



OTIMIZAÇÃO DE PLACAS COMPOSTAS LAMINADAS UTILIZANDO SUPERFÍCIE DE RESPOSTA E ALGORITMOS GENÉTICOS

Juliane Tosin Fernandes

juliane.jt.tosin@volvo.com

Volvo do Brasil

Av. Juscelino Kubitschek de Oliveira, 2600 – CIC - Curitiba - PR, Brasil

Marco Antônio Luersen

luersen@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Av. Sete de Setembro, 3165, CEP 80230-901, Curitiba, PR, Brasil

Jucélio Tomás Pereira

jucelio.tomas@ufpr.br

Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Centro Politécnico, Jardim das Américas, CEP 81531-990, Curitiba, PR, Brasil

Resumo. O presente trabalho tem por objetivo aplicar as técnicas de superfície de resposta e algoritmos genéticos na otimização da sequência de empilhamento de placas de materiais compostos laminados. A técnica da superfície de resposta é utilizada para se obter um modelo aproximado do comportamento da estrutura, denominado de modelo substituto, metamodelo ou simplesmente superfície de resposta. O modelo substituto é construído com os resultados de um número limitado de avaliações de um modelo mais detalhado e complexo, este último obtido, por exemplo, através de uma modelagem via elementos finitos. Em seguida o modelo substituto, o qual é mais rápido de ser avaliado em relação ao modelo detalhado, é otimizado através de um algoritmo genético. Desta forma reduz-se o custo computacional do processo de otimização. Neste artigo são apresentados aspectos teóricos, detalhes da metodologia das técnicas a serem empregadas e resultados de problemas aplicados a placas laminadas como a maximização da frequência fundamental e a maximização da carga de flambagem, bem como uma análise da redução de tempo de resolução com a utilização do método da superfície de resposta.

Palavras-chave: Material composto laminado, Superfície de resposta, Algoritmos genéticos.

1 INTRODUCTION

A crescente demanda por produtividade remete a famosa frase “vale o quanto pesa” cada vez mais contrária à sua interpretação popular, pois para algumas aplicações, os produtos ganham mais valor à medida que sua massa é reduzida. Por exemplo, veículos de transporte se tornam mais competitivos à medida que apresentam valor mais baixo de tara, permitindo assim transportar cargas mais pesadas ou apresentar menor consumo de combustível. Como descrito em Jones (1999), as razões para a crescente pesquisa e aplicação dos materiais compostos laminados é a vantagem na baixa relação densidade-resistência mecânica nas direções de interesse que estes materiais apresentam se comparados aos materiais estruturais convencionais.

O objetivo deste trabalho é implementar a aplicação do método de otimização conhecido como algoritmos genéticos (AG) no projeto de estruturas de materiais compostos laminados em combinação com o método da superfície de resposta (SR) visando encontrar as orientações das lâminas de forma a maximizar a frequência fundamental ou a carga de flambagem, por exemplo. A proposta de implementar o método da SR num AG tem por objetivo reduzir a onerosidade computacional dos AG, conforme citado em Lee e Lin (2003) e Naik, Gopalakrishnan e Ganguli (2007). Como descrito nestas referências, os AG se tornam onerosos devido ao grande número de avaliações da função objetivo que se faz necessária até a obtenção do valor ótimo. Ao utilizar uma aproximação por SR, a função objetivo passa a ser calculada apenas o número de experimentos (pontos) utilizados para a construção da mesma. Como restrição dos problemas de otimização pode-se ter critérios de falha desenvolvidos especificamente para estes materiais como Tsai-Hill, Máxima Tensão, Puck e flambagem. A aplicação do critério de falha de Puck é enfatizada no presente estudo, pois como apresentado em Sonnen, Laval e Seifert (2003), apesar deste critério ser ainda pouco difundido, promete resultados fiéis devido a sua ampla análise mecânica da estrutura do laminado. No presente trabalho, além de estruturas com geometrias simples (placas quadradas ou retangulares) formadas por lâminas reforçadas unidirecionalmente, geometrias mais complexas também são estudadas, utilizando-se neste caso uma interface com um software de elementos finitos, o ABAQUS. Para implementação da técnica combinada, SR + AG que é proposta, um AG padrão, denominado no decorrer do trabalho de “AG original”, encontrado na literatura de referência, é utilizado. No capítulo de resultados numéricos, a aplicação desta técnica, para laminados simétricos e balanceados compostos por 24 lâminas, é apresentada e os resultados são discutidos.

2 MATERIAIS COMPOSTOS LAMINADOS E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Um material composto é formado pela união de dois ou mais materiais de naturezas diferentes, resultando em um material de performance que se difere daquela de seus componentes se analisados em separado (Jones, 1999). A formação destes materiais se dá basicamente pela utilização de reforços (fibras ou partículas) com alta resistência mecânica imersos numa matriz que pode ser polimérica, metálica ou mineral. Os materiais compostos podem ser classificados pelo tipo e orientação do reforço, geometria e material da matriz (Jones, 1999). Já um material “composto laminado” é formado pelo empilhamento de lâminas de material composto. Na figura 1 pode se observar a representação de uma laminado composto por 3 lâminas.

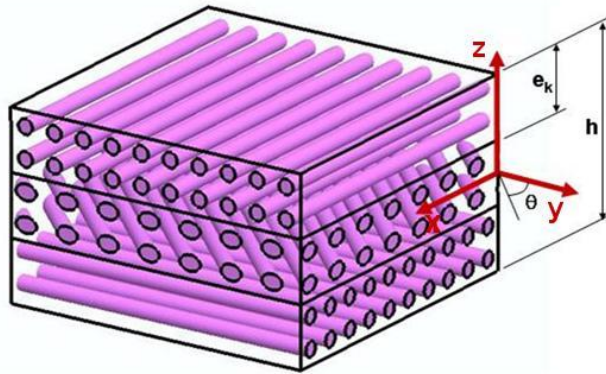


Figura 1 - Laminado composto por 3 lâminas reforçadas a 0°, 45° e 90°, onde e_k representa a espessura da k-ésima lâmina, h a espessura total do laminado e θ a direção do reforço da lâmina

Os materiais compostos laminados provêm de uma combinação de várias lâminas unidirecionalmente reforçadas em diversas orientações, sendo que cada lâmina possui características ortotrópicas. Sendo assim, a rigidez e a resistência do laminado dependem da orientação de cada lâmina e da ordem de empilhamento.

Como descrito em Jones (1999), a frequência natural é uma característica importante e que depende da sequência de empilhamento das direções das lâminas que compõe um laminado. Considerando uma placa retangular (Figura 1) simplesmente suportada de comprimento l_p no eixo x e largura w_p no eixo y , formada por n lâminas de espessura constante e_k , empilhadas de forma simétrica e balanceada, onde a espessura total h da placa é dada por

$$h = ne_k. \quad (1)$$

Em Haftka, Gürdal e Hajela (1998) pode se encontrar o equacionamento para a frequência natural correspondente ao modo de vibrar (m,r) , a qual é dada por

$$f_n = \frac{\pi^2}{\sqrt{\rho^{(k)}h}} \left[D_{11} \left(\frac{m}{l_p} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m}{l_p} \right)^2 \left(\frac{r}{w_p} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{r}{w_p} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

sendo que $\rho^{(k)}$ é a densidade da k-ésima lâmina e os termos D_{ij} são os coeficientes de rigidez de flexão do laminado. A frequência fundamental pode ser obtida utilizando os valores de m e r iguais a um.

Ainda dentro do contexto da mecânica dos laminados compostos tem-se um ponto fundamental que é a predição de sua resistência. Os critérios de falha são utilizados para prever se determinado laminado irá falhar ou não devido às solicitações impostas. Segundo Knops (2008) a falha de um laminado composto pode ocorrer por diferentes mecanismos, como a falha da fibra, falha da matriz, descolamento entre fibra e matriz ou descolamento entre as lâminas. Na literatura, um número considerável de critérios de falhas para materiais compostos laminados pode ser listado. No decorrer do presente estudo foram explorados os critérios de flambagem e critério de falha Puck, porém outros critérios, como o de máxima tensão e Tsai-Hill podem ser encontrados em Haftka, Gürdal e Hajela (1998). A flambagem pode ocorrer quando componentes de pequena espessura, como é o caso de estruturas de

compostos laminados, são expostos a cargas compressivas. O que ocorre é que, quando atinge-se a carga crítica à flambagem, o componente subitamente se flete.

Segundo Jones (1999), para o caso específico de placas retangulares com carregamento N_x e N_y no plano e simplesmente apoiada nas quatro arestas, o fator crítico de flambagem λ_{cr} , que representa a relação entre carga de flambagem e carga aplicada, é dado por

$$\lambda_{cr}(m, r) = \frac{\pi^2 \left[D_{11} \left(\frac{m}{l_p} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m}{l_p} \right)^2 \left(\frac{r}{w_p} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{r}{w_p} \right)^4 \right]}{\left(\frac{m}{l_p} \right)^2 N_x + \left(\frac{r}{w_p} \right)^2 N_y} \quad (3)$$

Para determinar se um laminado não sofrerá flambagem, o valor de λ_{cr} para todas as combinações de m e r deve ser calculado. A flambagem é determinada quando o valor mínimo de λ_{cr} é menor que 1. Isto quer dizer que as forças aplicadas são maiores que as cargas de flambagem suportadas. Sobre o critério de falha de Puck, segundo Sonnen, Laval e Seifert (2003), baseado em modelos físicos, Alfred Puck desenvolveu um dos mais modernos critérios de falha para materiais compostos laminados. Com a finalidade de integrar numerosas observações experimentais em uma única teoria, Puck desenvolveu o denominado critério do plano de ação de Puck. Este critério não só distingue entre os fenômenos de falha da fibra (FF) e a falha interfibras (IFF), como distingue também diferentes modos de falha destes fenômenos.

Em Knops (2008) encontram-se descritos os diferentes modos de falhas FF e IFF, bem como seu equacionamento, que também é sumarizado abaixo:

$$\text{FF - Tração,} \quad \frac{S}{\varepsilon_{1T}} = 1 \quad (4)$$

$$\text{FF - Compressão,} \quad -\frac{S}{\varepsilon_{1C}} + (10\gamma_{21})^2 = 1 \quad (5)$$

sendo que,

$$S = \varepsilon_1 + \frac{\nu_{f12}}{E_{f1}} m_{\sigma 1} \sigma_2 \quad (6)$$

$$\text{IFF - Modo A,} \quad \sqrt{\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^2 - \left(1 - p_{12}^+ \frac{Y_T}{S_{12}} \right)^2 \left(\frac{\sigma_2}{Y_T} \right)^2} + p_{12}^+ \frac{\sigma_2}{S_{12}} = 1, \quad (7)$$

$$\text{IFF – Modo B,} \quad \frac{1}{S_{12}} \left(\sqrt{\tau_{12}^2 + (p_{12}^- \sigma_2)^2} + p_{12}^- \sigma_2 \right) = 1, \quad (8)$$

$$\text{IFF – Modo C,} \quad \left[\left(\frac{\tau_{12}}{2(1 + p_{22}^-)S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_C} \right)^2 \right] \frac{Y_C}{(-\sigma_2)} = 1, \quad (9)$$

onde, S é o fator de falha FF, ε_{1T} e ε_{1C} são as deformações de tração e compressão na direção 1, γ_{21} é a deformação cisalhante, $m_{\sigma 1}$ é o fator de magnitude da tensão para fibra na direção 2, devido à diferença entre o módulo transversal da fibra e o módulo da matriz, E_{f1} é o módulo de Young da fibra, S_{12} é a força cisalhante em uma lâmina transversal e paralela à direção da fibra, Y_C e Y_T são as resistências de compressão e tração em uma lâmina transversais à direção da fibra e p_{12}^+ , p_{12}^- e p_{22}^- são parâmetros de inclinação utilizados para construção do envelope de falha do laminado.

3 SUPERFÍCIE DE RESPOSTA E ALGORITMOS GENÉTICOS

3.1 Algoritmos genéticos aplicados aos materiais compostos laminados

Por frequentemente envolverem variáveis discretas e apresentarem vários pontos de mínimos locais os métodos de otimização clássicos podem não responder adequadamente à respostas multimodais ou descontínuas. Deste modo, por superarem estas dificuldades, os AG substituem com sucesso os métodos clássicos de otimização para materiais compostos laminados. Segundo Holland (1992), os algoritmos genéticos usam técnicas derivadas da biologia e baseiam-se na aplicação do princípio evolutivo de Darwin. Este princípio afirma que características individuais, ou seja, aptidões, que foram úteis à sobrevivência dos indivíduos de uma população, tendem à passar para gerações futuras, pois os indivíduos que as possuem tem maior chance de sobreviver e assim reproduzir.

No processo de seleção de um AG, os indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de serem escolhidos como pais para a próxima geração, imitando o que acontece na biologia. Para tal, faz-se necessário definir a aptidão do indivíduo. Em problemas de otimização sem restrições, a aptidão pode ser definida como a função objetivo. Se o problema for de maximização, obviamente o indivíduo mais apto é o que resulta no maior valor para a função objetivo. O contrário acontece para um problema de minimização. No caso de problemas com restrição, a aptidão deve considerar também a violação destas restrições, normalmente levada em conta através de uma penalização.

Os indivíduos selecionados são os chamados pais, utilizados para gerar os filhos da geração futura, ou seja, próxima iteração. Esta operação, que ocorre de forma randômica utilizando-se o método do torneio, denomina-se cruzamento, no qual as informações de dois pais são combinadas entre si, formando assim dois novos indivíduos, os filhos. Outra operação é a mutação, que dissemina a diversidade dos indivíduos, prevenindo perdas prematuras de informação (Haftka, Gürdal e Hajela, 1998). Após a mutação, uma nova população é formada e avaliada. Neste momento pode-se optar pelo denominado esquema

elitista, o qual determina que se algum filho gerado for menos apto do que um dos pais, o mesmo deve ser descartado e o pai deve ser mantido. Tendo a nova população aplica-se um critério de parada, que pode ser quando não há melhora no melhor indivíduo durante um número pré-determinado de gerações, quando a população é uniforme (perda da diversidade) ou na prática comum, quando um dado tempo for alcançado (número de gerações ou número de avaliações da função objetivo). A Figura 2 mostra esquematicamente o fluxograma de um algoritmo genético. Como comenta Haftka, Gürdal e Hajela (1998), as operações de um AG podem parecer como uma procura completamente randômica. Porém, os AG têm sido experimentalmente provados ser um método robusto para solucionar problemas de otimização.

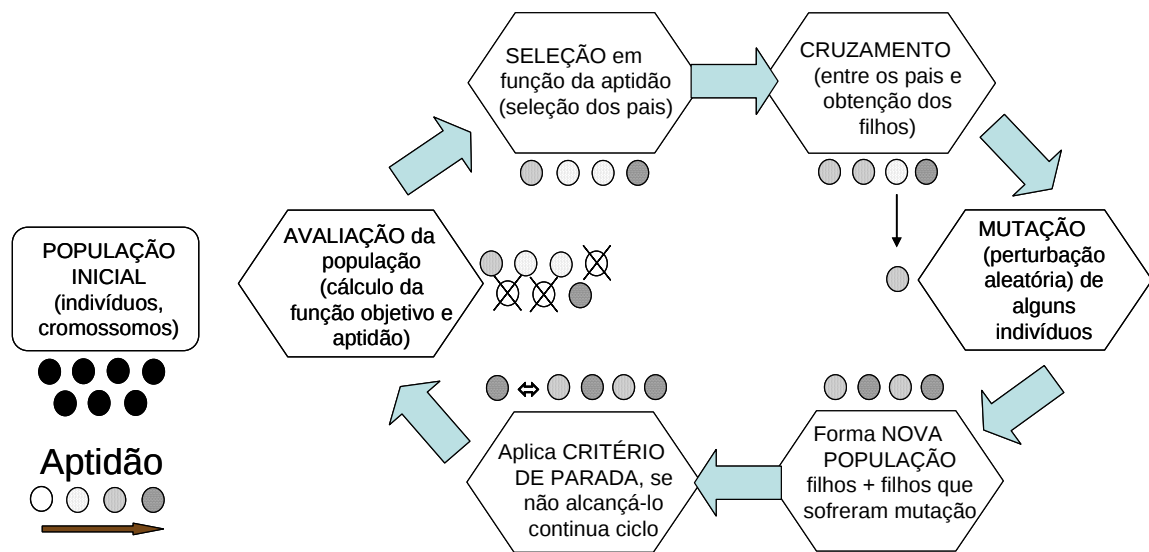


Figura 2 - Fluxograma de um algoritmo genético

As vantagens de um AG, segundo Soremekum (1997) e Haftka, Gürdal e Hajela (1998), são:

- Facilidade na formulação e implementação;
- Não utilizam direção de busca baseada no gradiente, e portanto não apresentam problemas com funções descontínuas ou cujo gradiente é de difícil avaliação;
- Podem ser utilizados tanto para problemas com variáveis contínuas, como discretas ou mistas;
- São de fácil paralelização (por exemplo, a avaliação da aptidão dos indivíduos pode ser feita em vários processadores em paralelo);
- Aplicados aos materiais compostos laminados, cujos problemas de otimização normalmente apresentam comportamentos multimodais, este método mostra-se bastante eficaz na busca do ótimo global.

Entretanto, um AG possui as seguintes desvantagens (Soremekum, 1997 e Haftka, Gürdal e Hajela, 1998):

- Alto custo computacional, pois necessita avaliar a função objetivo inúmeras vezes para obter a otimização;

- Requer ajuste dos parâmetros, muitas vezes por tentativa e erro;
- Não se pode ter total certeza de que a solução encontrada é realmente a ótima, pois trata-se de um problema sem prova matemática de solução.

3.2 Método da superfície de resposta (SR)

O método da SR consiste em análise e planejamento de experimentos empregados na modelagem matemática de respostas. Neste sentido, o método procura identificar a relação entre as variáveis independentes de um sistema, que são seus fatores controláveis, e as variáveis dependentes do sistema, que são suas respostas (Breyfogle, 2003). Além da definição da relação entre as variáveis independentes e dependentes, pode-se objetivar também a otimização da solução pela aproximação do comportamento da SR com a resposta real. Para a construção da SR, obtém-se uma curva ou superfície através de pontos que resultam da resposta e da utilização de uma função de regressão, ou também chamada de função base. A função base geralmente é um polinômio de primeira ou segunda ordem ou então composto por termos de funções trigonométricas. Os coeficientes da função base podem ser estimados com uma regressão matemática, utilizando o método dos mínimos quadrados. O modelo empírico resultante é chamado de SR. Em muitas aplicações do método da SR, a forma do relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecida. Assim, faz-se necessário aplicar o método da SR de forma sequencial, ou seja, realizar uma primeira aproximação para esta relação, utilizando uma regressão de baixo grau polinomial e incrementando-a na sequência se necessário. Segundo Cornell (1990), para estas aplicações, faz-se necessário também estabelecer planos para coleta de dados, que são chamados delineamentos para a SR. Para tal, escolhe-se uma faixa na qual as variáveis independentes podem variar, de modo que a SR não seja construída fora da área experimental de interesse.

No caso do presente estudo, o objetivo em se empregar o método da SR é a aproximação da resposta na busca da sua otimização por um AG, tornando-o menos oneroso. A relação entre as variáveis independentes e dependentes está disponível pelas formulações da mecânica clássica dos laminados, assim a aplicação sequencial da SR não se faz necessária. Sabe-se que a formulação dos problemas de compostos laminados apresentam funções trigonométricas de seno e cosseno, por isso, uma regressão com função base composta por funções trigonométricas é uma escolha natural para construção da SR.

Lee e Lin (2003) descrevem um teste para um laminado composto com o objetivo de verificar o método de superfície de resposta. Neste teste são utilizados cinco tipos diferentes de função base, no intuito de comparar a resposta com funções trigonométricas e modelos polinomiais. Estes tipos são:

Tipo 1:

$$y = C_0 + \sum_{i=1}^{nv} \left(C_i x_i + \sum_{j=1}^{nv} D_{ij} x_i x_j \right). \quad (10)$$

Tipo 2:

$$y = C_0 + \sum_{i=1}^{nv} \left(C_i \sin x_i + D_i \cos x_i + E_i \sin 2x_i + F_i \cos 2x_i \right). \quad (11)$$

Tipo 3:

$$y = C_0 + \sum_{i=1}^{nv} (C_i \sin x_i + D_i \cos x_i + E_i \sin 2x_i + F_i \cos 2x_i) + \sum_{j=1}^{nv} (G_{ij} \sin x_i \sin x_j + H_{ij} \cos x_i \cos x_j). \quad (12)$$

Tipo 4:

$$y = C_0 + \sum_{i=1}^{nv} (C_i \sin x_i + D_i \cos x_i + E_i \sin 2x_i + F_i \cos 2x_i) + \sum_{i=1}^{nv} \sum_{j=1}^{nv} (G_{ij} \sin x_i \sin x_j + H_{ij} \cos x_i \cos x_j + I_{ij} \sin 2x_i \sin 2x_j + J_{ij} \cos 2x_i \cos 2x_j). \quad (13)$$

Nesses casos, y é a resposta da estrutura, x as variáveis independentes, nv o número de variáveis e C, D, E, F, G, H, I e J os coeficientes desconhecidos da regressão.

Devido à direcionalidade e periodicidade das orientações das fibras dos compostos laminados, as funções base trigonométricas apresentaram melhor resposta do que os modelos polinomiais. A SR do tipo 4 mostrou um comportamento que melhor se adaptou aos critérios estudados. Isto deve-se ao fato dela apresentar termos de acoplamento entre as funções seno e cosseno, similares às equações da Teoria Clássica dos Laminados. Por isso, assim como em Lee e Lin (2003) e como demonstrado também em Fernandes (2009) através de experimentos numéricos, este é o tipo de SR escolhido para a implementação no presente trabalho.

3.3 Algoritmos genéticos conjugado com superfície de resposta

Como já mencionado e descrito em Akira e Ishikawa (2003), os algoritmos genéticos apresentam um alto custo computacional para a otimização de empilhamento de lâminas de uma estrutura de composto laminado. Isto ocorre devido à necessidade de se calcular a função objetivo, que normalmente envolve um cálculo estrutural por elementos finitos, a cada iteração do algoritmo para cada indivíduo da população. Como sugerido na referência supracitada e também descrito por Lee e Lin (2003), este custo pode ser reduzido utilizando o método da SR, de maneira a reduzir o número de vezes que a função objetivo é avaliada.

O AG que foi utilizado como base para posteriormente ser modificado para a conjugação com o método da SR pode ser encontrado detalhadamente em Lopez, Luersen e Cursi (2009), este AG tem por objetivo a otimização de uma laminado híbrido composto. As variáveis de projeto são as orientações das lâminas, os materiais (2 especificações possíveis) e o número de lâminas a serem empilhadas. O objetivo da otimização pode ser a minimização do custo, a minimização do peso ou a maximização da carga de flambagem. Como restrição pode-se escolher por aplicar os critérios de falha da máxima tensão, de Tsai-Wu ou de Puck. Elas são levadas em conta através de uma técnica de penalização dinâmica multiplicativa, conforme proposto por Puzzi e Carpentieri (2008), e que para o presente AG é explicada em Lopez, Luersen e Cursi (2009).

A estrutura é definida por um laminado composto simétrico e balanceado. Cada indivíduo é composto por 2 cromossomos, um para a sequência de empilhamento das orientações e outra para a sequência de empilhamento dos materiais. As orientações bem como os materiais

são codificados de acordo com a Tabela 1. Na Figura 3 um exemplo da codificação é apresentado.

Tabela 1 - Representação dos cromossomos

Cromossomo das orientações das lâminas (C1)			
Ausência de Lâmina	0 ₂	±45	90 ₂
0	1	2	3
Cromossomo dos materiais das lâminas (C2)			
Ausência de Lâmina	Carbono-Epoxy (CE)	Vidro-Epoxy (GE)	
0	1	2	

$$\begin{array}{lcl}
 \text{C1: } [0 \ 2 \ 3 \ 1] & \longrightarrow & [\pm 45 \ 90_2 \ 0_2]_s \\
 \text{C2: } [0 \ 1 \ 1 \ 2] & \longrightarrow & [\text{CE} \ \text{CE} \ \text{GE}]_s
 \end{array}$$

Figura 3 - Exemplo de cromossomo codificado

Em Lopez, Luersen e Cursi (2009), dois exemplos de aplicação do referido AG são mostrados. O primeiro visa a minimização do custo de um laminado com restrições ao peso e à resitência à flambagem. No segundo a minimização do custo também é buscada, porém as restrições são quanto ao peso e ao atendimento mínimo dos critérios de falha de máxima tensão, Tsai-Wu e Puck.

Segundo demonstrado em Lopez, Luersen e Cursi (2009), o AG desenvolvido foi validado comparando-se os resultados com aqueles obtidos em literaturas de referência.

Este AG é na sequência utilizado para a implementação conjugada com SR, porém com as seguintes adaptações:

- a variável “material” foi restringida a apenas um valor, ou seja, a resposta para o laminado a ser analisado não será um laminado híbrido;
- a operação de adição e retirada de lâminas foi eliminada, portanto a quantidade total de lâminas é constante;
- a frequência fundamental e a resistência à carga de flambagem (a serem maximizadas) foram inseridas como alternativas para funções objetivo.

A função base do tipo 4 foi escolhida para a construção da SR por apresentar termos de acoplamento entre funções seno e cosseno, semelhantes aos da Teoria Clássica dos Laminados compostos, bem como seguindo a indicação de Lee e Lin (2003)

Resumidamente um AG padrão segue os seguintes passos:

1. Cria-se a população inicial;
2. Avalia-se a população. Para tal, calcula-se a aptidão de cada indivíduo, utilizando a função objetivo e as restrições do problema. Neste passo a função objetivo é avaliada tantas vezes quanto forem o número de indivíduos da população;

3. Aplica-se um critério de parada. Um critério de parada usualmente utilizado é o número total de gerações;

4. Caso o critério de parada seja atendido, apresenta-se os resultados, caso não, aplica-se os operadores genéticos de seleção, cruzamento e mutação. Um critério de parada usualmente utilizado é o número total de gerações;

5. Gera-se nova população e volta a avaliá-la (passo 2), reiniciando o ciclo. Desta forma, o passo 2 ocorrerá tantas vezes quanto forem o número de gerações.

Na técnica combinada proposta, SR + AG, os passos acontecem na seguinte ordem:

1. Cria-se a SR, utilizando a função objetivo e as restrições do problema. Neste passo a função objetivo é avaliada tantas vezes quantos forem o número de experimentos definidos para gerar a SR;

2. Cria-se a população inicial;

3. Avalia-se a população. Para tal, para cada indivíduo, busca-se a sua resposta na SR já construída, ou seja, faz-se uma leitura da SR nos pontos relativos aos indivíduos da presente população;

4. Aplica-se um critério de parada;

5. Caso o critério de parada seja atendido, apresenta-se os resultados, caso não, aplica-se os operadores genéticos de seleção, cruzamento e mutação;

6. Gera-se nova população e volta a avaliá-la (passo 3), reiniciando o ciclo. Desta forma, o passo 3 ocorrerá tantas vezes quanto forem o número de gerações. Porém, o passo de avaliação aqui não é oneroso, como no AG padrão, pois apenas a leitura da SR é feita e não um cálculo de função objetivo e restrições do problema.

A Figura 4 mostra um fluxograma simplificado de um AG padrão e a Figura 5 um fluxograma simplificado da técnica combinada proposta.

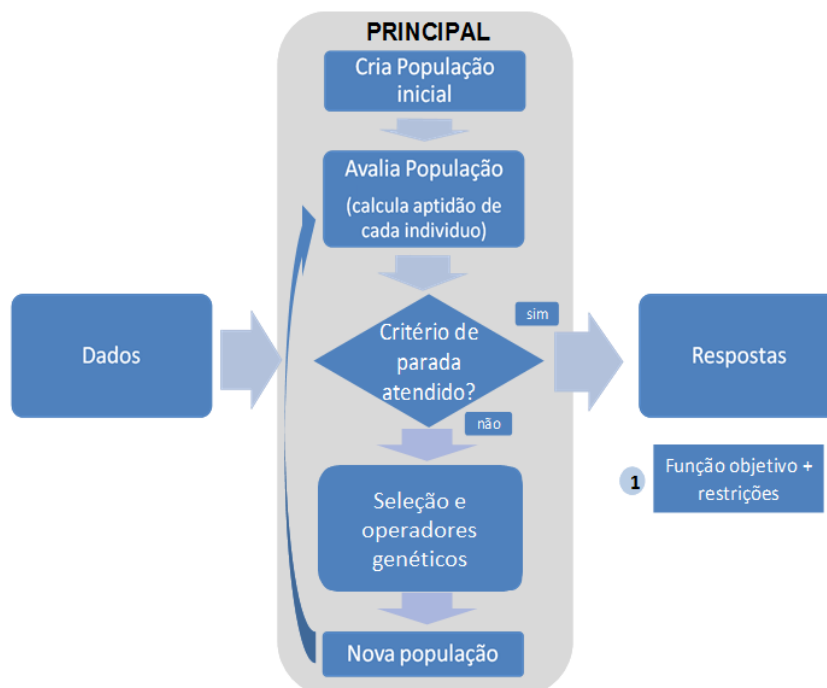


Figura 4 - Fluxograma simplificado de um AG padrão

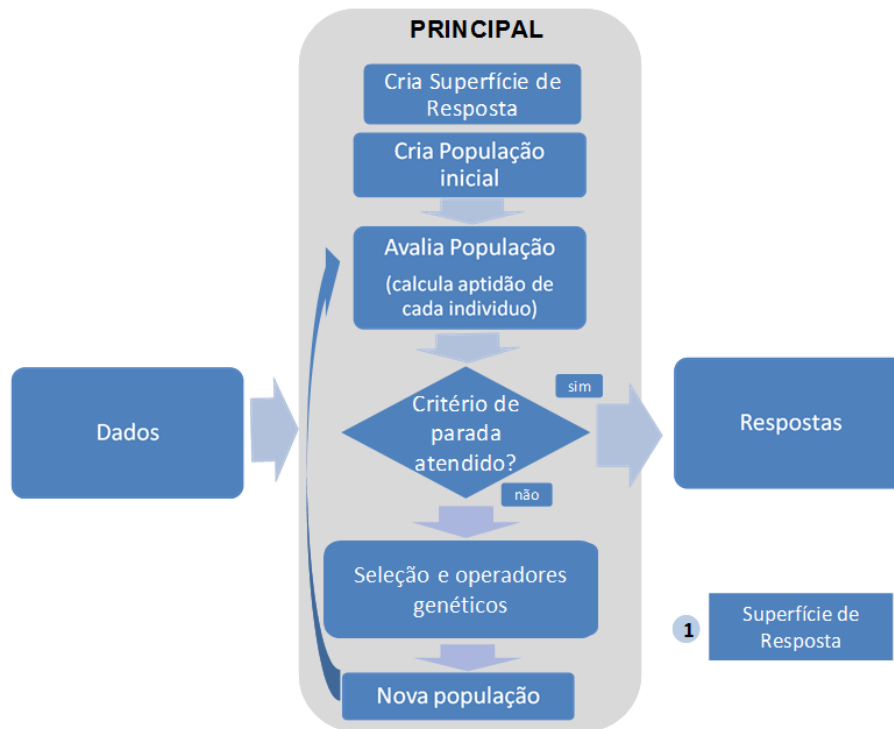


Figura 5 - Fluxograma simplificado da técnica combinada, SR + AG, proposta

O AG original foi codificado na plataforma Matlab e é estruturado por um arquivo de entrada de dados e um arquivo principal. Cada operação do arquivo principal é realizada num arquivo em separado, ou seja, são funções que sequencialmente são chamadas no arquivo principal. O arquivo principal resgata todos os dados do arquivo de entrada de dados e alimenta cada função com os mesmos, bem como recebe as respostas destas funções.

Para a implementação da SR em combinação com o AG, as principais modificações da estrutura do AG original foram:

- adição no arquivo principal de uma função que calcula a SR no início da rotina;
- substituição da função que avalia a população segundo a função objetivo, por uma função que avalia a população, segundo a SR calculada.

A implementação na plataforma Matlab restringi-se à aplicações para placas planas quadradas ou retangulares. Deste modo, para aumentar a abrangência da aplicação da técnica proposta SR + AG, foi desenvolvida uma interface com um software de elementos finitos, o ABAQUS. Esta interface acontece da seguinte forma:

1. Cria-se a SR, utilizando o ABAQUS, para obtenção das respostas estruturais. Neste passo, o ABAQUS resolverá o problema tantas vezes quantos forem o número de experimentos definidos para gerar a SR;
2. Este passo, bem como os passos 3, 4 e 5, são os mesmos da rotina SR + AG.

Em termos de implementação desta interface, para o caso em questão, ocorre o seguinte:

1. Modela-se no ABAQUS a geometria que se deseja analisar, bem como ajusta-se para o modelo os carregamentos desejados, as condições de contorno, número de lâminas do

laminado e espessura da lâmina. Procedendo na sequência com os ajustes de parâmetros para a análise em elementos finitos como tipo de elemento e malha;

2. No AG, introduz-se no arquivo que gera a SR um comando que, a cada experimento gerado, um arquivo de extensão .txt é alimentado com as informações daquele experimento (orientações de cada lâmina e propriedades do material);

3. Por meio de uma rotina interna, o ABAQUS lê as informações do arquivo de extensão .txt criado no passo 2;

4. Com todos os dados lidos, procede-se então o cálculo por elementos finitos no ABAQUS;

5. Obtendo o valor da resposta para o empilhamento do experimento que está sendo analisado, uma rotina interna do software envia esta resposta para um outro arquivo de extensão .txt;

6. O arquivo criado no passo 5, por sua vez, alimenta a função que gera a SR;

7. Gera-se novo experimento e retorna ao passo 2, até que todos os experimentos gerados tenham sido calculados e a SR esteja assim construída;

8. Procede-se os passos 2 à 5 da rotina SR + AG.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados apresentados se dividem em duas seções, a primeira se refere as aplicações da implementação da técnica combinada, SR + AG, para problemas de otimização de placas retangulares e quadradas e a segunda seção se refere também à aplicação de SR em combinação com AG, porém utilizando-se de um software de elementos finitos, o ABAQUS, para os cálculos estruturais. Isto propicia analisar geometrias mais complexas do que placas quadradas ou retangulares. Nos exemplos numéricos, o critério de Puck foi escolhido para prever a falha do laminado. Porém, a rotina implementada permite analisar as estruturas também pelos critérios de falha da máxima tensão, da máxima deformação, de Tsai-Wu e de Hoffman. Para a otimização é possível optar por maximizar a frequência fundamental de um laminado composto, maximizar a resistência à carga de flambagem ou a resistência mecânica segundo um dos critérios de falha apontados.

4.1 Resultado numérico de aplicação do SR + AG para placa plana

No exemplo estudado nesta subseção, busca-se a otimização de um laminado composto por 24 lâminas. O laminado é balanceado e simétrico, por isto os cálculos são realizados com apenas $\frac{1}{4}$ do número das lâminas. Portanto, necessita-se encontrar a orientação e a sequência de empilhamento de 6 lâminas, pois cada uma destas 6 lâminas terá seu par negativo e este par o seu espelhamento, totalizando as 24 lâminas.

A estrutura é uma placa quadrada, simplesmente apoiada. Os carregamentos e dimensões seguem a representação da Figura 6, com valores de $N_x = 1,0 \times 10^6 \text{ N/m}$, $N_y = 5,0 \times 10^4 \text{ N/m}$ e $w_p = l_p = 1000 \text{ mm}$. A espessura das lâminas é $e_k = 0,0625 \text{ mm}$. O material utilizado para as lâminas é o carbono-epoxy com as seguintes propriedades: módulos de elasticidade $E_1 = 138 \text{ GPa}$, $E_2 = 9 \text{ GPa}$, $G_{12} = 7,1 \text{ GPa}$; coeficiente de Poisson $\nu_{12} = 0,3$ e densidade $\rho = 1605 \text{ kg/m}^3$.

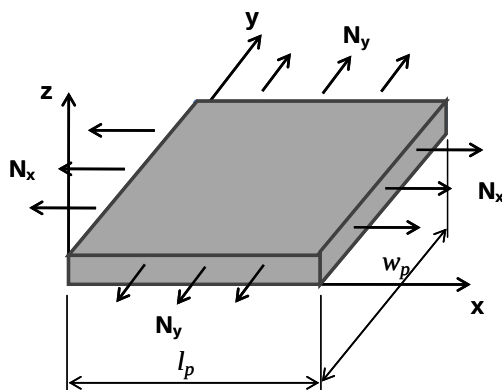


Figura 6 - Estrutura analisada nos exemplos desta seção

Para a construção da SR são utilizados 650 experimentos e a função base é do tipo 4. As variáveis são as direções das lâminas, ou seja, 6 variáveis discretas que podem assumir os valores de 0° , $\pm 45^\circ$ e 90° .

O AG conjugado com SR apresenta os seguintes parâmetros: são calculadas 200 iterações, a população é de 10 indivíduos, número de pares para crossover é igual a 3, a probabilidade de ocorrer mutação em um gene da população é de 5% e o número de cromossomos a sofrerem permutação é igual a 3.

Para fins de comparação e validação dos exemplos o mesmo também é calculado com o AG original (sem utilizar a SR), retirado da literatura de referência. Os resultados alcançados pela rotina SR + AG, bem como os alcançados pelo AG original, podem ser vistos nas tabelas que sucedem cada exemplo.

A tomada do tempo de cálculo não foi realizada nesta seção, visto que a geometria placa plana quadrada possui solução analítica, codificada em Matlab. Assim, o cálculo da resposta estrutural é bastante rápido e não apresenta diferença significativa de tempo entre a otimização com e sem a SR. Uma análise paralela que pode ser feita é o número de avaliações que a função objetivo sofre. Neste caso, a técnica combinada SR + AG, avaliará a função objetivo 650 vezes (número de experimentos), já o AG original avaliará a função objetivo 2000 vezes, ou seja, 200 (número de iterações) multiplicado por 10 (número de indivíduos da população). Pode-se afirmar que neste caso, a redução da avaliação da função objetivo é de até 3 vezes menos se a técnica combinada SR + AG for utilizada em substituição ao AG original sozinho. Para esta análise, está sendo considerado, que os cálculos mais onerosos são da avaliação da função objetivo, e os outros podem ser negligenciados.

Para a construção da SR, os experimentos são gerados de forma aleatória, por isto, a resposta pode variar de teste para teste, porém deve tender ao mesmo valor, ou seja, convergir. Assim, os resultados de 3 testes são apresentados para a técnica combinada SR + AG. Como o AG original converge para respostas muito próximas, somente o resultado de 1 teste é apresentado. O erro relativo dos testes pode ser visto nas tabelas dos resultados. Este erro representa a diferença percentual dos resultados comparado com o resultado conseguido com o AG original.

Neste caso a maximização da frequência fundamental, com restrição ao critério de falha de Puck é o objetivo.

Escrevendo o problema de otimização no modo padrão, tem-se:

Variáveis de projeto: Sequência de empilhamento, $[\theta^1 \theta^2 \theta^3 \theta^4 \theta^5 \theta^6]_s$

Onde $\theta^i \in \{0_2, \pm 45, 90_2\}$, codificado $\{1\ 2\ 3\}$;

Função objetivo: Frequência fundamental, f_n (a ser maximizada)

Restrição: Não ocorrer falha segundo o critério de Puck.

Os resultados obtido neste exemplo são apresentados na Tabela 2

Tabela 2 – Resultados para maximização da frequência fundamental, com restrição ao critério de falha de Puck

Máximizção da Frequência Fundamental com Restrição ao Critério de Falha de Puck				
SR + AG				
$[\theta^i]$	Fator de Puck	Frequência Fundamental f_n (Hz)	Erro relativo % (Fator de Puck)	Erro relativo % (Freq. Fundamental)
222111 = $[\pm 45_3\ 0_6]_s$	0,977	56,595	7,4	0,01
222111 = $[\pm 45_3\ 0_6]_s$	0,978	56,588	7,5	0,02
221211 = $[\pm 45_2\ 0_2\ \pm 45\ 0_4]_s$	0,903	56,577	0,7	0,04
AG Original				
$[\theta^i]$	Fator de Puck		Frequência Fundamental f_n (Hz)	
222111 = $[\pm 45_3\ 0_6]_s$	0,909		56,596	

O erro relativo encontrado, foi de até 0,04%, referente à diferença do valor da frequência fundamental encontrada e de até 7,5%, referente à diferença do valor do fator de Puck. O resultado da sequência de empilhamento foi igual à resposta do AG original para 2 dos testes e muito similar para 1 dos testes.

4.2 Resultado numérico de aplicação do SR + AG utilizando interface do software de elementos finitos, ABAQUS

Este exemplo tem como principal objetivo exercitar a interface com um software de elementos finitos, o que torna possível resolver problemas de sequência de empilhamento ótima para materiais compostos laminados com geometrias mais complexas que placas planas quadradas ou retangulares.

Como enfatizado no decorrer deste trabalho, a implementação de uma SR em combinação com um AG reduz a onerosidade computacional de uma análise. Por isso a comparação do tempo para a resolução com e sem implementação da SR também é um dos objetivos deste exemplo. Para efeito de registro, o computador utilizado, possui as seguintes características: Processador AMD Athlon(tm) 64 de 2GHz e 3GB de memória RAM.

Neste caso, a maximização da frequência fundamental de um laminado é o objetivo.

Na forma padrão de apresentação de problemas de otimização, tem-se:

Variáveis de projeto: Sequência de empilhamento, $[\theta^1\ \theta^2\ \theta^3\ \theta^4\ \theta^5\ \theta^6]_s$

Onde $\theta^i \in \{0_2, \pm 45, 90_2\}$, codificado $\{1\ 2\ 3\}$;

Função objetivo: Frequência fundamental, f_n (a ser maximizada)

Restrição: Sem restrição.

Com exceção do carregamento, que não influencia nos resultados, pois não há restrição quanto a critérios de falha e da geometria todas, as demais especificações, como espessura e material, são as mesmas do exemplo anterior.

Para a análise pelo método dos elementos finitos (MEF), elementos quadráticos, tipo casca com 8 nós e 6 graus de liberdade por nó, foram adotados. A malha criada automaticamente pelo software ABAQUS foi constituída por 142 elementos. A condição de contorno é de engaste em todos os contornos da geometria.

A Figura 7 mostra a geometria modelada no software ABAQUS e a Figura 8 a malha de elementos finitos. Os testes foram realizados fazendo um decréscimo gradual do número de experimentos para construção da SR, bem como o número de iterações do AG, com o intuito de controlar até onde se tem uma resposta satisfatória. Os resultados obtidos estão representados na Tabela 3. Na Figura 9, pode-se visualizar o modo de vibrar da frequência fundamental.

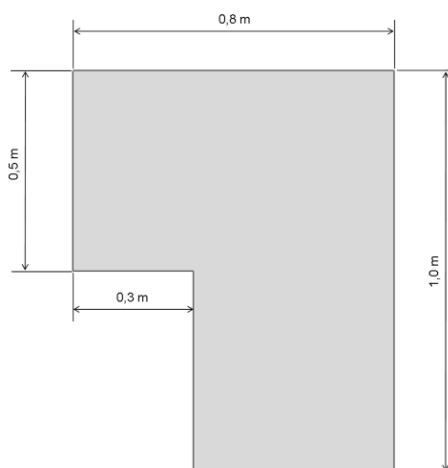


Figura 7 - Geometria da placa analisada neste exemplo

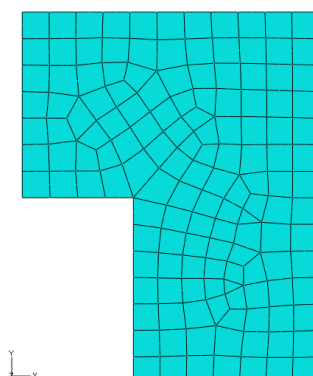


Figura 8 - Malha em elementos finitos construída no ABAQUS

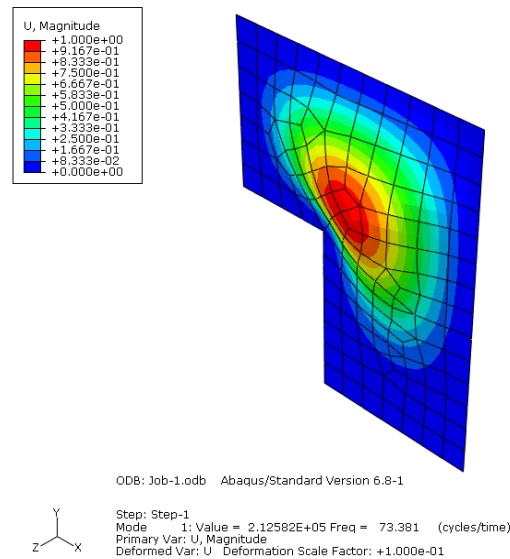


Figura 9 – Modo de vibrar da frequência fundamental

Neste exemplo, para o cálculo do erro relativo, a referência foi o maior valor da frequência fundamental alcançado com o AG original, 73,381 Hz. O erro relativo, foi de no máximo de 7,8%, porém ao considerar 50 experimentos ou mais, o erro relativo não ultrapassou 1,2%, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 - Resultados p maximização da frequência fundamental de um laminado, sem se preocupar com restrições a critérios de falha

Máximização da Frequência Fundamental				
SR + AG + MEF				
$[\theta^i]$	Número de exp. K	Freq. Fund. f_n (Hz)	Erro relativo % (Freq. Fund.)	Tempo (s)
311113 = $[90_2 0_8 90_2]_s$	600	73,151	0,3	16208
311112 = $[90_2 0_8 \pm 45]_s$	600	73,159	0,3	15798
311111 = $[90_2 0_{10}]_s$	300	73,113	0,4	8038
311121 = $[90_2 0_6 \pm 45 0_2]_s$	300	73,269	0,1	8344
133122 = $[0_2 90_4 0_2 \pm 45_2]_s$	200	73,318	0,1	5431
311132 = $[90_2 0_6 90_2 \pm 45]_s$	200	73,332	0,1	5336
311113 = $[90_2 0_8 90_2]_s$	100	73,151	0,3	2744
311112 = $[90_2 0_8 \pm 45]_s$	100	73,159	0,3	3077
131322 = $[0_2 90_2 0_2 90_2 \pm 45_2]_s$	50	72,504	1,2	1429
311113 = $[90_2 0_8 90_2]_s$	50	73,151	0,3	1413
222232 = $[\pm 45_4 90_2 \pm 45]_s$	10	67,599	7,8	395
222223 = $[\pm 45_5 90_2]_s$	10	67,683	7,7	397
AG Original + MEF				
$[\theta^i]$	Número de iterações	Freq. Fund. f_n (Hz)	Tempo (s)	
133122 = $[0_2 90_4 0_2 \pm 45_2]_s$	200	73,381	51715	

$133122 = [0_2 90_4 0_2 \pm 45_2]_s$	50	73,381	14308
$311132 = [90_2 0_6 90_2 \pm 45]_s$	30	73,332	8094
$133122 = [0_2 90_4 0_2 \pm 45_2]_s$	20	73,381	5358
$133113 = [0_2 90_4 0_4 90_2]_s$	10	73,052	2913

Ao se comparar o tempo de processamento, nota-se a considerável redução para o cálculo da otimização com o uso do método da SR. Analisando o extremo superior, ou seja, SR com 600 experimentos e AG original com 200 iterações, a redução é de aproximadamente 3 vezes, para uma diferença no valor da frequência fundamental de 0,3%. Já para o extremo inferior, mesmo desconsiderando os resultados alcançados com a SR construída com 10 experimentos, visto que neste caso o erro foi bem maior comparado aos demais, e considerando com 50 experimentos, tendo o AG original com 10 iterações, a redução ainda assim é expressiva, aproximadamente 2 vezes.

CONCLUSÕES

Analisando os resultados numéricos pode-se primeiramente confirmar os algoritmos genéticos como um efetivo método de otimização para estruturas de materiais compostos laminados, segundo já descrito pelas referências aqui citadas. A seguinte conclusão vem por conta da sua conjugação como o método da superfície de resposta, que é o principal argumento deste trabalho, tornando-o não só efetivo como eficaz, já que nos exemplos numéricos apresentados tem-se uma redução de até três vezes da sua onerosidade computacional.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materials da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFP), câmpus Curitiba, ao CNPq e à Volvo do Brasil.

REFERÊNCIAS

- Akira, T., Ishikawa, T., 2003. Design of experiments for stacking sequence optimizations with genetic algorithm using response surface approximation. *Composite Structures*, vol. 64, pp. 349-357.
- Breyfogle III, F. W., 2003. *Implementing Six Sigma*. New Jersey: John Wiley & Sons, second ed, Inc.
- Cornell, J. A., 1990. *How to apply response surface methodology*. Milwaukee: The ASQC basic references in Quality Control, v. 8, second ed.
- Fernandes, J.T., 2009. *Otimização estrutural de materiais compostos laminados usando superfície de resposta e algoritmos genéticos*. Curitiba. Dissertação de mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
- Haftka, R. T., Gürdal, Z., Hajela, P., 1999. *Design and Optimization of Laminated Composite Materials*. New York: John Wiley & Sons, Inc., first ed.
- Holland, J. H., 1992. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, 2nd edition, MIT Press.
- Jones, R. M., 1999. *Mechanics of Composite Materials*. Philadelphia: Taylor & Francis, Inc., second ed.
- Knops, M., 2008. *Analysis of Failure in Fiber Polymer Laminates, Theory of Alfred Puck*. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Lee, Y., Lin, C., 2003. Regression of the response surface of laminated composite structures. *Composite Structures*, vol. 62, pp. 91-105.
- Lopez, R. H., Luersen, M. A., Cursi, J. E. S., 2009. Optimization of Hybrid Laminated Composites using a Genetic Algorithm. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 31, pp. 269-278.
- Naik, G. N.; Gopalakrishnan, S.; Ganguli, R., 2008. Design optimization of composites using genetic algorithms and failure mechanism based failure criterion. *Composite Structures*, vol. 94, pp.354-367.
- Puzzi, S., Carpinteri, A., 2008. A double-multiplicative dynamic penalty approach for constrained evolutionary. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 35, pp. 431-445.
- Sonnen M.; Lavalseifert, A., 2003. *New ways in analytical calculation of laminates and composite structures*. SAMPE Technical Conference.
- Soremekum, G. A. E., 1997. *Genetic Algorithms for Composite Laminate Design and Optimization*. Blacksburg, Estados Unidos. Dissertação de mestrado, Polytechnic Institute and State University.