



ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTACAS SEMIENTERRADAS DE SEÇÃO CIRCULAR

Priscila Feitosa de Sá Ferreira

Bernardo Horowitz

priscilafferreira@hotmail.com

horowitz@ufpe.br

Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco

Av. Acadêmico Hélio Ramos, s/n, 50740-530, Recife – PE – Brasil

Resumo. Este trabalho analisa uma estaca semienterrada de seção circular submetida a cargas laterais a partir de três modelos de análise diferentes, que consideram tanto a não-linearidade física do material (NLF) quanto a não-linearidade geométrica da estrutura (NLG). Estes modelos, chamados de Níveis de Aproximação (NdA), estão organizados em ordem crescente de precisão da análise. No NdA I, um programa comercial de análise tridimensional de estruturas é utilizado (SAP 2000). Neste programa, o solo é representado de maneira discreta através de uma série de molas com comportamento elástico e linear (baseadas no Modelo de Winkler). No NdA II, é utilizado um programa elaborado pelos autores que considera as não-linearidades e a interação solo-estrutura através da equação da viga sobre base elástica, cuja solução é dada a partir do Método das Diferenças Finitas. Por último, o NdA III utiliza um programa comercial de análise não-linear de estruturas de pontes através de elementos finitos (FB-MultiPier). A consideração da interação solo-estrutura, neste modelo, é feita através de curvas p - y . Estes três modelos foram aplicados a um mesmo exemplo, que considera uma estaca semienterrada em solo arenoso. Os resultados obtidos pelos três métodos foram bastante satisfatórios e se mostraram coerentes entre si.

Palavras-chave: Estacas, Não-linearidade física, Não-linearidade geométrica, Interação solo-estrutura, Método das Diferenças Finitas.

INTRODUÇÃO

Na elaboração do projeto de obras como pontes, é bastante comum o engenheiro se deparar com situações em que tenha que dimensionar estacas parcialmente enterradas e sujeitas a esforços laterais significativos.

Nestas situações, a análise da estaca deverá levar em consideração, além da interação solo-estrutura, os efeitos de segunda ordem decorrentes da combinação dos esforços axiais (cargas da super e mesoestrutura) com os esforços laterais (decorrentes do vento, da água, ou da aceleração e frenagem dos veículos, por exemplo).

Para realizar este dimensionamento, o engenheiro tem a seu dispor diversos métodos, desde modelos mais simplificadores, que consideram a estaca semienterrada como uma coluna livre no topo e engastada a uma certa profundidade (como a Técnica do Comprimento de Engastamento Virtual, disponível em PFEIL(1983)), até modelos mais realistas, que consideram o comportamento não-linear tanto da estaca quanto da resposta do solo.

O objetivo principal deste estudo foi elaborar um programa para o cálculo dos esforços de dimensionamento para estacas semienterradas de concreto armado de seção circular sujeitas a esforços laterais. Neste programa, são consideradas a não-linearidade geométrica (NLG) da estrutura e a não-linearidade física (NLF) do material. O solo é tratado de maneira discreta a partir de uma série de molas de comportamento linear-elástico (Modelo de Winkler).

Além do programa desenvolvido, também são apresentados outros dois modelos de análise para a estaca semienterrada: um utilizando um programa comercial de análise tridimensional de estruturas (SAP2000) e outro utilizando um programa de análise não-linear de estruturas de pontes através de elementos finitos (FB-MultiPier).

Estes três modelos de análise estão organizados, neste trabalho, como Níveis de Aproximação (NdA), pois são apresentados em ordem crescente de precisão da análise. Em cada um deles, será comentada a abordagem estrutural considerada e a forma como o solo foi caracterizado.

Para a aplicação dos modelos, considerou-se um exemplo teste de uma estaca de seção circular de concreto armado parcialmente enterrada em solo arenoso. Os resultados encontrados e a comparação entre eles se encontram ao final do trabalho.

1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Os principais conceitos que foram utilizados como base para a elaboração do programa desenvolvido e para a aplicação dos modelos de análise apresentados neste trabalho serão comentados a seguir.

1.1 Interação solo-estrutura

Uma parte de grande importância no estudo de um elemento de fundação, como uma estaca, está na consideração de como irá ocorrer a transferência de carga entre a fundação e o solo envolvente, e como este irá responder ao esforço solicitante (se irá possuir capacidade adequada de suporte, garantindo uma base rígida).

Na prática, verifica-se que o solo, quando submetido ao carregamento da estrutura, sofre uma deformação. Esta perturbação gera uma alteração no fluxo de cargas da estrutura e, como consequência, os valores dos esforços nos elementos estruturais se modificam.

Dessa forma, para se projetar o mais próximo do comportamento real, é necessário que a deformabilidade do solo seja considerada, o que exige a integração de conhecimentos tanto da área de Estruturas quanto da área de Geotecnia.

Uma análise da interação solo-fundação, portanto, tem por objetivo fornecer os deslocamentos reais da fundação e seus esforços internos. Esses esforços podem ser obtidos diretamente pela análise da interação ou, indiretamente, por meio das pressões de contato, que são as pressões na interface estrutura-solo. A determinação das pressões de contato é necessária para o cálculo dos esforços internos na fundação, a partir dos quais é feito seu dimensionamento estrutural (VELLOSO; LOPES, 2011).

Existem diversos modelos que caracterizam o comportamento do solo, os quais podem ser divididos em dois grupos principais:

- Modelos que consideram a modelagem do contínuo;
- Modelo discreto de Winkler.

O modelo contínuo, originalmente proposto em 1971 por Poulos, baseia-se na teoria da elasticidade. Neste modelo, o solo é considerado como um meio ideal, homogêneo e isotrópico, representado por dois parâmetros: o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. Este modelo, apesar de ser o que mais se aproxima do comportamento real do solo, é bastante complexo e exige uma grande quantidade de dados para ser implementado. Por este motivo, optou-se por não o utilizar neste trabalho.

Já o modelo discreto de Winkler, também conhecido como Modelo de Molas, foi proposto em 1867 e caracteriza a resposta do solo através de uma série de molas independentes e de comportamento elástico e linear. De acordo com este modelo, as pressões de contato são proporcionais aos deslocamentos.

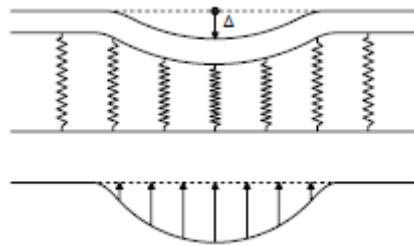


Figura 1. Representação do solo pelo modelo de Winkler (VELLOSO; LOPES, 2011) - Adaptado

A rigidez dessas molas é caracterizada por uma constante de proporcionalidade entre a pressão aplicada e o deslocamento do solo, chamada de *coeficiente de reação*. Este coeficiente, que pode ser determinado tanto para carregamentos verticais (coeficiente de reação vertical, k_v) quanto para carregamentos horizontais (coeficiente de reação horizontal, k_h), pode ser obtido através de uma variedade de ensaios, tais como: ensaio SPT, ensaio CPT, ensaio pressiométrico e ensaio de placa (SANTOS, 2008). Valores típicos para o k_h , utilizados na prática, podem ser vistos na Tabela 1.

Este modelo, por sua simplicidade e por depender de apenas um único parâmetro para representação do solo (o coeficiente de reação), foi o escolhido para simular a interação solo-estrutura nos modelos de análise tratados neste trabalho.

Tabela 1. Valores indicativos de K_h referido à largura total da estaca (PFEIL, 1983) - Adaptado

Tipo de solo	Nº de golpes do amostrador padrão (N_{SPT})	k_h (kN/m ³)	
		Solo seco ou úmido	Solo submerso
Areia média	5 - 10	2500	1500
Areia compacta	10 - 25	7000	5000
Areia muito compacta	> 25	20000	12500
Areia fofa, carga estática	5	-	1000
Areia fofa, carga cíclica	< 5	-	400
Argila muito mole, carga estática	< 2		500
Argila muito mole, carga cíclica	< 2		300
Silte orgânico fofo	< 3		300
Argila mole	2 - 4		1000
Argila média	4 - 10		2500

1.2 Não-linearidade física

O comportamento de uma estrutura à flexão depende da rigidez EI , na qual E é o módulo de elasticidade do material constituinte e I é o momento de inércia da seção transversal sobre o eixo de flexão. Em algumas situações, os valores de E e de I permanecem constantes para todos os níveis de esforço aos quais a estrutura se sujeita (comportamento elástico linear). Mas há situações em que ambos variam devido a mudanças de esforços, seja porque o material é não-linear, seja porque o material fissurou (comportamento não-linear).

O concreto armado, material considerado neste trabalho, se enquadra na segunda situação: a sua relação tensão-deformação é não-linear e o concreto fissura à tração, tornando-se ineficaz nessas regiões (a área de seção efetiva diminui) e ocasionando uma diminuição no valor de I .

A técnica escolhida para a consideração da não-linearidade nesta pesquisa foi a utilização de diagramas momento-curvatura. Essa relação momento-curvatura é definida para uma seção pré-determinada, com armadura suposta conhecida e para um certo valor de força normal atuante. De posse do diagrama, a rigidez EI da estrutura é dada pela taxa de variação da curva.

Os principais pontos para a elaboração do diagrama serão detalhados a seguir, tendo como base as recomendações da NBR 6118/2014 e alguns conceitos da engenharia estrutural.

Considerações iniciais. Uma barra, quando submetida a um carregamento externo, sofre uma deformação e surgem, como consequência, tensões internas à estrutura. Com base em

características geométricas e do material, é possível estabelecer uma relação entre a curvatura da barra fletida e o momento fletor interno ocasionado pelas tensões que surgiram.

Para o estabelecimento dessas relações, que levam em conta os esforços resistentes de uma seção, algumas hipóteses básicas são consideradas:

- As seções transversais permanecem planas após as deformações do elemento;
- A deformação de uma fibra genérica da seção é diretamente proporcional à sua distância até a linha neutra;
- Há uma aderência perfeita entre as barras da armadura e o concreto que as envolve;
- A resistência à tração do concreto é desprezada;
- O estado-limite último (ELU) é caracterizado quando a distribuição pertencer a um dos domínios definidos pela NBR 6118/2014.

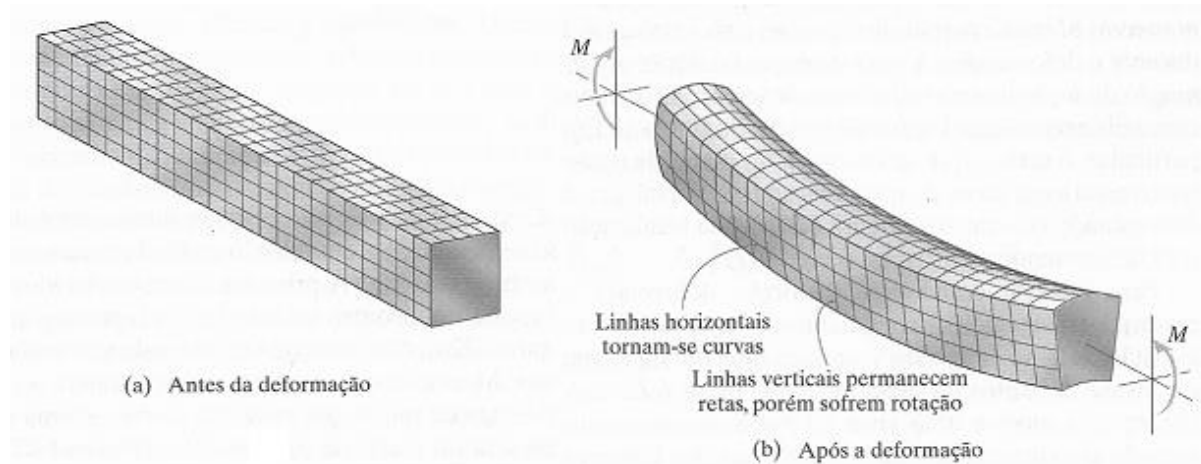


Figura 2. Barra submetida à flexão (HIBBELER, 2012)

Caracterização dos materiais. Tanto o concreto quanto o aço foram caracterizados de acordo com os diagramas de tensão-deformação propostos pela NBR 6118/2014, nos itens 8.2.10.1 e 8.3.6, respectivamente.

Para concretos de classe até C50, que foram os considerados neste trabalho, os valores de tensão (σ_c) são dados em função da resistência de projeto do concreto (f_{cd}) e da deformação específica do concreto (ϵ_c), como mostra a Eq. (1):

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{2,0\text{‰}} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Já para o aço, os valores de tensão (σ_s) são dados em função do módulo de elasticidade do aço (E_s), da deformação específica do aço (ϵ_s), da resistência de cálculo do aço (f_{yd}) e da deformação correspondente ao início do patamar de escoamento (ϵ_{yd}), como mostra a Eq. (2):

$$\sigma_s = \left\{ \begin{array}{ll} E_s \cdot \epsilon_s & , \quad \text{se } \epsilon_s < \epsilon_{yd} \\ f_{yd} & , \quad \text{se } \epsilon_s \geq \epsilon_{yd} \end{array} \right\} \quad (2)$$

Curvatura. Para determinar a distribuição das tensões internas produzidas por uma flexão pura, deve-se considerar a deformação da viga.

Considerando um elemento submetido à flexão pura, como o da Fig. 3, tem-se o plano x-y de simetria, onde atuam as cargas e as deflexões. As deformações decorrentes da flexão fazem com que as seções transversais *mn* e *pq* girem, uma em relação à outra, em torno de eixos normais ao plano x-y, de modo que as fibras longitudinais no lado convexo sejam alongadas (tração) e as do lado côncavo sejam encurtadas (compressão).

A superfície em que as fibras longitudinais não estão nem comprimidas nem tracionadas é chamada de superfície neutra, e é um elemento de grande importância no dimensionamento da seção. Na Fig. 3, esta superfície está indicada pela seção longitudinal *ss*.

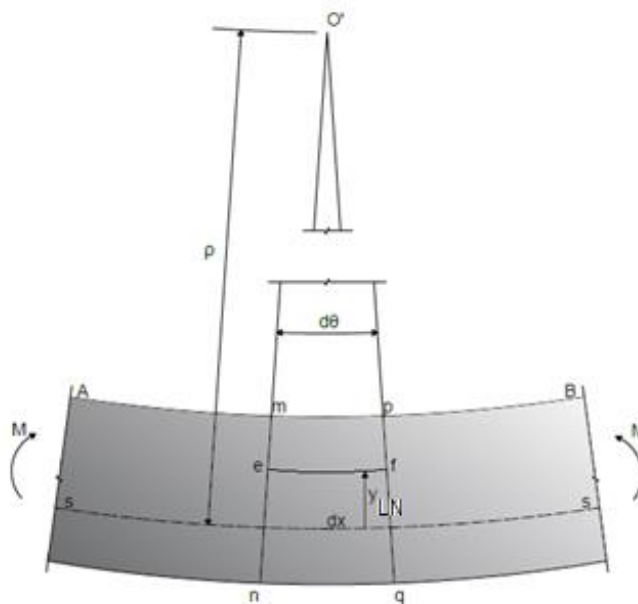


Figura 3. Viga sob flexão pura

Da geometria da Fig. 3, obtém a curvatura ($1/\rho$) que será igual a:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} \quad (3)$$

A deformação de uma fibra qualquer, ε , é dada por:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varphi \cdot y_{LN} \quad (4)$$

Na Eq. (4), a variável y_{LN} representa a distância da fibra em análise para a superfície neutra, ε_0 representa a deformação específica no centro geométrico da seção e φ representa a curvatura (nomenclatura alternativa). Esta equação foi deduzida apenas por considerações geométricas, sendo, portanto, independente das propriedades do material. Ela é válida qualquer que seja o diagrama tensão-deformação do material e serve como base para a construção do diagrama momento-curvatura.

Cálculo dos esforços resistentes. Para os materiais de comportamento não linear, como é o caso do concreto armado, o momento interno resistente deixa de ser uma função linear da curvatura

e passa a ser calculado diretamente pela integração das tensões atuantes na superfície do material.

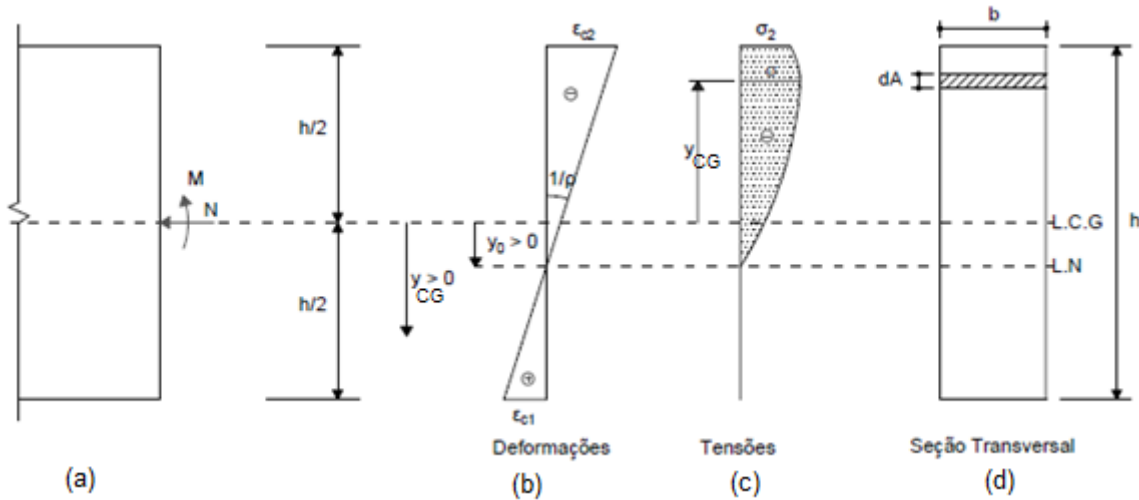


Figura 4. Distribuição de tensões e deformações numa seção de material elástico não-linear

A Fig. 4(a) mostra uma viga submetida a uma carga axial qualquer N e a um momento fletor genérico M , que geram deformações nas fibras longitudinais da viga (Fig. 4(b)). Estas deformações, por sua vez, ocasionam o surgimento de tensões ao longo da seção transversal (Fig. 4(c)), que podem ser integradas para se chegar a um valor final para o momento interno resistente (M_{Rd}) e esforço normal resistente (N_{Rd}):

$$M_{Rd}(y_{CG}) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(y_{CG}) \cdot y_{CG} \cdot dA \quad (5)$$

$$N_{Rd}(y_{CG}) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(y_{CG}) \cdot dA \quad (6)$$

Diagrama de interação. A resistência de uma seção transversal à ação combinada de um esforço normal e um momento fletor é obtida, normalmente, a partir de um diagrama de interação, o qual fornece todas as combinações possíveis de momentos últimos resistentes e esforços normais últimos resistentes.

Com o diagrama de interação traçado, é possível determinar se um par qualquer de esforço normal e momento será ou não suportado pela seção: basta que ele se enquadre dentro da região delimitada pela curva do diagrama, que contém os valores máximos suportados pela seção.

O cálculo do diagrama é feito com base em todos os domínios de estado-limite último (ELU), caracterizados pela norma brasileira, NBR-6118/2014, em seu item 17.2.2, letra g. Estes domínios representam o conjunto de deformações específicas do concreto e do aço, ao longo de uma seção transversal, que representam as diversas possibilidades de ruína da seção. O estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um desses domínios definidos.

As deformações das fibras extremas correspondentes ao ELU podem ser convenientemente expressas em função de um único parâmetro adimensional, D (CAVALCANTI; HOROWITZ, 2008). A deformação correspondente à fibra mais comprimida do concreto, $\varepsilon_{sup}(D)$, e a deformação correspondente ao aço mais tracionado, $\varepsilon_{inf}(D)$, podem ser visualizadas na Tabela 2. Nela, é feita a correspondência entre os domínios 1 a 5 com os valores de D .

Tabela 2. Correspondência entre os domínios do ELU e D (CAVALCANTI; HOROWITZ, 2008) - Adaptado

Domínio	D	y_s	$\varepsilon_{sup}(D)\%$	y_i	$\varepsilon_{inf}(D)\%$
1	$0 \leq D < 2$	y_{sup}	$10 - 5D$	y_{min}	10
2	$2 \leq D < 7$	y_{sup}	$1,4 - 0,7D$	y_{min}	10
3/4	$7 \leq D \leq 12$	y_{sup}	- 3,5	y_{min}	$24 - 2D$
4a	$12 < D < 13$	y_{sup}	- 3,5	y_{min}	$12\varepsilon_{4a} - \varepsilon_{4a}D$
5	$13 \leq D < 14$	y_{sup}	$- 23 + 1,5D$	y_{inf}	$26 - 2D$

Para a Tabela 2, tem-se que y_s representa a distância da fibra extrema comprimida ao centro de gravidade da peça e y_i representa a distância da fibra extrema tracionada ao centro de gravidade da peça. Além disso, tem-se também:

$$\varepsilon_{4a} = \frac{3,5}{H} (y_{inf} - y_{min}) \quad (7)$$

As variáveis da Eq. (7) estão representadas na Fig. 5.

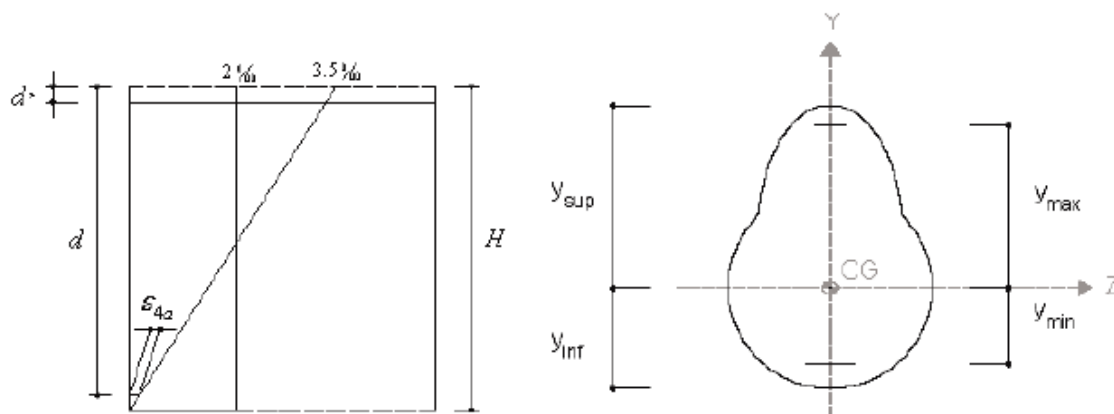


Figura 5. Variáveis da Eq. (7) (CAVALCANTI; HOROWITZ, 2008)

A variável y_{max} significa a distância da armadura mais superior ao CG da peça e a variável y_{min} representa a distância da armadura mais inferior ao CG da peça.

Diagrama momento-curvatura. O diagrama momento-curvatura é obtido a partir de vários valores de curvatura e seu momento correspondente, para um determinado esforço normal. Ele é gerado, normalmente, a partir do diagrama de interação.

A partir do diagrama, é possível obter um valor mais realista da rigidez, EI , para a seção em análise, o qual passa a ser estabelecido de acordo com as condições de carregamento-deformação da estrutura. Pelo gráfico, não se sabe como varia isoladamente o módulo de elasticidade do material ou o momento de inércia da seção, mas apenas o produto EI , que é o que interessa neste estudo.

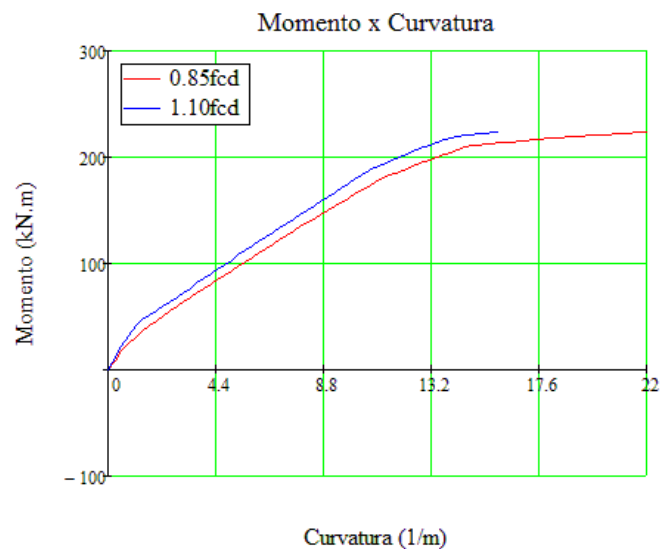


Figura 6. Exemplo de diagrama momento-curvatura

Há, na NBR-6118/2014, uma proposta de rigidez secante que pode ser obtida, a partir da relação momento-curvatura, pela reta AB, como mostra a Fig. 7.

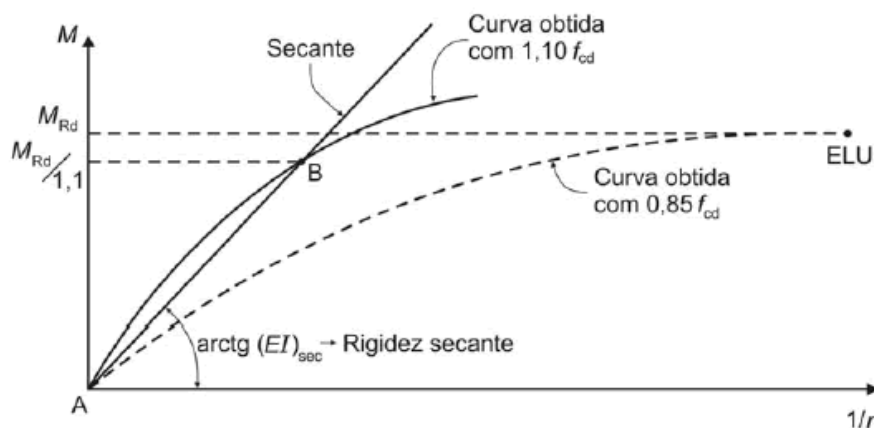


Figura 7. Relação momento-curvatura (NBR-6118/2014)

No programa elaborado, o valor da rigidez EI foi obtido diretamente do gráfico para o ponto em análise, não sendo necessário obter um valor de rigidez equivalente.

Note que há duas curvas presentes na Fig. 7. A curva obtida com $0,85f_{cd}$ está pontilhada para indicar que ela está presente apenas para fornecer o M_{Rd} (os esforços resistentes são calculados com base nessa curva). Já a curva obtida com $1,10f_{cd}$, que utiliza a formulação de segurança (comentada adiante), é utilizada para o cálculo das deformações. Esta é a curva efetivamente utilizada para determinar a rigidez da seção.

1.3 Não-linearidade geométrica

A não-linearidade geométrica ocorre quando, em uma análise estrutural, os efeitos da mudança de geometria da estrutura são considerados, fazendo com que a relação carga-deslocamento deixe de ser linear.

Para a hipótese de pequenos deslocamentos, em geral, esta não-linearidade é desconsiderada. Já para os casos em que os deslocamentos são relativamente significativos, entretanto, faz-se de grande importância considerar a NLG na análise da estrutura. Isso ocorre porque, quando os deslocamentos passam a ser significativos, eles podem acentuar os problemas de instabilidade ou a interação entre o esforço axial e os momentos fletores (efeitos de segunda ordem).

A NLG tem origem na teoria da elasticidade, na qual as equações de equilíbrio são escritas utilizando-se a configuração deformada da estrutura e as relações deformações vs. deslocamento, incluindo-se nelas termos não-lineares (KHOURI, 2001).

A consideração da NLG, no programa desenvolvido neste trabalho, deu-se através das equações de equilíbrio utilizadas, que se baseiam na teoria da elasticidade. Além disso, também foi utilizado um cálculo iterativo que relaciona as mudanças nos deslocamentos com mudanças na rigidez das seções.

2 PROGRAMA COMPUTACIONAL

O programa computacional desenvolvido nesta pesquisa teve como objetivo o cálculo dos deslocamentos laterais e dos momentos fletores de uma estaca semienterrada sujeita a esforços (carga axial, carga lateral e momento aplicado) em seu topo, considerando tanto a não-linearidade física quanto a não-linearidade geométrica da estrutura.

O programa foi todo desenvolvido a partir do software Mathcad (versão 14) e a sua elaboração teve como base a teoria comentada no item 2. O modelo escolhido para representar o comportamento do solo foi o Modelo de Winkler, o qual considera o solo como um meio linear elástico. As equações utilizadas e a maneira como o programa foi organizado serão comentadas a seguir.

2.1 Cálculo das solicitações na estaca

As solicitações na estaca são calculadas levando-se em consideração as ligações desta com a meso e a superestrutura e ainda os efeitos da contenção lateral do terreno. O modelo de cálculo adotado, baseado na Hipótese de Winkler, consiste em assimilar a estaca a uma viga apoiada num meio elástico. A equação diferencial que rege este modelo, já com a lei de variação da carga lateral do terreno, está descrita a seguir.

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 y}{dz^2} \right) - N \left(\frac{d^2 y}{dz^2} \right) + k_h \cdot z \cdot (y) = 0 \quad (8)$$

Na Eq. (8), tem-se como variáveis o módulo de elasticidade (E), o momento de inércia (I), o deslocamento lateral (y), a profundidade (z), a carga axial (N) – sendo a carga de compressão negativa – e o coeficiente de reação horizontal (k_h). Esta equação foi baseada no trabalho de HETÉNYI (1946), no qual está disponível também a sua dedução.

O método utilizado neste trabalho para solucionar a equação diferencial da viga sobre base elástica (Eq. (8)), foi o Método das Diferenças Finitas (MDF). Por este método, a equação diferencial é substituída por uma equação algébrica, a qual relaciona o valor da variável do problema em um ponto aos valores dos pontos vizinhos.

A Eq. (8) pode ser colocada em diferenças finitas em 2 passos. No primeiro, aplica-se o MDF aos termos mostrados entre parêntesis.

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI_i \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\delta^2} \right) - N \left(\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\delta^2} \right) + k_h \cdot z \cdot y_i = 0 \quad (9)$$

Na Eq. (9), o termo δ representa o espaçamento entre os nós dado na discretização.

No segundo passo, aplica-se o MDF à segunda derivada do primeiro termo da Eq. (9).

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta^2} \left[\left(EI_{i+1} \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{\delta^2} \right) - 2 \left(EI_i \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\delta^2} \right) \right. \\ \left. + \left(EI_{i-1} \frac{y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}}{\delta^2} \right) \right] - N \left(\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\delta^2} \right) \\ + k_h \cdot z \cdot y_i = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Simplificando a expressão acima, chega-se ao seguinte resultado final:

$$\begin{aligned} (EI_{i+1})y_{i+2} + (-2EI_{i+1} - 2EI_i - N\delta^2)y_{i+1} \\ + (EI_{i+1} + 4EI_i + EI_{i-1} + 2N\delta^2 + k_h z \delta^4)y_i \\ + (-2EI_i - 2EI_{i-1} - N\delta^2)y_{i-1} + (EI_{i-1})y_{i-2} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

A aplicação desta expressão, por ser uma derivada de quarto grau, leva a um sistema de X equações com $X+4$ incógnitas, sendo estas obtidas a partir das condições de contorno do problema.

A Fig. 8, a seguir, traz um esquema da discretização pelo MDF para o caso em análise. O índice i representa um nó qualquer ao longo da discretização e o índice n representa o número de espaçamentos dado ao comprimento enterrado da estaca. Note que surgem quatro pontos virtuais na discretização (os dois iniciais e os dois finais), devido ao sistema resultante possuir $X+4$ incógnitas. O total de pontos na discretização, para este caso, será igual ao número de espaçamentos mais um (que resulta no total de nós reais), mais os quatro nós virtuais (total igual a $n+5$).

Para a estaca semienterrada aqui analisada, são aplicadas as equações do momento fletor e do esforço cortante nas pontas da estaca para obter mais quatro equações, necessárias para solucionar o problema.

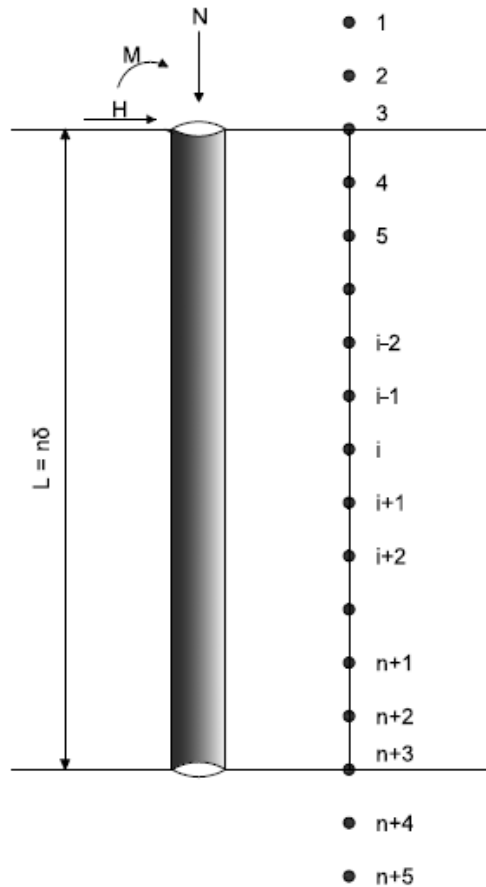


Figura 8. Discretização da estaca pelo Método das Diferenças Finitas (δ = espaçamento entre os nós)

A equação para o momento fletor considerada, M_F , foi a equação diferencial aproximada da linha elástica de uma viga, que é satisfatória desde que as inclinações sejam pequenas (consideração feita neste trabalho).

$$M_F = -EI \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (12)$$

Já a equação do esforço cortante utilizada, Q_v , considera a influência do esforço axial no elemento deformado, como mostra a Eq. (13). A dedução desta equação também está disponível em HETÉNYI (1946).

$$Q_v = \frac{dM}{dz} + N \frac{dy}{dz} \quad (13)$$

Sendo $V_{d,t}$ e $M_{d,t}$, respectivamente, a carga horizontal e o momento fletor aplicados ao topo da estaca, as condições de contorno neste ponto serão:

$$M_F = M_{d,t} \rightarrow -EI \frac{d^2 y}{dz^2} = M_{d,t} \quad (14)$$

$$Q_v = V_{d_t} \rightarrow \frac{dM}{dz} + N \frac{dy}{dz} = V_{d_t} \quad (15)$$

Passando estas equações para diferenças finitas e considerando o nó do topo da estaca ($i=3$), tem-se o seguinte resultado:

$$y_2 - 2y_3 + y_4 = -\frac{M_{d_t}\delta^2}{EI_3} \quad (16)$$

$$(EI_2)y_1 + (-2EI_2 - N\delta^2)y_2 + (EI_2 - EI_4)y_3 + (2EI_4 + N\delta^2)y_4 + (-EI_4)y_5 = 2V_{d_t}\delta^3 \quad (17)$$

Já na ponta enterrada da estaca, considerada livre de esforços atuante, as condições de contorno serão:

$$M_F = 0 \rightarrow -EI \frac{d^2y}{dz^2} = 0 \quad (18)$$

$$Q_v = 0 \rightarrow \frac{dM}{dz} + N \frac{dy}{dz} = 0 \quad (19)$$

Passando estas equações para diferenças finitas e considerando o nó da base da estaca ($i=n+3$), tem-se o seguinte resultado:

$$y_{n+2} - 2y_{n+3} + y_{n+4} = 0 \quad (20)$$

$$(EI_{n+2})y_{n+1} + (-2EI_{n+2} - N\delta^2)y_{n+2} + (EI_{n+2} - EI_{n+4})y_{n+3} + (2EI_{n+4} + N\delta^2)y_{n+4} + (-EI_{n+4})y_{n+5} = 0 \quad (21)$$

Com a equação principal (Eq. (11)) e as quatro condições de contorno (Equações (16), (17), (20) e (21)), o problema se encontra solucionado. Estas equações formarão um sistema que pode ser representado da seguinte maneira:

$$[M_{coef}]\{y\} = \{v\} \quad (22)$$

Neste sistema, tem-se uma matriz, $[M_{coef}]$, com os coeficientes que multiplicam y_i , um vetor com os deslocamentos laterais de cada nó, $\{y\}$, e um vetor com os termos à direita da igualdade, $\{v\}$. Este foi o sistema utilizado pelo programa desenvolvido para o cálculo dos deslocamentos laterais da estaca. Para resolvê-lo, foram utilizadas as ferramentas do Mathcad. A NLG já é considerada diretamente pela Eq. (8), que se baseia na teoria da elasticidade. Detalhes da organização e funcionamento do programa serão dados a seguir.

2.2 Organização do programa

Para realizar a análise da estaca, foram desenvolvidos dois programas: um principal e um auxiliar. O programa auxiliar gera o diagrama de momento-curvatura para uma dada seção transversal e um dado valor de carga axial. Os dados desse diagrama são exportados pelo programa auxiliar em arquivos de texto (.txt), os quais são lidos pelo programa principal. Este,

por sua vez, calcula os deslocamentos laterais e os momentos fletores sofridos pela estrutura. Um esquema simplificado do funcionamento destes dois programas será comentado a seguir.

Programa auxiliar. Um esquema simplificado do funcionamento do programa auxiliar pode ser visto no fluxograma da Fig. (9).

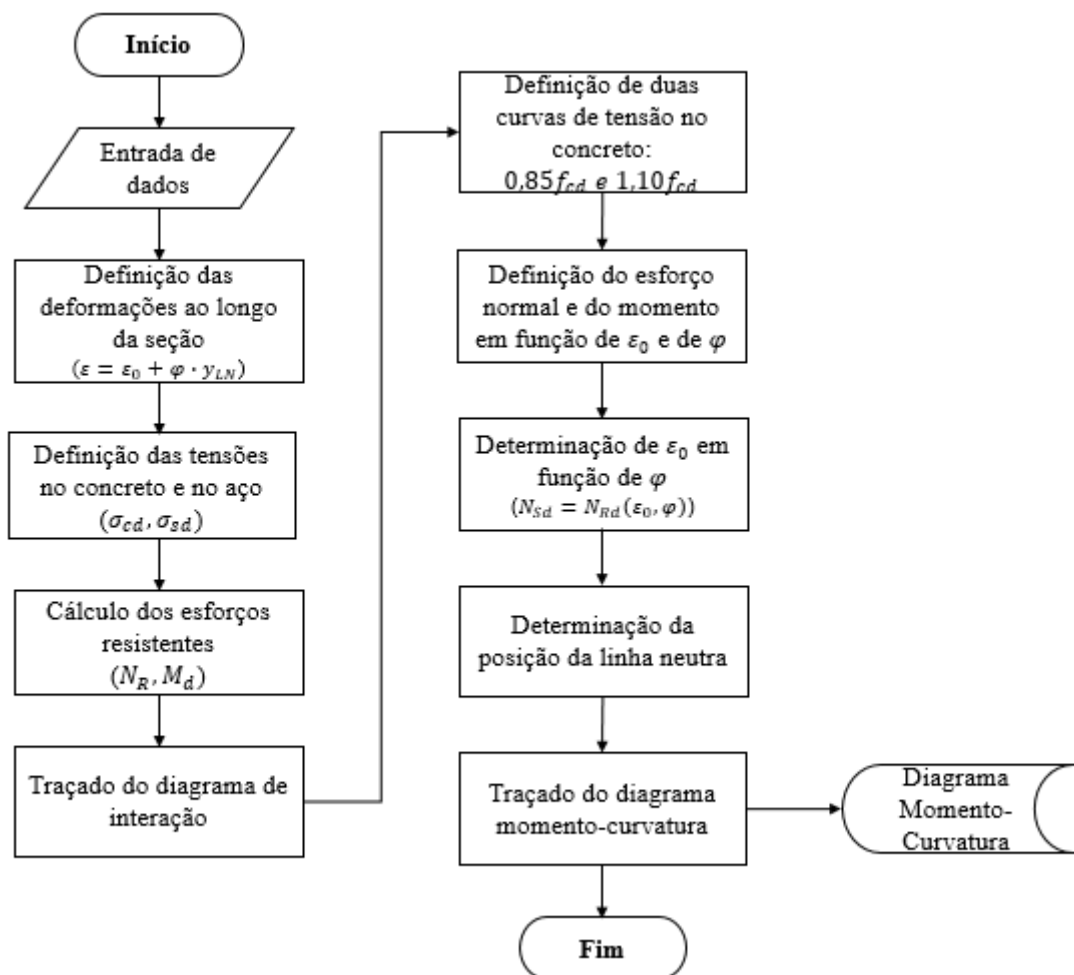


Figura 9. Fluxograma do programa auxiliar

Programa principal. Um esquema simplificado do funcionamento do programa principal pode ser visto no fluxograma da Fig. (10).

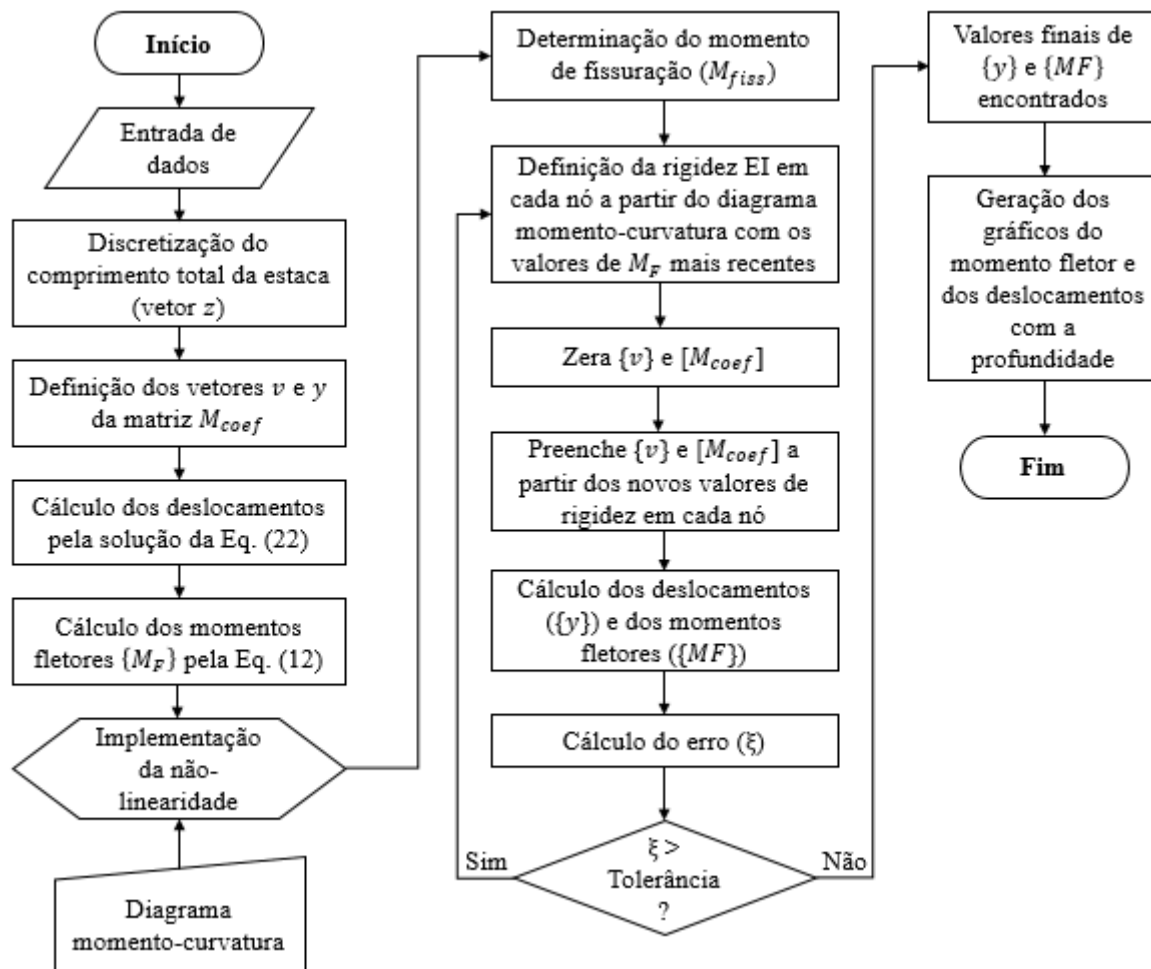


Figura 10. Fluxograma do programa principal

3 MODELOS DE ANÁLISE

Os modelos de análise considerados neste trabalho foram organizados em Níveis de Aproximação (NdA), os quais serão apresentados a seguir em ordem crescente de precisão da análise.

3.1 NdA I – Utilização do programa SAP2000

Neste primeiro modelo de análise, é utilizado um programa comercial de análise tridimensional de estruturas, o SAP2000, em sua versão 16. A estrutura analisada (uma estaca de concreto de seção circular) é discretizada no programa a partir de barras verticais e o solo é representado por meio de molas horizontais e verticais, conforme o Modelo de Winkler (utilização do coeficiente de reação horizontal para estipular a rigidez das molas no programa).

A não-linearidade física é considerada de maneira aproximada a partir de um coeficiente, aplicado ao momento de inércia bruto da seção, que simula a diminuição do momento de inércia que ocorre na seção do concreto quando ele se fissa. Neste trabalho, foi utilizado o valor de

0,50 para este coeficiente, o qual foi estabelecido para o caso específico de um pilar ou estaca submetido a carga lateral.

$$I_{efetivo} = 0,5 \cdot I_{bruto} \quad (23)$$

Este valor foi obtido a partir de exemplos testados em FERREIRA (2017). Um valor semelhante (0,40) é encontrado em KUMAR, KARUPPAIAH e PARAMESWARAN (2007), que tem como base o código americano, ACI 318.

A não-linearidade geométrica, por sua vez, é tratada internamente pelo próprio programa, o qual disponibiliza ao usuário escolher uma análise não-linear para a estrutura (deslocamentos P-Delta).

3.2 NdA II – Utilização do programa desenvolvido

Todos os aspectos mais relevantes sobre a estrutura e o funcionamento do programa desenvolvidos foram comentados no item 3 deste trabalho.

Na aplicação deste modelo de análise, cabe destacar, foi utilizada a formulação de segurança proposta pela NBR-6118/2014, em seu item 15.3.1. De acordo com essa formulação, calculam-se os efeitos de 2ª ordem das cargas majoradas de $\gamma_f/1,10$, que posteriormente são majoradas de 1,10, sendo γ_f o coeficiente de majoração dos esforços globais de 1ª ordem devidos aos carregamentos horizontais para a obtenção dos esforços finais de 2ª ordem.

Esta formulação de segurança pode ser entendida como uma “recompensa” por utilizar uma modelagem mais precisa (neste caso, o diagrama momento-curvatura) para o cálculo dos efeitos da NLF. Dessa forma, como há uma diminuição das incertezas no cálculo com o modelo mais preciso, o coeficiente de segurança utilizado para majorar as cargas pode ser um pouco menor do que o habitual. Caso os materiais sejam de comportamento linear elástico, os resultados com ou sem a formulação de segurança serão iguais.

3.3 NdA III – Utilização do programa FB-Multiplier

Neste terceiro nível de aproximação, mais preciso, é utilizado um programa comercial específico de análise de estruturas, o FB-Multiplier na versão 5.0, acadêmica. Trata-se de um programa de análise não-linear em elementos finitos capaz de analisar diversas estruturas de pontes de maneira bastante completa. O elemento discreto é responsável tanto pelo comportamento não-linear físico quanto pelo comportamento não-linear geométrico.

O solo, neste modelo, é representado através de curvas p-y, que são uma espécie de melhoramento do Modelo de Winkler (aplicado nos níveis anteriores): as molas de comportamento elástico linear são substituídas por curvas não-lineares que caracterizam o solo. O usuário entra com os dados correspondentes ao tipo de solo e o próprio programa gera o conjunto de curvas p-y correspondentes. Há também a opção de o usuário fornecer seu próprio conjunto de curvas. Dessa forma, tanto a estrutura como o solo passam por um estudo considerando as suas não-linearidades.

A não-linearidade física, assim como no NdA II, é feita a partir da consideração da curva momento-curvatura, a qual é gerada internamente pelo próprio programa a partir das características do material e da estrutura fornecidas pelo usuário. Dessa forma, como foi

realizada uma modelagem mais precisa, também foi considerada a formulação de segurança na análise da estrutura por este modelo.

A não-linearidade geométrica é modelada usando momentos P-delta (o produto da força axial pelos deslocamentos relativos que ocorrem através de um dado elemento). Além disso, como as estacas e os pilares são discretizados em vários sub-elementos, os momentos P-y (o produto da força axial pelos deslocamentos internos ocasionados pela flexão num dado elemento) são também considerados na formulação do elemento discreto (CHUNG, 2016).

4 EXEMPLO TESTE

Para a validação do programa desenvolvido (NdA II) e comparação de seu resultado com outros métodos (NdA I e NdA III), foi utilizado um exemplo fictício de uma estaca de concreto armado de seção circular semienterrada em solo arenoso. Os dados do exemplo são fornecidos a seguir.

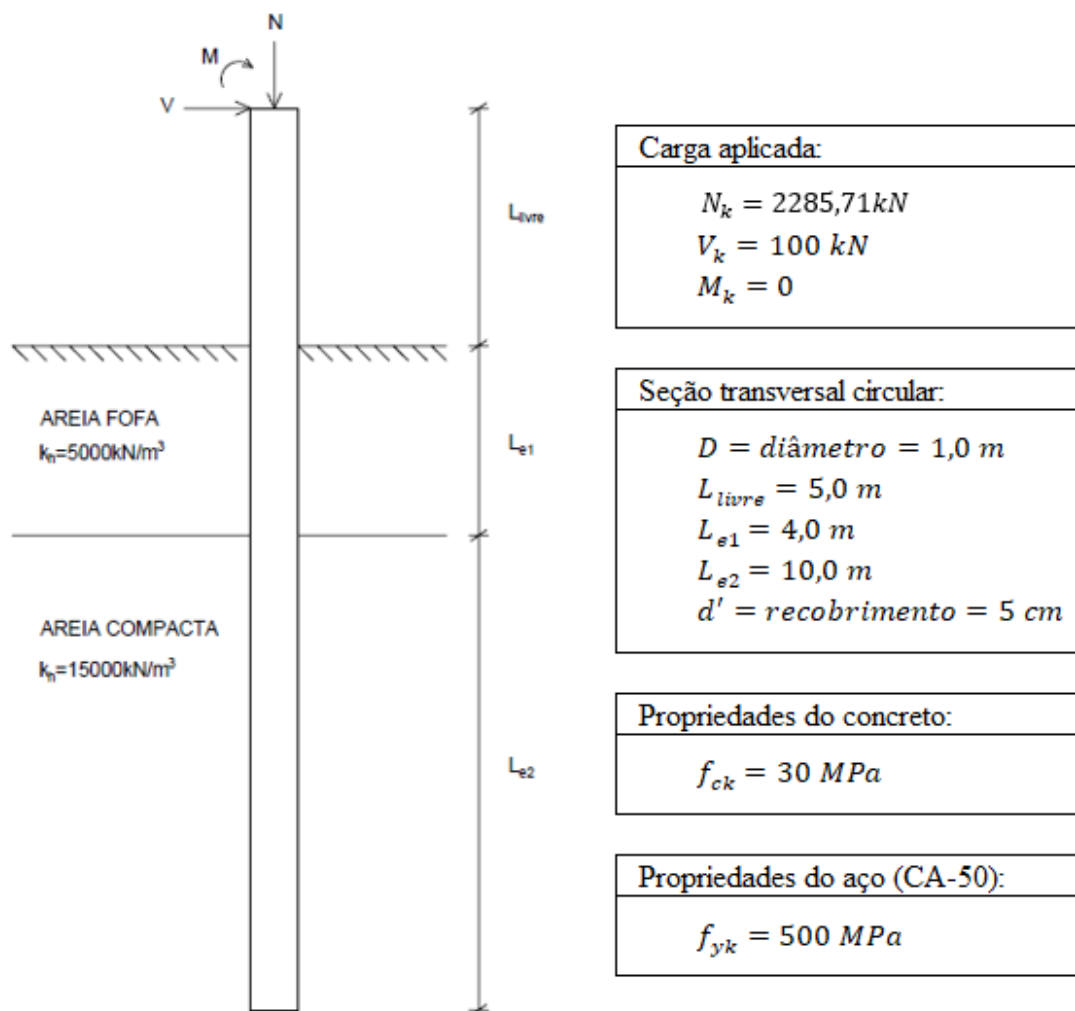


Figura 11. Dados do exemplo teste

Duas análises foram realizadas: uma considerando uma camada única de areia compacta (tomando toda a profundidade enterrada, de 14 metros) e outra considerando duas camadas de

areia, sendo a mais superficial de areia fofa e a mais profunda de areia compacta (como mostra a Fig. 11).

Além das informações da Fig. 11, é importante destacar que tanto o NdA II quanto o NdA III necessitam que seja fornecida uma armação inicial para que a análise seja processada. Essa armação foi obtida com base nos resultados encontrados pelo NdA I, sendo adotadas 18 barras de 20 mm de diâmetro para os dois casos (com uma ou duas camadas de areia).

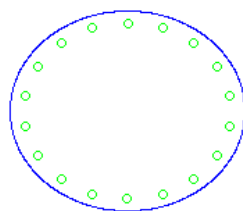


Figura 12. Disposição da armação.

4.1 Resultados encontrados

Os valores encontrados pelos três métodos para o exemplo proposto encontram-se resumidos nas tabelas a seguir.

Tabela 3. Resultados para o caso 1 (camada única)

	NdA I	NdA II	NdA III
Deslocamento lateral máximo (cm)	5,34	3,67	3,58
Momento fletor máximo (kN.m)	1002	941	988

Tabela 4. Resultados para o caso 2 (duas camadas)

	NdA I	NdA II	NdA III
Deslocamento lateral máximo (cm)	7,38	5,62	4,22
Momento fletor máximo (kN.m)	1098	1049	1072

Como pode-se perceber das tabelas 3 e 4, os resultados encontrados, principalmente em relação aos momentos fletores, foram bastante próximos entre si. O NdA I teve um resultado muito próximo ao do NdA III (erro de apenas 1,4% no caso 1 e de 2,4% no caso 2, para o momento fletor), o que mostra que a utilização do coeficiente é uma maneira simples e que traz uma boa resposta para simular a NLF. O NdA II, apesar de apresentar valores de momento um pouco menores, também teve valores muito próximos aos encontrados pelo NdA III (erro de apenas 4,7% no caso 1 e de 2,1% no caso 2, para momento fletor). Dessa forma, os valores encontrados foram bastante satisfatórios.

5 CONCLUSÕES

Os resultados encontrados pelo programa desenvolvido se mostraram bastante satisfatórios e coerentes com os resultados obtidos pelos outros dois modelos de análise propostos. O programa computacional atendeu, portanto, ao seu propósito.

Como esperado, os níveis de aproximação iniciais foram os que mostraram os maiores valores, uma vez que, nestes níveis, as simplificações são maiores, sendo estas compensadas por um cálculo com coeficientes de majoração mais conservadores. Os valores de momento fletor encontrados não se apresentaram gradativamente decrescentes, mas, como se mostraram bastante próximos um dos outros, pode-se depreender que são variações decorrentes das incertezas e da complexidade da análise, decorrentes principalmente da consideração do comportamento do solo na análise.

Os bons resultados obtidos com o NdA I mostram que, com a utilização de coeficientes adequados para simular tanto o comportamento do solo através de molas (k_h) quanto a NLF da estrutura (atribuição de um valor de rigidez adequado, que leve em consideração a fissuração que ocorre no concreto), é possível chegar a valores bem próximos aos obtidos por uma análise mais sofisticada. Além disso, o NdA I pode ser utilizado como uma análise inicial que servirá como um comparativo e poderá ajudar a definir uma armação inicial para a estrutura analisada.

Por fim, cabe destacar que o programa desenvolvido se mostrou uma boa alternativa para a realização de um cálculo mais preciso de uma estaca semienterrada submetida a carga lateral, com a consideração tanto da NLG quanto da NLF.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

Cavalcanti, M. B.; Horowitz, B., 2008. Modelos de verificação à flexão de estruturas protendidas. *Ibracon Structures and Materials Journal*, vol. 1, n. 4, pp. 331-364.

Chung, J. H., 2016. *Manual FB-Multiplier* (versão 5.0). BSI Bridge Software Institute, University of Florida.

Ferreira, P. F. S., 2017. *Estacas de seção circular semienterradas submetidas a cargas laterais*. 2017. 164 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Hetényi, M., 1946. *Beams on elastic foundation*. Baltimore: The Waverly Press.

Hibbeler, R. C., 2010. *Resistência dos materiais*. 7ª Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall.

Khoury, M. E., 2001. *Contribuição ao projeto de pilares de pontes de concreto armado com consideração das não-linearidades física e geométrica e interação solo-estrutura*. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

Kumar, P. S.; Karuppaiah, K. B.; Parameswaran, P., 2007. Buckling behavior of partially embedded reinforced concrete piles in sand. *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, vol. 2, n. 4, pp. 22-26. ISSN 1819-6608.

Pfeil, W., 1983. *Pontes em concreto armado*, vol. 2, 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.

Poulos, H. G.; Davis, E. H., 1980. *Pile Foundation Analysis and Design*. Rainbow-Bridge Book Co.

Santos, J. A., 2008. *Fundações por estacas: ações horizontais – Elementos teóricos*. Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica e Lisboa.

Velloso, D. A.; Lopes, F. R., 2011. *Fundações*. São Paulo, Oficina de Textos.