



ROTINA NUMÉRICA PARA ANÁLISE DINÂMICA DE TORRES ESTAIAADAS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO SUBMETIDAS À RUPTURA DE CABO

Thiago Brazeiro Carlos

João Kaminski Jr.

thiago_brazeiro@hotmail.com

jkj@ufsm.br

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM

Departamento de Estruturas e Construção Civil

Av. Roraima, n.º 1000 - Cidade Universitária, CEP 97105-900, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil

Resumo. No projeto e dimensionamento de estruturas metálicas treliçadas estaiadas utilizadas em linhas de transmissão (LT), como forma de simplificação, usualmente são realizadas análises estáticas, onde as ações dinâmicas são representadas por “cargas estáticas equivalentes”. Porém, a resposta estática para este tipo de estrutura não é a mais adequada, uma vez que tais estruturas são leves, esbeltas e as ações a que estão submetidas são todas de natureza dinâmica, exceto o peso próprio. Portanto, uma análise dinâmica é fundamental para obter uma resposta mais precisa em termos de esforços nas barras e deslocamentos dos nós. Neste contexto, o presente trabalho trata do desenvolvimento de uma rotina computacional, em linguagem Fortran, para a obtenção da resposta dinâmica de torres metálicas estaiadas de LT, submetidas à ação dinâmica de ruptura de cabo. Para a solução do problema é utilizado o Método de Integração Direta (MID) das equações do movimento, de forma explícita, com diferenças finitas centrais. Nos arquivos de saída de resultados, os esforços axiais em todas as barras são apresentados ao longo do tempo e os deslocamentos nodais são gravados em certos intervalos de tempo ao longo da análise, a fim de facilitar a visualização do comportamento da estrutura com animações em programas de pós-processamento. A precisão da resposta dinâmica é avaliada através da análise da torre estaiada isolada, submetida a uma carga impulsiva, comparando-se a frequência fundamental, calculada com os deslocamentos do topo da torre obtidos no domínio do tempo, com a mesma frequência determinada em uma análise modal. Sabendo que o método é condicionalmente estável, sua estabilidade é avaliada através da análise de duas respostas do mesmo modelo, obtidas com dois intervalos de tempo de integração diferentes e menores que o crítico, as quais devem ser idênticas.

Palavras-chave: Torres metálicas estaiadas, torres de linhas de transmissão, ruptura de cabo, método de integração direta, diferenças finitas centrais.

1. INTRODUÇÃO

As principais ações atuantes em estruturas de linhas de transmissão (LT) são de natureza dinâmica, como por exemplo, o vento e a ruptura de cabos. O vento é a principal ação e deve ser criteriosamente analisada na fase de projeto. A ruptura de cabo, embora ocorra com menos frequência, é uma das ações que pode levar a torre ao colapso, inclusive provocando o fenômeno conhecido como “efeito cascata”, em que muitas torres colapsam em sequência.

A ruptura de um cabo, ou feixe de cabos, gera forças nas torres longitudinais à LT, enquanto que na ação do vento, as forças nas torres podem ser longitudinais ou transversais. No projeto de uma torre, essas ações deveriam ser consideradas como ações dinâmicas, no entanto, por simplicidade, são usualmente consideradas como “estáticas equivalentes”. Atualmente, isso não se justifica mais, em razão dos grandes avanços nos métodos numéricos e na área computacional, tornando possível a obtenção da resposta da estrutura através de uma análise dinâmica, o que proporcionaria a obtenção de resultados mais realistas e consequentemente o projeto de uma estrutura mais eficiente e econômica.

O modelo mecânico normalmente adotado no projeto de torres metálicas treliçadas de LT é bastante simples, utilizando elementos de pórtico espacial nas barras de montantes e de treliça espacial nas barras diagonais, vínculos indeslocáveis (apoios ou engastes) e ligações rotuladas ou rígidas. A resposta é normalmente obtida através de uma análise estática e linear. Cabe salientar que em alguns tipos de torres, como por exemplo, as torres estaiadas ou em torres autoportantes com grande altura é usual a análise não-linear geométrica.

Determinar os efeitos das ações de natureza dinâmica sobre as torres de LT é uma tarefa complexa, em razão da gama de variáveis envolvidas e da sua aleatoriedade. O emprego de métodos que resultem uma maior aproximação com a realidade é fundamental para projetar as torres de forma segura, buscando manter a eficiência e a economia em sua concepção.

Diante disso, um programa para realizar uma análise dinâmica em estruturas de LT, de forma simplificada e com precisão, torna-se necessário. O método de integração direta (MID) explícito das equações do movimento, com diferenças finitas centrais, o qual apresenta uma formulação relativamente simples, pode ser empregado para obter a resposta ao longo do tempo nas barras das torres, dos elementos de cabo e dos isoladores de uma LT, permitindo inclusive tratar não-linearidades físicas e geométricas com relativa facilidade, além da vantagem de não requerer a montagem da matriz de rigidez global, já que a integração é realizada em nível de elemento (Menezes *et al.*, 1998). Cabe salientar que a análise fica restrita a estruturas que podem ser discretizadas com elementos de barra, neste caso, elementos de treliça espacial.

2. OBJETIVO

O principal objetivo deste trabalho consiste em desenvolver uma rotina computacional, em linguagem FORTRAN, para a análise de um trecho completo de LT, incluindo todos os componentes no modelo (torres, cabos de estai, cabos para-raios, cabos condutores e cadeias de isoladores), a fim de obter a resposta dinâmica, no domínio do tempo, empregando o método de integração direta (MID) das equações do movimento, de forma explícita, aplicado a linhas de transmissão com torres metálicas treliçadas do tipo estaiadas e submetidas à ruptura de cabo (condutor ou para-raios).

Para tal, foi feita uma adaptação na rotina desenvolvida por Kaminski *et al.* (2009), a qual permite a análise de torres autoportantes.

A seguir, a rotina é testada em um modelo numérico de um trecho completo de LT, considerando todos os seus componentes, com três torres estaiadas e quatro vãos, simulando um carregamento dinâmico proveniente da ruptura de um cabo (condutor ou para-raios) no modelo. A resposta é obtida em termos de deslocamentos dos nós e esforços nas barras das torres ao longo do tempo de análise, além da visualização do movimento da estrutura no tempo, a partir do conjunto de coordenadas nodais de todo o trecho da LT gerado em determinados intervalos de tempo e visualizados em programas de pós-processamento.

3. MÉTODO DE INTEGRAÇÃO DIRETA EXPLÍCITO

Na solução de problemas dinâmicos os métodos de integração direta (MID) explícitos têm sido utilizados com frequência, entretanto, em análises de estruturas de LT não é muito comum o seu emprego. A seguir é apresentada, de forma resumida, a teoria do MID de forma explícita, empregando diferenças finitas centrais.

Para a solução do vetor de coordenadas nodais da estrutura “ $\mathbf{q}_{(ti)}$ ” em um tempo discreto “ t_i ”, são utilizados um conjunto de vetores “ $\mathbf{q}_{(ti-k)}$ ”, com tempos discretos anteriores “ t_{i-k} ”, em que $k = 1, 2, 3, \dots, i$. Na obtenção das coordenadas nodais da estrutura “ $\mathbf{q}_{(ti)}$ ” nas direções x , y e z , e na resolução das equações de equilíbrio dinâmico em cada tempo discreto “ t_i ”, através do método de integração direta explícito, a partir da equação do movimento de sistemas com múltiplos graus de liberdade (GDL), uma estrutura com n GDL pode ter seu comportamento dinâmico representado pela seguinte equação diferencial matricial:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{(t)} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{(t)} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q}_{(t)} = \mathbf{F}_{(t)} \quad (1)$$

na qual: $\mathbf{q}_{(t)}$ é o vetor de coordenadas nodais no instante de tempo “ t ”, $\dot{\mathbf{q}}_{(t)}$ é o vetor de velocidades nodais no instante de tempo “ t ”, $\ddot{\mathbf{q}}_{(t)}$ é o vetor de acelerações nodais no instante de tempo “ t ”, $\mathbf{F}_{(t)}$ é o vetor de forças externas nodais no instante de tempo “ t ” e $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura, respectivamente.

Utilizando-se as diferenças finitas centrais para resolver as equações de equilíbrio dinâmico, a equação para obtenção das coordenadas nodais da estrutura em cada instante de tempo, nas direções x , y e z , fica sintetizada da seguinte forma:

$$\left[\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right] \mathbf{q}_{(t+\Delta t)} = \mathbf{F} \left[\mathbf{K} - \frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M} \right] \mathbf{q}_{(t)} - \left[\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right] \mathbf{q}_{(t-\Delta t)} \quad (2)$$

em que: t é o tempo (em segundos) e Δt é o intervalo de tempo de integração (em segundos).

Após conhecido o estado do sistema nos instantes “ (t) ” e “ $(t - \Delta t)$ ”, é possível calcular o segundo membro da Eq. (2) e em seguida determinar o estado do sistema no intervalo de tempo seguinte “ $(t + \Delta t)$ ”. Para dar início ao processo, as condições iniciais “ $\mathbf{q}_{(t)}$ ” e “ $\dot{\mathbf{q}}_{(t)}$ ” devem ser especificadas, uma vez que:

$$\mathbf{q}_{(0-t)} = \mathbf{q}_{(0-t)} - \Delta t \dot{\mathbf{q}}_{(0)} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{q}}_{(0)} \quad (3)$$

O vetor de aceleração “ $\ddot{\mathbf{q}}_{(0)}$ ” na equação acima pode ser calculado a partir da Eq. (1), considerando o instante de tempo $t = 0$:

$$\ddot{\mathbf{q}}_{(0)} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_{(0)} - \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{(0)} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{q}_{(0)}) \quad (4)$$

Quando se utiliza uma matriz de massa “ $\mathbf{M}$ ” discreta e uma matriz de amortecimento “ $\mathbf{C}$ ” proporcional a matriz de massa, portanto, “ $\mathbf{M}$ ” e “ $\mathbf{C}$ ” diagonais, a matriz resultante que multiplica “ $\mathbf{q}_{(t+\Delta t)}$ ” na Eq. (2), resultará também diagonal, e o problema se reduz a n equações algébricas desacopladas, cuja solução é trivial. Tem-se então um *método explícito*. Consequentemente, como se utilizará apenas elementos de treliça espacial no modelo, não haverá necessidade de formar a matriz de rigidez global $\mathbf{K}$, pois a integração pode ser efetuada em nível de elemento, sem a necessidade de se utilizar um processo de solução de sistemas de equações para determinar o vetor “ $\mathbf{q}_{(t+\Delta t)}$ ”, resultando numa significativa redução do esforço computacional em relação aos métodos implícitos. Dessa forma, a equação das diferenças finitas centrais para o cálculo dos deslocamentos em qualquer nó da estrutura, nas direções x , y e z , no tempo $(t + \Delta t)$, é dada por:

$$q_{(t+\Delta t)} = \frac{1}{c_1} \left[\frac{\Delta t^2}{m} f_{(t)} + 2 q_{(t)} - c_2 q_{(t-\Delta t)} \right] \quad (5)$$

em que: $f_{(t)}$ é a componente da força nodal resultante na direção correspondente (em Newton) no tempo t , $q_{(t)}$ é a coordenada de deslocamento linear do nó da estrutura na direção x , y ou z (em metros) no tempo t e m é a massa nodal (em kg). Sendo:

$$c_1 = \left(1 + \frac{c_m \Delta t}{2} \right) \quad (6)$$

$$c_2 = \left(1 - \frac{c_m \Delta t}{2} \right) \quad (7)$$

onde: c_m é o coeficiente de amortecimento proporcional à massa ou constante de proporcionalidade ($c_m = c/m$) e c é o coeficiente de amortecimento estrutural (em N.s/m). Substituindo as Equações (6) e (7) na Eq. (5), finalmente a equação das diferenças finitas centrais resulta em:

$$q_{(t+\Delta t)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{c_m \Delta t}{2} \right)} \left[\frac{\Delta t^2}{m} f_{(t)} + 2 q_{(t)} - \left(1 - \frac{c_m \Delta t}{2} \right) q_{(t-\Delta t)} \right] \quad (8)$$

A componente de força nodal resultante $f_{(t)}$ é composta pelas forças gravitacionais $f_{g(t)}$ (peso próprio e forças nodais externas) e pelas forças axiais $f_{a(t)}$ nos elementos de treliça, em razão das deformações axiais. A constante de proporcionalidade c_m deve ser ajustada de modo que a razão de amortecimento crítico (ζ) seja a mesma da estrutura analisada. Para cada passo de integração, ou seja, na avaliação da Eq. (8) para todos os nós em todas as direções, as coordenadas nodais atualizadas levam a deformações axiais dos elementos, os quais reagem com forças axiais que se opõem aos deslocamentos.

Para um elemento de rigidez axial “ $E A$ ” e comprimento “ L ” a força axial em um instante de tempo t é dada por:

$$f_{a(t)} = E A \left[\frac{L_{(t)} - L_{(0)}}{L_{(0)}} \right] \quad (9)$$

onde: E é o módulo de elasticidade longitudinal do material da treliça, A é a área da seção transversal do elemento, $L_{(0)}$ é o comprimento do elemento de treliça no tempo $t = 0$ e $L_{(t)}$ é o comprimento do elemento de treliça num determinado instante de tempo t .

Logo, para obter as componentes da força nodal resultante $f_{(t)}$, a força axial $f_{a(t)}$ deve ser multiplicada pelos cossenos diretores do eixo do elemento no estado deformado, e suas componentes somadas com as respectivas forças gravitacionais $f_{g(t)}$ nas direções x , y e z , atuantes no nó em consideração no tempo t . Cabe salientar que, uma vez que as coordenadas nodais são atualizadas em cada passo de integração, a não linearidade geométrica é sempre considerada.

Segundo Bathe (1996), a convergência e a precisão da solução dependem basicamente do intervalo de tempo de integração Δt adotado, portanto o método é condicionalmente estável. Assim, conforme (Humar, 2005), para que essa estabilidade seja assegurada, é necessário que:

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_n} = \frac{2}{2\pi f_n} = \frac{T_n}{\pi} \quad (10)$$

onde: Δt_{crit} é o intervalo de tempo de integração crítico, f_n é a corresponde frequência natural de vibração da estrutura com n graus de liberdade (em Hz), ω_n é a **MAIOR** frequência angular de vibração da estrutura com n graus de liberdade (em rad/s) e T_n é o **MENOR** período natural de vibração da estrutura com n graus de liberdade (em segundos).

Na determinação de “ Δt ” através Eq. (10) a dificuldade consiste em calcular “ T_n ”, que corresponde ao modo de vibração associado ao maior autovalor da estrutura “ λ_n ” (ou maior frequência natural de vibração “ f_n ”). Entretanto, de acordo com Groehs (2005), para o caso de estruturas constituídas por elementos de treliça, o intervalo de tempo crítico “ Δt_{crit} ” pode ser determinado, de forma aproximada, pela seguinte equação:

$$\Delta t_{crit} = \frac{L_{min(0)}}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (11)$$

em que: $L_{min(0)}$ é o comprimento inicial da menor barra da treliça (em metros) no instante $t = 0$, E é o módulo de elasticidade longitudinal do material (em N/m²), ρ é a massa específica do material (em kg/m³).

Conforme a Eq. (11), o intervalo de tempo de integração “ Δt ” que deve ser adotado para uma estrutura do tipo treliça, depende basicamente do comprimento inicial da menor barra da treliça e da velocidade do som no material utilizado na barra. É importante salientar ainda que a Eq. (11) serve apenas para dar uma ideia aproximada do valor de “ Δt ”. Para que a precisão dos resultados seja comprovada, sem calcular o maior autovalor da estrutura, é necessário obter pelo menos duas respostas iguais com dois valores de “ $\Delta t \leq \Delta t_{crit}$ ” diferentes. Na análise de torres metálicas treliçadas, segundo Kaminski (2007), para que a estabilidade do método seja assegurada, o intervalo de tempo entre os passos de integração (Δt) deve ser da ordem de 10^{-5} a 10^{-6} segundos, o que exige entre 100.000 e 1.000.000 passos de integração para cada segundo de análise da estrutura.

4. METODOLOGIA

A resposta dinâmica da estrutura no domínio do tempo é obtida através de uma rotina numérica desenvolvida em FORTRAN e adaptada de Kaminski *et al.* (2009) para permitir a análise de torres metálicas treliçadas de LT estaiadas. A rotina utiliza o método de integração direta (MID) das equações do movimento, de forma explícita, empregando diferenças finitas centrais. A aplicação da rotina é realizada em três etapas, denominadas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

Na etapa de pré-processamento, são fornecidos os dados de entrada do trecho completo de LT, incluindo as torres, as cadeias de isoladores, os cabos condutores, para-raios e cabos de estai, com suas discretizações, informando as propriedades geométricas de cada elemento, as propriedades mecânicas dos materiais e o elemento de cabo selecionado para romper.

Na segunda etapa, denominada processamento, a partir dos dados de entrada informados, a estrutura é analisada e a resposta dinâmica no domínio do tempo é obtida.

Na etapa final de pós-processamento, podem ser visualizados os resultados, a partir dos arquivos de saída gerados na etapa anterior, em termos de deslocamentos no topo das torres e esforços nos elementos, além da visualização do movimento da estrutura ao longo do tempo de análise com o auxílio de um programa de pós-processamento.

4.1 Simulação de ruptura de cabo

O tempo total definido para a análise do trecho completo de LT é de 40 segundos. Os carregamentos de peso próprio das torres e dos elementos de cabo são aplicados gradualmente, de 0 a 100% de seu valor, durante um intervalo de tempo de 5 segundos ($t = 0$ a 5 s). Neste mesmo intervalo de tempo, é aplicada a deformação inicial para dar a protensão desejada nos cabos de estai, também de forma gradual. O intervalo de tempo de 5 a 20 segundos é utilizado para amortecer qualquer vibração induzida no modelo numérico. A ruptura do elemento de cabo selecionado ocorre no instante de tempo de 20 segundos ($t = 20$ s) e os 20 segundos restantes da análise são consumidos para obter a resposta dinâmica da estrutura no tempo. Na Fig. 1 são ilustrados os elementos de cabo condutor (hipótese de ruptura 1) e de cabo para-raios (hipótese de ruptura 2) selecionados para romper no modelo.

Os elementos de cabo que devem romper, tanto o de cabo condutor quanto o de cabo para-raios, estão situados próximos à torre 2, no vão 2 da linha, entre as torres 1 e 2, especificamente o elemento 2422, para o cabo condutor 1 e o 2022 para o cabo para-raios 1, conforme ilustrado na Fig. 1. A definição do vão 2 para a ruptura do cabo, próximo da torre 2, foi feita com o objetivo de minimizar o retorno de vibrações de cabos condutores e para-raios que podem ocorrer próximos aos nós de extremidade do modelo, quando ocorre a ruptura do cabo, uma vez que estes nós são definidos como indeslocáveis. A torre 2 é a que está mais distante dos nós de extremidade, e portanto, selecionada para às análises de esforços e deslocamentos.

A ruptura de um cabo no modelo numérico completo de LT é introduzida na rotina anulando a força axial ($f_a(t)$) atuante no elemento selecionado para romper em um instante de tempo especificado, no caso desta análise em $t = 20$ s.

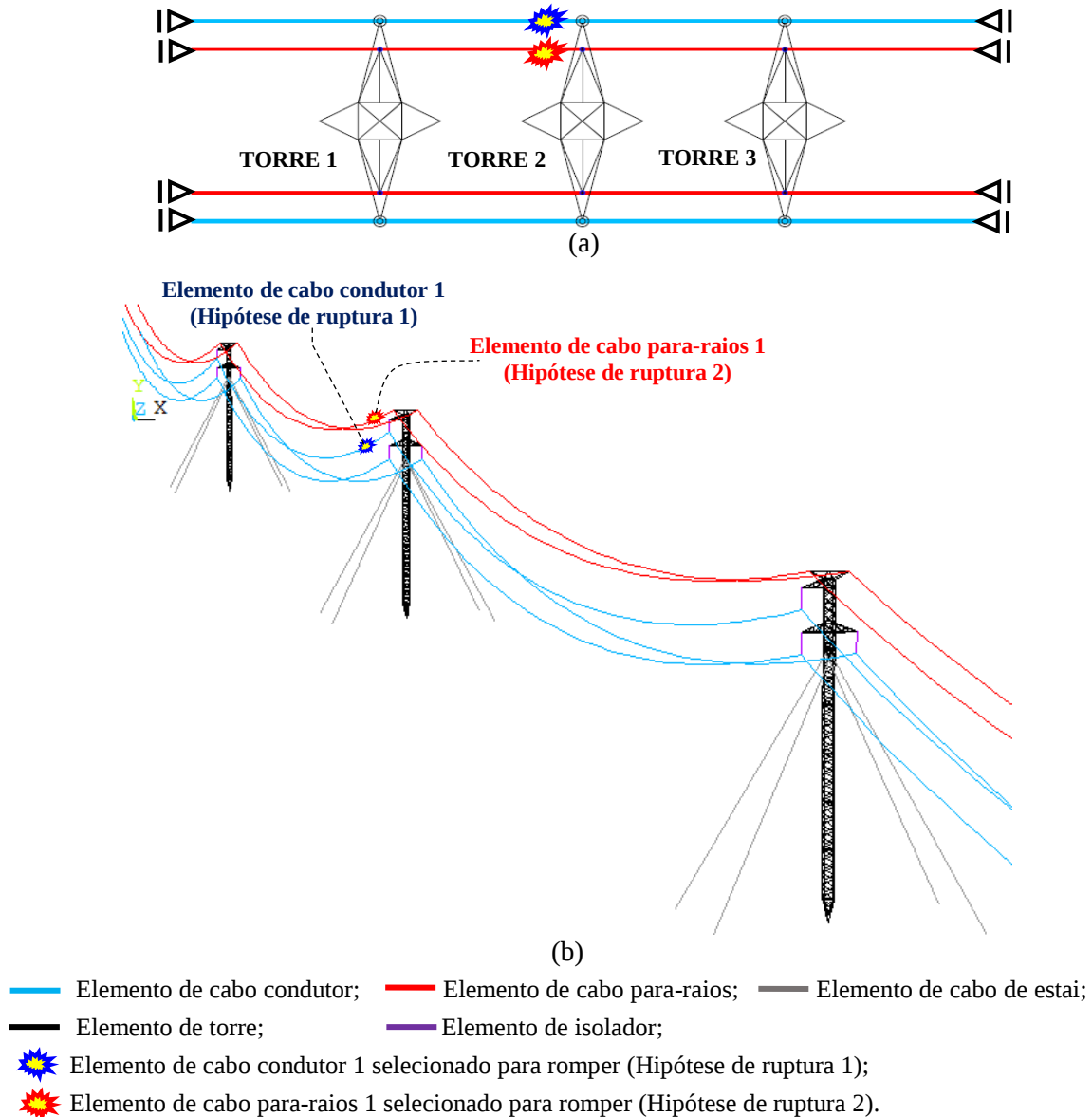


Figura 1. Elementos selecionados para romper na análise dinâmica: (a) vista de topo do modelo completo de LT, (b) vista do modelo em perspectiva 3D

Para o amortecimento viscoso (proporcional à massa nodal), definido pela constante c_m (constante que relaciona o amortecimento com a massa nodal), presente nas Equações (6) e (7), foram adotados os valores $c_m = 3$ e $c_m = 2$ para os elementos das torres e isoladores, respectivamente. Para os elementos de cabo, onde o amortecimento tem um papel mais significativo na resposta dinâmica, foi adotado o valor de $c_m = 1$. Os valores da constante c_m , para cada nó da estrutura, foram definidos com base em um estudo paramétrico realizado por Kaminski *et al.* (2005). Cabe salientar que a constante c_m deve ser ajustada de modo que a razão de amortecimento crítico (ζ) seja próxima a da estrutura real, que no caso de torres metálicas treliçadas varia de 3% a mais de 10%.

Na Tabela 1 são apresentados os principais dados de entrada da rotina numérica para o trecho em análise.

Tabela 1. Dados básicos de entrada na rotina em FORTRAN para a análise dinâmica por integração direta explícita no trecho completo de LT

Aceleração da gravidade	9,81 m/s ²
Constante c_m aplicada aos nós da torre	3,0
Constante c_m aplicada aos nós dos isoladores	2,0
Constante c_m aplicada aos nós dos cabos	1,0
Tempo total da análise	40 s
Intervalo de tempo para aplicação do peso próprio e protensão dos estais	0 a 5 s
Intervalo de tempo para o amortecimento de vibrações induzidas	5 a 20 s
Instante de tempo definido para a ruptura do cabo	20 s
Intervalo de tempo destinado à análise da resposta da estrutura	20 a 40 s
Número total de nós no modelo	1836
Número total de elementos no modelo	4012
Intervalos de tempo de integração utilizados nas análises	2,5E-06 e 4,0E-06 s
Deformação inicial nos estais 1 e 3 (Par 1)	1,452840E-03 m/m
Deformação inicial nos estais 2 e 4 (Par 2)	1,452083E-03 m/m

Para aplicação do MID, o programa desenvolvido permite discretizar a estrutura apenas com elementos de treliça espacial, o que é considerado como uma limitação, já que torres treliçadas quando modeladas apenas com elementos de treliça espacial podem apresentar hipostaticidades internas. Este problema pode ser contornado com a utilização de barras fictícias, com uma rigidez axial tal que evite a instabilidade da estrutura e não altere significativamente os resultados. O processo de calibração e avaliação das barras fictícias inseridas no modelo numérico está descrito em Carlos (2015).

A avaliação da precisão da resposta e estabilidade do método numérico é feita através de duas formas, respectivamente: comparação da frequência fundamental de um modelo com apenas uma torre, sem cabos nem isoladores, com a análise modal do mesmo modelo e verificação da resposta dinâmica do modelo utilizando dois intervalos de tempo de integração diferentes (Δt_1 e Δt_2), menores do que o Δt_{crit} , as quais devem resultar idênticas.

4.2 Avaliação da precisão do método

Para a avaliação da precisão do método numérico, um modelo com apenas uma torre, sem cabos nem isoladores, é submetido a uma carga horizontal impulsiva no topo, a fim de obter o deslocamento horizontal da estrutura na direção da força aplicada ao longo do tempo de análise. Deste modo, pode-se determinar a frequência de vibração associada a este modo e compará-la com aquela obtida em uma análise modal com o mesmo modelo de torre isolada. Esta avaliação é feita nas duas direções horizontais, X e Z.

A aplicação da carga impulsiva é realizada da seguinte forma: o carregamento de peso próprio da estrutura é aplicado gradativamente, de 0 a 100%, em um intervalo de tempo de 0 a 5 segundos. Simultaneamente, é imposta a deformação inicial para a protensão dos estais, também de forma gradual. Depois disso, no instante $t = 5$ segundos, inicia-se a aplicação da carga horizontal na direção X, de forma crescente, durante 5 segundos, atingindo o seu valor máximo em $t = 10$ s. A seguir, o valor da carga é mantido constante durante mais 5 segundos, sendo abruptamente interrompido em $t = 15$ s, colocando a estrutura em vibração livre por mais 5 segundos, até chegar em $t = 20$ s, que é o tempo final desta análise. Com os deslocamentos do topo da torre, na direção X, ao longo do tempo nos últimos 5 segundos da

análise é possível obter a frequência de vibração da torre isolada associada a este modo. Para obter a frequência de vibração da torre na outra direção horizontal é realizado o mesmo procedimento, porém com a carga impulsiva aplicada na direção Z.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados das frequências de vibração encontrados na análise modal e os valores encontrados na análise dinâmica pelo MID com cargas impulsivas.

Tabela 2. Comparativo das frequências de vibração da torre estaiada S1E2 nas direções X e Z, obtidas em análise modal e pelo MID com forças impulsivas

Forma modal	Frequência (Hz)		Variação (%)
	An. Modal*	MID**	
Flexão na direção X	2,739	2,611	4,57
Flexão na direção Z	3,662	3,649	0,19

* Frequências obtidas com a análise modal para o modelo da torre isolada;

** Frequências obtidas com a análise dinâmica pelo MID para o modelo com a torre isolada e forças impulsivas.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 2, para o modelo com a torre estaiada isolada, pode-se observar que o MID é bastante preciso.

4.3 Avaliação da estabilidade do método

Para avaliar a estabilidade do método de integração direta, foram utilizados dois intervalos de tempo de integração diferentes (Δt_1 e Δt_2) para o mesmo modelo de torre isolada, menores que o tempo de integração crítico (Δt_{crit}) da estrutura.

Os valores do intervalo de tempo de integração (Δt), adotados nas análises da torre isolada, estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Intervalos de tempo de integração adotados para a análise dinâmica da torre isolada

Δt_1	Δt_2
2,50E-06 s	4,00E-06 s

Os resultados do modelo analisado foram idênticos para os dois valores de Δt utilizados, tanto para as frequências de vibração na direção X quanto na direção Z, confirmando a estabilidade do método.

5. EXEMPLO NUMÉRICO

O modelo utilizado como exemplo para aplicação do MID consiste em um trecho completo de LT, composto por três torres estaiadas, denominadas S1E2, com as respectivas cadeias de isoladores e cabos de estai, quatro vãos de cabos condutores e cabos para-raios com 500 m de comprimento, totalizando um trecho de 2000 m. As torres estão em um mesmo nível, ou seja, os pontos de suspensão dos cabos são posicionados na mesma altura. Nas extremidades do trecho de LT (em $x = 0$ m e $x = 2000$ m) os cabos são fixados em nós indeslocáveis, isto é, com todos os graus de liberdade à translação (X, Y e Z) restringidos. O mesmo ocorre nos pontos de ancoragem dos estais e nos pés das torres. O modelo numérico é composto por 1902 elementos de barra reais de torres, 9 elementos de isoladores,

1012 elementos de cabos (condutores, para-raios e de estai) e 1089 elementos de barras fictícias de torres. Assim, o trecho completo resulta em um total de 1836 nós e 4012 elementos.

A Fig. 2 ilustra o modelo completo do trecho de LT analisado, identificando a numeração das três torres estaiadas e dos quatro vãos de cabos.

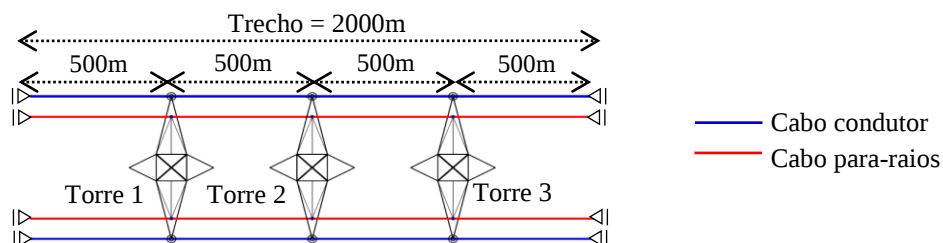


Figura 2. Vista superior do trecho de LT analisado, composto por três torres e quatro vãos de cabos

O modelo é submetido à ação de ruptura de um cabo condutor em uma primeira análise e em uma segunda análise à ruptura de um cabo para-raios.

5.1 Torres e cadeias de isoladores

As torres estaiadas S1E2 são de suspensão (tangente), de circuito simples de 230 kV, com disposição dos cabos condutores de forma triangular assimétrica e dois cabos para-raios. São estruturas metálicas treliçadas, com altura total de 43,5 metros. O mastro central possui uma seção transversal quadrada, com 130 x 130 cm. Cada torre possui quatro cabos de estai, os quais asseguram a estabilidade da estrutura, divididos em dois pares, em que cada par é fixado na torre em pontos simétricos, posicionados entre o tronco e a cabeça da torre. Cada cabo de estai possui um comprimento total de 39,65 m. A silhueta e o espaçamento entre os pontos de ancoragem dos cabos (fundações dos cabos de estai) e os pontos de conexão desses no corpo da torre estão detalhados nas Figuras 3 e 4.

A ancoragem dos estais se dá a 17,0 m do eixo do mastro central, na direção X, e 15,0 m na direção Z (eixos horizontais globais do modelo), como pode ser observado na Fig. 4.

As cadeias de isoladores, nos modelos numéricos adotados, foram consideradas com um único elemento, capaz de resistir apenas a esforços de tração. Estas ficam suspensas nas extremidades dos braços dos cabos condutores e são modeladas com comprimento de 2,70 metros.

5.2 Cabos condutores, para-raios e de estai

Com respeito ao comportamento mecânico dos cabos condutores e para-raios empregados em LT podem ser utilizadas relações de tensão-deformação lineares e não lineares. Para relações não lineares, as expressões são dadas por um polinômio de 4º grau, similares aos empregados por Thrash (1994) e EPRI (1988). Neste trabalho, o comportamento dos cabos foi considerado linear. Assim, o diagrama tensão-deformação dos cabos condutores e para-raios, para uma temperatura constante, é uma linha reta. Para os cabos de estai também foi considerado comportamento linear.

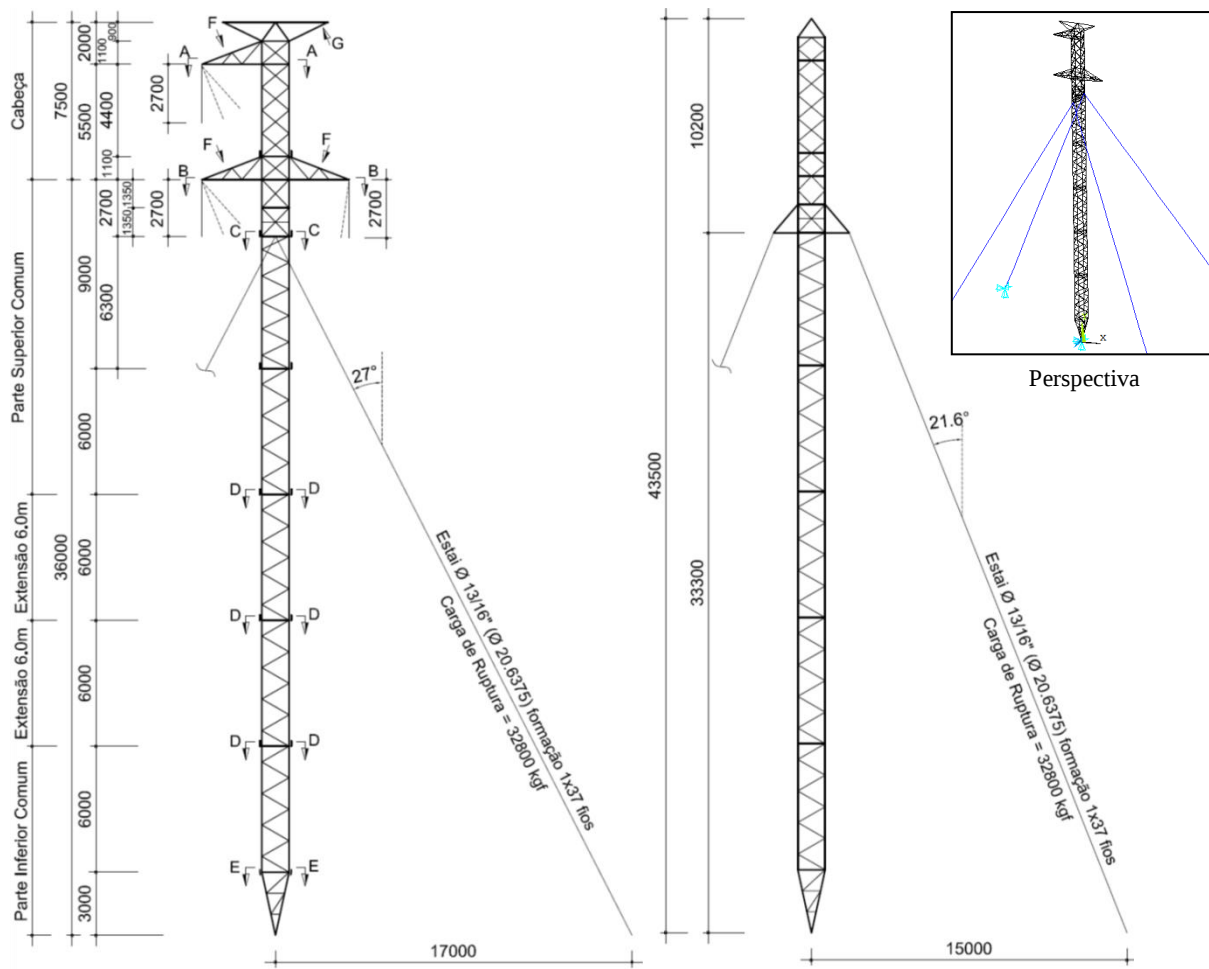


Figura 3. Vista frontal, lateral e em perspectiva da torre estaiada S1E2 com a configuração estrutural dos elementos e demais detalhes geométricos (dimensões em milímetros)

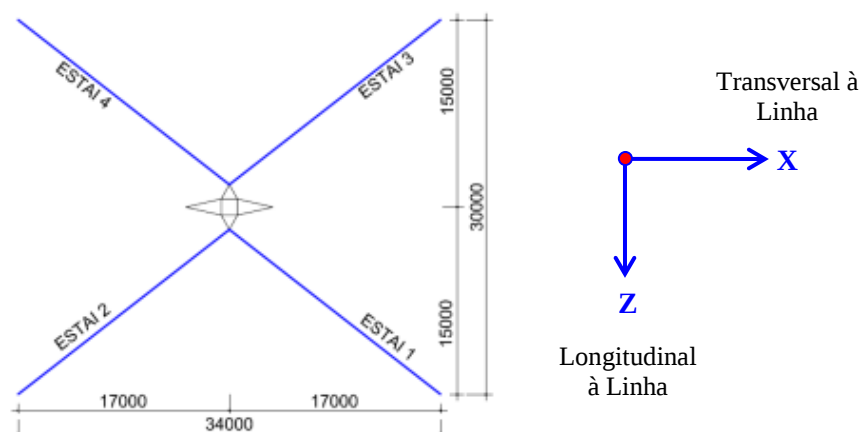


Figura 4. Vista superior da torre estaiada S1E2, apresentando as distâncias entre os pontos de ancoragem dos quatro estais (dimensões em milímetros).

Os cabos condutores utilizados no modelo são de alumínio com reforço de aço do tipo IBIS (CAA/ACSR – *Aluminum Conductor Steel Reinforced*) constituído por 26 fios de alumínio na camada externa e alma com 7 fios de aço (26/7 fios). Os cabos para-raios utilizados são de aço do tipo Extra Alta Resistência (EHS - *Extra High Strength*) com 7 fios

de aço de 3/8 de polegada. Para os estais são utilizados cabos do tipo cordoalha EHS de 37 fios 13/16”. As propriedades mecânicas dos cabos utilizados estão detalhadas na Tabela 4.

Tabela 4. Propriedades dos cabos condutores do tipo IBIS, CAA/ACSR (cabo de alumínio com alma de aço), 26/7 fios, para-raios do tipo EHS (7 fios) 3/8” e cabos de estai do tipo cordoalha EHS (37 fios) 13/16”

Propriedades	Cabos condutores	Cabos para-raios	Cabos de estai
Diâmetro externo	19,89 mm	9,14 mm	20,20 mm
Área da seção transversal	234,00 mm ²	51,08 mm ²	320,00 mm ²
Peso linear	7,98 N/m	3,98 N/m	19,42 N/m
Módulo de Elasticidade	74515 N/mm ²	172369 N/mm ²	120000 N/mm ²
Força de tração última (T_{rup}) - UTS	72506,0 N	68502,6 N	328000,0 N

Para que os cabos condutores e para-raios suspensos sejam modelados adequadamente dentro de um vão de LT, deve-se levar em consideração a deformada característica dos cabos, que por sua vez tem o formato de uma catenária. A flecha máxima que os cabos deverão atingir quando submetidos aos carregamentos de peso próprio e a tensão inicial também devem ser considerados. A configuração da catenária, em relação ao centro do vão do cabo (eixo central), é dada de duas formas: simétrica ou assimétrica. A diferença depende da altura dos pontos de suspensão do cabo. A catenária é considerada simétrica quando os pontos de suspensão se dão em uma mesma altura, onde se localiza o vértice (centro do vão), que é o ponto onde a flecha máxima (f_e) ocorre. Quando os suportes de suspensão estão em alturas desiguais, então a catenária é assimétrica e a flecha máxima não ocorre no centro do vão, como ilustrado na Fig. 5. A flecha é função do comprimento do vão, da temperatura e do nível de tração aplicada no cabo quando instalado nos pontos de suspensão da LT.

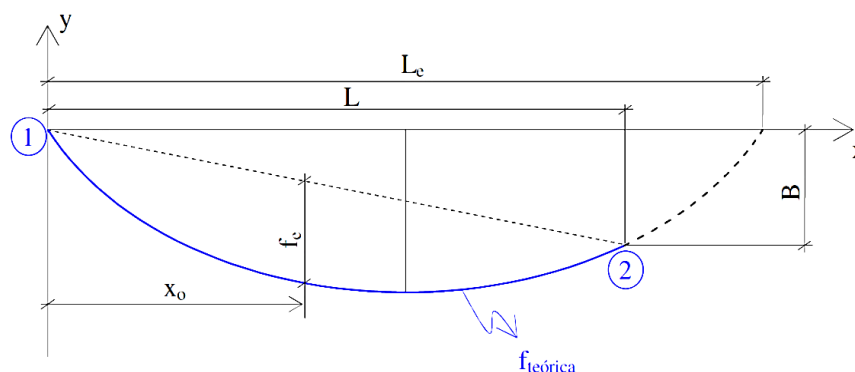


Figura 5. Cabo suspenso entre os suportes “1” e “2” com alturas diferentes (Kaminski *et al.*, 2009)

Os pontos de suspensão foram considerados todos com a mesma altura ($B = 0$), ou seja, todas as catenárias são simétricas.

No caso dos cabos condutores suspensos em linhas de transmissão, sua catenária, na condição EDS (*Every Day Stress*), é projetada para uma tração de projeto inicial da ordem de 20% de sua capacidade última de tração (UTS - *Ultimate Tension Stress*). Esse valor é

recomendado pela NBR 5422 (1985). Para os cabos para-raios, o valor adotado para a força de tração de projeto, na posição teórica, deve ser calculado para uma flecha da catenária teórica “ f_{ep} ” igual a 90% da flecha máxima “ f_e ” dos cabos condutores no vão em consideração. Cabe ressaltar que, segundo a NBR 5422 (1985), o valor recomendado para a tração de projeto inicial nos cabos para-raios é da ordem de 14% da condição UTS.

No instante inicial da análise ($t = 0$), a força peso é desprezada nas coordenadas iniciais dos pontos da catenária. Assim, tem-se duas catenárias, uma sem considerar a força peso (peso próprio), denominada catenária inicial, e outra após a aplicação do peso próprio, denominada catenária teórica. Nessa condição, depois de aplicada a força peso na estrutura, o cabo deve estar posicionado de forma que fique submetido a uma força de tração de projeto (T_p), equivalente a um percentual da força de ruptura na tração do cabo (T_{rup}), com a catenária teórica ($f_{teórica}$) e a flecha máxima (f_e). O valor para a força de tração de projeto dos cabos condutores e para-raios utilizados no estudo foi calculado pelas Equações (12) e (13), respectivamente:

$$T_p = 0,20 \cdot T_{rup} \quad (20\% \text{ para cabos condutores}) \quad (12)$$

$$T_{pp} = 0,1175 \cdot T_{rup} \quad (11,75\% \text{ para cabos para-raios}) \quad (13)$$

As catenárias dos cabos condutores IBIS CAA/ACSR 26/7 e para-raios EHS 3/8" adotados no projeto (Tabela 4) na condição inicial (antes da aplicação da força peso) e teórica (após a aplicação da força peso), considerando um vão $L = 500$ m e com $B = 0$, foram determinadas considerando as formulações apresentadas em Carlos (2015). Detalhes adicionais podem ser encontrados em Irvine e Caughey (1974). Os resultados das catenárias nas condições inicial e teórica dos cabos condutores e para-raios estão apresentados nas Figuras 6 e 7, respectivamente.

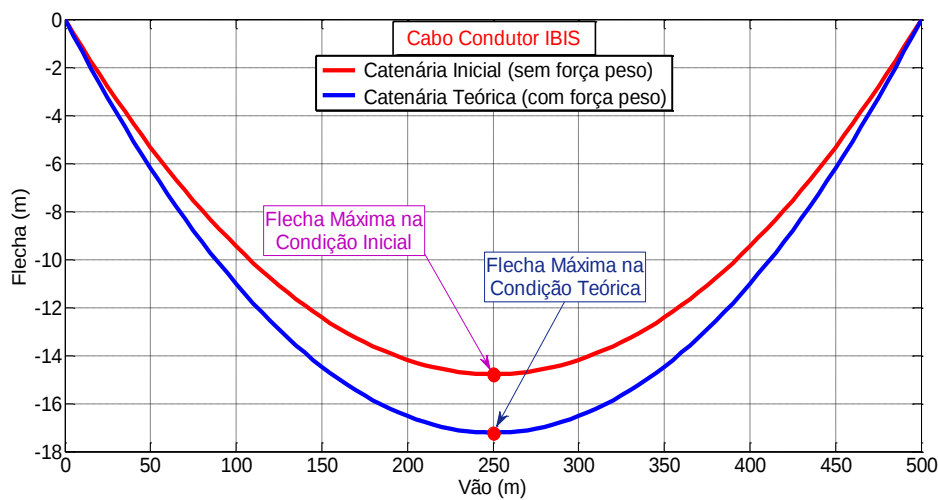


Figura 6. Catenária na condição inicial e teórica para um cabo condutor IBIS CAA/ACSR 26/7, considerando um vão de 500 m entre torres e desnível entre os pontos de suspensão dos cabos igual a zero ($B = 0$)

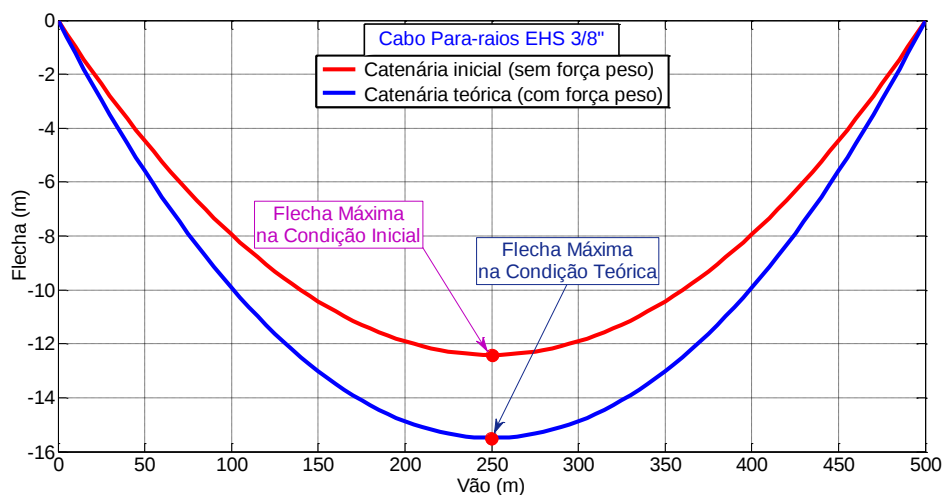


Figura 7. Catenária na condição inicial e teórica para um cabo para-raios EHS 3/8'', considerando um vão de 500 m entre torres e desnível entre os pontos de suspensão dos cabos igual a zero ($B = 0$)

5.3 Protensão nos cabos de estai

A protensão inicial que deve ser aplicada nos cabos de estai da torre S1E2, responsável por garantir a estabilidade do mastro central da estrutura, produz uma tração nestes cabos de aproximadamente 13% da sua carga de ruptura, segundo recomendações da norma canadense CSA S37-01 (2011), a qual sugere valores entre 8 e 15% da capacidade resistente nominal do cabo. Na verdade, a protensão inicial nos cabos de estai, aplicada por meio de uma deformação nos elementos de cabo, é da ordem de 17% da sua carga de ruptura, sendo este valor reduzido para 13% após a aplicação do peso próprio da torre, dos cabos condutores e para-raios e da própria protensão, que faz com que o mastro central encurte, reduzindo assim a protensão inicial.

Na rotina numérica, a protensão inicial nos cabos de estai é aplicada através de uma deformação inicial constante que é somada a deformação do elemento quando se calcula a força axial neste elemento de cabo. Como a torre possui uma silhueta assimétrica, sua estrutura possui naturalmente o centro de gravidade deslocado do eixo central do mastro. Assim, é necessária a aplicação de uma protensão diferente em cada lado, ou em cada par de estais, com a finalidade de manter a estrutura na sua posição vertical.

Para determinar o valor da protensão que deve ser aplicada, foi feito um processo de calibração, onde o primeiro valor de deformação inicial adotada para os estais foi àquele capaz de produzir nos cabos a protensão de 17% da carga de ruptura, aplicada igualmente nos quatro estais da torre. A calibração foi feita alterando-se os valores da deformação inicial, e consequentemente da protensão nos pares de estais, e monitorando-se o deslocamento horizontal na direção X dos nós da ponta dos braços dos estais, os quais devem ser próximos de zero, a fim de manter a estrutura do mastro central na vertical. Este processo foi realizado considerando apenas o peso próprio do mastro central, para que pudesse ser representado de maneira fiel o processo construtivo da estrutura. O peso próprio dos cabos condutores, isoladores e para-raios foram aplicados após a calibração dos estais. Assim, como era esperado, quando foi aplicado o peso próprio dos cabos condutores e para-raios ocorreu mais um alívio na protensão dos cabos de estai. O alívio é gerado em razão do encurtamento do mastro central, causado pelo peso próprio da estrutura, dos cabos condutores e para-raios e pela própria aplicação da protensão. Os valores obtidos para a deformação inicial aplicada a

cada um dos pares de estais, de modo a garantir que o mastro central permaneça na vertical, são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5. Valores de deformação inicial aplicados aos pares de estais

Elemento	Deformação inicial
Par 1 (estais 1 e 3)	1,452840E-03 m/m
Par 2 (estais 2 e 4)	1,452083E-03 m/m

5.4 Resultados da análise

Os resultados obtidos para a torre 2 analisada na rotina numérica e submetida à ruptura de cabo condutor e para-raios, em termos de deslocamentos e esforços normais nas barras, são apresentados a seguir. Os resultados de uma análise estática do modelo isolado da mesma torre, que utiliza as “cargas estáticas equivalentes” na simulação da ruptura de cabos, é empregada como parâmetro comparativo em termos de deslocamentos máximos no topo e esforços normais nas barras.

5.4.1 Deslocamentos

Os resultados para os deslocamentos no topo da torre 2, resultantes da ação dinâmica de ruptura do cabo condutor e do cabo para-raios, na direção longitudinal à linha (Z), estão ilustrados na Fig. 8, juntamente com os respectivos deslocamentos obtidos na análise estática.

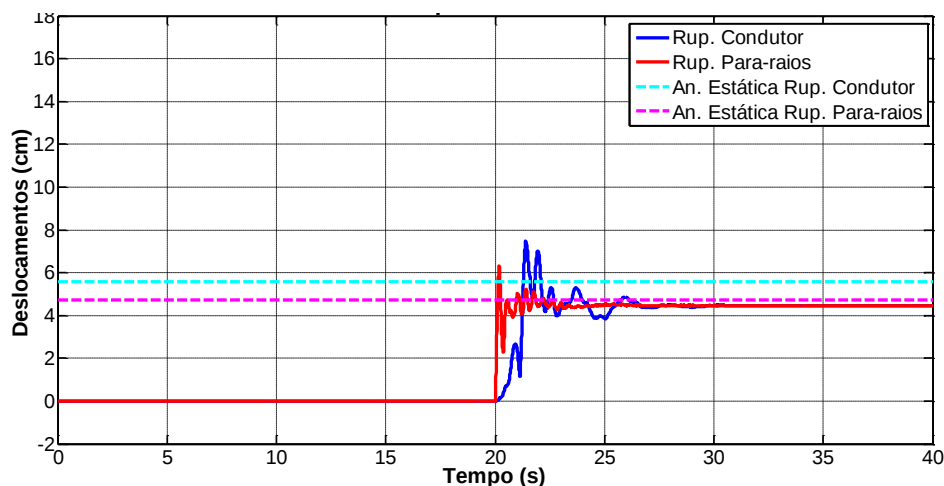


Figura 8. Deslocamentos longitudinais no nó 251 da torre 2 para as duas hipóteses de ruptura (cabo condutor 1 e cabo para-raios 1)

5.4.2 Esforços nos elementos

Os esforços normais nos estais 1 e 3, referentes ao par 1 da torre 2 (adjacente ao ponto de ruptura) do trecho de LT, para a hipótese de ruptura do cabo condutor, são apresentados na Fig. 9.

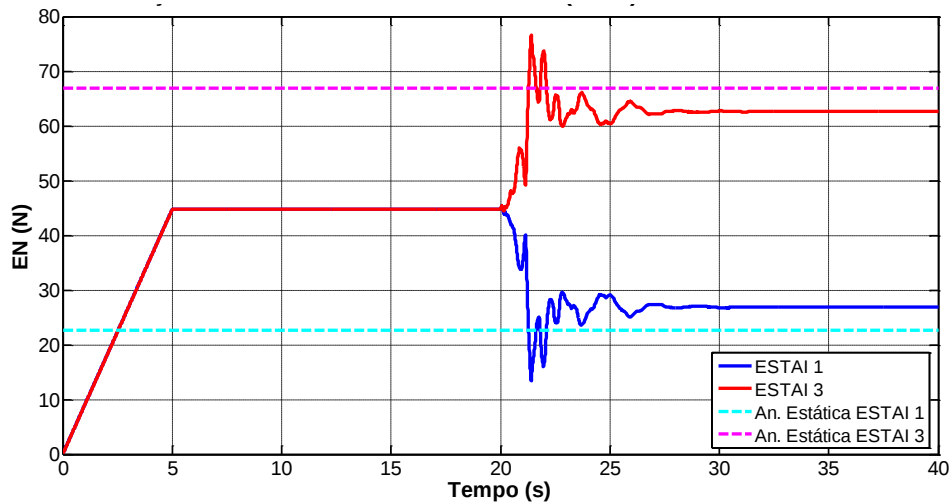


Figura 9. Esforço normal de tração nos estais 1 e 3 (par 1) da torre 2 para a hipótese de ruptura do cabo condutor 1

Para os estais 2 e 4, referentes ao *par 2* da torre 2 do trecho de LT, para a hipótese de ruptura do cabo condutor, os valores de esforços normais são apresentados na Fig. 10.

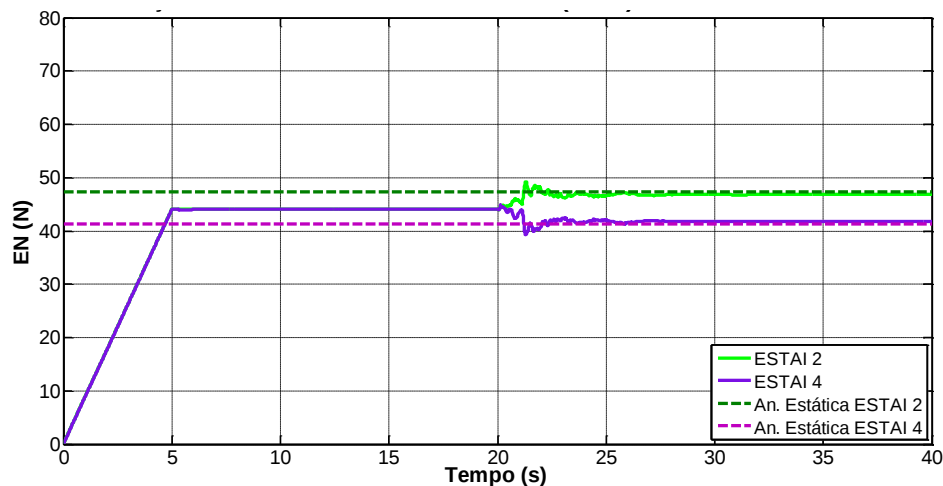


Figura 10. Esforço normal de tração nos estais 2 e 4 (par 2) da torre 2 para a hipótese de ruptura do cabo condutor 1

A Fig. 11 ilustra os esforços normais na barra montante 173 da torre 2, posicionada abaixo dos suportes de fixação dos estais, para a hipótese de ruptura do cabo condutor.

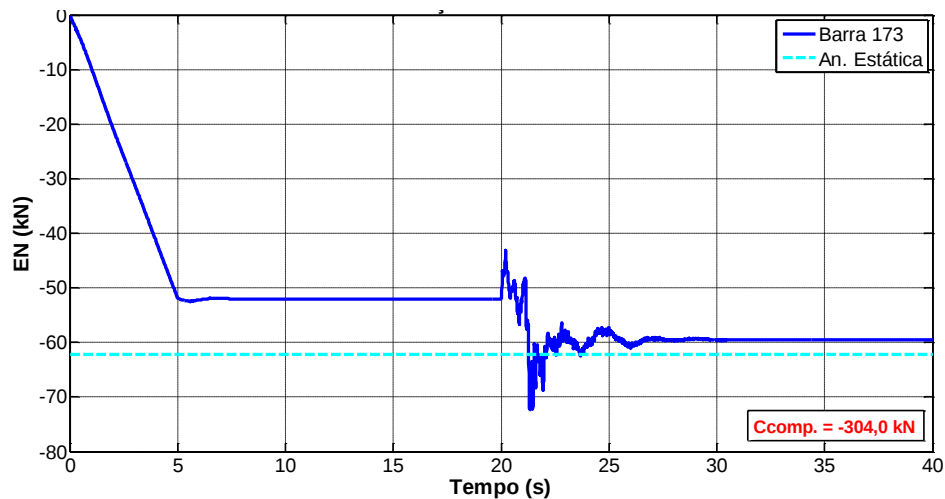


Figura 11. Esforço normal na barra montante 173 da torre 2 para a hipótese de ruptura do cabo condutor 1

Na Fig. 12 são apresentados os esforços da barra diagonal 483 da torre 2, que está situada na região de esforços mais significativos para esse tipo de barra (acima das mísulas de fixação dos estais), para a hipótese de ruptura do cabo condutor.

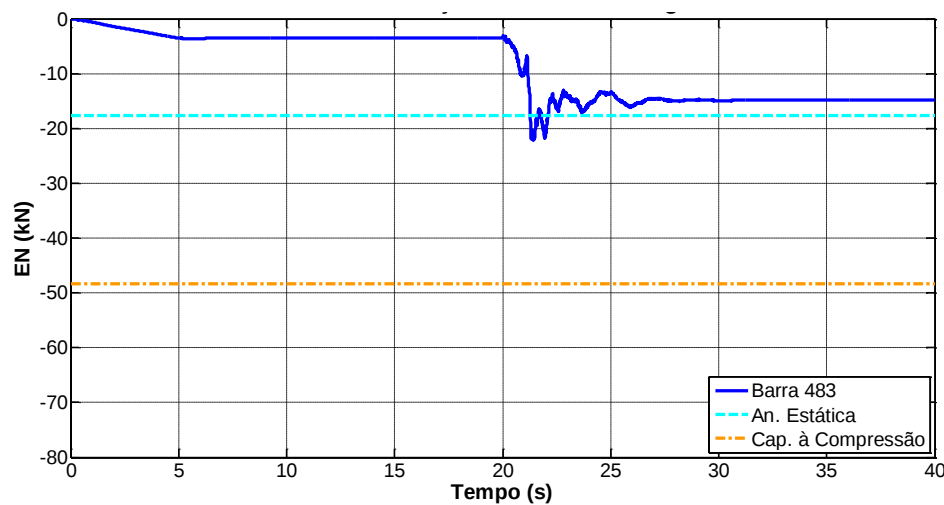


Figura 12. Esforço normal na barra diagonal 483 da torre 2 para a hipótese de ruptura do cabo condutor 1

Nas Figuras 13 e 14, estão ilustrados os esforços nas barras localizadas no braço superior que sustenta o cabo condutor que rompe, na torre 2.

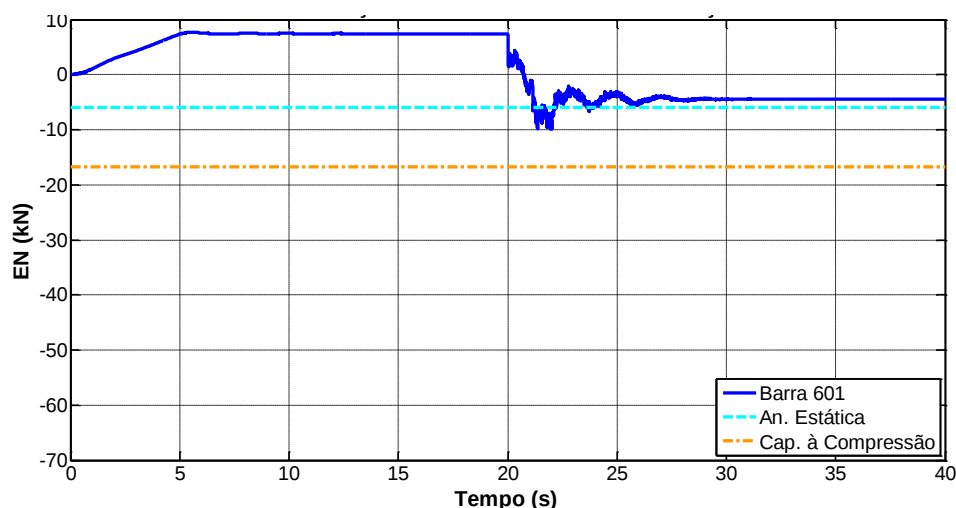


Figura 13. Esforço normal na barra 601 do braço do cabo condutor 1 da torre 2 para a hipótese de ruptura do cabo condutor 1

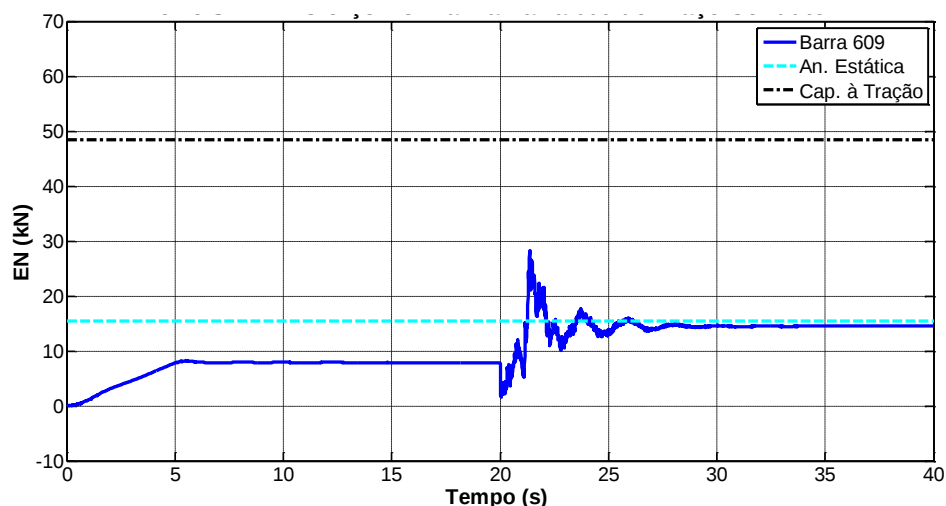


Figura 14. Esforço normal na barra 609 do braço do cabo condutor 1 da torre 2 para a hipótese de ruptura do cabo condutor 1

Pode-se observar, pelos resultados apresentados, o correto funcionamento da rotina durante a aplicação gradual dos carregamentos de peso próprio e de protensão nos cabos de estai ($t = 0$ a 5 s), intervalo para o amortecimento de eventuais vibrações ($t = 5$ a 20 s), instante da ruptura do elemento de cabo selecionado ($t = 20$ s) e, por fim, durante o intervalo para obtenção da resposta dinâmica da estrutura no tempo ($t = 20$ a 40 s).

5.4.3 Pós-processamento

Depois de obtidos os resultados da análise dinâmica do trecho completo de LT, os arquivos de saída de resultados gerados na rotina em FORTRAN, em termos de deslocamentos nodais ao longo do tempo da análise, podem ser visualizados em programas de pós-processamento, permitindo observar o movimento da estrutura no tempo. Na Fig. 15 são apresentadas as coordenadas nodais de todo o trecho da LT, para todos os instantes de tempo determinados, ao longo da análise (0 a 40 segundos).

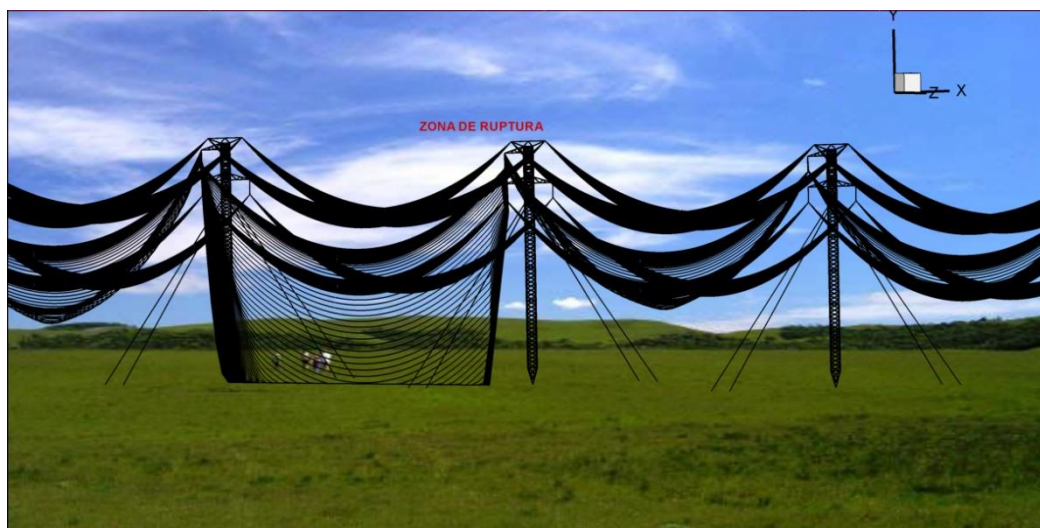


Figura 15. Quadros de animação do modelo numérico do trecho completo de LT, submetido à ruptura do cabo condutor (plano de fundo ilustrativo)

A partir do conjunto de coordenadas nodais de todo o trecho da LT, gerado em determinados instantes de tempo, para a hipótese de ruptura de cabo condutor, a ferramenta de pós-processamento permite também o desenvolvimento de vídeos da simulação, do início ao fim da análise (0 a 40 s), onde pode ser observado o comportamento da torre adjacente ao ponto de ruptura, bem como as variações de flecha nos cabos dos vãos adjacentes.

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou uma rotina computacional desenvolvida em linguagem FORTRAN capaz de gerar e analisar um segmento completo de uma LT, composto de torres metálicas estaiadas e incluindo todos os demais componentes, submetido a ações dinâmicas.

Os resultados demonstraram que a rotina é bastante eficiente e de fácil utilização, podendo se tornar uma excelente ferramenta para projetistas na obtenção da resposta dinâmica de estruturas de LT, a fim de verificar o dimensionamento obtido com uma análise estática convencional, principalmente quando novos tipos de torres e disposição de cabos é proposta.

Em processos de validação por comparações de frequências de vibração e esforços normais nos elementos por cargas impulsivas, verificou-se que a rotina numérica utilizada para a solução dinâmica do problema de ruptura de cabos, que utiliza o MID, é precisa para as análises, uma vez que esses processos convergiram. Além disso, a precisão dos resultados também foi testada utilizando dois tempos de integração diferentes (Δt_1 e Δt_2), que indicaram a estabilidade do método de integração direta.

Em razão da grande quantidade de elementos (4012) no modelo dinâmico do trecho de LT, com um intervalo de integração (Δt) de 4,0E-06 s, o tempo investido no processamento da análise dinâmica de ruptura de cabo foi relativamente longo, pouco mais de 7 horas, considerando um PC com processador Intel Core i5 e 4Gb de memória RAM.

Deve-se ter em conta as simplificações consideradas na programação e que suas respostas partem de uma solução numérica aproximada, visto que este é um tema com diversas variáveis ainda a serem investigadas. É necessário que o desenvolvimento do programa seja continuado para que o mesmo possa ser aplicado em um programa mais completo que permita

principalmente a utilização de elementos de pórtico plano, simplificando e aumentando a precisão dos modelos em análise.

Por fim, é fundamental que mais estudos a respeito desse tema sejam realizados com modelos cada vez mais realistas e considerando outras tipologias de torres estaiadas, além da realização de ensaios experimentais para a confirmação da precisão dos resultados.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro da CAPES, Brasil.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). *NBR 5422: Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica*. Rio de Janeiro, 1985.

Bathe, K. J. *Finite element procedures in engineering analysis*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

Carlos, T. B. *Análise dinâmica de torres estaiadas de linhas de transmissão submetidas à ruptura de cabo*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia. 2015.

CSA-S37-01. *Antennas, towers, and antenna-supporting structures*. Canadá, 2011.

Electric Power Research Institute (EPRI). *TLOP/SAGT manual, TL Workstation code*, EL-4540, v. 6, Palo Alto, CA, 1988.

Groehs, A. G. *Mecânica vibratória*. São Leopoldo, RS: Editora Unisinos, 2a edição, 2005.

Humar, J. L. *Dynamics of structures*. 2nd edition. Leiden: A. A. Balkema Publishers, 2005.

Irvine, H. M., Caughey, T. K. *The linear theory of free vibrations of a suspended cable*. Proceedings of the Royal Society of London, Vol. A341, 299-315. Londres, Inglaterra, 1974.

Kaminski Jr., J. *Incertezas de modelo na análise de torres metálicas treliçadas de linhas de transmissão*. 2007. Tese de Doutorado em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. 2007.

Kaminski Jr. J, Miguel L.F.F., Menezes R.C.R. *Aspectos relevantes na análise dinâmica de torres de LT submetidas à ruptura de cabos*. Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica. Curitiba, Brasil. 2005.

Kaminski Jr., J.; Miguel, L.F.F.; Menezes, R.C.R.; Miguel, L.F.F.; Martins, E. G. *Rotina computacional para análise dinâmica de estruturas de linhas de transmissão*. XIII Encontro Regional Iberoamericano do CIGRÉ (XIII ERIAC). Puerto Iguazú, Argentina. 2009.

Menezes, R. C. R.; Rocha, M. M.; Riera, J. D. *The use of explicit methods in the analysis of transmission line towers*. LDEC, UFRGS, 1998.

Thrash, R. *Overhead conductor manual*. Southwire Company, One Southwire Drive. Carolton, GA, 1994.