



ANÁLISE MICROMECAÂNICA DO COMPORTAMENTO DO CONCRETO

Dannilo Carvalho Borges

danniloc@gmail.com

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Luziânia

Rua São Bartolomeu, Vila Esperança, 72811-580, Goiás, Luziânia, Brasil

Wanessa Mesquita Godoi Quaresma

Gabriela Rezende Fernandes

José Julio de Cerqueira Pituba

wanessa.m.godoi@gmail.com

gabrielar.fernandes@ufg.br

julio_pituba@ufg.br

Laboratório de Modelagem Computacional, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Av Dr Lamartne Pinto de Avelar, 1120, 75704-020, Catalão, Goiás, Brasil

Resumo. *Este trabalho trata do estudo de uma proposta de modelagem numérica do comportamento mecânico do concreto considerando sua microestrutura. Para este fim, um modelo 2D de escala mesoscópica é apresentado. O material é considerado como composto por três fases consistindo de zona de interface, matriz e inclusões, onde cada constituinte é modelado adequadamente. O Elemento de Volume Representativo (EVR) consiste de inclusões idealizadas como de forma circular aleatoriamente dispostas no EVR. A zona de interface é modelada por meio de elementos finitos coesivos de contato. A inclusão é modelada como sendo um material elástico linear, já a matriz é considerada como material elastoplástico. O principal objetivo é mostrar que uma formulação baseada na homogeneização computacional é uma alternativa aos modelos constitutivos macroscópicos complexos para o comportamento mecânico de matérias frágeis usando um procedimento baseado no Método dos Elementos Finitos no âmbito de uma teoria multi-escala. Uma série de exemplos envolvendo processos de microfissuração e plasticidade é apresentada de modo a ilustrar a performance da modelagem proposta.*

Palavras-chave: *Homogeneização, Materiais frágeis, Elemento finito coesivo, Concreto, Plasticidade*

CILAMCE 2017

Proceedings of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering
P.O. Faria, R.H. Lopez, L.F.F. Miguel, W.J.S. Gomes, M. Noronha (Editores), ABMEC, Florianópolis, SC,
Brazil, November 5-8, 2017.

1 INTRODUÇÃO

Sendo um dos materiais mais utilizados na Engenharia, o concreto vem recebendo atenção especial no que diz respeito à modelagem do seu comportamento mecânico. Contudo, em geral, é bastante difícil encontrar uma lei constitutiva que reproduza o comportamento do concreto em função de um tipo qualquer de sollicitação devido à sua complexidade de comportamento, pois trata-se de um material compósito, Pituba e Fernandes (2011), Brancherie e Ibrahimovic (2009), Zhu et al. (2008) e outros.

Os materiais compósitos, por definição, são materiais formados pela combinação de dois ou mais materiais que apresentam comportamentos físicos distintos, tendo seu uso já consolidado, sendo seu estudo indo desde a criação de novos materiais até o aperfeiçoamento de materiais já existentes. Visando à modelagem do comportamento mecânico do concreto, inicialmente surgiram as chamadas teorias constitutivas fenomenológicas. Porém, essas teorias não fornecem respostas eficazes para modelar o desempenho desses materiais. Dentro do contexto da modelagem constitutiva, foram desenvolvidas teorias baseadas em várias escalas de observação, onde a resposta constitutiva do material é obtida a partir da análise em diferentes comprimentos e/ou tempo. Logo, é possível ter uma integração do comportamento que acontece numa pequena escala até o nível macroscópico, obtendo assim, uma resposta mais precisa do comportamento do meio, (Péric et al., 2011).

Uma das principais vantagens da abordagem em multiescala é que os fenômenos físicos podem ser melhor avaliados. Observado numa escala menor, é possível considerar as características de cada material constituinte do material heterogêneo, imperfeições, vazios, e assim, transportando essas informações para uma escala maior de observação.

Analisado em nível macro, o concreto comporta-se como um material contínuo. Mas, a sua microestrutura é composta por vários materiais apresentando comportamentos distintos entre si.

Os fenômenos abordados por teorias convencionais, na realidade é um reflexo macroscópico do que acontece na sua microestrutura. Dado a esse motivo, a análise de materiais heterogêneos, especialmente o concreto, observando sua microestrutura e utilizando uma abordagem multiescala possibilita a formulação de modelos constitutivos eficientes, ou seja, utilização de modelos constitutivos simples na microestrutura que possibilitem a reprodução de fenômenos complexos observados na macroestrutura, Pituba e Souza Neto (2015).

Este trabalho limita-se ao estudo do comportamento do concreto em sua microestrutura de modo a validar qualitativamente a modelagem proposta aqui. Nesse sentido, adota-se uma abordagem com a definição de EVR (Elemento de Volume Representativo) e técnicas de homogeneização baseadas numa formulação multiescala cinematicamente admissível (Fernandes et al., 2015a e Fernandes et al., 2015b).

A modelagem proposta pode ser vista como uma alternativa aos modelos constitutivos fenomenológicos complexos para o comportamento de materiais heterogêneos frágeis. Os resultados apresentados mostram a aplicação inicial do emprego dessa modelagem proposta.

2 FORMULAÇÃO MULTI-ESCALA PARA A MODELAGEM DE MATERIAIS HETEROGÊNEOS

Para simular o comportamento mecânico de materiais heterogêneos, em especial o concreto, a mesoescala é estudada através da definição de um EVR, onde sua discretização em elementos finitos é dada na Figura 1. Os agregados são considerados de forma aproximadamente circular contendo elementos finitos triangulares elásticos. Já a matriz do compósito é considerada como um meio elastoplástico seguindo a evolução dada pelo modelo de Mohr-Coulomb. A Zona de transição ou zona de interface é discretizada por elementos finitos de fratura coesiva de modo a simular a abertura e/ou fechamento de fraturas naquela região, onde a mesma é a responsável pelos principais fenômenos dissipativos durante o processo de fraturamento na microestrutura do concreto. Uma alternativa da modelagem da zona de transição é explorada neste trabalho, onde a mesma é modelada por elementos finitos triangulares empregando o modelo de Mohr-Coulomb com características mais frágeis que aquelas da matriz.

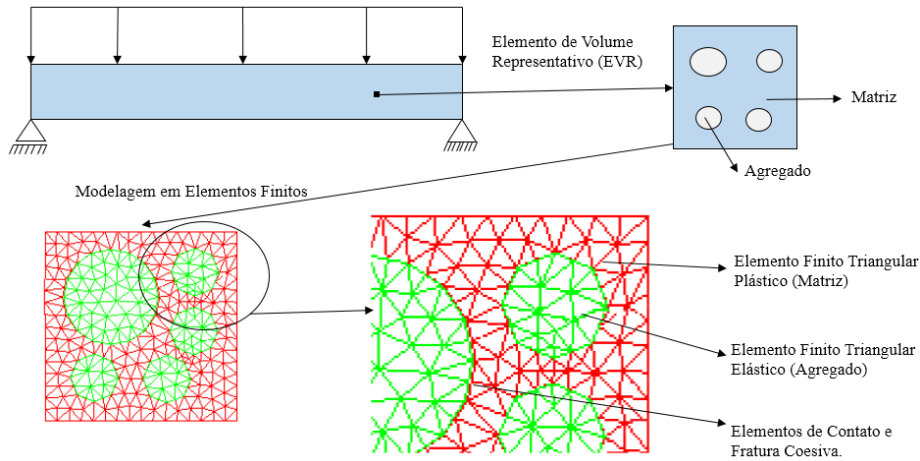


Figura 1. Esquema de Análise Multiescala.

O EVR é descrito como contínuo de modo que o conceito de tensão permaneça válido na microescala. Considera-se que os tensores de deformação $\varepsilon(x, t)$ e de tensão $\sigma(x, t)$ em um ponto x da macroestrutura são obtidos pela média volumétrica num EVR associado a x sobre o respectivo campo microscópico $\varepsilon_\mu = \varepsilon_\mu(y, t)$ e $\sigma_\mu = \sigma_\mu(y, t)$, respectivamente. Portanto, num instante t arbitrário, temos então:

$$\varepsilon(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \varepsilon_\mu(y, t) dV \quad (1)$$

$$\sigma(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \sigma_\mu(y, t) dV \quad (2)$$

As Equações (1) e (2) apresentam a deformação macroscópica ou homogeneizada e a tensão macroscópica ou homogeneizada, respectivamente. Essas quantidades resultam de um processo de transformação de uma quantidade microscópica em uma quantidade

macroscópica por meio de um processo de homogeneização. Além disso, os campos podem ser escritos em relação à tensão microscópica como:

$$\sigma_\mu(y,t) = f_y(\varepsilon_\mu(y,t)) \quad (3)$$

sendo f_y o funcional constitutivo, definido neste trabalho pelo modelo de Mohr-Coulomb.

Por outro lado, a deformação microscópica ε_μ pode ser escrita em termos de campo de deslocamento microscópico u_μ do EVR conforme a seguir:

$$\varepsilon_\mu(y,t) = \nabla^S u_\mu(y,t) \quad (4)$$

onde o ∇^S é o operador gradiente simétrico do campo de deslocamento u .

Já o campo de deslocamento microscópico u_μ , sem perda de generalidade, é composto pelas seguintes contribuições:

$$u_\mu(y,t) = u(x,t) + \bar{u}_\mu(y,t) + \tilde{u}_\mu(y,t) \quad (5)$$

Sendo um deslocamento constante de corpo rígido coincidente com o deslocamento macroscópico $u(x,t)$ associado ao ponto x e que é desconsiderado na obtenção do campo de deslocamento na microestrutura, um campo de deformação macroscópica ε que varia linearmente com a coordenada y (Eq. 6) e um campo de flutuação de deslocamento $\tilde{u}(y,t)$.

$$\bar{u}_\mu(y,t) := \varepsilon(y,t) \quad (6)$$

Reescrevendo de forma simplificada a Equação (5) acima detalhada, como segue:

$$u_\mu(y,t) = \varepsilon(x,t)y + \tilde{u}_\mu(y,t) \quad (7)$$

Na Equação (7) a parte εy varia linearmente em y e isto resulta na multiplicação macroscópica de deformação ε do EVR, que é constante para as coordenadas do ponto y . No caso de deslocamento microscópico uniforme ε_μ , o deslocamento de flutuação $\tilde{u}_\mu$ é nulo. Também no EVR são satisfeitas as seguintes relações para deformação microscópica ε_μ e flutuação de deformação microscópica $\tilde{\varepsilon}_\mu$:

$$\varepsilon_\mu = \nabla^S u_\mu(y,t) \quad (8)$$

$$\tilde{\varepsilon}_\mu = \nabla^S \tilde{u}_\mu(y,t) \quad (9)$$

Considerando a Equação (7) e as relações acima, de forma análoga, a deformação microscópica pode ser escrita da seguinte forma:

$$\varepsilon_\mu = \varepsilon(x,t) + \tilde{\varepsilon}_\mu(y,t) \quad (10)$$

Após algumas manipulações (Fernandes et al., 2015a), pode-se reescrever a Equação (10) em forma de velocidade, onde uma velocidade de deformação microscópica é dita cinematicamente admissível se:

$$\dot{\epsilon}_{\mu}(y,t) = \nabla^S \dot{u}_{\mu} = \dot{\epsilon}(x,t) + \tilde{\epsilon}_{\mu}(y,t) \quad \forall \tilde{u}_{\mu} \in v_{\mu} \quad (11)$$

Como já descrito anteriormente, a microescala é representada pelo EVR e a formulação do MEF é a ferramenta que resolve o problema de equilíbrio do mesmo. As variáveis do EVR, como por exemplo, dimensões e constantes elásticas, são distintas do material no macrocontínuo e essas características são definidas para um EVR padrão e ele será extrapolado para todos os EVRs da estrutura. Assim, a solução de um EVR, ou seja, o cálculo dos deslocamentos, das forças internas, das tensões verdadeiras e da matriz constitutiva atualizada dos seus elementos finitos, é obtida quando se alcança a convergência, de acordo com a tolerância adotada, do seu problema de equilíbrio proposto. No entanto, para resolver esse problema de equilíbrio, necessita-se definir as condições de contorno a ser impostas ao EVR. Assim, a resposta obtida pode variar em função da condição de contorno adotada. Desta forma, com o objetivo de estruturar e organizar melhor a apresentação da formulação segundo uma abordagem multiescala para este trabalho, consideram-se cinco etapas: Equação de equilíbrio no EVR; Princípio de Hill-Mandel; Homogeneização das tensões; Condições de contorno impostas ao EVR; Módulo constitutivo tangente homogeneizado.

Por motivos de simplificação, será considerado o domínio das inclusões Ω_{μ}^i e o da matriz Ω_{μ}^m como um só domínio dos sólidos Ω_{μ}^S . Assumindo que as forças de inércia são desprezíveis e que o EVR é submetido a um campo de força de corpo $b = b(y,t)$ e a um campo de forças de superfície $t^e = t^e(y,t)$ atuando em todo o contorno, o princípio dos trabalhos virtuais estabelece que o EVR esteja em equilíbrio, se é somente se, o campo de tensão σ_{μ} em Ω_{μ} satisfaz a equação variacional clássica da elasticidade:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_{\mu}^S} \sigma_{\mu}(y,t) : \nabla^S \eta dV - \int_{\Omega_{\mu}^S} b(y,t) \times \eta dV + \int_{\Omega_{\mu}^S} \sigma_{\mu}(y,t) : \nabla^S \eta dV - \int_{\Omega_{\mu}^S} b(y,t) \times \eta dV - \\ \int_{\partial\Omega_{\mu}} t^e(y,t) \times \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in v_{\mu} \end{aligned} \quad (12)$$

Já os trabalhos de Hill e Mandel (Giusti et al., 2009) estabeleceram o Princípio da macro homogeneidade que diz que a potência das tensões macroscópicas em qualquer ponto arbitrário do macrocontínuo deve ser igual à média volumétrica da potência das tensões microscópicas sobre o EVR associado a esse ponto para qualquer movimento cinematicamente admissível do EVR (Giusti et al., 2009).

Considerando as Equações (8) e (10), e escrevendo σ_{μ} como $\sigma_{\mu} = f_{\mu}(\epsilon_{\mu})$, sendo f_{μ} o funcional constitutivo e assumindo $\tilde{u}_{\mu} = \eta$, pode-se obter a seguinte equação em termos de deslocamento de flutuação:

$$\int_{\Omega_{\mu}^S} f_y(\epsilon(x,t) + \nabla^S \tilde{u}_{\mu}(y,t)) : \nabla^S \eta dV = 0 \quad \forall \eta \in V_{\mu} \quad (13)$$

E por fim, a formulação é completada com a escolha apropriada do volume V_{μ} , ou seja, com a escolha das restrições cinemáticas do EVR. Portanto, o problema de equilíbrio

microscópico consiste de dado o tensor de deformação macroscópico ε , o campo $u_\mu \in V_\mu$ de tal modo que a cada instante t , a Equação (13) seja satisfeita. Em vista da arbitrariedade de η , após a discretização do domínio do EVR em elementos, os seguintes incrementos da equação de equilíbrio microscópico devem manter para o incremento de carga no tempo $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ e a discretização de h deve-se encontrar o deslocamento de flutuação $\tilde{u}_{\mu(n+1)} = \tilde{u}_{\mu(n)} + \Delta \tilde{u}_{\mu(n)}$:

$$G_h^{n+1} = \int_{\Omega_\mu^h} B^T f_y(\varepsilon_{n+1} + B\tilde{u}_{\mu(n+1)}) dV = 0 \quad (14)$$

onde B é a matriz global de deformação-deslocamento, Ω_μ^h indica o domínio discretizado do EVR. Se o incremento de carga n é não-linear, a Equação (14) é resolvida pela aplicação do método de Newton-Raphson que consiste em buscar a correção de flutuação $\delta \tilde{u}_\mu^{i+1}$ para interação $i+1$, tal que:

$$F^i + K^i \delta \tilde{u}_\mu^{i+1} = 0 \quad (15)$$

onde F é o vetor de forças e K é a matriz de rigidez tangente do EVR. Depois de computar as correções $\delta \tilde{u}_\mu^{i+1}$ da Equação (15), o campo atualizado de flutuação de deslocamentos considerando a interação $i+1$ relacionada ao microcontínuo é dado por: $\tilde{u}_\mu^{i+1} = \tilde{u}_\mu^i + \delta \tilde{u}_\mu^{i+1}$.

Já a tensão homogeneizada é calculada pela Equação (2) considerando que o EVR composto por partes vazias e sólidas (matriz e agregados) $\Omega_\mu = \Omega_\mu^s \cup \Omega_\mu^v$, resultando em:

$$\sigma = \sigma(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu^s} \sigma_\mu(y, t) dV + \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu^v} \sigma_\mu(y, t) dV \quad (16)$$

A complementação da formulação sobre equilíbrio do EVR descrita é realizada com a escolha do volume apropriado, ou seja, com escolha das restrições cinemáticas a ser impostas ao EVR que leva a diferentes classes de modelos multiescala e consequentemente diferentes resultados numéricos (Peric et al., 2011). Neste trabalho é utilizada a condição de flutuação periódica. Nessa caso, observa-se que cada lado Γ_i^+ do EVR, do qual a direção normal é n_i^+ , corresponde a um lado igual Γ_i^- com direção normal n_i^- , sendo $n_i^+ = -n_i^-$. Similarmente, para cada ponto y^+ definido sobre Γ_i^+ existe um ponto y^- sobre o lado Γ_i^- . Isto mostra que a flutuação do deslocamento deve ser periódica no contorno do EVR, ou seja, cada par (y^+, y^-) dos pontos deve-se ter:

$$u_\mu(y^+, t) = \tilde{u}_\mu(y^-, t) \quad \forall \{y^+, y^-\} \in \partial \Omega_\mu \quad (17)$$

3 MODELOS CONSTITUTIVOS EMPREGADOS NA MICROESTRUTURA: FRATURA COESIVA E PLASTICIDADE

Pituba et al. (2015) propôs um modelo de fratura coesiva modificado a partir de Cirak et al. (2005) para lidar com meios dúcteis de modo a simular o processo de fissuração até a falha

da microestrutura. De maneira geral, o modelo foi desenvolvido para representar o comportamento das fissuras sendo capazes de transmitir cargas entre suas superfícies, que gradualmente decrescem até não ter mais transmissão de tensões entre elas. O modelo proposto descreve a lei coesiva de deformação-finita irreversível. A energia coesiva liberada Φ é dada por:

$$\Phi = \Phi(\delta_n, \delta_s, q) \quad (18)$$

Onde, δ_n é a abertura devido ao modo I (normal); δ_s é a abertura devido ao modo II (escorregamento) e q é a variável que descreve os processos inelásticos da coesão.

É possível assumir que a deformação devida à abertura por escorregamento é um valor escalar independente da direção da fissura na superfície, assim $\delta_s = |\delta_s|$, dando um caráter isotrópico para seu comportamento. Para a formulação da lei coesiva dos modos mistos, é introduzido um deslocamento de abertura efetiva dado por:

$$\delta = \sqrt{\beta^2 \delta_s^2 + \delta_n^2} \quad (19)$$

O parâmetro β assume valores diferentes para as aberturas, variando de 0 a 1. Por outro lado, assumindo que a energia potencial liberada ϕ depende de δ , a lei coesiva é escrita como:

$$t = \frac{t}{\delta} (\beta^2 \delta_s + \delta_n n) \quad (20)$$

Onde, n é o vetor normal à fissura; δ_s é o vetor de abertura por escorregamento localizado na superfície da fissura; t é vetor de tensão coesiva ao longo da fissura. As relações propostas são descritas a seguir:

$$t = \sigma_c e^{-\delta/\delta_c} \quad \text{se } \delta = \delta_{\max} \text{ e } \dot{\delta} \geq 0 \quad (21)$$

$$t = \frac{t_{\max}}{\delta_{\max}} \delta \quad \text{se } \delta < \delta_{\max} \text{ ou } \dot{\delta} < 0 \quad (22)$$

Onde e é o exponencial, σ_c é a máxima tensão de tração normal coesiva, δ_c velocidade de abertura e δ_c é a abertura crítica. Antes do aparecimento das fraturas, uma rigidez entre as bordas da possível fratura presente entre os elementos finitos triangulares é existente, sendo chamada de fator de penalidade (λ_p). Este fator de penalidade é um parâmetro de valor escalar. Na prática, valores altos para o fator de penalidade são adotados a fim de obter uma aproximação precisa. Tal procedimento garante que a possível fratura permaneça fechada até se atingir o critério de separação e, ao mesmo tempo, garante a admissibilidade física de todo o processo.

De maneira geral, esta estratégia pretende criar rigidez nos nós dos pares com o contato de elementos finitos coesivos, a fim de não permitir a penetração das superfícies de fissura. Por outro lado, no regime de abertura de fissura, este fator de penalidade efetivamente substitui a porção rígida inicial da lei coesiva por uma resposta linear rígida na forma da Equação (23). Para detectar o fenômeno de contato coesivo, é adotado o conceito das diferenças entre os pontos de Gauss do elemento finito de contato e fratura coesiva.

$$t = \lambda_p \delta \quad \text{se } \lambda_p \delta \leq \sigma_c \quad (23)$$

Os tipos de elementos considerados neste trabalho são compostos por duas superfícies que são coincidentes na configuração indeformada do EVR. O elemento finito de contato e fratura coesiva é definido como um elemento de quatro nós sendo a sua geometria compatível com a de dois elementos triangulares bidimensionais usados para modelar as fases da matriz e de inclusão. A formulação desenvolvida pode ser encontrada em Pituba e Souza Neto (2015) e Pituba et al. (2016).

Por outro lado, para lidar com as deformações plásticas que surgem quando a macroestrutura do concreto é solicitada, sobretudo por tensões de compressão, o conhecido modelo de Mohr-Coulomb é utilizado aqui na representação do comportamento mecânico da matriz cimentícia. O modelo de fratura coesiva descrito neste item auxilia a modelagem dos processos dissipativos ocorridos na Zona de Interface e na representação das deformações plásticas, haja vista que mesmo considerando um comportamento elástico para a matriz, o processamento de fratura da Zona de Interface aliado à geometria dos agregados é capaz de simular o surgimento de deformações plásticas macroscópicas homogeneizadas quando em processo de descarregamento e inversão de sentido, evidenciando o efeito unilateral desse material (Pituba e Souza Neto, 2015).

Por fim, vale ressaltar que todo o equacionamento é resolvido através de uma formulação tangente consistente, o que leva a uma solução numérica com taxa quadrática de convergência, sendo esse um fator positivo, haja vista que em análises multiescala, o custo computacional tem alto valor.

4 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Para verificar a viabilidade de emprego da formulação proposta, são realizadas simulações numéricas baseadas no comportamento da microestrutura do concreto. Inicialmente foram gerados EVRs que possuem dimensões $L \times L$ (mm) e espessura na ordem de $L/10$ (mm) com inclusões dispostas numa matriz, evidenciando a distinção de dois materiais nos EVRs de modo a simular a estrutura bifásica do concreto. Tal EVR é composto por elementos finitos triangulares e elementos de fratura e contato.

A matriz foi considerada como meio elastoplástico seguindo o critério de plastificação de Mohr-Coulomb com os seguintes parâmetros: para o do módulo de elasticidade da pasta de cimento, Mehta e Monteiro (2008) dizem que o valor fica compreendido entre 7 e 27 GPa. Ramesh et al. (1996) e Yang (1988) utilizaram em suas análises o valor de 20 GPa, o que fica dentro da faixa. Para as análises dos exemplos deste trabalho, foi utilizado esse mesmo valor (20 GPa); já para o coeficiente de Poisson da pasta cimentícia o valor varia entre 0,20-0,23. Foi considerado o valor de 0,20, o mesmo valor utilizado por Oliver et al. (2014). Para os valores dos ângulos de atrito, autores como Nielsen e Hoang (2011), adotam o ângulo de atrito igual a 0° , porém, num estudo mais recente de Assad et al. (2014), encontram-se valores do ângulo de atrito entre 2° e $7,4^\circ$. Levando em consideração esses dados, foi adotado um valor de $\phi = 5^\circ$. Para ângulo de dilatação, foi utilizada a regra associativa, $\phi = \Psi$. Para a lei de encruamento, foram utilizados dois pontos, com valores iguais a 0,5 MPa no primeiro ponto e 40 MPa no segundo.

Os agregados são considerados como meios elásticos com módulo de elasticidade igual 35 GPa, conforme sugerido por Mehta e Monteiro (2008), para concretos com porosidade

média (20-50 GPa). Para o valor do coeficiente de Poisson foi considerado um valor igual a 0,35.

Na região de interface matriz/agregado, nos casos em que foi avaliado o fraturamento, foram inseridos elementos de contato e fratura coesiva. Os parâmetros para esses elementos foram: $\lambda p = 200000$, $\beta = 0,707$, $\sigma_c = 0,09$ MPa. O valor da abertura da fratura, δ_c , foi utilizado igual a 0,0568 mm. Esses valores foram referenciados por Ortiz (1999), Oliver et al. (2014), Pituba e Souza Neto (2015).

Esses valores paramétricos são utilizados em todos os exemplos, assim como o modelo com condição de contorno periódica, exceto quando especificado em contrário.

4.1 Análise da influência das condições de contorno da formulação Multiescala

Na formulação multiescala, a resposta homogeneizada é influenciada pelo modelo de condição de flutuação dos deslocamentos do EVR. Para essa análise foram sugeridos dois EVRs, a saber (Figura 2): um EVR com 4 inclusões de formatos circulares, distribuídos na matriz e com diâmetro de 2 mm; o outro EVR possui distribuição aleatória de agregados de várias dimensões, onde o mesmo não apresenta simetria em nenhum eixo sendo apresentado por Nguyen et al. (2010).

A consideração de utilizar os agregados na forma circular é devida à facilidade de implementação e análise computacional em relação a outras formas, segundo Kim e Abu Al Rub (2011).

O EVR com 4 agregados possui uma fração volumétrica dos agregados de 12% com um total de 798 elementos finitos e 64 elementos finitos de contato e fratura coesiva. Já a fração volumétrica do EVR com distribuição aleatória de agregados é de 35,6%, com 520 elementos finitos triangulares e 95 elementos de fraturas ao redor dos agregados.

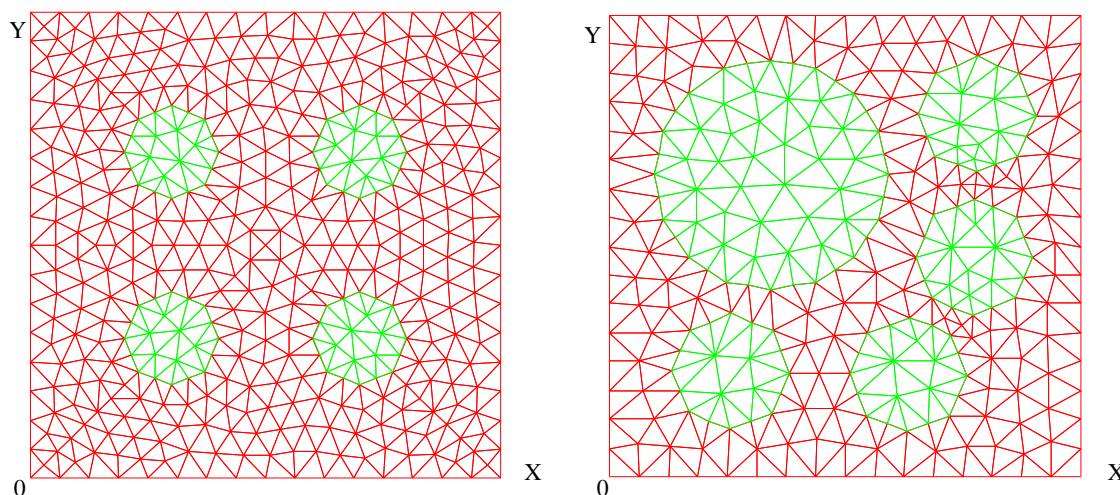


Figura 2. a) EVR com simetria de distribuição de agregados; b) EVR de Nguyen et al. (2010).

Uma análise no EVR da Figura 2a, comparando as duas condições de contorno impostas ao EVR (linear e periódica) é mostrada na Figura 3. Em seguida, é realizada uma análise de maneira similar ao EVR de Nguyen *et al.* (2010), mostrada na Figura 4. A deformação total

imposta aos EVRs foi de $\varepsilon_x = 0,00007$ e $\varepsilon_y = -0,000007$, sendo γ_{xy} tomado como aproximadamente nulo ($\gamma_{xy} = 0,0000001$).

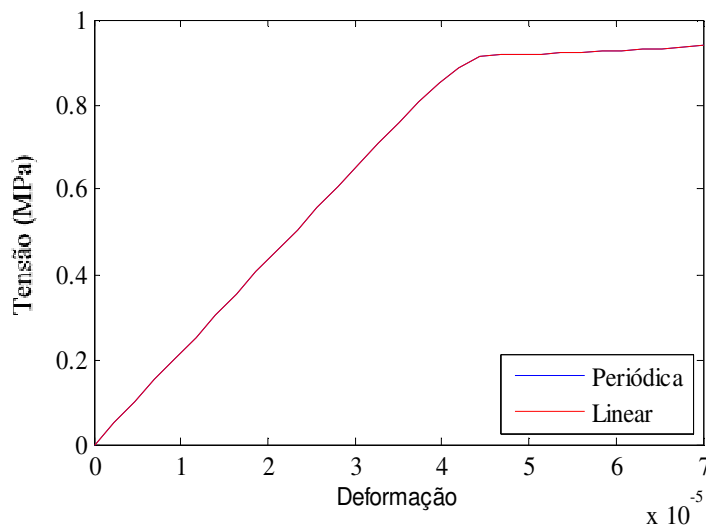


Figura 3. Tensão homogeneizada na direção x (σ) x Deformação na direção x (ε) do EVR de 4 inclusões

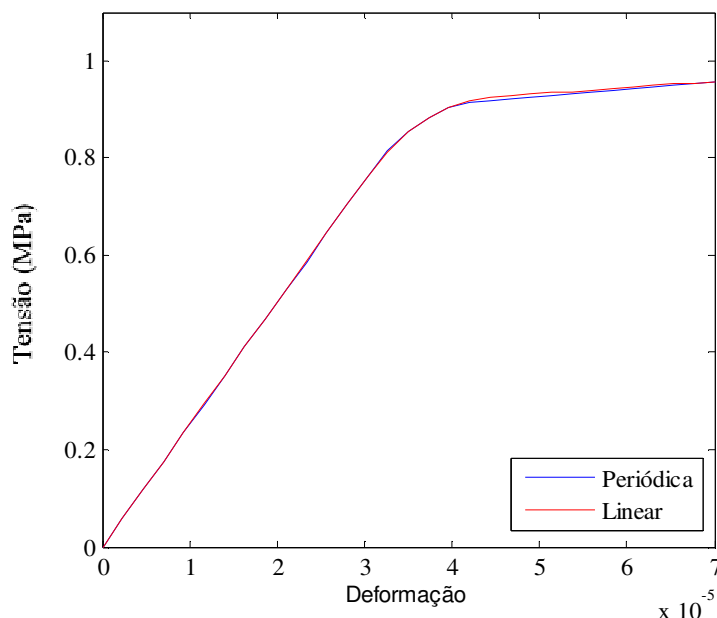


Figura 4. Tensão homogeneizada na direção x (σ) x Deformação na direção x (ε) do EVR de Nguyen et al. (2010)

O uso de condições de contorno linear/periódica não influenciou na resposta da Figura 3, isso devido à disposição simétrica dos agregados no EVR. Mas quando o EVR não apresenta nenhuma forma de simetria, como mostrado na Figura 4, a resposta homogeneizada apresenta variação após as fraturas iniciarem. Essa variação é pequena, mas acredita-se que por causa do caráter microscópico da análise, e seu impacto possa ter um impacto maior numa análise Multiescala.

4.2 Zona de Transição do Concreto

Para modelar a Zona de Transição do concreto, alguns autores consideraram a mesma como uma região que suporta menos tensão localizada ao redor dos agregados com um módulo de elasticidade menor que o utilizado na pasta de cimento. Autores como Ramesh et al. (1996) e Yang (1998) consideraram em suas pesquisas que o valor do módulo de elasticidade da Zona de Transição fosse um valor porcentual da matriz. Nesse exemplo, um novo EVR com apenas uma inclusão central foi utilizado para essa análise, conforme a Figura 5. A fração volumétrica de agregados desse EVR é de 19,6%. Para o EVR sem a faixa da Zona de Transição, a quantidade de elementos finitos é de 612 elementos finitos e 36 elementos finitos de contato e fratura quando. Para o EVR com faixa da Zona de Transição e sem elementos de fratura, tem-se 612 elementos finitos.

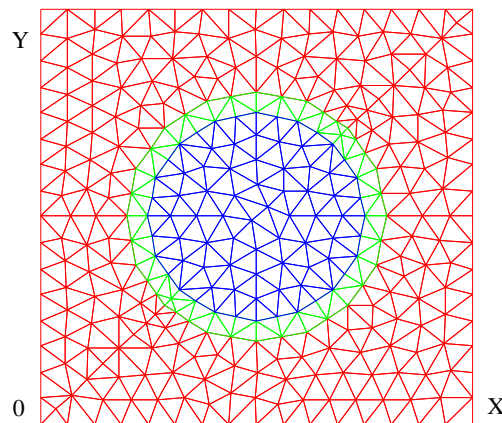


Figura 5. Elemento de Volume Representativo com 1 inclusão e Zona de Transição ao redor

Analisou-se esse EVR, com uma faixa em elementos finitos que representa a Zona de Transição do concreto e o resultado foi comparado com outro EVR sem essa faixa, mas com a inclusão de elementos de fratura. Foi considerado para a espessura da faixa de transição o valor de 40 μm , conforme Mehta e Monteiro (2008) que sugerem que o tamanho da Zona de Transição compreende numa faixa de 20 até 50 μm .

São utilizados os mesmos parâmetros de exemplos anteriores e incrementos de deformação macroscópicas totais iguais a $\varepsilon_x = 0,0001$ e $\varepsilon_y = -0,00001$, sendo γ_{xy} tomado como aproximadamente nulo ($\gamma_{xy} = 0,0000001$). Na região em verde da Figura 5 foi utilizado um módulo de elasticidade igual a 50% do valor da matriz, seguindo o preconizado pelos autores citados no início deste item. Na Figura 6 são apresentados os resultados de tensão homogeneizada na direção x e deformação macroscópica imposta na direção x.

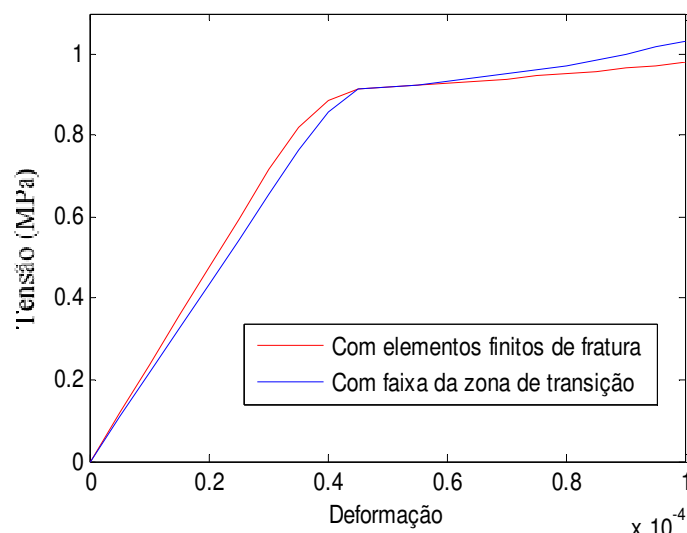


Figura 6. Tensão homogeneizada na direção x (σ) x Deformação na direção x (ϵ) do EVR de 1 inclusão

Percebe-se que para o modelo com a faixa da Zona de Transição, inicialmente o EVR apresenta uma rigidez menor no regime elástico quando comparada com o modelo sem a faixa e com os elementos de fratura. Porém, conforme o carregamento continua, após a plastificação, o modelo de fratura se torna menos rígido. Isso pode ser explicado por conta dos elementos de fratura, em certo nível de carregamento, enfraquecem bastante a transmissão de forças impactando na rigidez do EVR, o que não acontece no modelo com a faixa da Zona de Transição.

4.3 Elementos de Fraturas na matriz

Nesse exemplo foi avaliada a influência da inclusão de elementos de fraturas no interior da pasta de cimento. Para isso, um novo EVR foi utilizado onde o trajeto de fratura dentro da pasta já é conhecido. Utilizou-se o EVR proposto por Oliver et al. (2014) mostrado na Figura 7. A fração volumétrica dos agregados desse EVR é de 22,5% com 3002 elementos finitos no total. Para os elementos de fratura, têm-se 120 elementos finitos ao redor dos agregados e, quando incluído, 139 elementos finitos no interior da matriz.

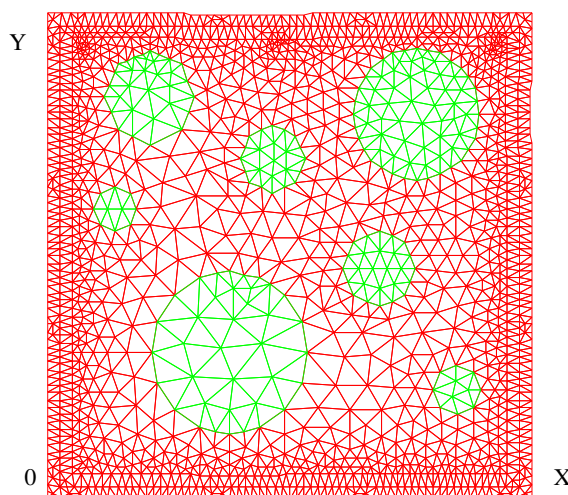


Figura 7. Elemento de Volume Representativo de Oliver et al. (2014)

Inicialmente foi realizada uma análise onde não foi incluído nenhum elemento de fratura. Posteriormente incluíram-se elementos de fraturas nas zonas de transição ao redor dos agregados e por fim, elementos de fraturas ligando os agregados em um caminho pré-determinado, segundo Oliver et al. (2014). Para os valores dos módulos de elasticidade e dos coeficientes de Poisson dos agregados e da matriz, foram utilizados os valores especificados por Oliver et al. (2014). O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson para os agregados são $E = 100$ GPa e $\nu = 0,2$, respectivamente. Para a matriz seguem os valores já utilizados em exemplos anteriores, $E = 20$ GPa e $\nu = 0,2$. Deformações macroscópicas totais iguais a $\epsilon_x = 0,00007$ e $\epsilon_y = -0,000007$ foram impostas ao EVR realizando inicialmente uma simulação para estados predominantes em tração e posteriormente em compressão, conforme mostradas nos gráficos de Tensão x Deformação nas Figuras 8 e 9, respectivamente.

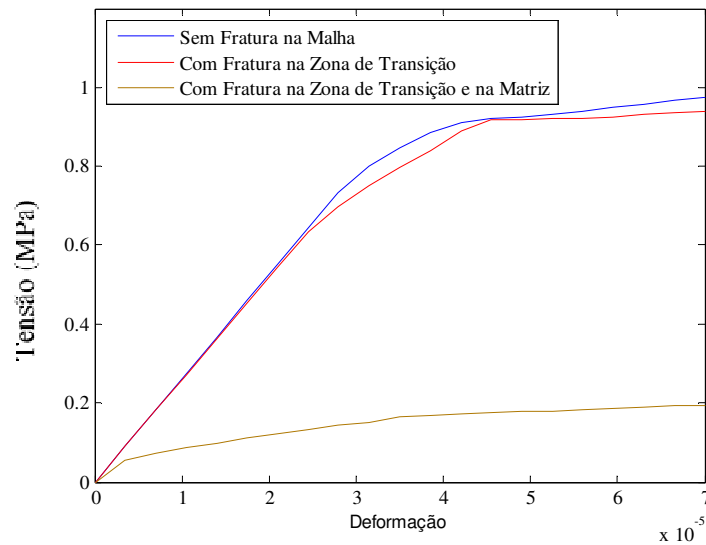


Figura 8. Tensão homogeneizada na direção x (σ) x Deformação na direção x (ϵ) do EVR de Oliver et al. (2014) sob o regime de Tração

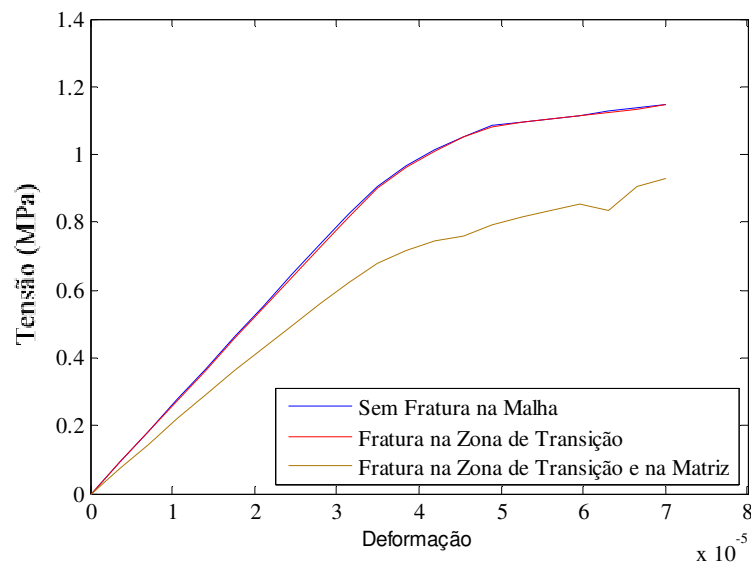


Figura 9. Tensão homogeneizada na direção x (σ) x Deformação na direção x (ϵ) do EVR de Oliver et al. (2014) sob o regime de Compressão

É possível notar na Figura 8 que as respostas homogeneizadas dadas pelas malhas do EVR sem elementos de fraturas e com elementos de fraturas localizadas apenas ao redor dos agregados apresentaram respostas esperadas. Porém, quando inclui elementos de fratura no interior da matriz, o EVR se mostrou bastante fraturado com uma rigidez menor evidenciando o colapso da microestrutura do material. Mesmo com um fator de penalidade nas fraturas do interior da matriz maior que o fator de penalidade das fraturas da Zona de Transição, esse tipo de abordagem influenciou inclusive na rigidez da parte elástica. A malha de elementos finitos fraturadas é mostrada na Figura 10.

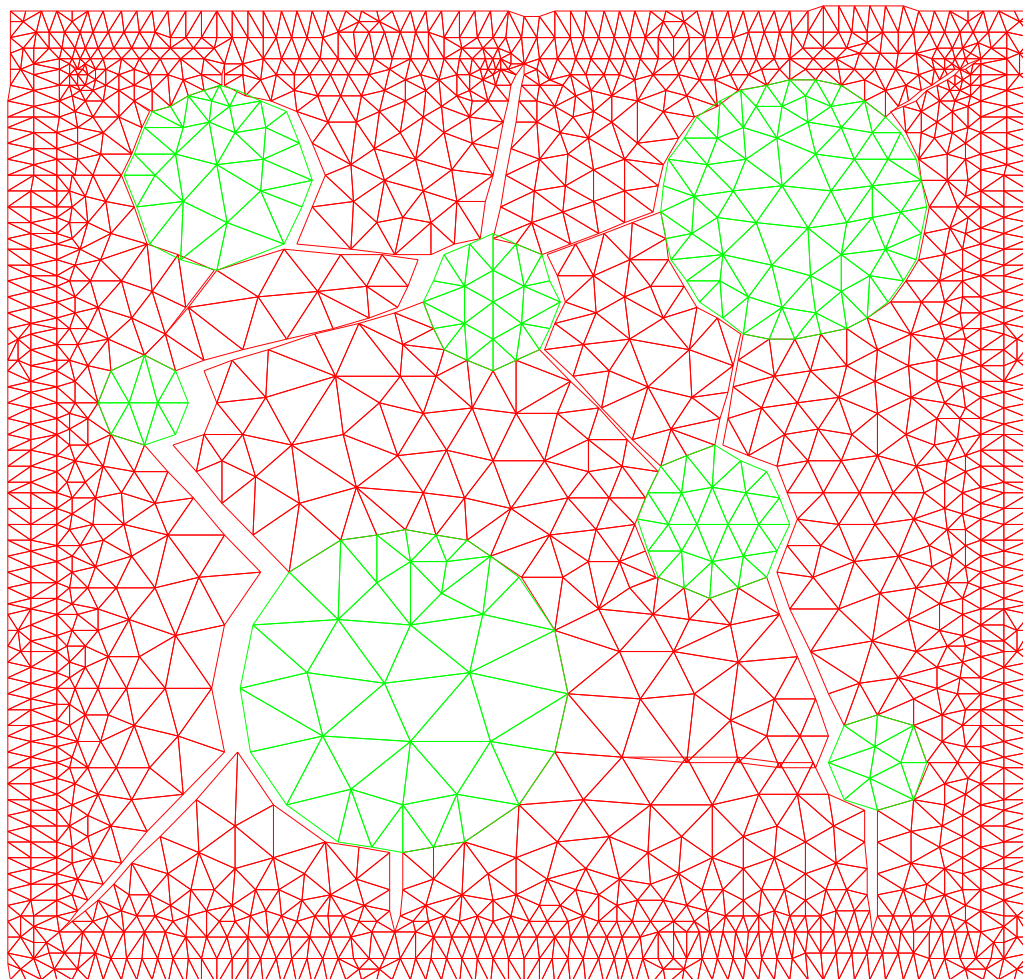


Figura 10. EVR de Oliver et al. (2014) após fraturamento por tração (amplitude 300x)

Na Figura 9, as respostas homogeneizadas dos EVRs sem nenhum elemento de fratura e com elementos de fratura na Zona de Transição apresentaram respostas esperadas. Mas quando são incluídos elementos de fratura no interior da matriz, tem-se uma perda de rigidez logo no começo do carregamento, conforme aconteceu no regime predominante em tração.

A análise do EVR com os mesmo parâmetros, porém sem nenhuma inclusão de elementos de fratura, realizada entre tração e compressão é mostrada na Figura 11. Nota-se que na compressão, a rigidez é maior que na tração devido à formulação proposta da plasticidade de Mohr-Coulomb. Os valores dos sinais para a resposta da compressão foram invertidos para melhor visualização e comparação.

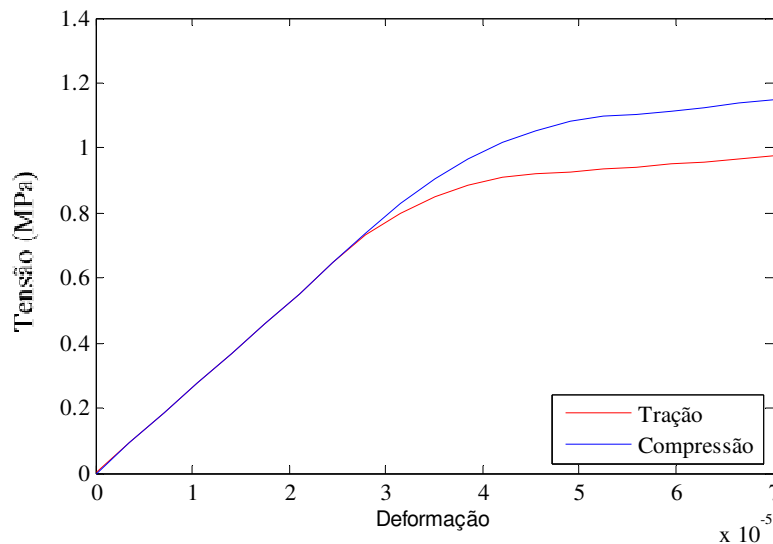


Figura 11. Tensão homogeneizada na direção x (σ) x Deformação na direção x (ϵ) do EVR de Oliver et al. (2014) – Compressão e Tração sem inclusão de elementos de fratura

Apesar de capturar uma diferença nas repostas homogeneizadas entre a tração e a compressão, a resposta dada na Figura 11 não demonstra coerência para representar o concreto visto que essa diferença é pequena. A não inclusão da zona de transição (representada pelos elementos de contato e fratura coesiva ao redor do agregado) mostra que ocorre uma transmissão das tensões de maneira direta e total entre os agregados e a pasta de cimento tanto em tração como em compressão, conforme mostrado na Figura 12 e Figura 13, respectivamente. Essa transmissão provoca um aumento da rigidez e da resistência do EVR.

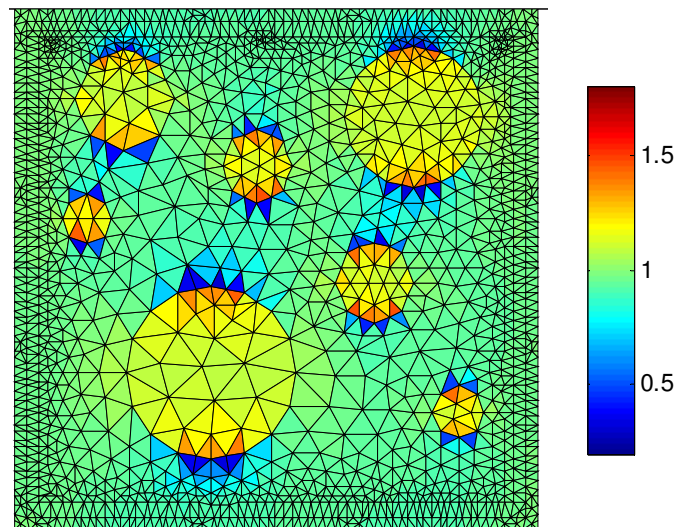


Figura 12. Gráfico de cores do EVR de Oliver et al. (2014) sem fratura para a distribuição de tensão (σ) em regime de tração na direção x

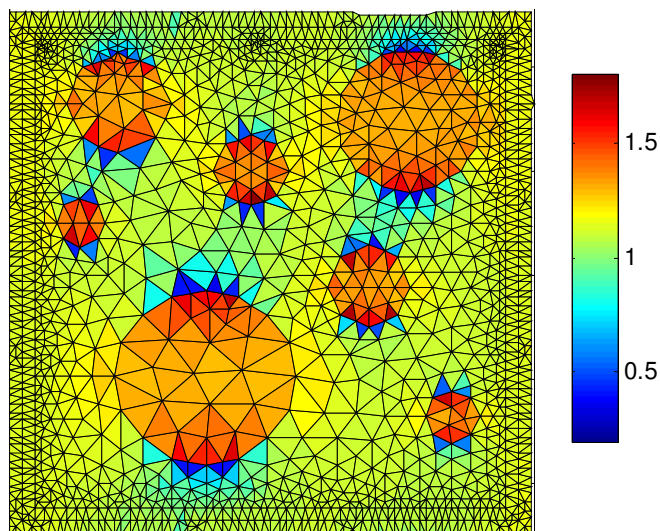


Figura 13. Gráfico de cores do EVR de Oliver et al. (2014) sem fratura para a distribuição de tensão (σ) em regime de compressão na direção x

O aumento da rigidez do EVR é devido à grande rigidez dos agregados dada pela sua natureza elástica linear. Portanto, conclui-se que para ter uma representação melhor do concreto é necessário incluir as fraturas ao redor dos agregados e para representar uma situação de total ruína, o EVR deve incluir elementos de fraturas no interior da pasta de cimento para simular os caminhos de ruptura. A resposta homogeneizada é mostrada na Figura 14.

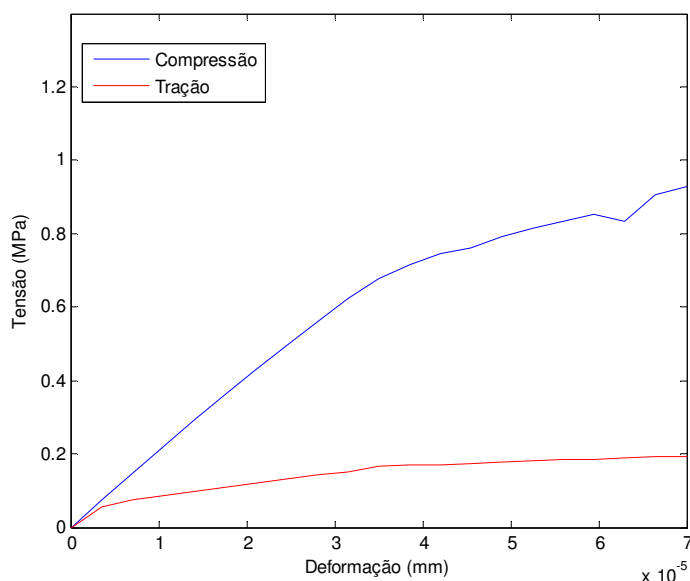


Figura 14. Tensão homogeneizada na direção x (σ) x Deformação na direção x (ϵ) do EVR de Oliver et al. (2014) – Compressão e Tração com a inclusão de elementos de fratura.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, uma modelagem proposta para a simulação do comportamento mecânico do concreto baseado numa abordagem multiescala foi apresentada. A análise foi restrita à mesoestrutura do material. Alguns fenômenos macroscópicos importantes foram qualitativamente representados utilizando modelos constitutivos simples em formulação aliado à geometria dos constituintes do EVR.

A modelagem proposta deverá ser empregada na identificação de respostas quantitativas de concreto, assim como na simulação de elementos estruturais de concreto utilizando um acoplamento completo entre escalas. Para tanto, as formulações apresentadas em Fernandes et al. (2015a) e Fernandes et al. (2015b) serão fundamentais.

A utilização apenas do modelo de plasticidade na pasta cimentícia não é satisfatório sem a inclusão dos elementos finitos de contato e fratura, pois os agregados apresentam uma maior rigidez e resistência pela adoção de comportamento elástico linear, impactando na resposta homogeneizada. Essa consideração faz com que a resposta homogeneizada seja mais rígida por consequência da transmissão total das tensões entre o agregado e a pasta de cimento.

AGRADECIMENTOS

Os autores desejam agradecer a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e FAPEG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás) pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- Assad, J. J.; Harb, J.; Maaluf, Y. Measurement of yield stress of cement pastes using the direct shear test, 2014. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 214, pp. 18-27.
- Brancherie, D.; Ibrahimbegovic, A. Novel anisotropic continuum-discrete damage model capable of representing localized failure of massive structures. 2009. Part I: *theoretical formulation and numerical implementation*. *Engineering Computations*, v. 26, pp.100-127.
- Cirak, F.; Ortiz, M.; Pandolfi, A. A cohesive approach to thin-shell fracture and fragmentation. 2005. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, v. 194, pp. 2604-2618.
- Fernandes, G. R.; Pituba J. J. C.; de Souza Neto, E. A. Multi-scale modelling for bending analysis of heterogeneous plates by coupling BEM and FEM. 2015a. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 51, pp. 1-13.
- Fernandes, G. R.; Pituba J. J. C.; de Souza Neto, E. A. FEM/BEM formulation for multi-scale analysis of stretched plates. 2015b. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 54, pp. 47-59.
- Giusti, S. M.; Blanco, P. J.; de Souza Neto, E. A.; Feijóo, R. A. An assessment of the Gurson yield criterion by a computational multi-scale approach. 2009. *Engineering Computations*, v. 26, pp. 281-301.

Mehta, P. K.; Monteiro, P. J. M. *Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais*. 1^a. ed. São Paulo: PINI, 2008

Nguyen, V.P.; Lloberas Valls, O.; Stroeven, M.; Sluys, L.J. On the existence of representative volumes for softening quasi-brittle materials – a failure zone averaging scheme. 2010. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, v. 199, pp. 3026–3036.

Nielsen e Hoang (2011)

Nielsen, M. P.; Hoang, L. C. *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Boca Raton: CRC Press, 2011.

Peric, D.; de Souza Neto, E. A.; Feijóo, R. A.; Partovi, M.; Carneiro Molina, A. J. On micro-to-macro transitions for multiscale analysis of heterogeneous materials: unified variational basis and finite element Implementation. 2011. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 87, pp. 149-170.

Pituba, J. J. C.; Fernandes, G. R. An anisotropic damage for the concrete. 2011. *Journal of Engineering Mechanics - ASCE*, v. 137, pp. 610-624.

Pituba, J. J. C.; Souza Neto, E. A. Modeling of unilateral effect in brittle materials by a mesoscopic scale approach. 2015. *Computers and Concrete, An International Journal*, v. 15, pp. 1-25.

Pituba, J. J. C.; Fernandes, G. R.; Souza Neto, E. A. Modelling of cohesive fracture and plasticity processes in composite microstructures. 2016. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 142, n. 10, 04016069.

Oliver, J.; Caicedo, M.; Roubin, E.; Hernandez, J. A.; Huespe, A. Multi-scale (FE²) analysis of materials failure in cement/aggregate-type composite structure. In: EURO-C, 2004, St. Anton am Alberg, XX. *Anais. Computational Modelling of Concrete Structure*, Londres: CRC PRESS, 2014. v.1, p. 39-49.

Ortiz, M.; Pandolfi, A. Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, v 44, p. 1267-1282.

Ramesh, G.; Sotelino, E.D.; Chen, W.F.. Effect of transition zone on elastic moduli of concrete materials. 1996. *Cement and Concrete Research*, v. 26, pp. 611-622.

Somer, D. D.; de Souza Neto, E. A.; Dettmer, W. G.; Peric, D. A sub-stepping scheme for multi-scale analysis of solids. 2009. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, v. 198, pp. 1006-1016.

Yang, C.C. Effect of transition zone on elastic moduli of mortar. 1998. *Cement and Concrete Research*, v. 28, pp. 727-736.

Zhu, Q.; Kondo, D.; Shao, J.; Pensee, V. Micromechanical modelling of anisotropic damage in brittle rocks and application. 2008. *International Journal of Rock Mechanics and Mining*, v. 45, pp. 467–477.