



PROJETO CONCEITUAL DE TRELIÇAS UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E IMPRESSÃO 3D

José Adeilson de Amorim

Adeildo Soares Ramos Júnior

adeilson_amorim@lccv.ufal.br

adramos@lccv.ufal.br

Universidade Federal de Alagoas - UFAL

Av Lourival Melo Mota, S/N - Tabuleiro dos Martins, Maceió, Alagoas, 57072-900

Resumo. Estruturas treliçadas são utilizadas numa grande variedade de projetos na engenharia civil, mecânica, naval e aeronáutica, entre outras. A otimização topológica e a impressão 3D tem se mostrado uma ferramenta promissora para projeto conceitual destas estruturas. Dentro deste enfoque, a estrutura ótima é projetada a partir de um domínio de projeto representado por uma malha de barras de treliças e posteriormente pós-processada e impressa para avaliação do projetista. Neste trabalho, elabora-se um código computacional no Matlab para geração da malha, otimização topológica e impressão 3D de sistemas treliçados tridimensionais. Exemplos ilustrativos são apresentados para demonstrar as potencialidades das ferramentas desenvolvidas.

Palavras chave: Otimização Topológica, Impressão 3D, Estruturas Treliçadas.

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Nos dias atuais, nos deparamos com grandes tecnologias que buscam principalmente a redução do tempo e a qualidade do projeto. Desta maneira, o sucesso de um projeto de engenharia depende muito da validade e da adequação dos modelos de engenharia utilizados para prever e analisar seu comportamento antes da manufatura do produto. A obtenção de um modelo útil e atrativo para projetos de engenharia é provavelmente a parte mais difícil e desafiadora de todo o processo.

O presente trabalho utiliza a técnica de otimização topológica de estruturas discretas (*ground structure*) e impressão 3D para o projeto conceitual de treliças tridimensionais. A abordagem permite de forma simples e eficaz a geração e otimização de treliças com domínios e geometrias não triviais pré-estabelecidas pelo projetista.

Para obtenção da topologia ótima, define-se inicialmente uma malha de nós onde se geram as potenciais barras, a depender do tipo de restrição geométrica imposta. Posteriormente, minimiza-se a energia de deformação para forças prescritas (maximização da rigidez) considerando-se as áreas das barras como variáveis de projeto e fixando-se o volume de material.

Após finalizado o processo de otimização e filtragem da topologia, gera-se um modelo digital conceitual para impressão 3D, permitindo (após o processo de impressão) ao projetista analisar com maiores detalhes o projeto final da estrutura.

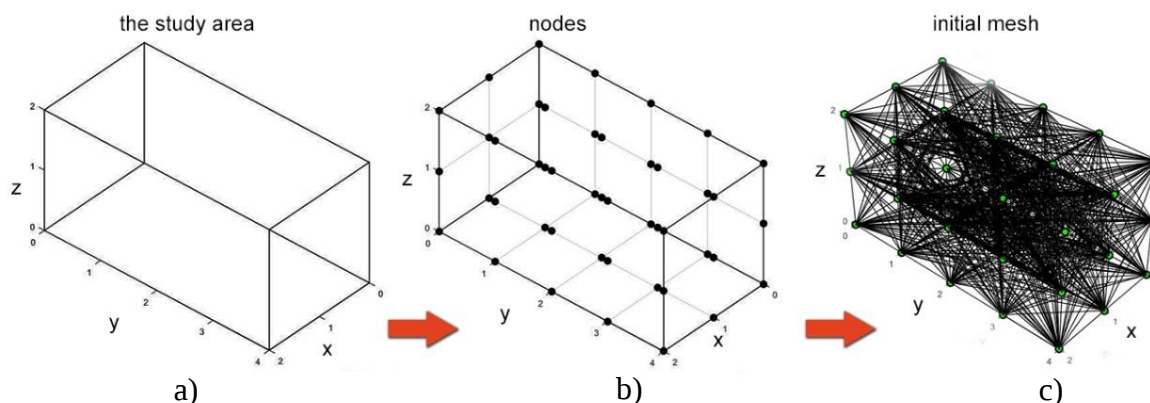


Figura 1. Malha gerada no domínio de projeto utilizando o Ground Structure Method

2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

2.1 Introdução

A otimização topológica discreta busca encontrar a conectividade ótima das barras dentro de um domínio de projeto (Figura 1a) previamente definido, utilizando a método de geração de malhas denominado de *Ground Structure Method* (Dorn et al. 1964). Neste método o domínio estrutural é discretizado primeiro por nós (Figura 1b), e, em seguida, os nós são ligados uns aos outros por membros ou barras (Figura 1c). O algoritmo de otimização remove os membros desnecessários mantendo os nós fixos.

2.2 Formulação

Neste trabalho utiliza-se a formulação topológica discreta denominada elástica (Svanberg, 1984; Bendsøe M, Sigmund O, 2003, Ohsaki M, 2010). Esta formulação baseia-se em malhas de elementos de treliça (*ground structures*) onde se consideram as relações de equilíbrio, as relações constitutivas elásticas lineares e as relações de compatibilidade cinemáticas para pequenas deformações e deslocamentos. O estado de equilíbrio do sistema pode ser descrito pela (Equação 1).

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

onde, $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^N$ o vector de forças externas, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^N$ o vector de deslocamentos e $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ a matriz de rigidez, onde N é o número de graus de liberdade.

A matriz de rigidez $\mathbf{K}$ pode ser expressa como:

$$\mathbf{K}(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^M x_i \mathbf{K}_i^0, \quad \mathbf{K}_i^0 = \frac{E_i}{l_i} \mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T \quad (2)$$

onde, $\mathbf{K}_i^0$ é uma matriz constante associada a cada membro em coordenadas globais, E_i e l_i são respectivamente, módulo de elasticidade e o comprimento de cada elemento i . Além disso, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^M$ é o vetor de variáveis de projeto (áreas de barras) para o problema de otimização, e $\mathbf{b}_i$ é um vetor que descreve a direção na orientação do membro i representado por:

$$\mathbf{b}_i = \begin{pmatrix} \vdots \\ -\mathbf{n}^i \\ \vdots \\ \mathbf{n}^i \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3)$$

onde $\mathbf{n}^i$ é um vector unitário na direção axial do elemento i .

Na formulação do problema de otimização objetiva-se definir a distribuição de material definida pelas áreas dos membros na malha de barras treliça, que maximiza a rigidez da estrutura para um volume prescrito de material. Desta forma, o problema de otimização pode ser definido por

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}} C(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T \mathbf{u}(\mathbf{x}) \\ \text{s. t.} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^M l_i x_i - V_o \leq 0 \\ 0 < \epsilon = x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}, j = 1, \dots, n \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

with

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) \mathbf{u} = \mathbf{F}$$

onde V_o é o volume máximo permitido de material, C a função objetivo (*Compliance*), M o número de membros, ϵ é um pequeno número positivo e $x_j^{\min}$ and $x_j^{\max}$ os limites inferiores e superiores para as áreas, respectivamente.

3 IMPRESSÃO 3D

A impressão 3D refere-se, a uma tecnologia de manufatura aditiva chamada de prototipagem rápida (RP - Rapid Prototyping) que surgiu em 1987 com a introdução da tecnologia de estereolitografia, processo esse que solidifica camadas de um polímero líquido sensível à luz ultravioleta usando tecnologia a laser. No decorrer dos anos, outras tecnologias de prototipagem rápida foram surgindo. Todas baseiam-se no princípio de executar diversos fatiamentos da figura, obtendo uma fina camada através do processo de decomposição de materiais das partes sólidas, sobrepondo camadas uma sobre a outra até obter o objeto desejado, todo o processo tem início com a obtenção de um modelo virtual 3D seguindo da impressão do protótipo em escala (CARRETO, 2015).

Protótipo é a representação de um produto ou parte dele que seja de interesse dos projetistas. Prototipagem compreende todo o processo de desenvolvimento do protótipo. Uma importante característica da atividade de prototipagem é sua natureza experimental, envolvendo um ciclo repetitivo de tentativas que incluem produção de protótipos, avaliação e correção, até que as expectativas sejam satisfeitas (ULRICH, EPPINGER, apud SAFFARO, 2007).

A impressora 3D recebe os dados digitais e converte em camadas sucessivas de material, formando um modelo físico a partir de uma pilha de seções transversais, semelhantes a um processo de extrusão. Implementada como arquivo STL, a prototipagem rápida usa uma interface de dados padrão, para converter os arquivos para a impressora 3D. O arquivo STL aproxima a forma do objeto modelado através de facetas triangulares.

4 METODOLOGIA

O sistema computacional é composto de um pré-processador para geração da malha do sistema treliçado 3D, de um módulo de processamento para obtenção da topologia ótima e de um módulo de pós-processamento para filtragem e impressão 3D do modelo.

No módulo de pré-processamento geram-se a malha, as condições de vínculo e as cargas no domínio de projeto. No módulo de processamento obtém-se a topologia ótima através do algoritmo de otimização baseado no critério de projeto ótimo (*Optimality Criteria* – O.C.-Bendsøe M, Sigmund O (2003), Ohsaki M (2010)), e no módulo de pós-processamento realizam-se a filtragem da topologia e a geração do arquivo no formato *.stl* para impressão 3D.

Todo código e interface são desenvolvidos no software *Matlab* e alguns recursos de visualização no software livre *Meshlab*, no qual, analisa-se detalhadamente o modelo da treliça projetado antes do processo de impressão.

5 ENTRADA DE DADOS E CONFIGURAÇÕES

5.1 Interface do software em Matlab

A interface gráfica utilizando o *GUIDE* do *Matlab* contribuiu para a obtenção de modelos em reduzidos espaços de tempo (Figura 2). O programa permite que seja determinado o domínio, o tipo de malha a ser gerado, bem como, definir as variáveis de projeto.

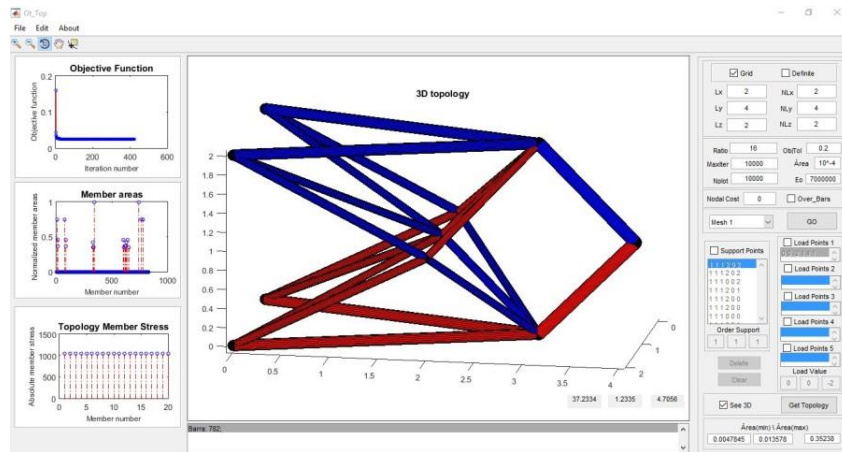


Figura 2. Interface gráfica em linguagem Matlab Guide

5.2 Tipos de rótulas

Para a demonstração e representação da treliça ideal num sistema reticulado indeformável cujas barras possuem todas as suas extremidades rotuladas, fez-se uso de rótulas tridimensionais modeladas computacionalmente. Dentre os modelos estudados, destacam-se dois exemplos para treliças espaciais em 3D e 2D (Figura 3).

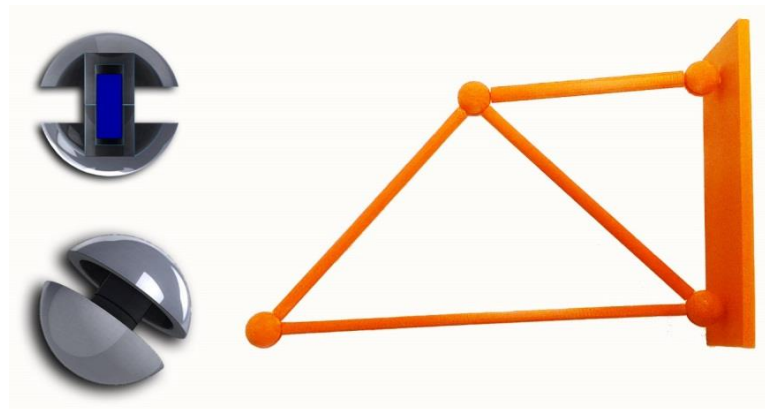


Figura 3. Exemplo de rótula para treliças espaciais em 2D

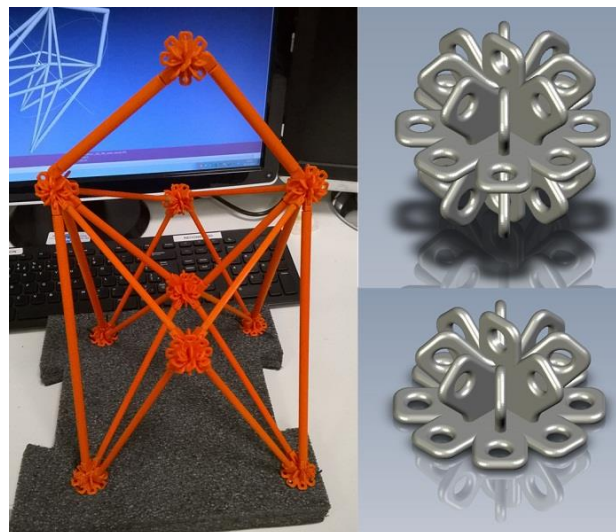


Figura 4. Exemplo de rótula para treliça espacial em 3D

6 EXEMPLO ILUSTRATIVO

6.1 Condições de Contorno e Geração da Malha

O exemplo a seguir, ilustra uma malha inicial com os suportes e a carga pontual aplicada na extremidade da malha (Figura 5).

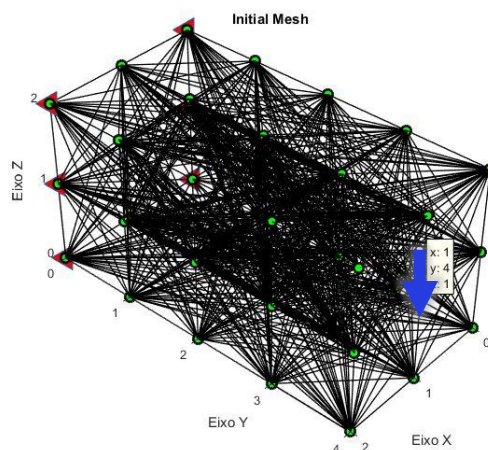


Figura 5. Exemplo de malha com apoios e força aplicada na extremidade

A estrutura é composta por 45 nós e 832 barras. Neste caso todos os nós são conectados uns aos outros pelas barras (Figura 5). A topologia obtida é mostrada na (Figura 6). A cor vermelha representa as barras que estão em compressão e a cor azul denota esforço de tração.

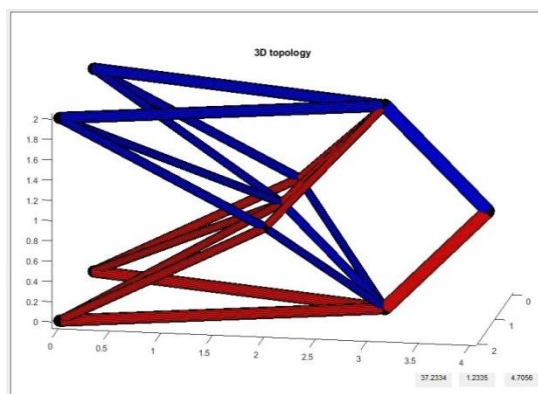


Figura 6. Topologia após processo de otimização

É notável, a semelhança no valor das tensões nas barras desta estrutura, mesmo com diferentes comprimentos e áreas, as tensões permanecem constantes em todas as barras como mostra a Figura 7 (*Full stress design*).

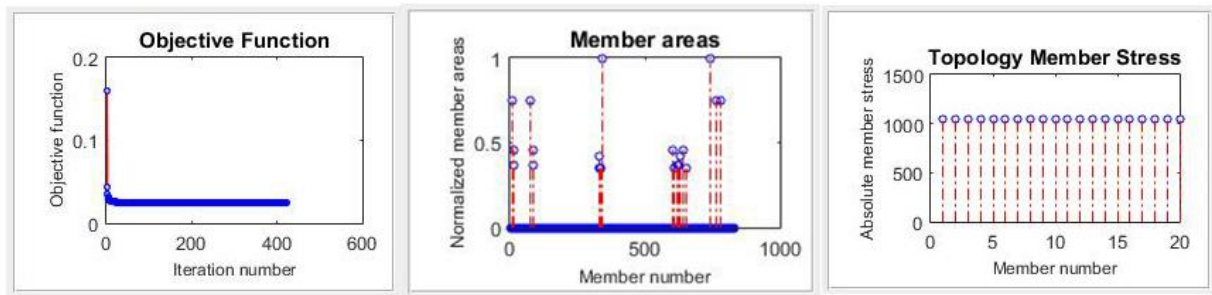


Figura 7. Função objetivo, área das barras e tensões em cada barra

A partir desse resultado, é gerado o arquivo *.stl* com todas as barras e nós associados a estrutura otimizada (Figura 8a). Este arquivo é visualizado no software *Meshlab*, e configurado para impressão 3D do protótipo a ser analisado (Figuras 8b e 8c).

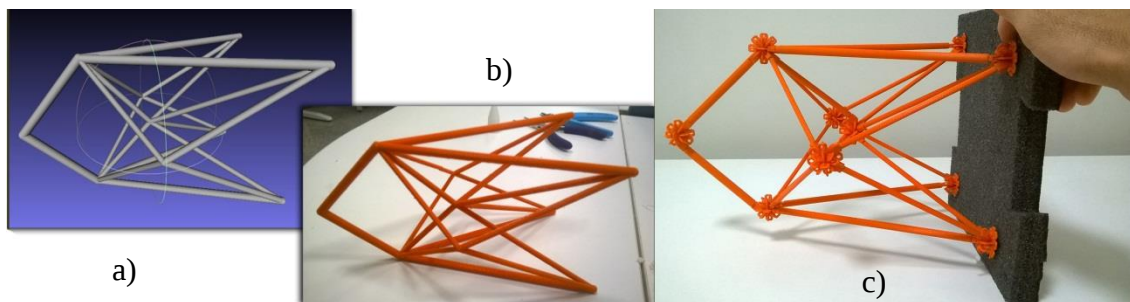


Figura 8. Protótipo impresso em 3D

7 CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um sistema computacional para geração de topologias ótimas de treliças espaciais associadas à impressão 3D. O modelo final poderá ser impresso completo ou de forma modular com e sem inclusão de rótulas bi e tridimensionais.

O uso da tecnologia da impressão 3D associada à técnica de otimização, permitiu uma análise mais realista da estrutura projetada através dos protótipos impressos. De forma geral, os resultados obtidos evidenciam a grande versatilidade proporcionada pela aplicação das técnicas de otimização topológica associada à impressão 3D.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Adeildo Soares Ramos Junior, expresse com satisfação meus agradecimentos, pela sua excelente orientação, paciência e grande incentivo que foram fundamentais para a execução deste trabalho. Ao Laboratório de Computação Ciência e Visualização – LCCV, pela concessão da bolsa de estudos, e a disponibilidade da estrutura física de trabalho, bem como, a Universidade Federal de Alagoas – UFAL.

REFERENCES

PAULINO. H.G. “*Macro-Element approach for Topology Optimization of Trusses using a Ground Structure Method*” Thesis, University of Ollinois at Urbana-Campaign, 2014.

- Dorn W, Gomory R, Greenberg H (1964) *Automatic design of optimal structures*. J Mecanique 3(1):25–52
- Hemp W (1973) *Optimum Structures*. Oxford University Press, Oxford
- Ohsaki M (2010) *Optimization of finite dimensional structures*. CRC Press, Boca Raton
- Hegemier G, Prager W (1969) *On Michell trusses*. Int J Mech Sci 11:209–215
- Bendsøe M, Sigmund O (2003) *Topology optimization: theory, methods and applications*, 2nd edn. Springer, Berlin
- Michell AGM (1904) *The limits of economy of material in framestructures*. Phil Mag Ser 6 8(47):589–597
- Hencky H (1923) *Über einige statisch bestimmte Form alle des Gleichgewichts in plastischen Körpern*. Z Angew Math Mech 747:241–251
- CARRETO, P. E. F. *Prototipagem rápida e impressão 3D*. Disponível em: <<http://www.pedrocarreto.com/>>. Acesso em: 14 jun. 2015.
- SAFFARO, F. A. *O Uso da Prototipagem para Gestão do Processo de Produção da Construção Civil*. 2007. 237 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2007.
- K. Svanberg, “*On local and global minima in structural optimization*,” in *New Directions in Optimum Structural Design*, E. Gallhager, R. H. Ragsdell, and O. C. Zienkiewicz, Eds. Chichester: John Wiley and Sons, 1984, pp. 327–341.
- W. S. Dorn, R. E. Gomory, and H. J. Greenberg, “*Automatic design of optimal structures*,” Journal de Mecanique, vol. 3, pp. 25–52, 1964
- MATLAB. *Software Matemático*. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/products/matlab/>>, Brasil. Acessado em: 20/04/2015.
- MESHLAB. *Software OpenSource*. Disponível em: <<http://meshlab.sourceforge.net/>>, Brasil. Acessado em: 20/04/2015.