



COMPORTAMENTO DA DISTRIBUIÇÃO DE VIDA EM COMPONENTES ENTALHADOS DE ACORDO COM A TEORIA DA DISTÂNCIA CRÍTICA

Jéssica Nayara Dias

Jorge Luiz de Almeida Ferreira

jessicadias.engenharia@gmail.com

jorge@unb.br

Universidade de Brasília, Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia

Campus Gama, CEP 72.444-240, Gama-DF, Brasil

Letícia Laleska Oliveira Silva

leticia.laleska@gmail.com

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica

Campus Universitário Darcy Ribeiro, CEP 70910-900 Brasília-DF, Brasil

Resumo. A Teoria da Distância Crítica foi reformulada para permitir a previsão de vida de componentes entalhados sujeitos a carregamentos multiaxiais. Diferentemente do enfoque clássico, utiliza-se uma função que contém informações do tensor das tensões e admite que o comprimento característico, L , varia com a vida de fadiga. Nesse artigo, propõe-se o uso do parâmetro de Smith-Watson-Topper, SWT, como parâmetro representativo da condição de falha. Assim, para quantificação do comportamento da distribuição da vida, a estimativa da curva $L-N_f$ e os algoritmos de pesquisa de plano crítico e previsão de vida foram desenvolvidos com base no parâmetro STW. Para a validação do modelo foram utilizados resultados de testes de fadiga fabricados com a liga Al 7050-T7451, sob condições de carregamentos uniaxiais (push-pull e torcional) e multiaxial (torção-tração). Técnica de simulação de Monte Carlo também foi implementada visando avaliar o efeito da variabilidade das curvas de fadiga sobre a previsão da vida de fadiga sob condições multiaxiais. Como resultado foi possível construir curvas de confiabilidade com boa concordância com os resultados experimentais.

Palavras-Chave: fadiga, SWT, distância crítica, confiabilidade, Monte Carlo

CILAMCE 2017

Proceedings of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering
P.O. Faria, R.H. Lopez, L.F.F. Miguel, W.J.S. Gomes, M. Noronha (Editores), ABMEC, Florianópolis, SC,
Brazil, November 5-8, 2017.

INTRODUÇÃO

A presença de descontinuidades geométricas em componentes de engenharia é inevitável, sendo esses entalhes considerados um problema na previsão de vida de fadiga dos mesmos (NICHOLAS, 2006; SUSMEL; TAYLOR, 2007; SOCIE, 1993). A presença de entalhes faz surgir uma concentração de tensões que acarretará em um comportamento de fadiga diferente do que acontece em espécimes sem detalhes geométricos. Assim, essa condição faz com que haja gradientes de tensões que vão da tensão máxima, na raiz do entalhe, para menores tensões localizadas abaixo do mesmo (NICHOLAS, 2006). Entre os métodos mais utilizados que consideram o efeito do gradiente de tensões no limite de fadiga, destacam-se os propostos por Neuber (1958) e Peterson (1959). Segundo o método proposto por Neuber (1958), conhecido como Teoria das distâncias críticas (TDC), a tensão elástica no concentrador de tensões não atinge valores tão elevados como aqueles que a teria mecânica dos meios contínuos prevê. A tensão efetiva que representa a tensão real deverá ser estimada próxima ao entalhe analisado sobre unidades materiais (cristais, partículas estruturais). Peterson (1959) propôs em sua abordagem que ao se analisar o limite de fadiga do material a tensão de referência deve ser calculada a uma dada distância a partir do ápice do concentrador de tensões (SUSMEL; TAYLOR, 2007). A TDC tem vantagem sobre diversas outras abordagens uma vez que tanto o gradiente de tensões quanto o efeito do tamanho do concentrador são abordados (NICHOLAS, 2006). Quando se trata de espécimes entalhados sujeitos a carregamentos multiaxiais, há relativamente poucos dados experimentais se comparados aos componentes sem entalhes. Em contrapartida, há muitas estruturas com presença de entalhes que estão sujeitas a cargas multiaxiais, podendo ser uma combinação de flexão e torção ou tração e torção (SOCIE, 1993). Ao se avaliar a tensão para esse tipo de carregamento, Wang (2014) afirma que é importante salientar as diferenças entre as abordagens invariantes de tensão e os planos críticos. Para a caracterização de fadiga no local do concentrador de tensões em fadiga multiaxial, deve-se considerar o tamanho do entalhe, a forma, o gradiente de tensões, as cargas aplicadas e sua fase (SOCIE, 1993). Neste artigo, para previsão de vida em espécimes sujeitos a carregamentos multiaxiais é utilizado o modelo de Smith–Watson–Topper (1970) – SWT, que prevê que o plano de máxima deformação normal deve ser considerado como o plano crítico. Esse parâmetro é utilizado para materiais que falharam predominantemente devido ao crescimento de trincas em planos de máxima ou tensão ou deformação (WANG, 2014). Em seu trabalho, Karakas (2013) salienta que esse modelo é baseado em propriedades intrínsecas do material que são obtidas a partir de ensaios controlados de fadiga. Uma vez que as trincas iniciam em planos materiais preferenciais (SHAMSAEI; FATEMI, 2009), uma investigação de planos críticos foi realizada segundo o critério de plano principal máximo, que inclui o parâmetro SWT, a fim de que uma melhor caracterização da função de falha fosse obtida. Visando de que tanto previsões determinísticas quanto probabilísticas sejam realizadas para a previsão de vida dos componentes em estudo, a técnica de simulação de Monte Carlo foi utilizada. A técnica realiza essa previsão através da geração de números aleatórios, que posteriormente retornarão o valor esperado, no caso desse trabalho, a previsão de vida do componente.

1 MODELO MULTIAXIAL E DISTÂNCIA CRÍTICA DEPENDENTE DA VIDA

1.1 Teoria da distância crítica (TDC)

Esta seção apresenta de forma resumida a teoria da distância crítica (CARPINTERI, 2008; CASTRO, 2009; CICERO et al., 2012; SUSMEL, 2004; SUSMEL; TAYLOR, 2003, 2012; TAYLOR, 1999, 2008). O método visa prever a resistência à fadiga de componentes com concentradores de tensão, tais como entalhes ou trincas (CASTRO, 2009). Na TDC, a falha por fadiga é esperada quando a tensão efetiva, em uma zona de processo, exceder a resistência à fadiga do material de referência. A tensão de referência pode ser encontrada em um determinado ponto (método do ponto, PM), ou calculando-se uma média ao longo de uma linha (LM) ou sobre uma área (AM) ou volume (VM) (SUSMEL; TAYLOR, 2003). A posição da distância crítica, l , varia para cada método, entretanto, é possível mostrar que o seu valor está associado ao parâmetro de El Haddad (1979), Eq. (1), por meio das seguintes relações: $l = L/2$ (para o PM), $l = 2L$ (para o LM), $l = L$ (para o VM ou AM).

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\sigma_0} \right)^2 \quad (1)$$

A equação acima mostra que L depende de duas características: o limite de resistência à fadiga, σ_0 e o valor do limiar do fator de intensidade de tensão para trincas longas, ΔK_{th} . Castro (2009) mostrou que o tamanho da zona de processo de fadiga depende do parâmetro de fadiga adotado. Cujo volume localiza-se ao redor do entalhe, tendo uma forma determinada *a priori* e com uma das dimensões relacionadas ao parâmetro de material. Nesse sentido, a expressão geral que representa tal conceito é apresentada na Eq. (2).

$$\frac{1}{V} = \int_V P(\sigma) dV \leq 0 \quad (2)$$

onde $\sigma \cong (\sigma(x), t)$ é a história do tensor das tensões em um ponto x localizado na zona de processo de volume V , e $P(\sigma)$ é a função que define o parâmetro de fadiga.

Para a estimativa da distância crítica baseada no método do ponto, por exemplo, a função $P(\sigma)$ é definida por meio da Eq. (3).

$$P(\sigma) := \sigma_{1a} - c \quad (3)$$

onde σ_{1a} é a amplitude da tensão principal máxima e c é um parâmetro de material. Substituindo o volume do material na Eq. (2) por um ponto resulta na Eq. (4).

$$P(\sigma(l)) \leq 0 \quad (4)$$

Nesse caso específico, a Eq. (4) é avaliada a uma distância l da raiz do entalhe. Já o parâmetro c pode ser obtido por meio da aplicação da Eq. (4) na condição de limite de fadiga de um corpo de prova não entalhado, em ensaio realizado sob condição de carregamento alternado, obtendo assim:

$$c = \sigma_0 \quad (5)$$

Utilizando a Eq. (4) para um espécime entalhado ensaiado sob condição de fadiga que falhou em Modo I de fratura, constata-se a igualdade apresentada na Eq. (6).

$$l = 0.5L \quad (6)$$

Entretanto, na construção proposta por Castro (2009), $\sigma(l)$ pode ser escrita como uma função que contém informações do tensor das tensões e/ou das deformações a uma distância do hot-spot - *distância crítica* e P define o critério de falha por fadiga.

1.2 Extensão da TDC para a previsão da vida em fadiga em regime de médio ciclo

Susmel e Taylor (2007) reformularam a TDC estendendo a sua aplicação para a previsão de vida em fadiga em regime de ciclo médio. Esta extensão baseia-se na hipótese que comprimento característico, L , varia com a vida de fadiga conforme relação apresentada na Eq. (7). Uma das possíveis metodologias usadas para a obtenção das constantes A e b pode ser realizada por meio da calibração da curva L versus N_f , em que é necessário usar duas curvas de S-N (Uma gerada por meio de testes de espécimes não entalhados e a outra gerada por meio de teste de espécimes entalhados). Tipicamente essa calibração é realizada utilizando-se a amplitude da tensão principal máxima, σ_{Ia} .

$$L(N_f) = AN_f^b \quad (7)$$

onde A e b são constantes materiais.

1.3 Abordagem de plano crítico para análise de fadiga multiaxial

Baseando-se, principalmente, em dados observados experimentalmente, onde as trincas iniciam-se em planos materiais preferenciais (hipoteticamente devido a um maior acúmulo de dano de fadiga), desenvolveu-se o critério de plano crítico (ARAÚJO et al., 2011; SHAMSAEI; FATEMI, 2009; YU et al., 2017). Segundo Shamsaei e Fatemi (2009), esses modelos são aplicáveis para previsão de vida tanto em condições de carregamento proporcionais, quanto não proporcionais, tendo ainda a capacidade de previsão de orientação da trinca.

Shamsaei e Fatemi (2009) relatam que, de forma geral, os planos críticos podem ser classificados segundo três critérios: i) plano de cisalhamento máximo, ii) modo de falha e iii) plano principal máximo. O primeiro grupo, baseado apenas na tensão, tem como exemplos os parâmetros de Findley (1956) e McDiarmid (1994), esses modelos de plano crítico são usados em espécimes que apresentam modo de falha por cisalhamento. O segundo grupo possui como exemplo o critério de Brown-Miller (1973) e é utilizado para planos críticos baseados apenas em deformação. Já o terceiro inclui o parâmetro de Smith-Watson-Topper (1970), que é estudado nesse artigo, é fundamentado em termos da energia de deformação normal - sendo utilizado para materiais em que as trincas nucleiam em cisalhamento, mas a vida residual é controlada pelo crescimento de trincas existentes nos planos normais máximos.

Na Figura 1 apresenta-se um esboço da representação das componentes de tensão que atuam em um plano material Δ , definido pelo vetor normal unitário $\mathbf{n}$, o volume material V sujeito a um estado de tensões representado pelo tensor das tensões $\boldsymbol{\sigma}(t)$. Para garantir a condição de equilíbrio de esforços nos corpos, sobre o plano Δ , atuará o vetor tensão $\mathbf{t}$, que

poderá ser decomposto na direção do vetor normal $\mathbf{n}$, σ_n , e na direção ortogonal a $\mathbf{n}$, τ .

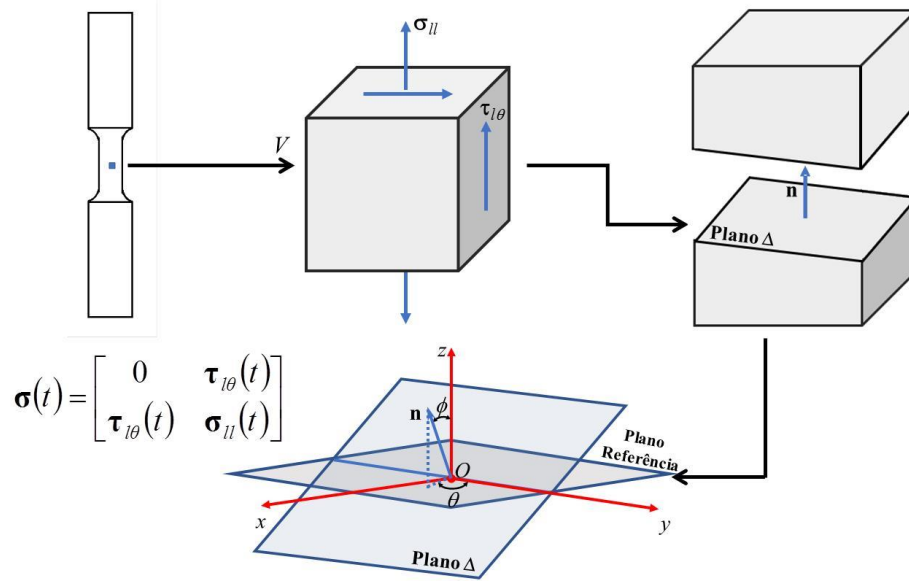


Figura 1. Componentes de tensão que atuam em um plano material Δ

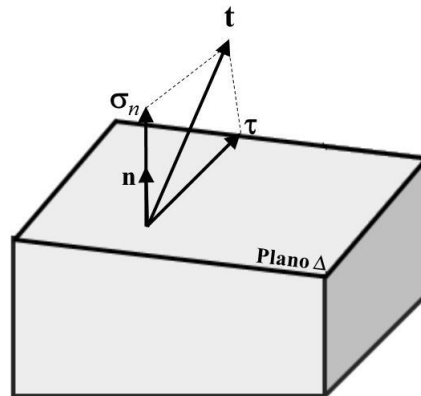


Figura 2. Componente do vetor tensão t agindo no plano Δ

O vetor normal unitário $\mathbf{n}$ que define o plano Δ é caracterizado por coordenadas esféricas ϕ e θ e pode ser calculado pela matriz da Eq. (8). Usando conceitos básicos do teorema de Cauchy, pode-se inferir que o vetor tensão $\mathbf{t}$ no plano Δ é dado pela Eq. (9).

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \sin(\phi)\cos(\theta) \\ \sin(\phi)\sin(\theta) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{t} = \sigma_n \mathbf{n} \quad (9)$$

O vetor tensão normal σ_n tem sua amplitude e seus valores médios obtidos de forma direta, pois durante um carregamento cíclico esse vetor varia em magnitude, mas não em direção. σ_n pode ser obtido pela projeção do vetor $\mathbf{t}$ na direção de $\mathbf{n}$, ou seja, aplicando-se o

produto escalar entre $\mathbf{t}$ e $\mathbf{n}$, como apresentado na Eq. (10) (ARAÚJO et al., 2011).

$$\sigma_n = (\sigma \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (10)$$

O vetor tensão cisalhante τ tem sua magnitude e direção variando com o tempo, assim não é possível se obter de forma direta sua amplitude e valor médio. A Eq. (11) apresenta a componente da tensão cisalhante τ .

$$\tau = \tau - \sigma_n \quad (11)$$

Considerando que o componente estrutural está sujeito a uma história de carregamento periódico, pode-se assumir que o vetor tensão resultante atuante no plano material Δ , $\mathbf{t}(t)$, irá descrever uma curva fechada ψ . Como vetor tensão normal, $\sigma_n(t)$ tem direção constante durante todo o ciclo de carregamento, para um determinado estado de tensões, o processo de iniciação das trincas por fadiga será governado pela maior amplitude de tensão cisalhante $\tau_{a,max}$ que irá ocorrer em um plano material denominado plano crítico Δ_C (INÁCIO, 2008). A Fig. (3) mostra a trajetória, ψ , percorrida pelo vetor tensão resultante $\mathbf{t}(t)$ devido a aplicação de uma história de carregamento periódico. A projeção de Ψ sobre o plano Δ representa a história de tensões cisalhantes, Ψ_Δ , e a sua análise permitirá quantificar informações sobre o comportamento da tensão cisalhante que permitam a construção de algoritmos de pesquisa de planos críticos.

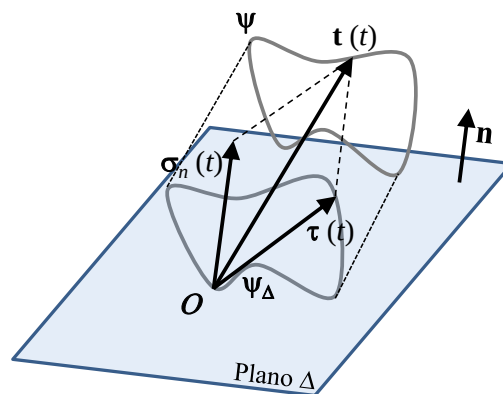


Figura 3. Trajetória de carregamento ψ descrita pelo vetor tensão

Neste trabalho, para a determinação do plano crítico optou-se pelo critério proposto por Grubisic e Simburger (1976) conhecido como critério da maior projeção. Considerando que pelo ponto O passam infinitos planos, o critério de investigação incremental entre planos também foi utilizado. Os passos realizados para a determinação do plano crítico foram os seguintes:

- a) A fim de se estabelecer um número finito de planos a serem investigados (segundo o critério da investigação incremental), os ângulos ϕ e θ foram incrementados em $\Delta\phi$ e $\Delta\theta$ em intervalos de $\phi_{inicial}$ a ϕ_{final} para ϕ e de $\theta_{inicial}$ a θ_{final} para θ . Para a realização do processo, o ângulo ϕ foi mantido fixo, inicialmente, enquanto o ângulo θ variava em um incremento $\Delta\theta$. Dentro do intervalo de investigação do ângulo foi realizada simultaneamente uma varredura no tempo e nesse processo calcularam-se as

- componentes $T(t)$ e $t(t)$, assim como as componentes da tensão cisalhante no plano.
- b) Finalizada a varredura do ângulo θ , adicionou-se o incremento $\Delta\phi$ ao ângulo ϕ , que foi previamente fixado, e novamente percorreu-se o ângulo θ em seu intervalo. Esse processo foi continuamente repetido até que o ângulo ϕ percorresse todo seu intervalo, e dessa forma foi realizada a investigação em um número finito de planos.
- c) O critério da maior projeção irá assegurar que de todas as possíveis retas que se encontram no plano Δ e que passam pelo ponto O , seja escolhida aquela que ao projetar-se sobre ela a curva de carregamento ψ apresente a maior projeção. Ao se detectar qual a reta com a maior projeção (uma reta $\overline{AB}$ qualquer), a amplitude de tensão equivalente será calculada pela metade dessa projeção, ou seja, $\tau_a = \overline{AB}/2$, a Fig. 4 ilustra a obtenção dessa reta, onde τ_m representa a tensão cisalhante média dada pelo segmento $\overline{OM}$, sendo M o ponto médio de $\overline{AB}$.

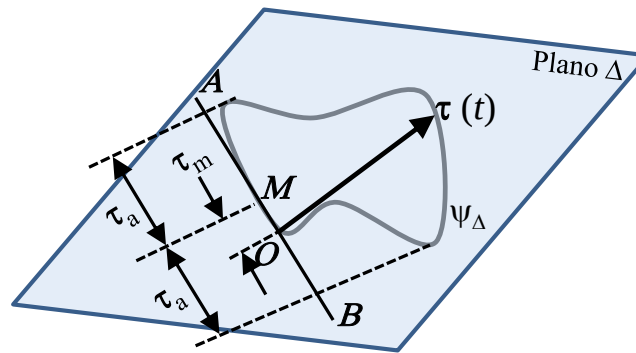


Figura 4. Maior Projeção: Segmento $\overline{AB}$

- d) A máxima amplitude de tensão cisalhante, $\tau_{a,max}$, é a tensão cisalhante equivalente τ_a para cada um dos planos em análise, ϕ e θ , obtidas no passo anterior, conforme apresenta a Eq. (12).

$$\tau_{a,max} = \max_{\phi,\theta} \left(\frac{\overline{AB}}{2} \right) \quad (12)$$

- e) Segundo o critério da investigação incremental entre planos, em cada plano também será encontrada uma amplitude de tensão normal, σ_a . No plano em análise, a amplitude de tensão normal que contiver $\tau_{a,max}$ será definida como $\sigma_{\Delta_C,máx}$.
- f) De acordo com Susmel e Lazzarin (2002), o plano crítico será aquele que contiver $\tau_{a,max}$, porém, sempre existirão dois ou mais planos materiais que possuirão $\tau_{a,max}$, independente do estado de tensão. Assim, o critério utilizado para a definição do plano crítico é baseado na máxima tensão normal, pois esse plano será aquele onde o dano de fadiga atingirá seu maior valor.

1.4 Aplicação do critério de fadiga multiaxial proposto por Smith-Watson-Topper em termos da TDC

O modelo de Smith-Watson-Topper (1970) foi desenvolvido para descrever modos de iniciação de trinca governados pela deformação e tensão normais a um plano material. A

generalização do parâmetro SWT para fadiga multiaxial foi proposta por Socie com base nos conceitos de plano crítico (SOCIE, 1987, SOCIE; MARQUIS, 1999). Nesse modelo, assume-se que o plano preferencial para a propagação das microfissuras de fadiga é o plano em que a densidade de energia produzida pela componente de tensão normal passa por um valor máximo. Nesse sentido, considerando que a representação da função de falha, apresentada na Eq. (4) pode ser escrita com base na máxima densidade de energia de tensão normal, nas condições específicas de fadiga, a função de falha tomará a forma da Eq. (13).

$$P(\sigma(l)) = \left(\frac{\Delta \varepsilon}{2} \sigma_{\max} \right)_{\max} - c(N) = 0 \quad (13)$$

onde $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$ e $\sigma_{\max}$ são, respectivamente, a amplitude de deformação normal e a máxima intensidade do vetor tensão normal atuantes no plano de máxima densidade de energia normal e $c(N)$ será um parâmetro que varia com a vida de fadiga conforme relação apresentada na Eq. (14).

$$c(N) = A_{\text{SWT}} N_f^{b_{\text{SWT}}} \quad (14)$$

onde A_{SWT} e b_{SWT} são constantes determinadas a partir de ensaios de fadiga.

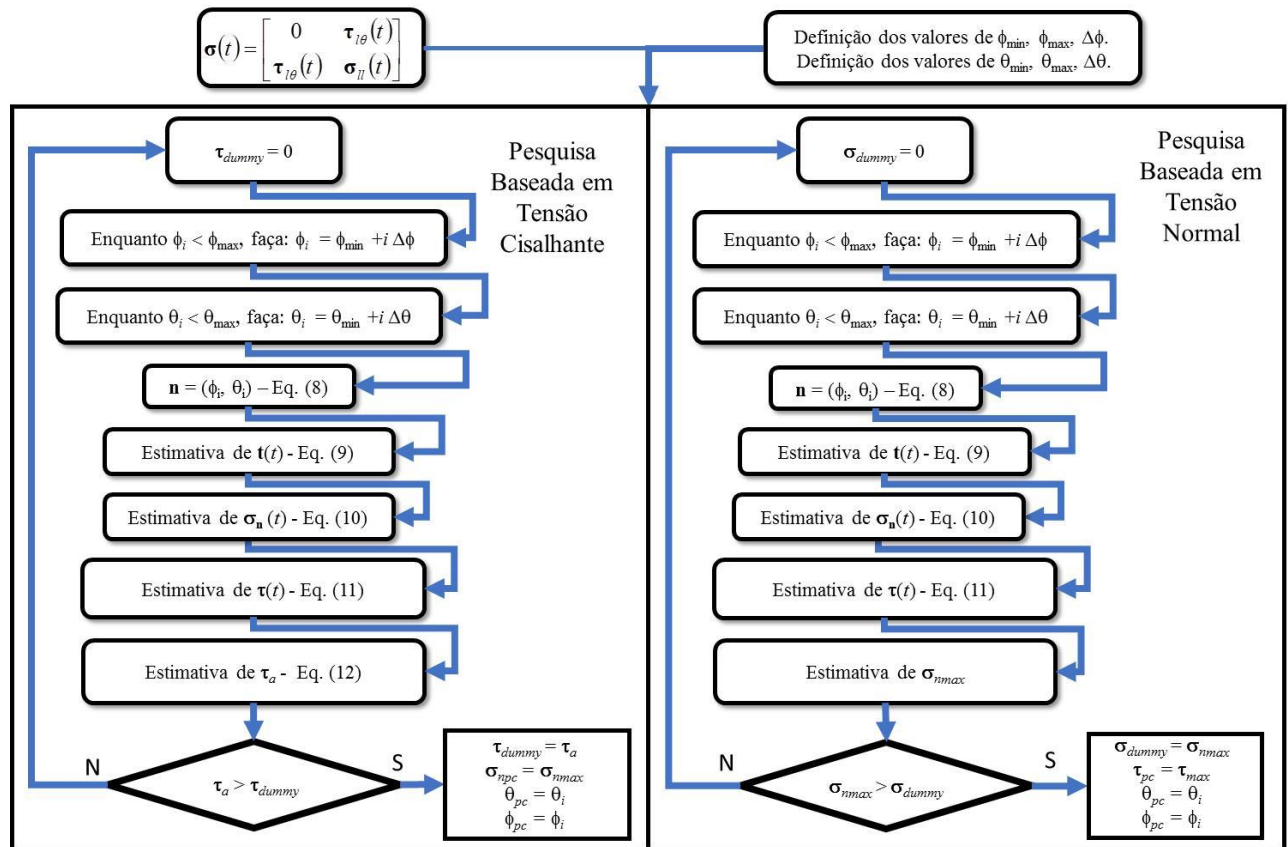


Figura 5. Fluxograma que resume o procedimento recursivo usado para determinar o plano crítico

A determinação dos parâmetros da Eq. (14) poderá ser obtida a partir de ensaios de fadiga em corpos de prova não entalhados (pontos críticos estão na superfície da região de ensaio).

Assim, substituindo a Eq. (14) na (13), é possível escrever a Eq. (15), que expressa uma função que correlaciona a máxima densidade de energia normal atuante no hot-spot com o número de ciclos necessários para induzir falha por fadiga no corpo de prova.

$$c(N_f) = P_{SWT} = \left(\sqrt{\frac{\Delta \varepsilon}{2} \sigma_{\max}} \right)_{\max} = A_{SWT} N_f^{b_{SWT}} \quad (15)$$

Uma vez definido o comportamento do parâmetro de material como uma função do número de ciclos, será possível utilizar uma estratégia similar a proposta por Susmel e Taylor (2007) para a construção da curva que correlaciona a distância crítica baseada no parâmetro SWT, l_{SWT} , com a vida de espécimes entalhados. Na estratégia utilizada nesse trabalho, é necessário utilizar, além da curva P_{SWT} versus N , uma curva que represente o comportamento a fadiga do material na presença de entalhe, respectivamente os elementos (a) e (b) ilustrados na Fig. (6). Uma vez definida a faixa de vida que se deseja estimar a curva l_{SWT} versus N , por exemplo: entre N_1 e N_2 , calcula-se o nível de tensão remota relacionado a uma determinada vida N_i onde se observou falha no corpo de prova entalhado, obtendo-se assim o par (N_i, S_{grossi}) . O passo seguinte consiste em obter o campo de tensões na região próxima à raiz do concentrador de tensões (ver Fig. (6.c)) e, a partir de um algoritmo de pesquisa e identificação de plano crítico, calcular a evolução do máximo valor do parâmetro SWT na região analisada – obtendo-se assim a curva $P_{SWT_{\max}}$ versus l (ver fig. (6.d)). Uma vez determinada a curva $P_{SWT_{\max}}$ versus l , será realizado um processo de pesquisa para identificar a coordenada, l , em que o valor da função $P_{SWT_{\max}}(l)$ se iguala ao de $P_{SWT}(N_i)$. Esse valor representa assim um ponto (l_{SWT}, N) da curva l_{SWT} versus N . Para a obtenção dos outros pontos, o procedimento acima descrito deverá ser repetido e, uma vez, obtidos os pares (l_{SWT}, N) , os parâmetros da curva poderão ser estimados por meio de técnicas de regressão não linear.

1.5 Previsão determinística de vida em fadiga usando a curva $l_{SWT} - N$

De forma geral, a metodologia para previsão de vida baseada na curva l_{SWT} versus N não difere da que foi proposta por Susmel e Taylor (2007) com a finalidade de determinação de vida à fadiga de componentes entalhados submetidos a carregamentos multiaxiais complexos, cujo procedimento é apresentado de forma resumida abaixo.

Para a previsão de vida é necessário dispor da curva P_{SWT} versus N (que caracteriza o comportamento do material) e da curva l_{SWT} versus N (que caracteriza o comportamento do comprimento característico, L , com a vida de fadiga). Assim, considerando um componente estrutural entalhado submetido a uma combinação de esforços externos, a previsão de vida será obtida a partir dos seguintes passos desenvolvidos especificamente para o método do ponto:

- Determinar o campo de tensões na proximidade da raiz do entalhe conforme representado esquematicamente na Fig. (6.c);
- Assumir hipoteticamente que a vida do componente é N_{trial} e calcular a distância crítica $l_{SWT}(N_{trial})$;
- Estimar na posição $l_{SWT}(N_{trial})$ o valor parâmetro SWT no plano crítico associado ao tensor das tensões localizado nessa posição, $P_{SWT}(N_{trial})$;
- Usa a curva P_{SWT} versus N e $P_{SWT}(N_{trial})$, estimado no passo anterior, para calcular o valor da vida esperada para o material, N_{SWT} ;
- Se $|N_{trial} - N_{SWT}| \leq TOL$, assume-se que a posição da distância crítica foi

encontrada e a vida do componente estrutural é N_{trial} . Caso contrário, selecione outra vida e volte para o passo b).

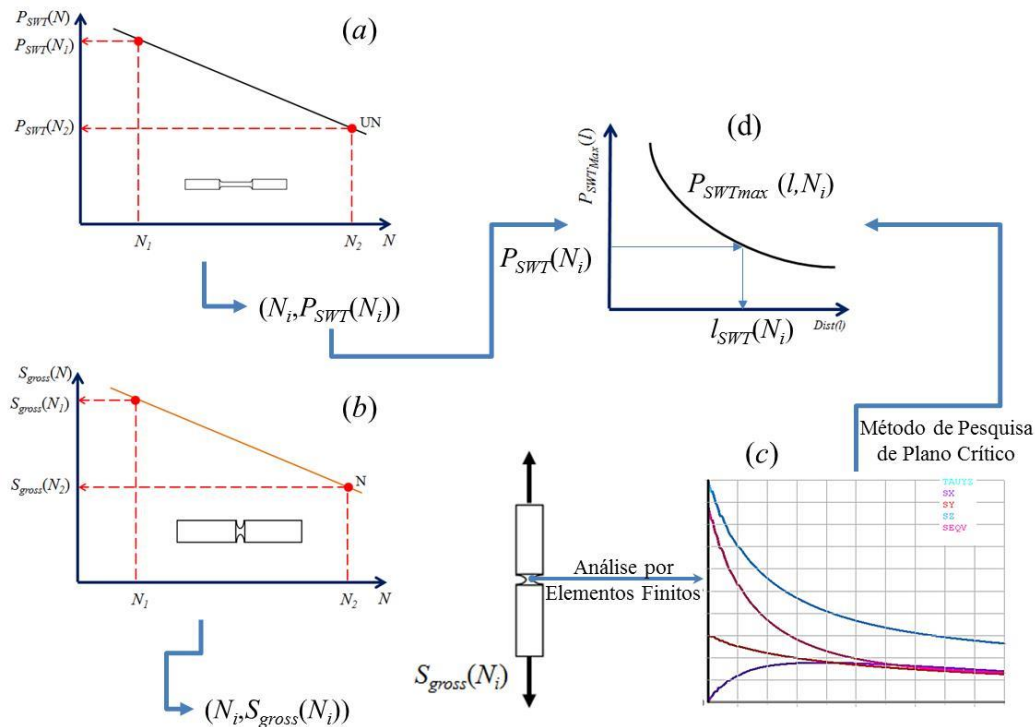


Figure 6. Representação da Estrutura básica para a caracterização da curva l_{SWT} versus N utilizando-se o método do ponto

2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO NA CARACTERIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA VIDA DE FADIGA USANDO O MODELO DE PREVISÃO DE VIDA PROPOSTO NO TRABALHO

Levando em consideração as fontes de incerteza, os riscos associados ao objeto em estudo devem ser calculados e para isso utilizou-se nesse trabalho técnicas de simulação de Monte Carlo. Primeiramente, o problema foi modificado a fim de apresentar uma estrutura probabilística e por fim os números aleatórios gerados simularam a situação física. Na simulação de Monte Carlo, as variáveis aleatórias básicas na equação de estado limite são geradas aleatoriamente e utilizadas para estimar a probabilidade de falha na estrutura. Em relação à aplicação do método em fadiga, pode-se assumir n_a como o número de ciclos na simulação para os quais $g < 0$ em um total de N simulações. Assim, pode-se estimar, segundo Ferreira (2006), a probabilidade de um desempenho não satisfatório como:

$$P(g < 0) = \frac{n_a}{N} \quad (16)$$

Assim, Ferreira (2006) afirma que se p representa a probabilidade de ocorrência do evento onde $(g < 0)$, ou seja, $P(g < 0) = p$, então a desigualdade apresentada na Eq. (17) é

verdadeira para todo valor positivo ε .

$$\text{Prob}[|F_a - p| \geq \varepsilon] \leq \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2} \quad (17)$$

O algoritmo de simulação de Monte Carlo foi construído com base na estrutura de previsão determinística de vida de fadiga usando a curva l_{SWT} versus N , descrita no item 2.4. Assumiu-se que as fontes de incerteza que afetam a previsão de vida estão relacionadas a curva de caracterização do material, $P_{SWT} \times N$, e a curva que correlaciona o comportamento comprimento característico, L , com a vida de fadiga, l_{SWT} versus N . Como consequência, as constantes e os expoente envolvidos na estimativa dessas curvas serão considerados variáveis aleatórias. Assim, vamos considerar que as Eq. (18) a (20) controlam o processo de previsão de vida de fadiga.

$$S_{gross}(N) = A_g N^{b_g} \quad (18)$$

$$P_{SWT}(N) = A_p N^{b_p} \quad (19)$$

$$l_{SWT}(N) = A_l N^{b_l} \quad (20)$$

Ressalta-se aqui que os parâmetros da Eq. (20) são obtidos a partir das Eqs. (18) e (19), seguindo o procedimento apresentado no item 2.4. Por esse motivo, assumiu-se que os parâmetros A_g , b_g , A_p e b_p , são variáveis aleatórias primárias e que A_l e b_l serão avaliadas dinamicamente durante o processo de previsão da vida.

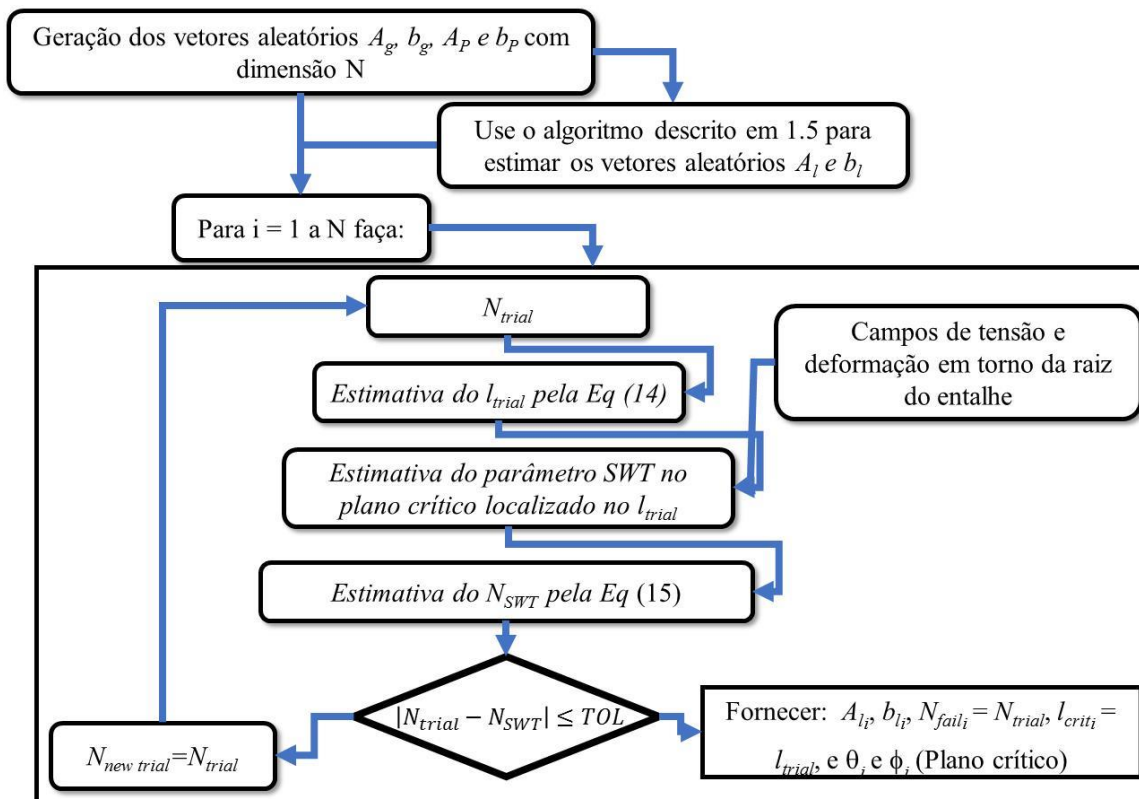


Figure 7. Fluxograma que resume o procedimento recursivo que pode ser usado para estimar a vida útil da fadiga de acordo com a simulação de Monte Carlo

3 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS

Resultados experimentais de Sá (2017) serão utilizados para a validação e análise da metodologia de análise proposta nesse estudo. Susmel e Taylor (2007) apresentam um estudo do comportamento de fadiga da liga Al 7050-T7451 sob condições de carregamento multiaxial. A Tabela 1 apresenta as propriedades mecânicas do material e na Fig. (8.a) são apresentados os resultados dos testes uniaxiais de fadiga realizados sob torção alternada. Este gráfico contém as curvas τ - N para o espécime sem entalhe e para entalhados. No caso dos espécimes entalhados (V entalhado), essas tensões nominais foram calculadas em termos da área bruta da amostra. Na Fig. (8.b) é apresentada as curvas P_{SWT} versus N (obtidas a partir dos resultados experimentais realizados com os espécimes não entalhados).

Tabela 1. Propriedades Mecânicas da Liga Al 7050-T7451

σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	E (GPa)
453	513	73

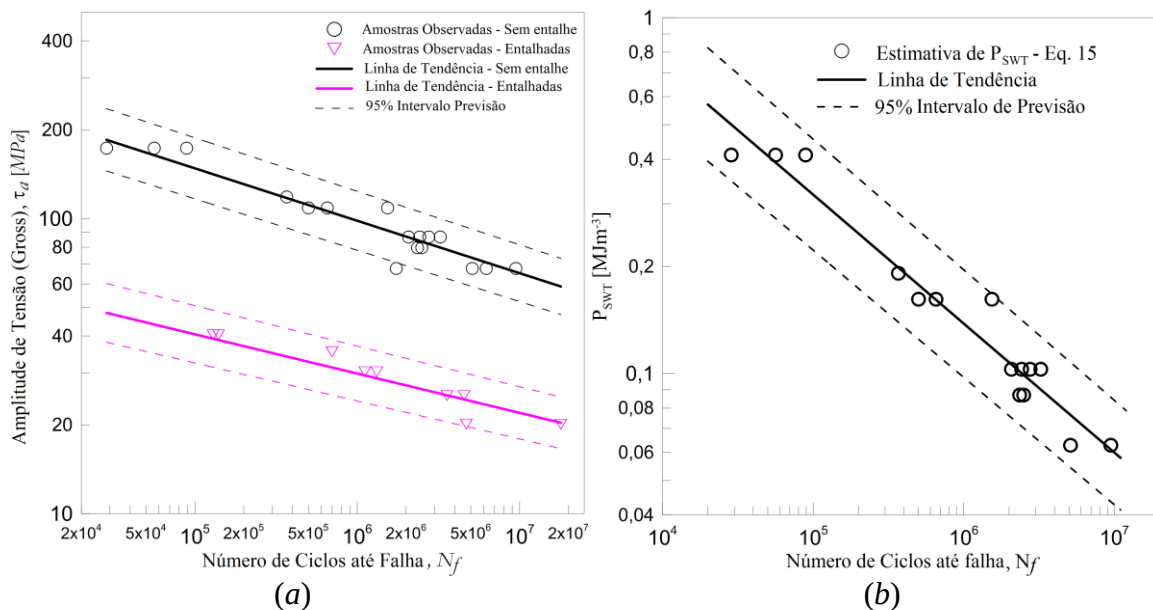


Figura 8. Relação entre (a) vida em fadiga, N , e tensão torcional, τ , de espécimes sem entalhe e entalhados, (b) Vida em fadiga, N , e P_{SWT} (realizada sob condição de torção)

Conforme descrito na ASTM E739 (1998), consideramos que a distribuição da vida de fadiga (em qualquer teste) é desconhecida (e, de fato, pode ser bastante complexa em determinadas situações). Com a finalidade de simplificar a análise (enquanto mantém os procedimentos estatísticos), é assumido, nesta prática, que os logaritmos das vidas de fadiga são normalmente distribuídos, ou seja, a vida de fadiga é log-normalmente distribuída e a variância do $\log$ da vida é constante em todo o intervalo da variável independente usada no teste (ou seja, a dispersão no $\log N$ é assumida como a mesma em níveis baixos de S como em níveis elevados de S). Nesse sentido, para obter os parâmetros das curvas de fadiga, os valores de t e N obtidos experimentalmente foram linearizados através da aplicação da função

logarítmica e um processo de regressão linear foi realizado. Assim, a linha de tendência e as bandas de dispersão esboçadas nestes diagramas são caracterizadas por um nível de significância igual a 95% (foi assumido, por hipótese, que uma distribuição lognormal representa o número de ciclos até a falha). A síntese dos resultados gerados, realizada de acordo com o procedimento estatístico acima, está resumida na Tabela 2. Nesta tabela, $\log(A)$ e b representam os valores médios da distribuição gaussiana, enquanto os respectivos erros padrões estão relacionados ao desvio padrão. A Tabela 3 resume os parâmetros da curva P_{SWT} versus N , estimada usando uma técnica de regressão linear.

Tabela 2. Resumo dos resultados de regressão linear gerados sob carga de torção para espécimes sem entalhe e V-entalhados

Tipo de Espécime	Nº Dados	Parâmetros da curva S-N			
		$\log(A)$	Desvio Padrão	b	Desvio Padrão
Plano	17	3,113	0,092	-0,187	0,150
V-entalhe	9	2,415	0,015	-0,155	0,017

Tabela 3. Resumo dos parâmetros de P_{SWT} versus N (Dados experimentais obtidos sob testes de torção em espécimes não entalhados)

Parâmetros	Coeficientes não padronizados	
	Média	Desvio Padrão
$\log(A_p)$	1,315	0,142
b_n	-0,362	0,024

3.1 Estimativa de vida de fadiga em componentes entalhados testados em condições de tração e compressão (Push-Pull)

Nessa primeira parte do processo de validação da metodologia foram utilizados resultados experimentais obtidos por Sá (2017) em condições de tração e compressão (Push-Pull). A fim de se realizar uma comparação mais justa entre os resultados, apresenta-se na Fig. 9 o diagrama S-N que representa o comportamento de espécimes entalhados submetidos a condições de tração compressão (Push-Pull conditions). Nesse diagrama S-N, as marcas circulares e as linhas pretas contínuas representam, respectivamente, os resultados observados experimentalmente e as fronteiras do intervalo de previsão dos valores individuais de σ_g (variável dependente) estimados a partir dos procedimentos de regressão linear dos dados experimentais no domínio log-log. Já as marcas diamante representam os valores de vida calculados por meio da metodologia descrita na seção 1.5 (previsão determinística), enquanto que as cruzeiras e as linhas azuis contínuas apresentam a mediana e as fronteiras do intervalo de confiança da distribuição das vidas de fadiga obtidas a partir da metodologia descrita na seção 3 (método de Monte Carlo).

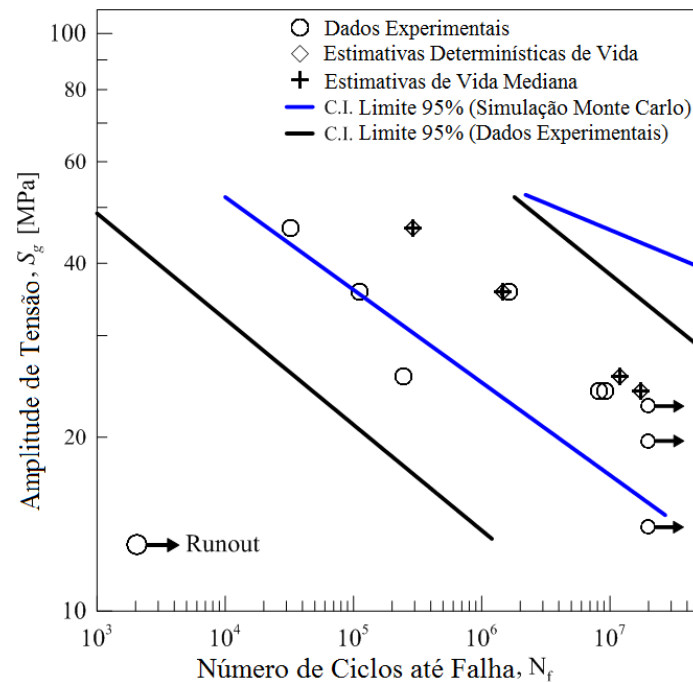


Figura 9. Resultados de fadiga gerados sob carga total e simulação de Monte Carlo

Comparando os valores de vida observados experimentalmente com os previstos pelo modelo determinístico observa-se que, em termos gerais, as vidas previstas são superiores às observadas experimentalmente. Entretanto, considerando a dispersão dos resultados experimentais e a faixa de variação do intervalo de previsão dos valores individuais de σ_g , torna-se bastante plausível admitir que as diferenças entre as vidas observadas experimentalmente e estimadas pelo modelo determinístico são estatisticamente semelhantes. O intervalo de confiança da distribuição das vidas de fadiga obtidas por simulação de Monte Carlo foi calculado assumindo-se que a distribuição da vida de fadiga segue uma distribuição lognormal. Tal hipótese foi validada por meio do ranqueamento das distribuições de vida para os níveis de tensão usados nos ensaios (ver figura 10(a)) e posterior construção dos respectivos, diagramas p-p (ver figura 10(b)). Assim, a partir da análise dos diagramas p-p, pôde-se verificar que as vidas estimadas por simulação de Monte Carlo podem ser representadas pela distribuição lognormal.

Assim, assumindo que as vidas obtidas por simulação de Monte Carlo são descritas por meio de distribuições lognormal, foi possível definir as vidas relacionadas a probabilidades de falha iguais a 2,5; 50 e 97,5%. A partir dos níveis de falha de 2,5 e 97,5% foram traçadas as fronteiras do intervalo de confiança das previsões de vida, representadas pelas linhas azuis. Já as vidas relacionadas ao nível de falha de 50%, foram usadas para a identificação da expectativa de vida mediana dos ensaios, representados na Fig. 9 pelas cruzes. Comparado essas três medidas de posição das distribuições de vida, pôde-se verificar que: i) as vidas previstas pelo modelo determinístico estão diretamente relacionadas a expectativa de vida mediana dos espécimes ensaiados (todos os diamantes estão sobrepostos as cruzes); ii) verifica-se que existe uma concordância relativamente boa para os limites superiores da região de confiança; iii) existe uma diferença significativa entre os limites inferiores das regiões de confiança previstas pela técnica de regressão linear e por meio de simulação de Monte Carlo. Provavelmente tal comportamento pode ser explicado pelo fato do modelo de

regressão linear utilizado assumir que os parâmetros que caracterizam a curva S-N estão intrinsicamente relacionados a distribuição gaussiana (domínio varia entre $\pm\infty$), ao contrário do que se observa para as vidas obtidas por simulação de Monte Carlo, que mostrou ter um comportamento bem representado pela distribuição lognormal, que é assimétrica com domínio variando entre $0 < N < +\infty$.

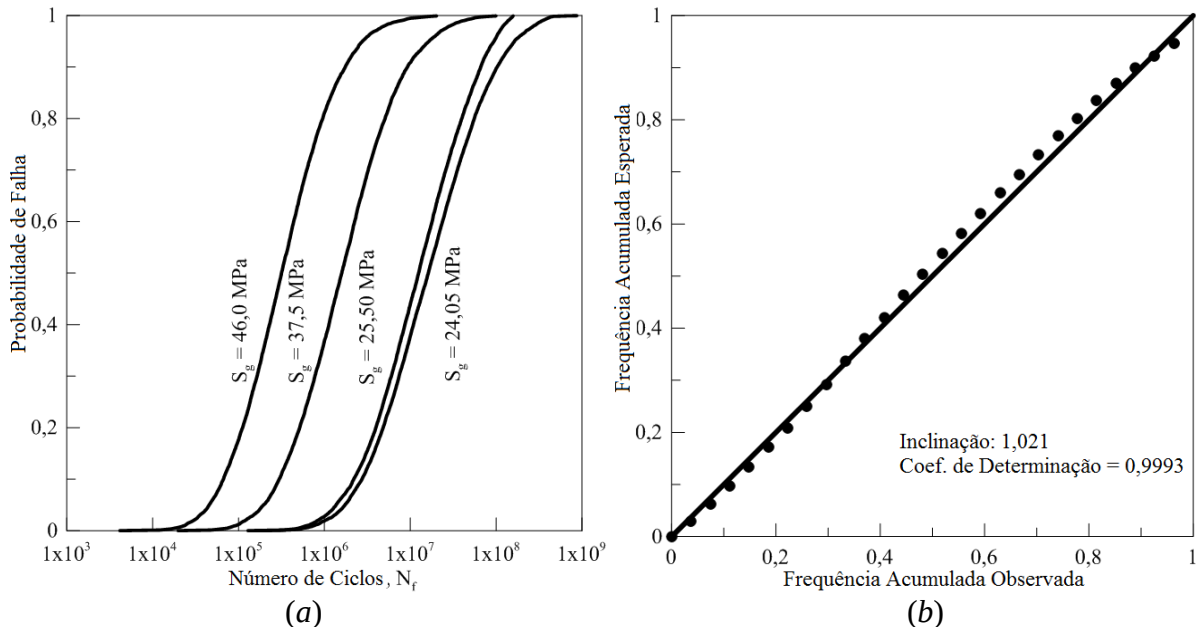


Figura 10. (a) Estimativas das Distribuições de Vida de Fadiga e (b) Comportamento típico do diagrama P-P da distribuição de vida de fadiga (Distribuição Teórica: Lognormal)

3.2 Estimativa de vida de fadiga em componentes entalhados testados em condições de carga multiaxial

O programa experimental considerou dois índices entre as amplitudes de tensão nominais normais e de cisalhamento. Foram realizados oito testes com a primeira relação e sete para o último. As vidas estimadas foram calculadas considerando o procedimento presente na seção 1.5. Graficamente, a qualidade dos resultados dessas estimativas pode ser avaliada através do enraizamento das vidas reais contra as previstas, conforme mostrado na Fig. 11. Nesse gráfico, as linhas contínuas paralelas à que passa pela origem e as linhas tracejadas representam faixas de banda por fatores de 2 (azul) e 4 (vermelho), respectivamente. Pode ser visto na Fig. 11 que o modelo proposto proporcionou previsões razoavelmente satisfatórias da vida, uma vez que cerca de 90% das estimativas estão na faixa relacionada ao fator de 4, enquanto cerca de 50% das estimativas estão na faixa relacionada ao fator de 2. Além disso, 2 dos 15 resultados forneceram estimativas não conservativas da vida.

O estudo do comportamento probabilístico das previsões de vida a fadiga será concentrado nos ensaios realizados com σ_g igual a 16 MPa e τ_g igual a 20 MPa. Para essa análise foi gerado um conjunto amostral com 10.000 previsões estocásticas. De posse do conjunto amostral procedeu-se uma análise sobre a função de distribuição de probabilidade que melhor representa o comportamento dos dados gerados. De todas as distribuições testadas, as que melhor representaram o conjunto amostral foi a distribuição lognormal e a

distribuição de Weibull. Na Fig. 12 é apresentado o diagrama P-P resultante dessas análises. Pode-se notar que as vidas geradas por meio da técnica de Monte Carlo possui uma maior aderência a distribuição lognormal do que a distribuição de Weibull. Entretanto, como a distribuição de Weibull tipicamente é utilizada na representação do comportamento da vida de fadiga, a mesma será mantida na análise.

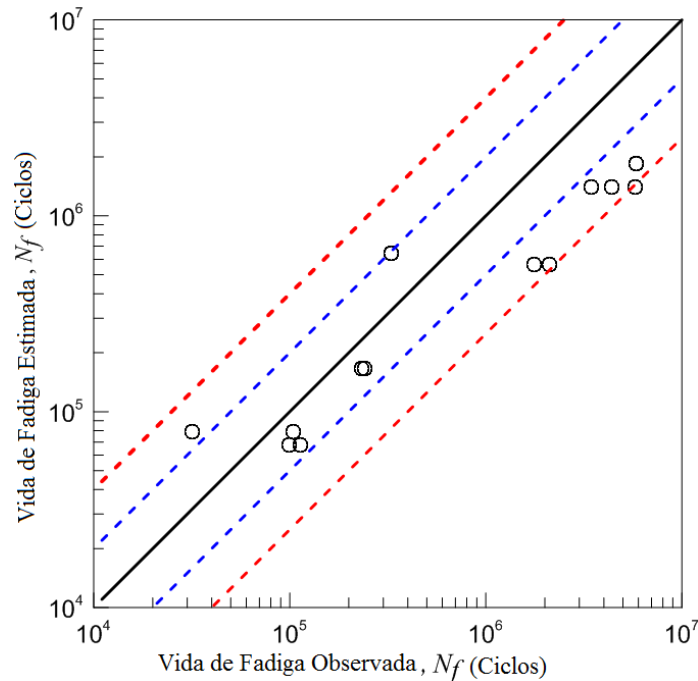


Figura 11. Metodologia baseada nas vidas observada versus estimada presente na seção 2.4

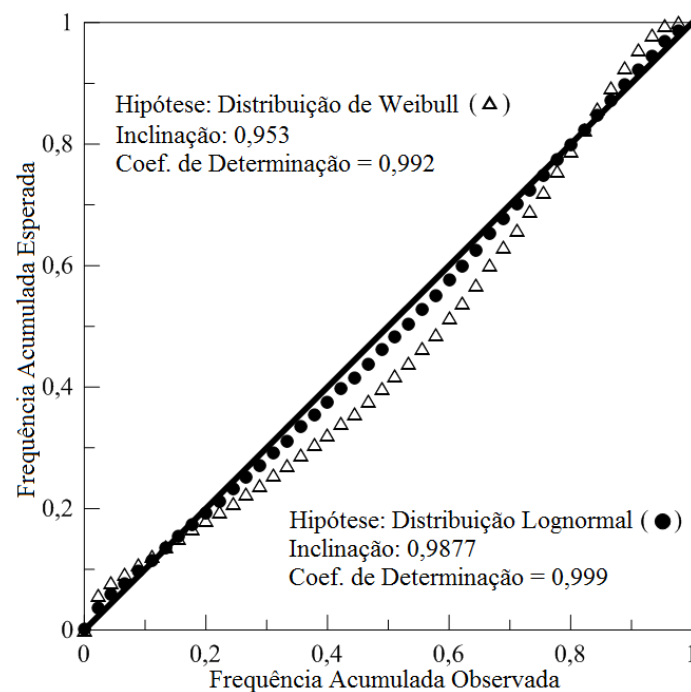


Figura 12. Diagrama P-P da distribuição de vida de fadiga

Na Fig. 13 é apresentada as estimativa da distribuição de probabilidade acumulada da vida de fadiga para a situação dos espécimes entalhados submetidos às tensões $\sigma_g = 16$ MPa e $\tau_g = 20$ MPa. A análise dessa figura permite verificar que a hipótese da distribuição amostral ser descrita pela distribuição lognormal é significativa, visto que, tanto os resultados obtidos experimentalmente, quanto a previsão determinística da vida posicionam-se exatamente sobre a curva que representa essa distribuição. Nota-se também que a curva representativa da distribuição de Weibull, apesar de ter uma aderência relativamente elevada ao se considerar o diagrama P-P apresentado na Fig. 12, não permite representar de forma consistente o comportamento dos pontos relacionados aos dados experimentais e estimado pelo modelo determinístico.

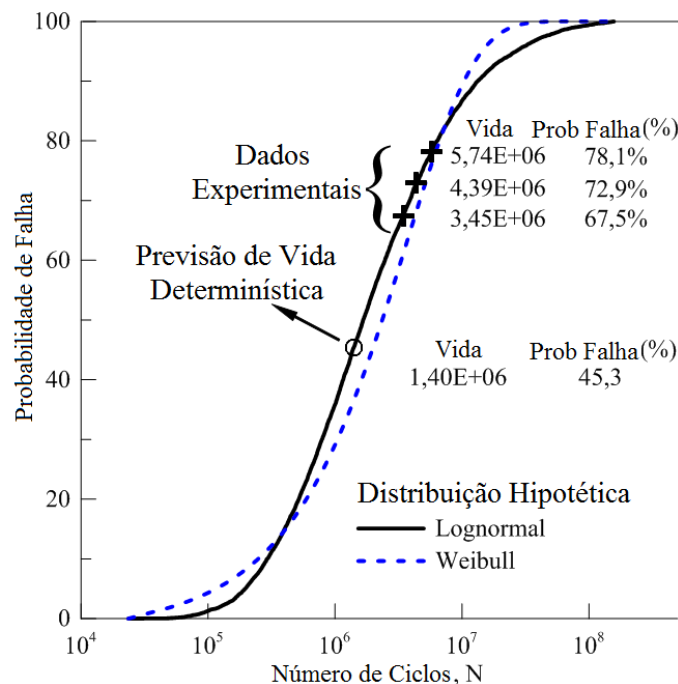


Figura 13. Estimativa da distribuição de probabilidade cumulativa da vida de fadiga dos espécimes entalhados submetidos às condições de carga: $\sigma_g = 16$ MPa and $\tau_g = 20$ MPa

4 CONCLUSÕES

Utilizando como parâmetro de comparação as vidas obtidas experimentalmente por Sá (2017) em condições de tração e compressão (Push-Pull), foi possível observar que as previsões de vida calculadas nesse trabalho, (l_{swt} versus N) para componentes entalhados sujeitos a carregamentos multiaxiais são relativamente superiores. Porém, esse resultado é atenuado levando em consideração que os resultados experimentais sofreram uma dispersão e que os valores individuais de σ_g são previstos em um determinado intervalo. Por intermédio da simulação de Monte Carlo, foi possível validar a hipótese de que a distribuição de vida em fadiga segue uma distribuição lognormal. Nesta configuração, com a comparação das vidas relacionadas as probabilidades de falha de 2,5; 50 e 97,5% com as vidas obtidas experimentalmente, foi possível observar que os limites superiores encontram-se em uma boa concordância enquanto os inferiores apresentam uma diferença significativa na região de

confiança.

Para as condições de carregamento estudadas (σ_g , τ_g), a previsão de vida através do modelo proposto em comparação com a vida obtida através de testes para os dados de fadiga multiaxial gerados a partir dos espécimes de entalhe em V, apresentou valores satisfatórios. A distribuição que melhor se ajustou ao conjunto amostral utilizado para determinar o comportamento probabilístico das previsões de vida em fadiga para os ensaios com σ_g igual a 16 MPa e τ_g igual a 20 MPa, foi a distribuição lognormal e a Weibull. No entanto, a distribuição lognormal é mais adequado tanto para os resultados obtidos experimentalmente quanto para as previsões determinísticas.

REFERÊNCIAS

- ASTM E739-91, 1998. “Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (ϵ -N) Fatigue Data”.
- Brown, M. W., Miller, K. J., 1973. “A theory for fatigue under multiaxial stress-strain conditions”. *Proc. Instit. Mech. Eng.* 187, 745–756.
- Carpinteri, A., et al., 2008. “A multiaxial criterion for notch high-cycle fatigue using a critical-point method”. *Engineering Fracture Mechanics*, Parma Italy, Vol. 75, n. 7, p.1864-1874.
- Castro, F. C.; Araújo, J. A.; Zouain, N., 2009. “On the application of multiaxial high-cycle fatigue criteria using the theory of critical distances”. *Engineering Fracture Mechanics*, Brasília DF, Vol. 76, n. 4, p.512-524.
- Cicero, S.; Madrazo, V.; Carrascal, I.A., 2012. “Analysis of notch effect in PMMA using the Theory of Critical Distances”. *Engineering Fracture Mechanics*, Cantabria, Spain, Vol. 86, p.56-72.
- El Haddad, M. H.; Topper, T. H.; Smith, K. N.: Prediction of non propagating cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, 11, (1979), 573-584.
- Ferreira, J. L. A. et al., 2006. “Fatigue Reliability Assessment of a Kaplan Hydro Turbine Blade Under Cyclic Load”. In: *IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, 2006, Recife. Anais do IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. p. 1-10
- Findley, W. N., Coleman, J. J., Hanley, B. C., 1956. “Theory for combined bending and torsion fatigue with data for SAE 4340 steel”. In: *Proceedings of The International Conference on Fatigue of Metals*, Institute of Mechanical Engineers, London, pp. 150–156.
- Gonçalves, C. A., 2006. “Fadiga Multiaxial Policíclica: Modelagem e Simulação”. 88 f. *Dissertação (Mestrado)* - Curso de Ciências Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília DF.
- Grubisic, V., Simburger, A., 1976. “Fatigue under combined out of fase multiaxial stress”. *Proc. Int. Conf. Fatigue Testing and Design*, Society of Environmental Engineers, 27. 1-27. 8. London.
- Inácio, T. B., 2008. “Otimização de Modelo de Fadiga Multiaxial por meio de Algoritmo Genético”. 75 f. *Dissertação (Mestrado)* - Curso de Ciências Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília DF.
- Karakas, Özler., 2013 “Consideration of mean-stress effects on fatigue life of welded magnesium joints by the application of the Smith–Watson–Topper and reference radius concepts”. *International Journal of Fatigue*, Denizli, Turkey, Vol. 49, p.1-17.
- McDiarmid, D. L., 1994. “A shear stress based critical plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction”. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 17, 1475–1485.
- Neuber H., 1958. *Theory of notch stresses*. Berlin: Springer.
- Nicholas, T., 2006. “High Cycle Fatigue: A Mechanics of Materials Perspective”. Ohio, USA: Elsevier.
- Peterson R. E., 1959. “Notch sensitivity”. In: Sines G, Waisman JL, editors. *Metal fatigue*. New York: McGraw Hill. p. 293–306
- Sá, M. V. C; Ferreira, J.L.A.; Silva, C.R.M., Araújo, J.A., 2017. “Notched multiaxial fatigue of Al7050-T7451: on the need for an equivalent process zone size”. *Frattura ed Integrità Strutturale*, DOI: 10.3221/IGF-ESIS.tt.uu.
- Shamsaei, N.; Fatemi, A., 2009. “Effect of hardness on multiaxial fatigue behaviour and some

- simple approximations for steels”. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, V. 32, n. 8, p.631-646.
- Smith, R.N., Watson, P. & Topper, T.H., 1970. “A stress-strain parameter for the fatigue of metals”. *Journal of Materials*, 5(4), pp. 767–778.
- Socie, D., 1987. “Multiaxial fatigue damage models”. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 109, 292-298.
- Socie, D., 1993. “Critical Plane Approaches for Multiaxial Fatigue Damage Assessment, Advances in Multiaxial Fatigue”. ASTM STP 1191, McDowell, D.L. and Ellis, R. (eds). pp. 7–36, *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia
- Socie, D. F.; Marquis, G. B., 1999. “Multiaxial Fatigue”. Warrendale, United States: SAE International. 502 p.
- Susmel, L., 2004. “A unifying approach to estimate the high-cycle fatigue strength of notched components subjected to both uniaxial and multiaxial cyclic loadings”. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 27, n. 5, p.391-411.
- Susmel, L., Lazzarin, P., 2002. “A bi-parametric Wohler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment”. *Fatigue & Fracture of Engineering Material & Structures*.
- Susmel, L.; Taylor, D., 2003. “Two methods for predicting the multiaxial fatigue limits of sharp notches”. *Fatigue & Fracture Engineering Materials & Structures*, Vol. 26, n. 9, p.821-833.
- Susmel, L.; Taylor, D., 2007. “A novel formulation of the theory of critical distances to estimate lifetime of notched components in the medium-cycle fatigue regime”. *Fatigue & Fracture Of Engineering Materials And Structures*, Vol. 30, n. 7, p.567-581. Wiley-Blackwell.
- Susmel, L; Taylor, D., 2012. “A critical distance/plane method to estimate finite life of notched components under variable amplitude uniaxial/multiaxial fatigue loading”. *International Journal of Fatigue*, Vol. 38, p.7-24.
- Taylor, D., 1999. “Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model”. *Int J Fatigue*, 21 pp. 413–20
- Taylor, D., 2008. “The theory of critical distances. Engineering Fracture Mechanics”, Vol. 75, n. 7, p.1696-1705.
- Wang, L. et al., 2014. “Evaluation of multiaxial fatigue life prediction criteria for PEEK”. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 73, p.128-135.
- Yu, Zheng-Yong et al., 2007. “A New Energy-Critical Plane Damage Parameter for Multiaxial Fatigue Life Prediction of Turbine Blades”. *Materials*, Chengdu, China, V. 10, n. 5, p.513-530.