



Modelagem computacional do efeito de escala em uma viga de concreto.

Alexandre Dolabella Resende

Roque Luiz da Silva Pitangueira

alexdolabella@gmail.com

roque@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha - Belo Horizonte, MG 31270-901

Abstract. *Compreender o comportamento de estruturas onde há a presença de fissuração é um passo importante no desenvolvimento de projetos estruturais, especialmente ao se considerar que a maioria das falhas estruturais envolve algum mecanismo de propagação de trinca. Nesse contexto, a modelagem por elementos finitos tem se mostrado uma ferramenta de análise cujo potencial de resolução desse tipo de problema depende diretamente da qualidade dos dados relativos ao comportamento dos materiais utilizados. Esse trabalho apresenta resultados de simulações numéricas, baseadas no Método dos Elementos Finitos, de um ensaio de flexão em 3 pontos de uma viga de concreto. Particularmente, o efeito de escala no comportamento estrutural da viga é ressaltado. A plataforma INSANE (Interactive Structural Analysis Environment) foi utilizada para realização das simulações computacionais. Esta plataforma oferece todos os recursos necessários para as simulações: modelos constitutivos, bem como métodos incrementais iterativos para controle da análise não linear. As simulações apresentadas neste trabalho utilizam modelos constitutivos de fissuração distribuída e de dano isotrópico. Quanto aos métodos de controle da análise não linear, dentre os vários métodos existentes no INSANE, foi escolhido o método de controle de deslocamentos para representação do comportamento da estrutura estudada. As comparações são apresentadas por meio de curvas carga versus deslocamento, obtidas computacionalmente. As comparações permitem avaliar a adequação dos modelos constitutivos utilizados para representar o efeito de escala, bem como entender a influência deste efeito na capacidade resistente e na ductilidade de estruturas de concreto.*

Keywords: *Método dos Elementos Finitos, Modelos de Fissuração, Análise não-linear, Dano isotrópico, Efeito de Escala*

1 Introdução

A iniciação e propagação de fissuras em um material é um dos principais mecanismos de falha de componentes estruturais. Tal processo influencia diversos fenômenos, podendo ser destacado o Efeito de Escala, que leva estruturas compostas por materiais heterogêneos, como o concreto, a apresentar tendência à fragilização à medida que seu tamanho cresce em relação às não-homogeneidades do material. Como consequência, corre-se o risco de que a estrutura entre em colapso sob cargas situadas abaixo do limite de resistência nominal do material.

O Efeito de Escala pode ser entendido como um fenômeno de perda de ductilidade de uma estrutura em função de seu tamanho relativo às dimensões de suas não-homogeneidades. Bazant e Oh (1983) destacaram que quando a estrutura é pequena em relação ao tamanho das não-homogeneidades do material, a zona de micro-fissuração formada ocupa quase todo o volume da estrutura, de forma que não ocorre fluxo de energia entre as regiões intactas e danificadas e a falha da estrutura ocorrerá quando as tensões atingirem o limite de resistência do material. Entretanto, quando a estrutura é grande em relação a esses defeitos, ocorre concentração de tensões na região de localização dos defeitos e a energia de deformação é transformada em energia de superfície para a formação da superfície de fratura.

Para a representação da propagação de defeitos e do Efeito de Escala em um material heterogêneo, é essencial a utilização de modelos constitutivos cuja formulação seja capaz de retratar esses fenômenos, como os modelos de Dano Isotrópico e de Fissuração Distribuída. O objetivo desse trabalho é analisar o efeito de tamanho na resistência e ductilidade de vigas de concreto, através do Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando modelos de Dano Isotrópico e Fissuração Distribuída.

2 Modelo Constitutivo de Dano Isotrópico

Um modelo constitutivo de dano mede o processo de fissuração e de crescimento de defeitos em uma estrutura através de variáveis internas que atuam na rigidez do material (Scotta et al., 2001). O conceito de dano pode ser entendido como o processo de surgimento e/ou evolução de defeitos na microestrutura do material até que a falha ocorra, e seu avanço está geralmente associado à aplicação de solicitações externas ao material avaliado. Os primeiros modelos de dano se baseavam na estimativa dos efeitos da redução de área do material causada pela presença de microfissuras. Posteriormente, foram desenvolvidos modelos para determinar a degradação das propriedades elásticas do material em função de variáveis de dano, em regimes de pequenas deformações. Dessa forma, a variável de dano passou a corresponder à redução percentual da rigidez de um material no estado danificado quando comparada à sua rigidez original.

Assumindo a hipótese de isotropia e considerando evolução exponencial do dano, a lei tensão-deformação do material pode ser escrita de acordo com a Eq. 1:

$$\sigma_{ij} = (1 - \omega) D_{ijkl}^e \varepsilon_{kl} \quad \text{em que} \quad \omega(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\kappa_0}{\tilde{\varepsilon}} [1 - \alpha + \alpha e^{-\beta(\tilde{\varepsilon} - \kappa_0)}] \quad (1)$$

sendo ω a medida de dano que varia de zero (material original) a 1 (dano máximo), D_{ijkl}^e é o tensor de rigidez elástico, $\tilde{\varepsilon}$ é a medida da deformação equivalente, κ_0 é o valor mínimo da deformação equivalente para que haja início o processo de dano, α é o valor máximo de dano admissível para o material e β é a intensidade de evolução do dano.

Os trabalhos de Wolenski (2013) e Penna (2011) descrevem diversas medidas para a deformação equivalente. Wolenski (2013) mostra que a medida proposta por De Vree et al. (1995) é adequada para problemas que envolvam estados de tensão complexos, onde exista simultaneamente tração e compressão. Dessa forma, nesse trabalho será adotada tal medida, que é descrita pela Eq. 2:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1^\varepsilon + \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{(k-1)^2}{(1-2\nu)^2} (I_1^\varepsilon)^2 + \frac{6k}{(1+\nu)^2} J_2^\varepsilon} \quad (2)$$

em que $k = \frac{f_c}{f_t}$ é um parâmetro que relaciona a diferença entre a resistência do material a esforços de compressão f_c e de tração f_t e I_1^ε e J_2^ε são o primeiro e segundo invariantes do tensor de deformações.

3 Modelo Constitutivo de Fissuração Distribuída

Os Modelos de Fissuração Distribuída (MFD) baseiam-se na deterioração direcional das propriedades mecânicas do material causada pela propagação de fissuras. Tal processo é descrito através de relações tensão-deformação independentes nas direções principais de deformação do material, de forma que seu comportamento passa a ser ortotrópico à medida que o processo de fissuração avança.

O trabalho de Penna (2011) descreve diferentes propostas de leis tensão-deformação para caracterizar a degradação do material tanto em regiões tracionadas quanto em direções comprimidas. Nesse estudo, serão utilizadas a proposta de Carreira e Chu (1985) para a degradação na direção principal de compressão e a proposta de Boone e Ingraffea (1987) para a direção principal de tração. A Fig. 1 retrata o modelo de Carreira e Chu (esq.) e Boone e Ingraffea (dir.).

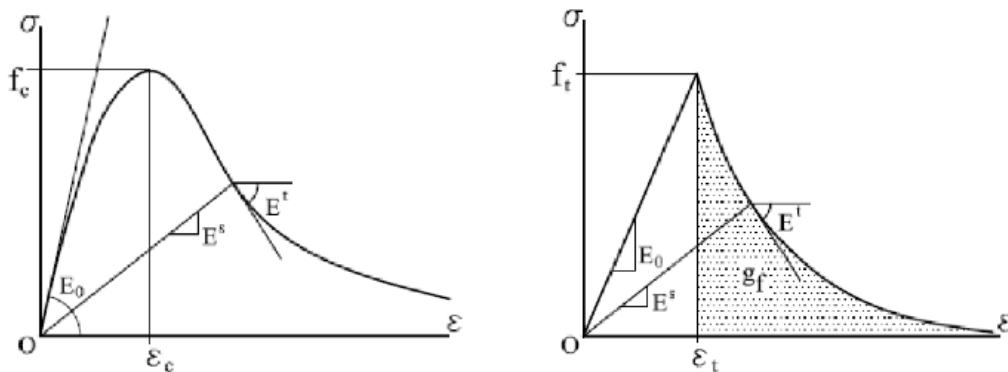


Figura 1: Proposta de Carreira e Chu (1985) e Proposta de Boone e Ingraffea (1987)

A Equação 3 descreve a relação de Carreira e Chu (1985) para compressão:

$$\sigma_c = f_c \frac{k \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)}{k - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^k}, \text{ com } k = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_c}{\varepsilon_c E_0} \right)} \quad (3)$$

em que σ_c é a tensão equivalente de compressão, f_c é a tensão equivalente relativa ao limite de resistência a compressão, ε_c é a deformação equivalente à tensão limite de compressão e E_0 é o módulo de elasticidade equivalente na região elástica.

Já a relação de Boone e Ingraffea (1987), que caracteriza as regiões do material submetidas a estados de tração, é dada pela Eq.

$$\sigma = f_t e^{-k(\epsilon - \epsilon_t)} \quad , \quad \text{com} \quad k = \frac{f_t}{g_f} \quad (4)$$

onde σ é a tensão, f_t é a tensão limite de resistência a tração, ϵ é a deformação corrente, ϵ_t é a deformação relativa ao limite elástico de tração, h é o comprimento característico e g_f é a energia de fratura específica.

4 Modelagem Numérica

A modelagem foi realizada através da plataforma INSANE (*INteractive Structural ANalysis Environment*), que consiste em um ambiente computacional onde é possível criar, resolver e analisar modelos numéricos de análise estrutural. Nessa plataforma, estão integradas as aplicações de pré-processamento, que permite descrever o problema a ser analisado através de um modelo geométrico e sua malha, modelos constitutivos e condições de contorno; processamento, na qual métodos numéricos são empregados para fornecer a solução do problema estrutural descrito na etapa de pré-processamento; e pós-processamento, que permite visualizar as variáveis de interesse da solução obtida. Os três módulos foram implementados na linguagem Java e o compartilhamento dos dados entre as aplicações se dá através de arquivos XML.

Foram analisadas três vigas de diferentes tamanhos: a viga 1 tem um vão de 200 mm, altura de 50 mm e entalhe inicial de 20 mm; a viga 2 tem o dobro dessas dimensões; e a viga 3 tem duas vezes o tamanho da viga 2, sendo, portanto, 4 vezes maior do que a viga 1. Todas as vigas têm 80 mm de espessura. Devido à simetria do problema, foi modelada somente metade da viga, com a vantagem da redução do tempo computacional. (Fig.2)

Para todas as vigas, foram utilizados elementos finitos quadriláteros de quatro nós de 10 mm x 10 mm. É importante que a quantidade de elementos gerada seja suficiente para caracterizar o problema de forma satisfatória, uma vez que a solução pelo MEF se baseia na discretização de um meio contínuo. No entanto, elementos excessivamente refinados, além de elevarem o custo computacional, podem comprometer a estabilidade da solução numérica no caso de um problema fisicamente não linear. Dessa forma, o tamanho dos elementos foi mantido constante em todas as análises. (Fig.2)

Foi utilizado um modelo de análise bidimensional em estado plano de tensões. Para a modelagem do entalhe inicial, não foi aplicada a restrição de deslocamentos horizontais nos nós correspondentes à região fissurada. As condições de contorno da análise estão representadas para a viga 1 na Fig. 2 e são análogas para as demais vigas. (Fig.2)

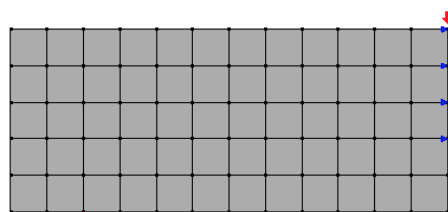


Figura 2: Malha geradas para a Viga 1.

A calibração dos parâmetros dos modelos constitutivos foi realizada através de simulações dos ensaios de tração e compressão axial. Os parâmetros dos modelos de Dano Isotrópico e de Fissuração Distribuída foram ajustados para obter relações tensão-deformação semelhantes. Os parâmetros obtidos no processo de calibração foram:

Modelo de Dano Isotrópico: Lei de evolução exponencial do dano baseada na medida de deformação equivalente de De Vree et al. (1995) com: $E_0 = 32129 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,2$; $K = 9,68$; $\alpha = 0,99$ $\beta = 800$ e $\kappa = 0,000085$.

Modelo de Fissuração Distribuída: Lei de Carreira e Chu (1985) para compressão e Boone e Ingraffea (1987) para tração com: $E_0 = 32129 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,2$; $\varepsilon_c = 0,002$; $f_c = 21,12 \text{ N/mm}^2$; $f_t = 2,18 \text{ N/mm}^2$; $G_f = 0,12 \text{ N/mm}$ e $h = 50 \text{ mm}$.

O processamento da análise foi feito através do método de controle por deslocamentos. Foram utilizados 1000 passos com número máximo de iterações igual a 100. A tolerância utilizada foi igual a 0,0001 e o parâmetro controlado foi o deslocamento horizontal da abertura da trinca, com incremento igual a -0,0005 mm. A carga de referência aplicada foi igual a -0,5 N na direção vertical.

5 Resultados e Discussão

Os resultados obtidos nas análises numéricas estão mostrados na Fig. 3:

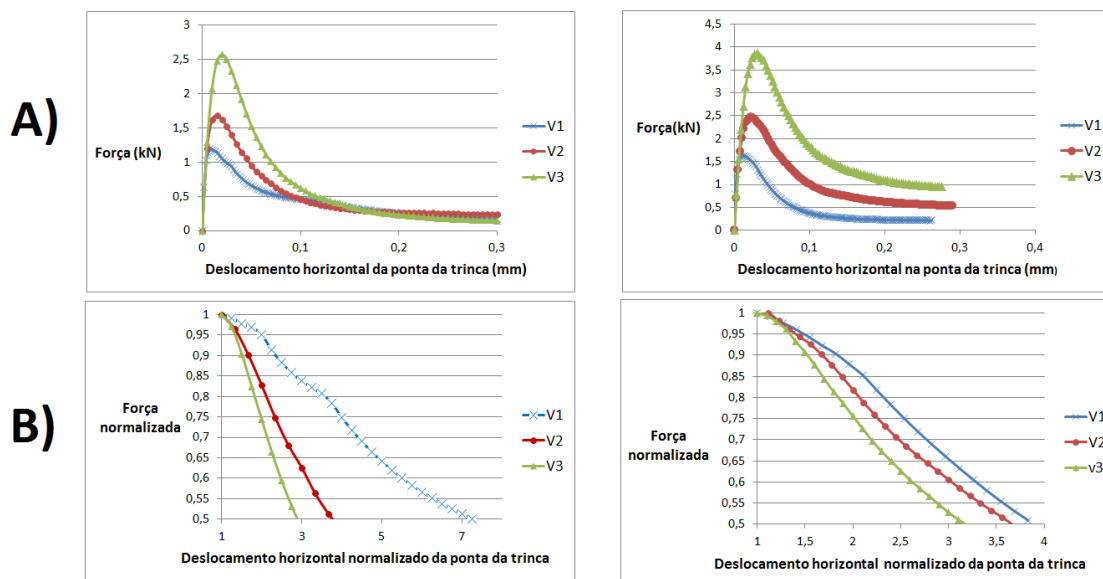


Figura 3: Resultados obtidos nas simulações com Dano Isotrópico (esq.) e Fissuração Distribuída (dir.). A: Curva carga-deslocamento. B: Curva carga-deslocamento normalizada.

As curvas apresentadas são uma boa forma de se visualizar o efeito de escala no ensaio de flexão por três pontos e correspondem às trajetórias de equilíbrio referentes ao deslocamento horizontal na ponta da trinca. A fim de melhor visualizar os efeitos de tamanho, as curvas foram normalizadas em relação aos valores de carga e deslocamento de seus respectivos pontos

de máximo, de forma que as curvas B da Fig. 3 apresentam grandezas adimensionais de carga e deslocamento.

Fica evidente a perda de ductilidade das vigas à medida em que seu tamanho aumenta, o que pode ser observado pela inclinação mais acentuada do ramo descendente nas curvas das vigas maiores.

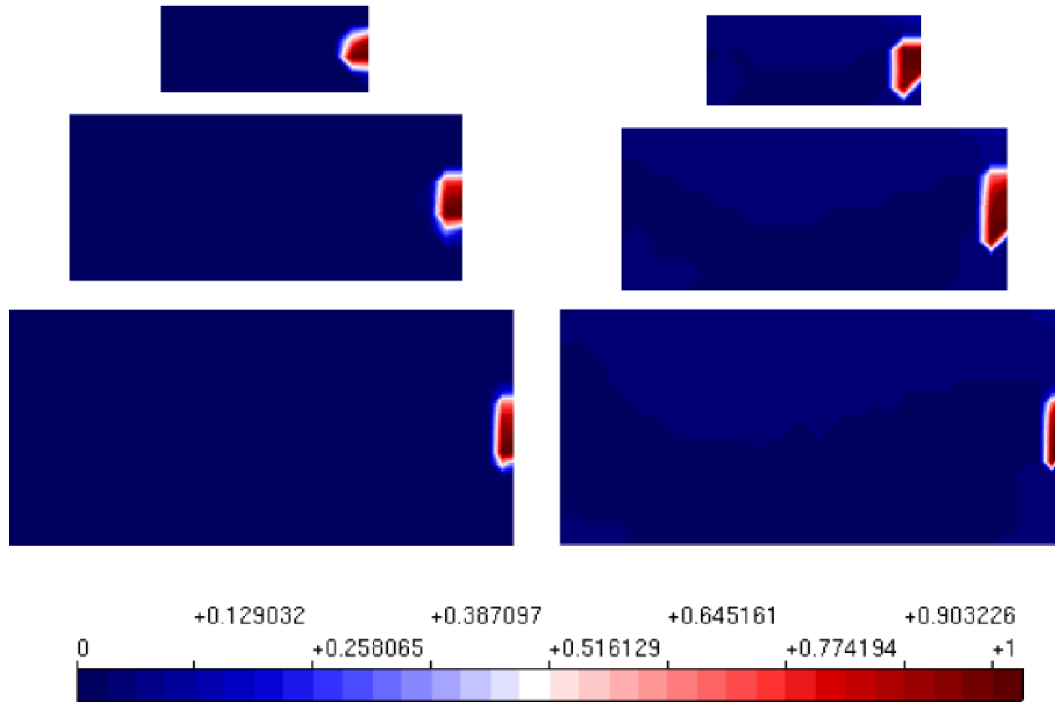


Figura 4: Distribuição do dano. Modelo de Dano Isotrópico (esq.) e Modelo de Fissuração Distribuída (dir.)

A distribuição do dano, mostrada na Fig. 4, foi obtida para as cargas máximas de cada viga. Para o modelo de Dano Isotrópico, esses valores correspondem a 1,191kN para a viga 1, 1,683kN para a viga 2 e 2,569kN para a viga 3. Já para o modelo de Fissuração Distribuída, as cargas alcançadas foram de 1,626kN para a viga 1, a 2,464kN para a viga 2 e a 3,853kN para a viga 3.

Nas três vigas, é possível observar a concentração do dano em sua região central (lembrando que foi modelada somente metade da geometria), logo acima do entalhe inicial. Esse efeito se torna mais pronunciado à medida que o tamanho da viga aumenta, já que a zona que entra em processo de degradação passa a corresponder a um percentual cada vez menor do tamanho total da estrutura. Como consequência, o fluxo de energia entre as regiões intactas e danificadas do material é intensificado e a estrutura entra em colapso mais rapidamente.

Outra maneira de se visualizar esse efeito é através da definição matemática de resistência nominal de flexão, dada por Planas (1999) e mostrada na Eq. 5:

$$\sigma_{nom} = \frac{3 P_{max} L}{2 t h_{ef}^2} \quad (5)$$

em que σ_{nom} é a resistência nominal à flexão da viga, P_{max} é a carga máxima aplicada, L é o

comprimento do vão da viga, t é a sua espessura e h_{ef} é a sua altura efetiva, dada pela altura total da viga subtraída do comprimento inicial da trinca.

A Tabela 1 mostra os valores calculados através da Eq. 5 para as três vigas modeladas.

Tabela 1: Valores calculados para a resistência nominal de flexão das vigas.

Viga	L (mm)	h (mm)	h_{ef} (mm)	t (mm)	P_{max} Dano (kN)	σ_{nom} Dano (MPa)	P_{max} MFD (kN)	σ_{nom} MFD (MPa)
V1	200	50	30	80	1,191	4,962	1,626	6,775
V2	400	100	60	80	1,683	3,506	2,464	5,133
V3	800	200	120	80	2,569	2,676	3,853	4,013

Os valores máximos de carga obtidos para o modelo de dano isotrópico com deformação equivalente segundo De Vree et al. (1995) foram aproximadamente 30% menores do que os máximos obtidos para os modelos de Fissuração Distribuída. Essa diferença indica que o processo de degeneração teve início de forma prematura no modelo de Dano Isotrópico quando comparado ao modelo de Fissuração Distribuída.

A fim de verificar a possível causa desse efeito, será feita uma análise do nível de dano na viga 1 utilizando o modelo de fissuração distribuída para o instante em que a carga suportada é igual a $1,2kN$ durante a etapa do carregamento inicial. A Figura 5 mostra a distribuição do dano nesse instante.

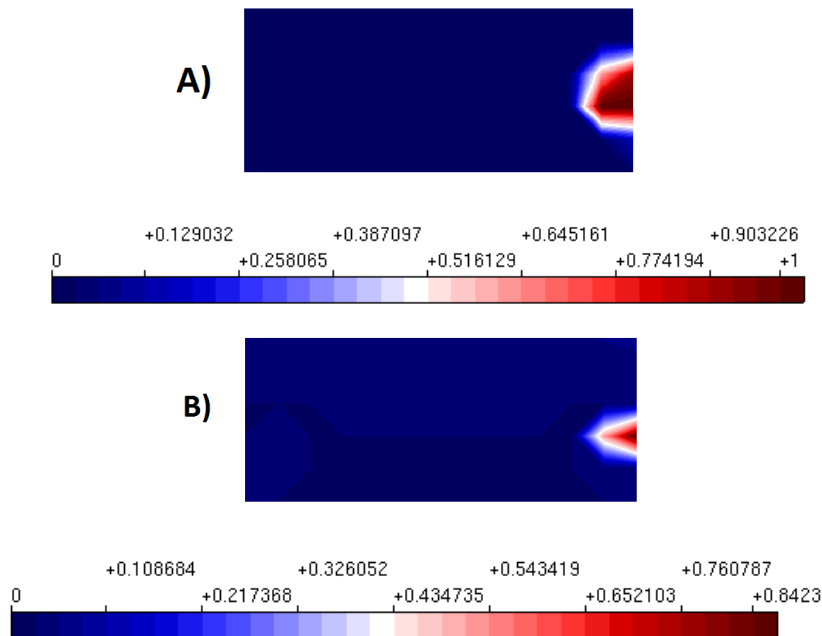


Figura 5: Distribuição do dano na viga 1 no instante em que a carga é igual a $1,2kN$. (a) Modelo de Dano Isotrópico. (b) Modelo de Fissuração Distribuída.

Nota-se um estado de degradação mais avançado, para o mesmo nível de carga aplicada, no caso em que foi utilizado o modelo de Dano Isotrópico. A diferença entre os níveis de

degradação entre os dois modelos tem, possivelmente, como causa a natureza isotrópica do modelo de dano utilizado. No modelo de Fissuração Distribuída, a degradação gerada pelas cargas aplicadas no ensaio de flexão é restrita às direções principais de tração, enquanto que no modelo de Dano Isotrópico, todas as componentes do tensor de rigidez sofrem redução. Isso traz como consequência maiores valores de deformações no modelo de Dano Isotrópico, o que, por sua vez, contribui para uma evolução prematura do dano.

É interessante também analisar as medidas de deformações equivalentes utilizadas em cada modelo. O modelo de Fissuração Distribuída utiliza as deformações principais como medida de deformação equivalente, de forma que o processo de dano ocorrerá à medida que essas deformações ultrapassem o limite do material nos pontos de interesse. Já o modelo de dano isotrópico utilizado adota a deformação equivalente proposta por De Vree et al. (1995), mostrada na equação (2). Essa medida leva em conta deformações de cisalhamento, além das deformações principais, o que faz com que a deformação equivalente nesse caso seja diferente da obtida nos modelos de fissuração distribuída.

Para verificar a possível influência que deformações de cisalhamento possam ter exercido na evolução do dano entre os dois modelos, serão comparadas as deformações de cisalhamento no instante analisado na figura 5. Essa comparação é mostrada na Figura 6.

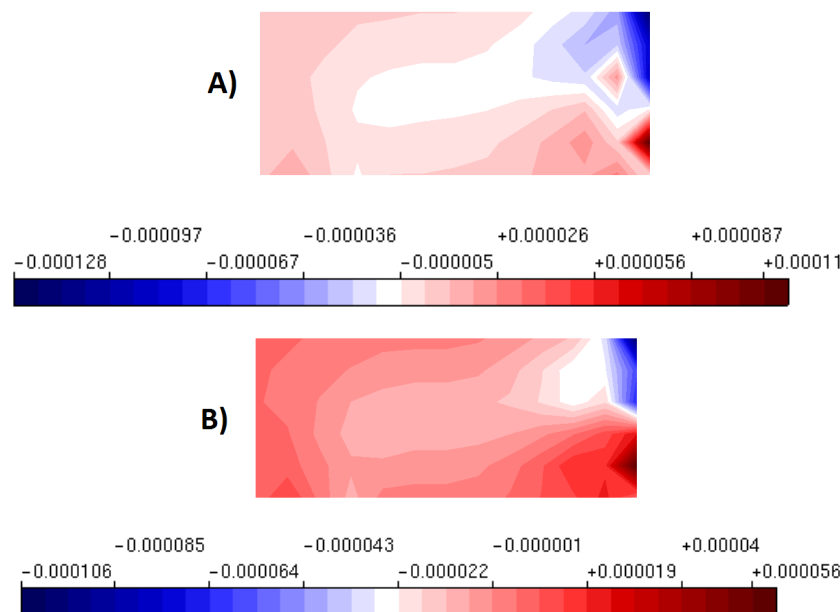


Figura 6: Deformações de cisalhamento na viga 1 no instante em que a carga é igual a 1, 2kN. (a) Modelo de Dano Isotrópico. (b) Modelo de Fissuração Distribuída.

A Figura 6 mostra que as deformações de cisalhamento na região da viga onde ocorre degradação são da ordem de grandeza de 10^{-4} . Uma vez que o valor de κ para o modelo de Dano Isotrópico utilizado nas análises numéricas é de uma ordem de grandeza semelhante, as deformações de cisalhamento nessa região são significativas e provavelmente também contribuíram para a evolução prematura do dano nessa região.

Outra evidência de que a isotropia do modelo de Dano teve papel decisivo em sua degradação prematura vem do fato de as deformações de cisalhamento serem mais expressivas no modelo de Dano Isotrópico em comparação com o modelo de Fissuras Distribuídas, como pode ser vi-

sualizado na Fig. 6. É possível notar, através das escalas de cores e dos valores da legenda, uma maior concentração de deformações na região central no modelo de dano isotrópico. Esse fato pode ser explicado justamente pela natureza isotrópica desse modelo, uma vez que o dano causado pelas cargas de tração na flexão provoca perda de rigidez em todas as direções, inclusive na direção do cisalhamento. Esse efeito não ocorre no modelo de fissuração distribuída, que utiliza variáveis independentes para acompanhar o dano nas direções de tração e cisalhamento.

6 Considerações Finais

O Efeito de Escala foi representado, através do Método dos Elementos Finitos, utilizando modelos constitutivos de Dano Isotrópico e Fissuração Distribuída. Foi possível constatar a perda de ductilidade das vigas à medida em que aumentavam de tamanho através da análise das curvas carga-deslocamento. O efeito de concentração de tensões foi evidenciado através da plotagem da distribuição do dano nas vigas, em que a região danificada passou a representar um percentual cada vez menor do volume total da viga à medida que seu tamanho aumentou.

Diferenças significativas foram observadas na taxa de evolução do dano entre os modelos. O principal fator causador dessa diferença é a natureza isotrópica do modelo de dano utilizado, em contraste com a natureza ortotrópica do modelo de Fissuração Distribuída. Observou-se também que a medida de deformação equivalente segundo De Vree et al. (1995) contribuiu para uma taxa de evolução do dano mais acelerada no modelo de Dano Isotrópico quando comparado ao modelo de Fissuração Distribuída. Através da análise dos resultados de deformações de cisalhamento, concluiu-se que tais deformações favoreceram um crescimento mais rápido do dano no modelo de Dano Isotrópico por sua formulação levar em conta o segundo invariante do tensor de deformações.

Apesar das divergências apresentadas entre os dois modelos adotados, o Efeito de Escala foi modelado de forma satisfatória, em um aspecto qualitativo. Atendendo aos objetivos propostos, esse estudo permitiu ampliar o conhecimento a respeito da aplicação de modelos de Fissuração Distribuída e de Dano Isotrópico na modelagem do Efeito de Escala.

7 Agradecimentos

Os autores agradecem o importante suporte da FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - Grant PPM-00669-15) e do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Grant 308785/2014-2).

Referências

- Z. P. BAZANT and B.H. OH. Crack band theory for fracture of concrete. *Department of Civil Engineering, Northwestern University* 1983.
- T. BOONE and A. R. INGRAFFEA. Simulation of the fracture process at rock interfaces. *In: Proceedings of the fourth international conference in Numerical Methods in fracture Mechanics*. pp. 519-531. 1987.
- D. J. CARREIRA and H. -K. CHU. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. *American Concrete Institute Journal* 82 (6), 797-804 1985.

- J. H. DEVREE and W. A. M. BREKELMANS and M. A. J. VAN GILS. Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics. *Computers and Structures* 55 (4), 581-588. 1995.
- S. S. PENNA. Formulação multipotencial para modelos de degradação elástica: Unificação teórica, proposta de novo modelo, implementação computacional e modelagem de estruturas de concreto. *Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais* 2011.
- J. PLANAS and G. V. GUINEA and M. ELICES. Size effect and inverse analysis in concrete fracture. *International Journal of Fracture* 95, 367-378. 1999.
- R. SCOTTA and R. VITALIANI and A. SAETTA and E. ONATE and A. HANGANU. A scalar damage model with a shear retention factor for the analysis of reinforced concrete structures: theory and validation. *Computers and Structures* 79, 737-755 2001.
- A. R. V. WOLENSKI. Ambiente teórico computacional unificado para modelos constitutivos: Inclusão de modelo de microplanos. *Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais* 2013.