E-P	86,29	84,11	97,28	50,15
L1	E-N	64,75	61,59	71,47	42,54
L1	W-N	64,84	63,46	72,45	44,14
L1	E-P	82,95	84,33	95,99	50,37
L2	E-N	117,93	113,39	122,46	67,68
L2	W-P	141,02	138,48	141,33	73,34
L3	E-N	78,81	78,72	40,81	53,40
L3	W-P	81,17	83,48	96,83	49,93

5 Análise dos resultados experimentais e comparação com os dados teóricos calculados

Com os valores apresentados na Tabela 2 foi possível modelar vigas com vãos semelhantes ao ensaiados, simplesmente apoiados em sua extremidade, carregadas pelas forças Pw e Pe, pela reação medida no apoio central (RB) e por um carregamento distribuído ao longo do vão de $g = 2,37\text{KN/m}$ (peso próprio da nervura), conforme esquema apresentado na Fig. 6. Dessa forma foi possível obter os valores dos esforços cortantes e momentos fletores ao longo dos vãos da nervuras, a saber: VA'e e VA'd (esforço cortante respectivamente à esquerda e a direita no ponto de aplicação da força Pw), VBe e Vbd (esforço cortante respectivamente à esquerda e a direita no ponto de aplicação da reação RB), VB'e e VB'd (esforço cortante respectivamente a esquerda e a direita no ponto de aplicação da força Pe), MA' (momento positivo máximo no ponto de aplicação da carga Pw), MB' (momento positivo máximo no ponto de aplicação da carga Pe) e XB (momento negativo máximo no ponto de aplicação da reação RB). A Tabela 3 apresenta os valores dos esforços obtidos após cálculo das vigas, quando submetidas às forças oriundas do ensaio (Pw, Pe), da reação RB e do peso próprio da nervura. Os valores em vermelho indicam os valores do esforço cortante na região onde as vigas falharam no ensaio e do respectivo momento fletor. Esses valores do esforço cortante foram chamados de V_n teórico, para cada viga, uma vez que foi o esforço cortante obtido no modelo quando a viga foi submetida ao carregamento que provocou no ensaio a ruptura por cortante. A relação entre o V_n experimental e o V_n teórico também é apresentado na Tabela 3, variando entre 1,13 e 1,23. Entretanto, nota-se a presença de valores muito baixos dos momentos fletores negativos (XB) sobre os apoios centrais, consequentemente aumentando os valores dos momentos fletores positivos.

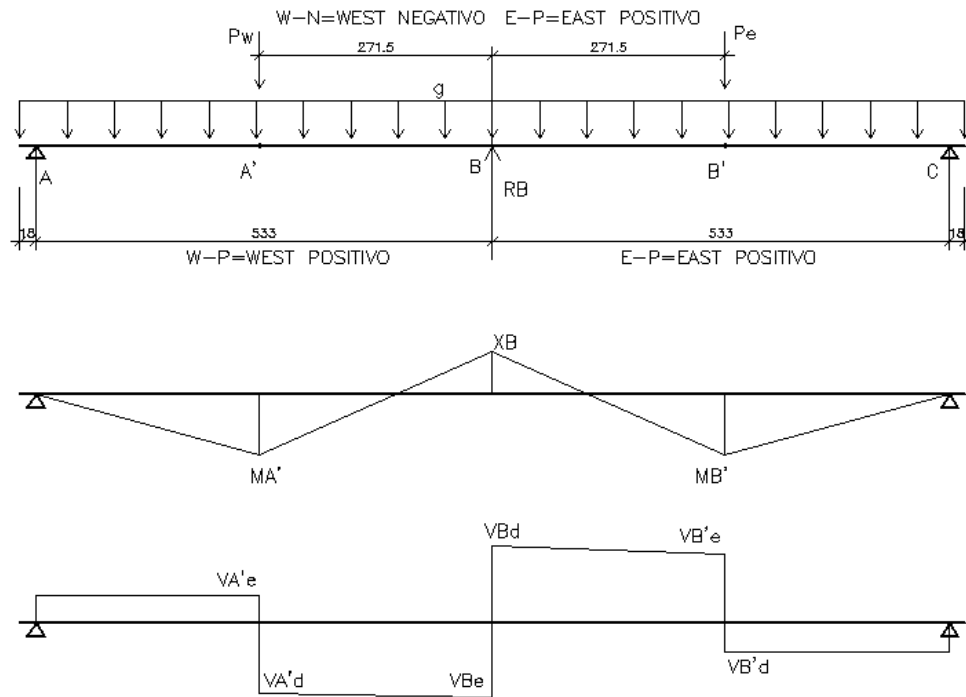


Figura 6. Modelo, carregamentos e diagramas utilizando as cargas concentradas e reação central do ensaio

Tabela 3. Esforços solicitantes calculados de acordo com o modelo da Fig. 6

MA' (KNm)	MB' (KNm)	XB (KNm)	VA'e (KN)	VA'd (KN)	VBd (KN)	Vbe (KN)	VB'd (KN)	VB'e (KN)	V _{nExp} /V _{teórico}
73,00	67,00	-22,00	25,00	31,00	38,00	36,00	29,00	23,00	1,20
140,00	133,00	-5,40	51,00	50,00	56,00	54,00	47,00	49,00	1,19
161,00	155,00	14,00	59,00	51,00	57,00	55,00	48,00	57,00	1,14
163,00	157,00	6,50	60,00	54,00	60,00	58,00	52,00	54,00	1,13
185,00	178,00	7,90	68,00	61,00	68,00	65,00	59,00	66,00	1,14
106,00	105,00	-8,50	38,00	39,00	45,00	44,00	38,00	37,00	1,18
122,10	111,80	-5,40	44,00	43,00	49,00	48,00	42,00	42,00	1,16
122,40	111,80	-5,40	44,00	43,00	49,00	48,00	42,00	42,00	1,19
98,00	94,00	-6,40	35,00	30,00	37,00	35,00	28,00	33,00	1,21
98,00	96,00	-6,10	35,00	30,00	37,00	36,00	29,00	34,00	1,19
116,00	118,00	-6,10	42,00	41,00	48,00	48,00	42,00	42,00	1,20
168,00	162,00	-6,10	62,00	56,00	62,00	60,00	54,00	60,00	1,13
205,00	202,00	18,30	76,00	65,00	71,00	70,00	64,00	75,00	1,13
110,00	110,00	-7,00	40,00	39,00	46,00	46,00	39,00	39,00	1,16
111,00	114,00	-12,00	40,00	41,00	48,00	49,00	42,00	41,00	1,22

Utilizando os mesmos carregamentos (forças P_w , P_e e carregamento distribuído devido ao peso próprio), as vigas foram novamente analisadas, substituindo-se o valor da reação RB (medida no ensaio) por um apoio central indeslocável, conforme esquema apresentado na Figura 7. Os valores dos esforços solicitantes, medidos nos mesmos pontos já citados da Tabela 3, são apresentados na Tabela 4. O valor da reação do apoio central RB, também é apresentada nessa tabela. Da mesma forma da Tabela 3, os valores em vermelho na Tabela 4 indicam os valores do esforço cortante na região onde as vigas romperam no ensaio e o respectivo momento fletor.

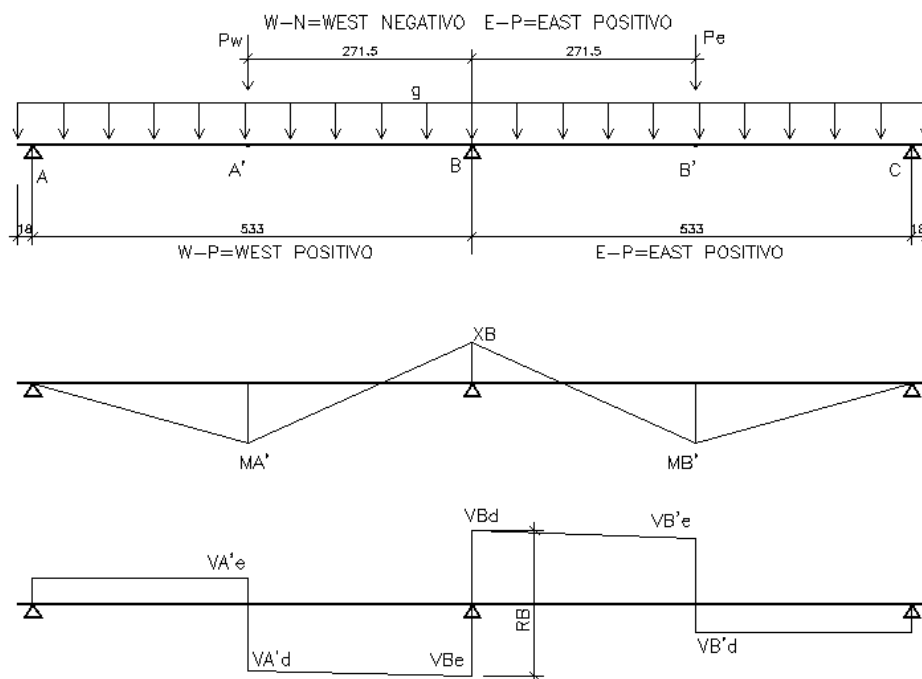


Figura 7. Modelo, carregamentos e diagramas utilizando apenas as cargas concentradas do ensaio.

O objetivo de modelar esses dois casos foi de verificar a intensidade da redistribuição ocorrida, já previsto no ensaio, devido a plastificação no apoio central. Comparando os resultados entre esses dois modelos observam-se reduções significativas nos momentos fletores negativos, que muitas vezes assumem valores positivos. Dessa forma, é possível concluir que durante a realização do ensaio ocorreu uma plastificação no apoio central que foi prevista pelos autores do ensaio adotando-se uma armadura positiva majorada para que a viga não rompesse por flexão, antes da ruptura por cisalhamento. Entretanto, o mecanismo ocorreu de maneira exagerada, onde valores de momento negativo tornaram-se positivos em alguns casos, aumentando os valores dos momentos positivos previstos no meio do vão. Apesar da plastificação ser uma prática corrente nos projetos, permitido no item 14.6.4.3 da NBR-6118-2014, adotada por vários projetistas e softwares disponíveis no mercado, os valores se limitam entre 10% a 25% na redistribuição dos momentos negativos. Segundo MAGALHÃES (2001), analisando lajes contínuas com nervuras pré-moldadas, essa redistribuição deveria ser limitada entre 15% e 40% para que as nervuras apresentassem melhor comportamento nos estados limites último e de utilização. Entretanto alguns projetistas comumente adotam em projetos de lajes nervuradas apenas uma armadura de distribuição nos apoios para combater a

fissuração, negligenciando a ação do momento negativo e dimensionando o momento positivo para absorver a totalidade dos momentos.

Tabela 4. Esforços solicitantes calculados de acordo com o modelo da Fig. 7

RB (KN)	MA' (KNm)	MB' (KNm)	XB (KNm)	VA'e (KN)	VA'd (KN)	VBd (KN)	Vbe (KN)	VB'd (KN)	VB'e (KN)
89,00	54,00	48,00	-62,00	18,00	39,00	45,00	43,00	37,00	23,00
147,00	92,00	85,00	-105,00	32,00	68,00	75,00	72,00	66,00	30,00
160,00	99,00	93,00	-114,00	35,00	74,00	81,00	79,00	72,00	33,00
165,00	103,00	97,00	-118,00	37,00	77,00	84,00	82,00	75,00	34,00
189,00	115,00	115,00	-136,00	42,00	88,00	95,00	95,00	88,00	41,00
117,00	70,00	68,00	-83,00	24,00	52,00	59,00	58,00	52,00	23,00
130,00	79,00	76,00	-92,00	27,00	59,00	65,00	64,00	58,00	26,00
130,00	79,00	76,00	-92,00	27,00	59,00	65,00	64,00	58,00	26,00
100,00	60,00	56,00	-70,00	20,00	44,00	51,00	49,00	43,00	19,00
102,00	60,00	58,00	-71,00	20,00	45,00	51,00	50,00	44,00	19,00
128,00	75,00	77,00	-90,00	26,00	57,00	63,00	63,00	58,00	27,00
173,00	105,00	105,00	-124,00	38,00	80,00	87,00	86,00	80,00	37,00
203,00	125,00	122,00	-146,00	45,00	96,00	102,00	101,00	94,00	44,00
121,00	72,00	72,00	-86,00	25,00	54,00	61,00	61,00	54,00	25,00
126,00	73,00	76,00	-89,00	25,00	56,00	62,00	63,00	57,00	26,00

De acordo com as características de cada nervura foram calculas as resistências teóricas ao cisalhamento conforme as recomendações das normas analisadas, denominadas V_r (CSA-A23.3-04), V_n (ACI-318-14) e V_u (V_{rd1} ou V_{rd3} da NBR-6118-14) sem a adoção dos coeficientes de segurança. Esses resultados são apresentados na Tabela 5, bem como a relação entre o valor experimental e teórico denominado de CS (coeficiente de segurança).

Para as nervuras ensaiadas, a resistência ao cisalhamento teórica recomendada pelo CSA-A23.3-04 (V_r) apresentou resultados satisfatórios quando comparados aos dados experimentais apresentando coeficiente de segurança médio de 1,07, com apenas 1 valor abaixo de 0,85 (L1-W-N). Para vigas sem armadura transversal, a resistência teórica, representada apenas pela contribuição do concreto, apresentou coeficiente de segurança maior que 1 em 5 dos 6 ensaios, sendo esse valor muito próximo a 1 (0,98 na nervura K1-E-N). Outro aspecto a ser observado é que na atuação do esforço cortante nas regiões de momento negativo, que é uma situação comum de projeto, quando as nervuras se apoiam em vários elementos de apoio (vigas ou pilares) ao longo de seu comprimento, apenas duas nervuras apresentaram coeficientes de segurança abaixo de 1 (K1-E-N=0,98, L1-W-N=0,84) e, se observarmos na Tabela 5, veremos que a nervura L1-W-N apresentou nas 3 normas valores de coeficiente de segurança não satisfatórios como, da mesma forma, a nervura L3-W-P. A análise comparativa com os valores calculados pelo CSA-A.23.3-04 está apresentada na Tabela 6.

Tabela 5. Comparação entre resultados experimentais e teóricos

Experimental			CSA A23.3-04		ACI-318-14		NBR 6118-14		Obs
Nervura	Região da Falha	V_{nexp} (KN)	V_r (KN)	V_{nexp}/V_r	V_n (KN)	V_{nexp}/V_n	V_u (KN)	V_{nexp}/V_u	
K1	E-N	43,20	44,20	0,98	46,40	0,93	44,70	0,97	Sem estribo
K2	E-P	55,80	52,30	1,07	51,10	1,09	60,40	0,92	
K2	E-N	62,50	56,40	1,11	56,10	1,11	64,10	0,98	
K2	W-N	68,00	65,60	1,04	63,00	1,08	70,60	0,96	
K2	W-P	69,80	60,70	1,15	56,80	1,23	66,30	1,05	
K3	E-N	51,70	43,90	1,18	46,00	1,12	44,20	1,17	Sem estribo
K3	W-N	56,80	55,40	1,03	54,90	1,03	63,20	0,90	Sem estribo
K3	E-P	50,10	42,20	1,19	43,00	1,17	54,00	0,93	
L1	E-N	42,50	41,30	1,03	42,90	0,99	45,10	0,94	Sem estribo
L1	W-N	44,10	52,30	0,84	51,20	0,86	59,70	0,74	Sem estribo
L1	E-P	50,30	42,60	1,18	43,20	1,16	47,20	1,07	
L2	E-N	67,70	61,60	1,10	58,60	1,16	67,00	1,01	
L2	W-P	73,30	70,50	1,04	64,10	1,14	72,70	1,01	Sem estribo
L3	E-N	53,40	45,50	1,17	47,90	1,11	48,90	1,09	
L3	W-P	50,00	56,50	0,88	54,50	0,92	65,40	0,76	

Tabela 6. Análise dos resultados baseada na norma canadense (CSA-A23.3-04)

Região da ruptura	Tipo de armadura	n° de amostras (total)	n° de amostras com CS>1	n° de amostras com CS<1	CS mínimo	média	desvio padrão	COV (%)
Negativa	Sem estribo	4	3	1	0,98	1,09	0,100	10,24
Negativa	Com estribo	5	4	1	0,84	1,02	0,109	12,95
Positiva	Sem estribo	2	2	0	1,18	1,19	0,007	0,60
Positiva	Com estribo	4	3	1	0,84	1,04	0,113	13,49

Na comparação dos valores experimentais com os recomendados pelo ACI-318.14 (V_n) para nervuras, sem a utilização dos 10% como acréscimo na contribuição da resistência do concreto ao cisalhamento, o coeficiente de segurança médio foi de 1,07. Para nervuras sem armadura transversal, a resistência teórica (V_n), representada pela contribuição do concreto, apresentou coeficiente de segurança conservador em 4 dos 6 casos, com valor muito próximo a 1 em um deles (L1-E-N). Nas regiões de momentos negativos, situação constante de projetos, 3 de 9 ensaios apresentaram coeficiente de segurança abaixo de 1 (K1-E-N, L1-E-N). A análise comparativa com os valores calculados pelo ACI-318.14 está apresentada na Tabela 7.

Tabela 7. Análise dos resultados baseada na norma americana (ACI-318.14)

Região da ruptura	Tipo de armadura	n° de amostras (total)	n° de amostras com CS>1	n° de amostras com CS<1	CS mínimo	média	desvio padrão	COV (%)
Negativa	Sem estribo	4	2	2	0,93	1,04	0,093	9,99
Negativa	Com estribo	5	4	1	0,86	1,05	0,115	13,39
Positiva	Sem estribo	2	2	0	1,16	1,17	0,007	0,61
Positiva	Com estribo	4	3	1	0,92	1,10	0,130	14,16

Na comparação dos valores experimentais com os recomendados pela NBR-6118-2014, para as nervuras ensaiadas sem estribos, o coeficiente de segurança médio foi de 1,02, com 3 dos 6 valores apresentando fator de segurança menor que 1, porém muito próximos a 1 (0,97 - 0,93 - 0,94). Os valores acima de 1 foram para 2 regiões de ruptura no momento negativo e para 1 região de ruptura no momento positivo. Para as nervuras ensaiadas com estribos, o coeficiente de segurança médio foi de 0,92, com 6 dos 9 valores apresentando relações menores que 1. Os 3 valores maiores que 1 foram 1 para regiões de falha do momento negativo e 2 para o momento positivo. A análise comparativa com os valores calculados pela NBR-6118-2014 está apresentada na Tabela 8.

Tabela 8. Análise dos resultados baseada na norma brasileira (NBR-6118-2014)

Região da ruptura	Tipo de armadura	n° de amostras (total)	n° de amostras com CS>1	n° de amostras com CS<1	CS mínimo	média	desvio padrão	COV (%)
Negativa	Sem estribo	4	2	2	0,94	1,04	0,107	11,37
Negativa	Com estribo	5	1	4	0,74	0,92	0,107	14,50
Positiva	Sem estribo	2	1	1	0,93	1,00	0,099	10,64
Positiva	Com estribo	4	2	2	0,76	0,94	0,129	16,94

É importante salientar que as áreas dos estribos utilizados no ensaio são menores que os recomendados como armadura mínima transversal nas normas analisadas. Comparados com as recomendações da norma brasileira essa diferença é de 50% a 70%.

Ainda na comparação com a NBR-6118-2014, nas amostras com estribos que falharam na região negativa e apresentaram coeficiente de segurança menor que 1 (K2-E-N, K2-W-N, K3-W-N, L1-W-N), ocorreram plastificações excessivas (maiores que as permitidas na seção 14 da NBR-6118-2014) reduzindo os valores dos momentos negativos (ver Tabelas 3 e 4), permitindo que a fissuração ocorresse na atuação de forças cortantes com valores menores que as resistências calculadas pela NBR, que prescreve o uso de uma armadura mínima de forma a prevenir que a ruptura não ocorra de forma rápida e súbita, não adotada no ensaio. Como a fissura se abre, a parcela resistida pelo engrenamento de agregados (V_{ay}), responsável por

quase 50% na contribuição do V_c (ver Fig.3) tende a desaparecer, como também o efeito de pino da armadura longitudinal, V_d (apesar de não tão significativa quanto V_{ay}). Sendo assim, os resultados teóricos das nervuras sem armação apresentaram resultados não conservadores para o presente estudo. Para as nervuras com armação os resultados teóricos em que, a armadura de flexão negativa não é dimensionada para o momento resultante do cálculo (usada apenas como um armadura de combate a fissuração) e a seção não apresenta taxa de armadura transversal mínima, apesar de não se o objetivo principal desse estudo, não apresentaram valores satisfatórios quando comparados aos resultados experimentais, devendo ser utilizados com cautela quando as nervuras forem dimensionadas nessa situação.

6 Conclusões

Baseando-se nos ensaios realizados por RAVIKUMAR, et al. (1994), único encontrado na literatura realizado em nervuras trapezoidais de lajes nervuradas, temos que:

1. As prescrições da Norma Canadense (CSA-A.23-04) e da Norma Americana (ACI-318-14), esta última sem a utilização dos 10% como acréscimo no contribuição da resistência do concreto ao cisalhamento (V_c), apresentam resultados conservadores para a dispensa de armadura ao cisalhamento, usando o b_w médio da nervura como a largura efetiva de cálculo; Apesar dos resultados apresentarem médias conservadoras para nervuras armadas com estribos, embora com taxas abaixo da mínima recomendada, foi observado em cada um dessas normas pelo menos uma amostra com resultado acima de 10% (comparado com o experimental), alertando a necessidade da adoção das armaduras mínimas prescritas e observação da intensidade da plastificação absorvida pela estrutura ao dimensionar esses elementos.
2. As prescrições da Norma Brasileira (NBR-6118-14) apresentam resultados não conservadores para a verificação da resistência limite para dispensar armadura de cisalhamento nesses elementos (V_{rd1}) mas apresenta valores conservadores para o dimensionamento desses elementos ao cisalhamento quando providos de estribos desde que, em nervuras contínuas, a armadura superior sobre o apoio seja dimensionada para o momento negativo de cálculo ou limitada aos coeficientes de redistribuição permitidos na seção 14 (item 14.6.4.3) da NBR-6118-14, não sendo usada apenas como uma armadura de distribuição ou para evitar a fissuração.
3. Sugere-se a adoção de um coeficiente igual a 0,90 para o cálculo de V_{rd1} , seguindo a seguinte redação para o item 19.4.1 da NBR 6118-2014:

19.4.1 Lajes sem armadura para força cortante

As lajes maciças ou nervuradas, conforme 17.4.1.1.2-b), podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo, a uma distância d da face do apoio, obedecer à expressão:

$$V_{sd} \leq \alpha_n \cdot V_{rd1}$$

Sendo a força cortante resistente de cálculo dada por:

$$V_{rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$$

onde

[...]

α_N = coeficiente de redução da força cortante para nervuras de lajes nervuradas com valor igual a 0,90.

4. Para o calculo das resistências ao cisalhamento pela Norma Brasileira, bem como o uso do coeficiente proposto, o valor de b_w deve ser sempre usado como o menor valor da largura da seção ao longo da altura útil d , diferentemente das demais normas;
5. A prática de redistribuição do momento negativo além dos valores limites com o uso dos coeficientes indicados na seção 14 da NBR-6118-2014, em nervuras contínuas, deve ser visto com cautela devido à diminuição da resistência ao cisalhamento do elemento. A adoção de uma armadura negativa apenas para combate a fissuração provoca a falta de ductilidade, diminuindo a contribuição do concreto (V_c) na ruptura por cisalhamento.

REFERÊNCIAS

ACI 318-14, 2014. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and commentary. American Concrete Institute (ACI).Detroit, MI, Ed. 2014.

CSA A23.3-04, 2004. Design of Concrete Structures. Standard CAN/CSA A23.3-04, Canadian Standards Association, Mississauga, Ont.

CRSI DESIGN HANDBOOK, 2008. Tenth edition. Concrete reinforcing steel institute.

Magalhães, F.L.,2001. Estudo de momentos fletores negativos nos apoios de lajes formados por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

NBR 6118, 2014. Projeto de Estruturas de Concreto Procedimento, Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, RJ.

Ravikumar, S.; Darwin, D.; McCabe, S. L.; Pasley, G. P., 1994. Shear strength of continuous lightly reinforced concrete joist systems. The National Science Foundation Research Grant No MSM-8816158. Structural Engineering and Engineering Materials SM Reporte No 37. University of Kansas Center for Research, inc. Lawrence. Kansas. 125 pp.

Wight, J.K., 2016. Reinforced Concrete: Mechanics and Design. Ed., Pearson Education, inc. New Jersey. 1157pp.