



Software para o Ensino da Análise Cinemática de Mecanismos

Juliana da Silva Buzzi

Aníbal Alexandre Campos Bonilla

renato.juliana.23@gmail.com

alexandre.campos@udesc.br

Centro de Ciências Tecnológicas - Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Rua Paulo Malschitzki, 200, 89219-710, Santa Catarina, Joinville, Brasil

Yuri Daniel Moratelli

yuri.moratelli@hotmail.com

Centro de Ciências Tecnológicas - Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Rua Paulo Malschitzki, 200, 89219-710, Santa Catarina, Joinville, Brasil

Resumo. *O presente artigo apresenta um programa computacional que auxilia no ensino da Engenharia Mecânica, ajudando na execução de mecanismos de ensino para análise cinemática, utilizando para isto diversas técnicas de resolução para o sistema, tais como cadeias cinemáticas, métodos de matriz, entre outras, e avaliando também a qualidade do mecanismo de transmissão. Com o conhecimento do ângulo entre o vetor força para a barra e a velocidade de saída da barra consegue-se saber que parte da energia de entrada é aplicada pelo atuador na barra de saída e assim mensurar quanto o mecanismo é eficiente e o que pode ser feito para aumentar sua eficiência gastando menos energia. Logo este estudo objetiva o desenvolvimento de um programa em software livre para auxiliar o utilizador na execução de modelos de análise cinemática para determinado mecanismo, definindo o tipo e a quantidade de juntas do mesmo e disponibilizando a visualização do mecanismo em movimento para melhor compreensão do mecanismo cinemático.*

Palavras-chave: *Software, Mecanismo de ensino, Análise cinemática*

1 INTRODUÇÃO

É notável a dificuldade de compreensão e visualização dos movimentos dos corpos rígidos, isto é um grande problema no ensino de disciplinas relacionadas a análise cinemática onde na maior parte das vezes os enfoques são complexos por utilizarem cálculos de equações diferenciais e matriciais que solicitam esforços matemáticos apurados. Para isto, há vários métodos e técnicas disponíveis que auxiliam na realização de um projeto de mecanismos, as quais podem ser mencionadas como os métodos gráficos, analíticos algébricos, os vetoriais e os numéricos, alguns dos quais podem se tornar muito frustrantes (Uicker et al., 2010). Assim, é apropriado para a análise cinemática o uso de processos gráficos computacionais para poucos pontos de interesse, pois ao executá-los manualmente perdesse a confiabilidade nos resultados. Soni (1974) expôs um método numérico e iterativo para um projeto de mecanismo de quatro barras que propusesse uma trajetória particular desejada, a partir da origem de pontos de interesse especificados. Tao (1964) publicou vários métodos gráficos para um projeto de mecanismos expondo várias metodologias para o alcance da solução do mecanismo de quatro barras. Além do que há restrições práticas tais como problemas nos gráficos desenhados, nos ângulos dos vetores da direção, velocidade e aceleração, ocorrendo muitos erros se comparados com os resultados analíticos. O diagnóstico computacional dinâmico do mecanismo de quatro barras, desenvolvido neste trabalho, poderá colaborar com o ensino da análise cinemática, visto que são empregadas metodologias computacionais que facilitam o acesso e utilização por parte do usuário. O uso de um processo tecnológico que aumentará a acurácia dos resultados e facilitará o entendimento dos cálculos permite concepção e visualização apuradas do funcionamento do mecanismo em estudo, facilitando a implementação do algoritmo.

2 DESENVOLVIMENTO

Tendo em vista à simulação e análise do funcionamento de mecanismos de quatro barras, este trabalho tem como objetivo descrever a utilização de recursos tecnológicos computacionais para visualização de trajetórias e movimentos, assim como redução do tempo e erros dos cálculos realizados manualmente. Com o conhecimento do ângulo entre o vetor força para a barra e a velocidade angular de saída da barra é feita a simulação do mecanismo no software numérico SCILAB, inclusive com visualização gráfica em modo contínuo do movimento e análise de parâmetros como deslocamento, velocidade e aceleração. O estudo cinemático neste trabalho é realizado por meio do procedimento desenvolvido por Pivetta et al (2009) baseado na análise de posição de Uicker, Pennock e Shigley (2010).

O mecanismo plano de quatro barras é um sistema mecânico combinado de elementos articulados, de uma forma geral a análise da cinemática em mecanismos articulados é feita considerando-se as barras como corpos rígidos e as articulações sem folgas e sem interferências. Assim neste trabalho foi realizada a precisão dos seguintes cálculos no software numérico SCILAB, pois tanto métodos gráficos como algébricos podem ser empregados para calcular deslocamentos, velocidades e acelerações.

Análise da Posição – A figura 1 ilustra um mecanismo de quatro barras ao qual deseja-se realizar a análise de posição dos seus elementos. Na mesma estão representados os vetores que formam a cadeia cinemática.

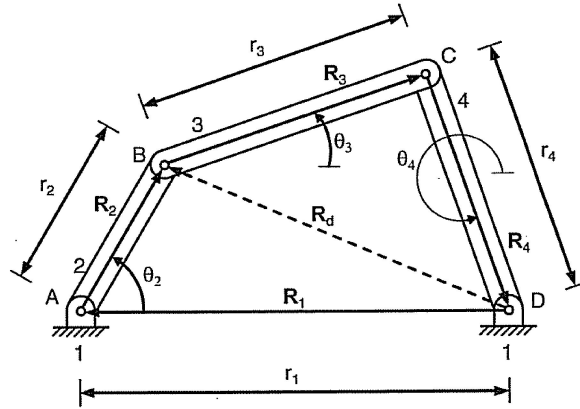


Figure 1: Mecanismo de quatro barras (Flores P. et al.,2007)

A cadeia cinemática referente ao mecanismo de quatro barras pode ser representada pela seguinte equação vetorial:

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 0 \quad (1)$$

Utilizando a fórmula de Euler podemos reescrever da seguinte forma a equação 1,

$$r_1 \cos(\theta_1) + r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\theta_3) + r_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad (2)$$

$$r_1 \sin(\theta_1) + r_2 \sin(\theta_2) + r_3 \sin(\theta_3) + r_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad (3)$$

Na análise de posição do mecanismo de quatro barras representado na 1, os comprimentos das barras r_1, r_2, r_3 e r_4 são conhecidos, assim o problema é constituído em determinar os valores dos ângulos θ_3 e θ_4 , sendo dado o valor de θ_2 . Este caso é análogo à solução de equações vetoriais em que as direções de dois vetores diferentes são desconhecidos, que são ilustradas na figura 2, gerando duas soluções distintas.

Uma outra saída à resolução gráfica apresentada é utilizar as equações 2 e 3, as quais constituem um sistema de duas equações e duas incógnitas, θ_3 e θ_4 . Este sistema não apresenta solução analítica, sendo assim necessário recorrer a métodos numéricos iterativos para obter as soluções, ou soluções suficientemente próximas.

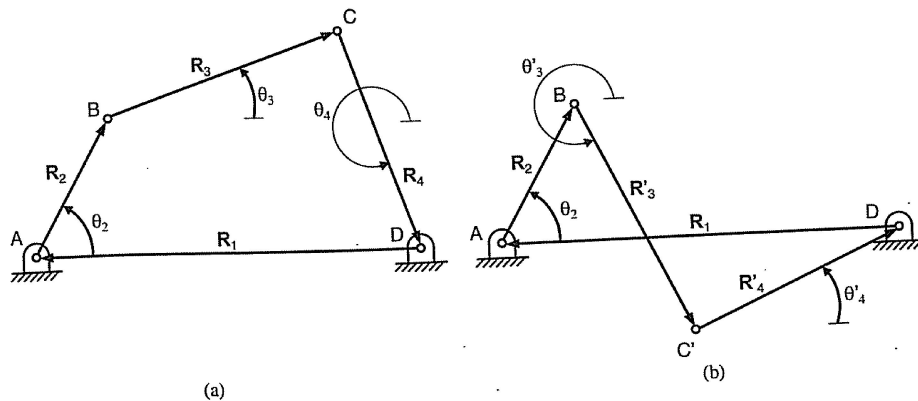


Figure 2: Análise gráfica do mecanismo de quatro barras (Flores P. et al.,2007)

Em seguida é apresentada uma outra metodologia que leva à obtenção dos valores θ_3 e θ_4 , assim teremos a existência de um vetor diagonal auxiliar R_d no mecanismo de quatro barras de modo que une o ponto D ao ponto B, como está na figura 1, este vetor é expresso da seguinte forma,

$$R_d = R_1 + R_2 \quad (4)$$

ou ainda,

$$r_d \cos(\theta_d) = r_1 \cos(\theta_1) + r_2 \cos(\theta_2) \quad (5)$$

$$r_d \sin(\theta_d) = r_1 \sin(\theta_1) + r_2 \sin(\theta_2) \quad (6)$$

Sabendo que $\theta_1 = 180^\circ$, as equações 5 e 6 podem ser simplificadas como segue,

$$r_d \cos(\theta_d) = -r_1 + r_2 \cos(\theta_2) \quad (7)$$

$$r_d \sin(\theta_d) = r_2 \sin(\theta_2) \quad (8)$$

Elevando ao quadrado ambas equações 7 e 8 e somando-as, termo a termo, temos,

$$r_d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_2) \quad (9)$$

Por outro lado, da equação 8, temos

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{r_2}{r_d} \sin(\theta_2)\right) \quad (10)$$

Lembrando que as equações 9 e 10, respectivamente correspondem a aplicação das leis dos cossenos e dos senos ao triângulo ABD. O vetor R_d pode também ser escrito,

$$R_d = R_3 + R_4 \quad (11)$$

ou seja,

$$r_4 \cos(\theta_4 - \theta_3) = r_d \cos(\theta_d - \theta_3) - r_3 \quad (12)$$

$$r_4 \sin(\theta_4 - \theta_3) = r_d \sin(\theta_d - \theta_3) \quad (13)$$

Elevando ao quadrado ambas as equações e somando termo a termo, temos

$$r_4^2 = r_3^2 + r_d^2 - 2r_3r_d \cos(\theta_d - \theta_3) \quad (14)$$

Resolvendo a equação 14 para θ_3 temos,

$$\theta_3 = \theta_d \pm \arccos \frac{r_d^2 + r_3^2 - r_4^2}{2r_d r_3} \quad (15)$$

Fazendo de mesmo modo para θ_4 temos,

$$\theta_4 = \theta_d \pm \arccos \frac{r_d^2 + r_4^2 - r_3^2}{2r_d r_4} \quad (16)$$

Com isso, as equações 15 e 16 admitem cálculos para as posições angulares das barras 3 e 4 do mecanismo.

Análise da Velocidade – Na figura 3 estão representados os vetores posição da cadeia cinemática ao qual pretende-se analisar as velocidades de alguns de seus elementos. Sabendo que é conhecido o valor de ω_2 .

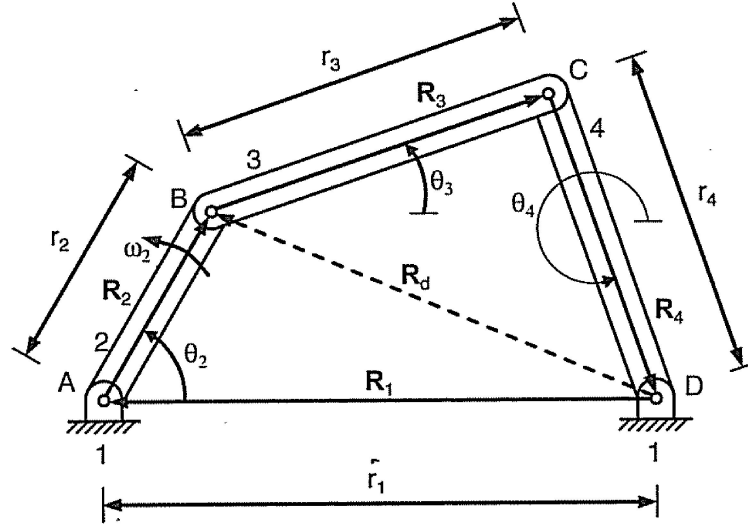


Figure 3: Análise gráfica do mecanismo de quatro barras (Flores P. et al.,2007)

Visto que,

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 0 \quad (17)$$

Utilizando a fórmula de Euler podemos reescrever da seguinte forma a equação 17,

$$r_1 \cos(\theta_1) + r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\theta_3) + r_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad (18)$$

$$r_1 \sin(\theta_1) + r_2 \sin(\theta_2) + r_3 \sin(\theta_3) + r_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad (19)$$

Derivando a equação 18 e 19, sendo que r_1, r_2, r_3, r_4 e θ_1 não variam com o tempo, temos

$$-r_2\omega_2 \sin(\theta_2) - r_3\omega_3 \sin(\theta_3) - r_4\omega_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad (20)$$

$$r_2\omega_2 \cos(\theta_2) + r_3\omega_3 \cos(\theta_3) + r_4\omega_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad (21)$$

Sendo que,

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 \quad (22)$$

$$\frac{d\theta_3}{dt} = \omega_3 \quad (23)$$

$$\frac{d\theta_4}{dt} = \omega_4 \quad (24)$$

Isolando nas equações 20 e 21 ω_3 e ω_4 temos,

$$\omega_3 = \frac{r_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_4)}{r_3 \sin(\omega_4 - \omega_3)} \quad (25)$$

$$\omega_4 = \frac{r_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{r_4 \sin(\omega_4 - \omega_3)} \quad (26)$$

Aos valores dos ângulos θ_3 e θ_4 são obtidos através da análise da posição do mecanismo de quatro barras, que resulta,

$$\theta_3 = \theta_d \pm \arccos \frac{r_d^2 + r_3^2 - r_4^2}{2r_d r_3} \quad (27)$$

$$\theta_4 = \theta_d \pm \arccos \frac{r_d^2 + r_4^2 - r_3^2}{2r_d r_4} \quad (28)$$

Sendo que θ_d e r_d são obtidos por,

$$\theta_d = \arcsin \left(\frac{r_2}{r_d} \sin(\theta_2) \right) \quad (29)$$

$$r_d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2) \quad (30)$$

Análise da Aceleração – Analisando a mesma figura 3 a qual está com velocidade angular constante igual a ω_2 , temos que a aceleração mede a rapidez com que um corpo varia sua velocidade, assim com base na equação que traduz a cadeia cinemática formada pelos vetores R_1, R_2, R_3 e R_4 temos,

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 0 \quad (31)$$

Utilizando a fórmula de Euler podemos reescrever da seguinte forma a equação 31,

$$r_1 \cos(\theta_1) + r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\theta_3) + r_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad (32)$$

$$r_1 \sin(\theta_1) + r_2 \sin(\theta_2) + r_3 \sin(\theta_3) + r_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad (33)$$

Derivando duas vezes estas equações em ordem ao tempo, conseguimos obter as equações que permitem calcular as acelerações das barras deste mecanismo de quatro barras. Da mesma forma sabemos que r_1, r_2, r_3, r_4 e θ_1 não variam com o tempo, então utilizamos a fórmula de Euler nas equações 32 e 33 para obter este sistema,

$$\omega_3 = \frac{r_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_4)}{r_3 \sin(\omega_4 - \omega_3)} \quad (34)$$

$$\omega_4 = \frac{r_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{r_4 \sin(\omega_4 - \omega_3)} \quad (35)$$

De forma análoga a velocidade quando derivamos aparecem duas incógnitas α_3 e α_4 da

seguinte forma,

$$\alpha_3 = \frac{r_2\omega_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_4) + r_3\omega_3^2 \cos(\theta_3 - \theta_4) + r_4\omega_4^2}{r_3 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (36)$$

$$\alpha_4 = \frac{r_2\omega_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_3) + r_4\omega_4^2 \cos(\theta_3 - \theta_4) + r_3\omega_3^2}{r_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (37)$$

O valor do ângulo θ_2 é dado por,

$$\theta_2 = \omega_2 t \quad (38)$$

Da mesma maneira como antes, os valores dos ângulos θ_3 e θ_4 podem ser obtidos da análise da posição do mecanismo,

$$\theta_3 = \theta_d \pm \arccos \frac{r_d^2 + r_3^2 - r_4^2}{2r_d r_3} \quad (39)$$

$$\theta_4 = \theta_d \pm \arccos \frac{r_d^2 + r_4^2 - r_3^2}{2r_d r_4} \quad (40)$$

Sendo que θ_d e r_d são obtidos por,

$$\theta_d = \arcsin \left(\frac{r_2}{r_d} \sin(\theta_2) \right) \quad (41)$$

$$r_d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2) \quad (42)$$

Obtivemos até agora os cálculos de forma explícita, podemos observar que ao realizar manualmente podemos ter grandes chances de erros, por isso foi criado um algoritmo computacional.

Para um primeiro momento extraímos do problema os valores iniciais para serem adicionados ao nosso algoritmo:

$$\begin{array}{lll} x_1 = 0.0 & y_1 = 0.0 & \phi_1 = 0.0^\circ \\ x_2 = 0.5 & y_2 = 0.8 & \phi_2 = 60.0^\circ \\ x_3 = 2.6 & y_3 = 2.6 & \phi_3 = 30.0^\circ \\ x_4 = 3.5 & y_4 = 1.8 & \phi_4 = 60.0^\circ \end{array}$$

temos que x, y e ϕ referem-se as coordenadas dos eixos ξ e η , conforme a figura:

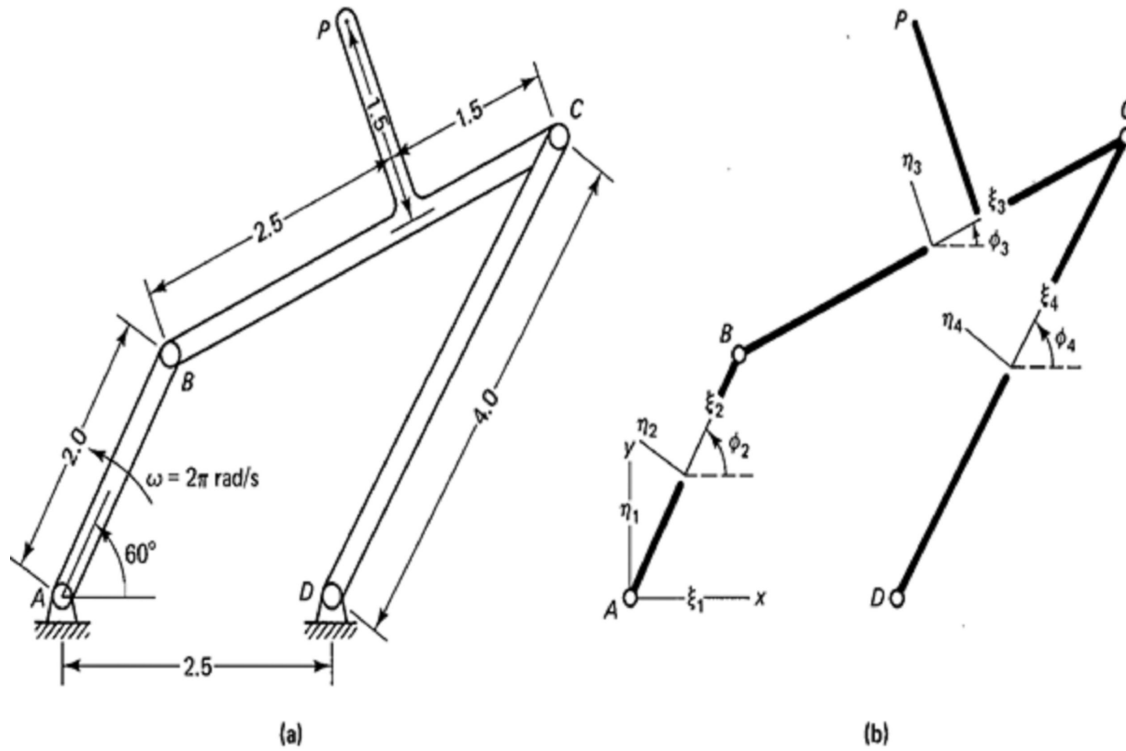


Figure 4: Mecanismo (Nikravesh et al., 1988)

Extraímos também as coordenadas das juntas nos sistemas locais, fixos nos corpos,

$$\begin{array}{cccc} \xi_1^A = 0.0 & \eta_1^A = 0.0 & \xi_2^A = -1.0 & \eta_2^A = 0.0 \\ \xi_2^B = 1.0 & \eta_2^B = 0.0 & \xi_3^B = -2.0 & \eta_3^B = 0.0 \\ \xi_3^C = 2.0 & \eta_3^C = 0.0 & \xi_4^C = 2.0 & \eta_4^C = 0.0 \\ \xi_4^D = -2.0 & \eta_4^D = 0.0 & \xi_1^D = 2.5 & \eta_1^D = 0.0 \end{array}$$

O valor da velocidade angular é dado $\omega = 6.2832 \text{ rad/s}$. Para uma volta completa de 2π radianos, é necessário um segundo de tempo de simulação. O programa inicia o mecanismo como segue a figura 5:

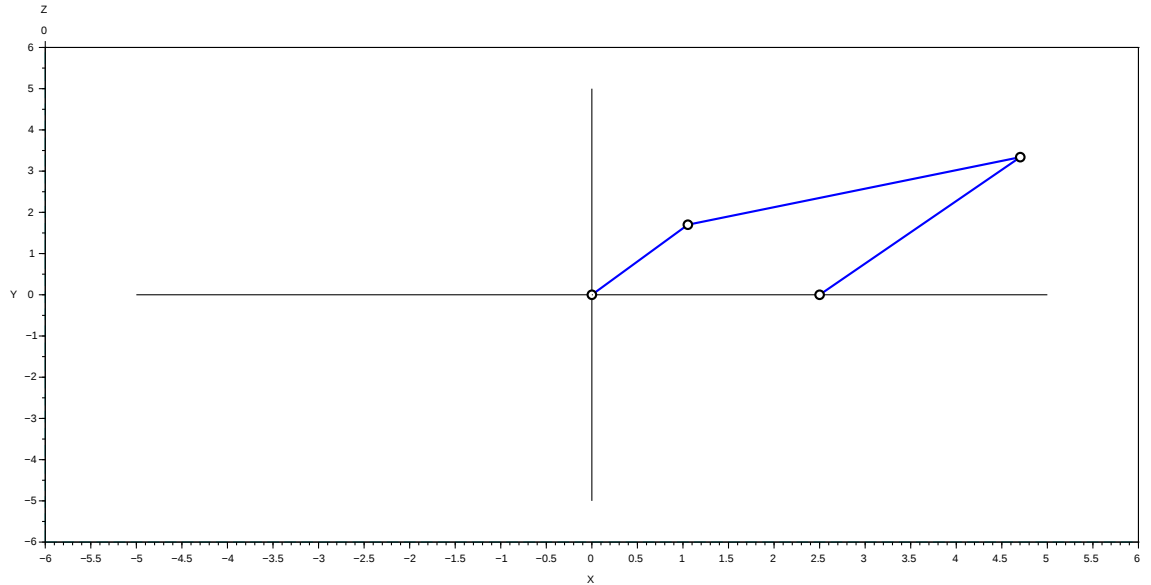


Figure 5: Produção do próprio autor

Um incremento de tempo de $0,025s$ resulta em incrementos de 9° em ϕ_2 , assim os resultados obtidos para os ângulos são dados em radianos. Realizando variações no tempo conseguimos obter os valores de deslocamentos, velocidades e acelerações como seguem nas figuras 6, 7, 8 e 9:

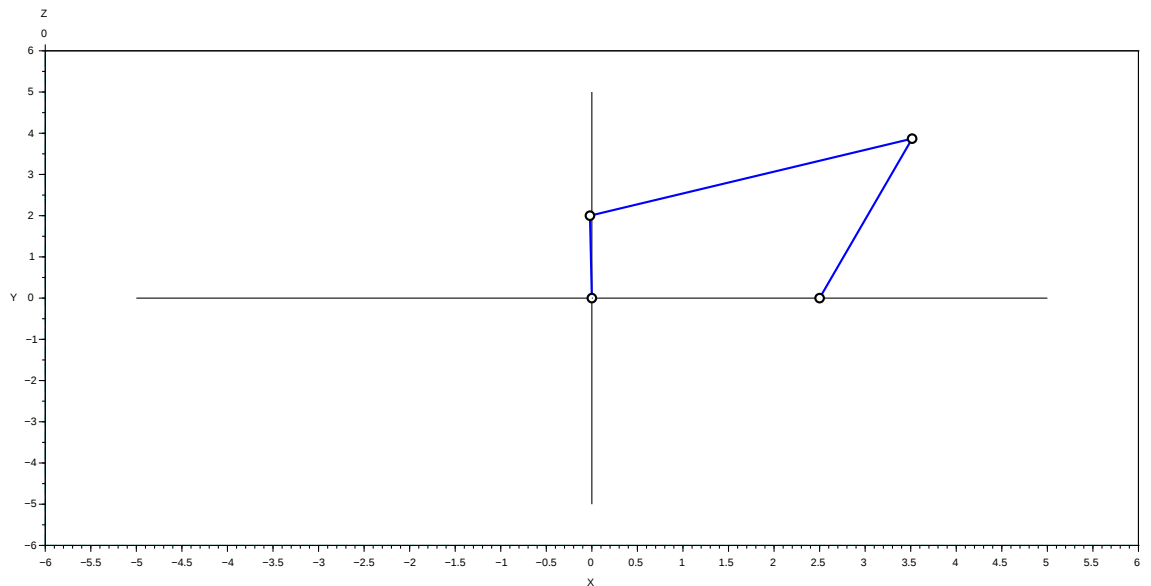


Figure 6: Produção do próprio autor

Na figura 6, temos um incremento de tempo no valor de 0.090 segundos.

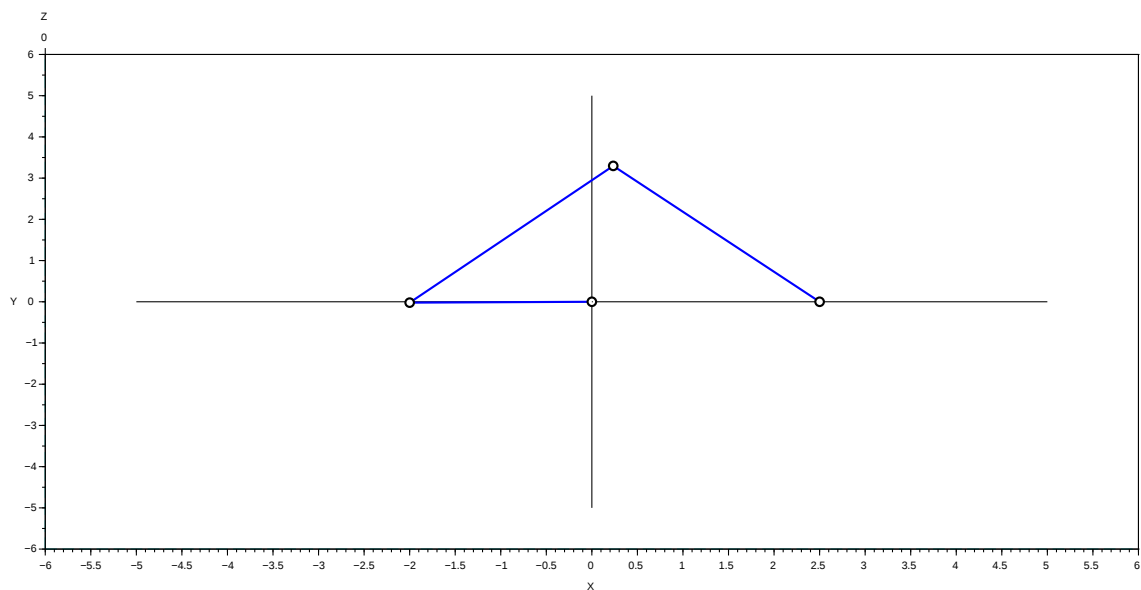


Figure 7: Produção do próprio autor

Na figura 7, temos um incremento de tempo no valor de 0.340 segundos.

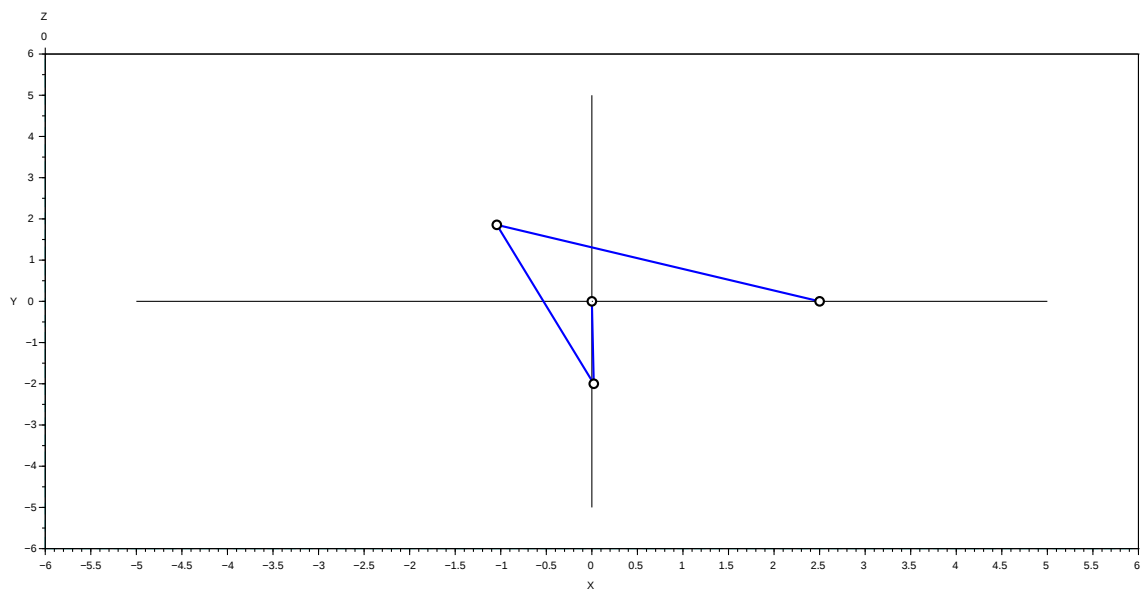


Figure 8: Produção do próprio autor

Na figura 8, temos um incremento de tempo no valor de 0.590 segundos.

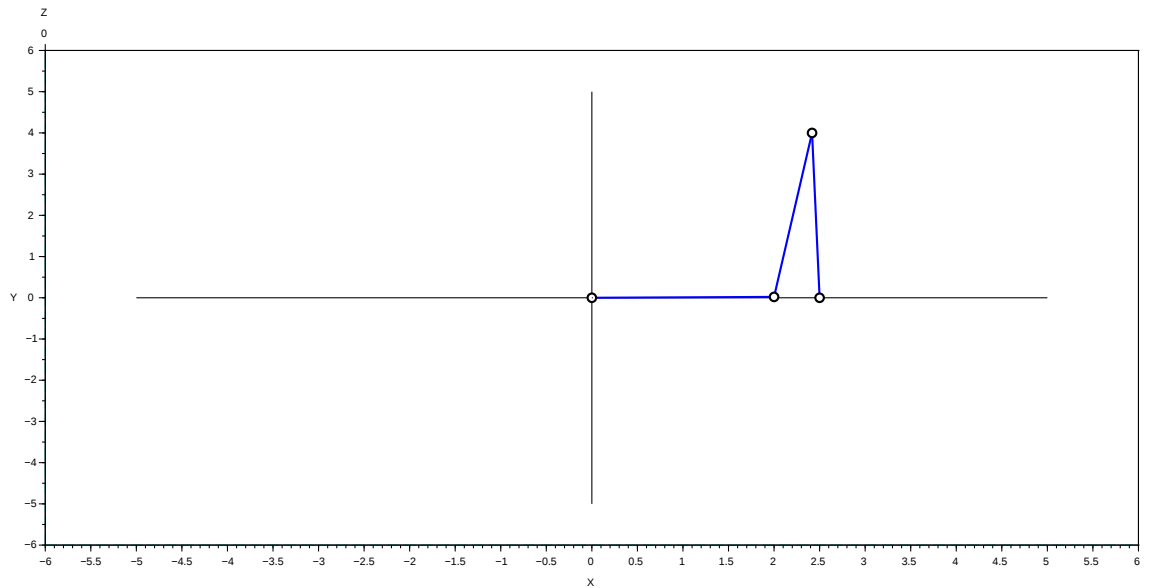


Figure 9: Produção do próprio autor

Na figura 9, temos um incremento de tempo no valor de 0.835 segundos.

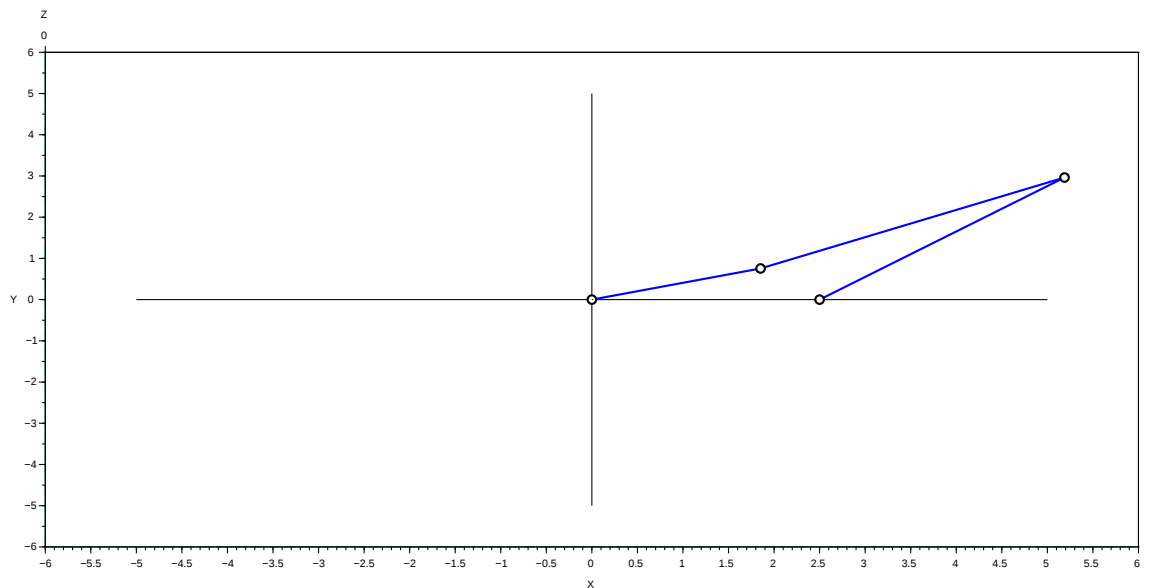


Figure 10: Produção do próprio autor

Na figura 10, temos um incremento de tempo no valor de 0.900 segundos.

E ao final das variações desejadas o mecanismo de quatro barras retorna ao seu estado inicial. Como resposta o programa disponibiliza em modo sucessivo o mecanismo em várias disposições, ou seja, ele apresenta valores numéricos e gráficos simultâneos ajudando na vi-

sualização do deslocamento completo do mecanismo e ainda processa valores da velocidade e aceleração de qualquer uma das quatro barras e em qualquer tempo que o usuário desejar calcular.

DISCUSSÃO

O método computacional desenvolvido com o exemplo de Nikravesh, 1988, proporcionou resultados satisfatórios, pois ao analisar um mecanismo de quatro barras utilizando para os cálculos propostos a implementação de um algoritmo no software livre SCILAB, ficaram simples e eficazes os resultados obtidos, pois este método computacional permite elevada exatidão nos resultados, de ajuste com as necessidades colocadas, pequeno esforço matemático e computacional. E por consequência importante é ao fato de que o aprendizado torna-se mais intenso e comporta melhor visualização dos movimentos das barras aos alunos. Assim os procedimentos de análise cinemática adotados neste trabalho, foram recursos computacionais relativamente simples, que permitiram aferir com maiores particularidades as condições cinemáticas do sistema mecânico. Então é plausível realizar estudos mais sucintos e detalhados de acordo com as necessidades específicas.

CONCLUSÃO

O trabalho permitiu a concretização de um estudo teórico e aplicação de metodologias computacionais gráficas e algébricas para a modelagem como recurso integrante de ensino, visando à simulação e análise do desempenho cinemático do mecanismo de quatro barras, tendo em vista a informação da variação de parâmetros como deslocamentos, velocidades e acelerações resultantes nas diferentes partes para cada posição do mecanismo. Um diagnóstico das funcionalidades e dificuldades geralmente encontradas nos sistemas articulados, como atritos nas juntas, também poderão ser ponderados e indicados como novas visões de projeto.

Direitos Autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no trabalho.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a UDESC – Universidade do Estado de Santa Catarina que proporcionou condições para a realização deste trabalho que objetivou o aperfeiçoamento do ensino de Engenharia.

REFERÊNCIAS

- Flores, P., Claro, J. C. P., 2007. *Cinemática de Mecanismos*. 1ª Edição. Edições Almedina S.A. Coimbra, Portugal.
- Nikravesh, P. E., 1988. *Computer-Aided Analysis of Mechanical System*.

Pivetta, C. S., Rezende, O. P., Grechi, R., Campos, M. L., Brandão, J. G. T., 2009, *Análise Cinemática de Mecanismos de 4 barras com Abordagem Geométrica e Computacional*, IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica e Industrial – (CONEMI).

Soni, A. H., 1974. Mechanism Synthesis and Analysis. Mc-Graw-Hill Book Company., Washington.

Tao, D. C., 1964. Applied Linkage Synthesis. Addison-Wesley Publishing Company Inc., USA, 3rd edition.

Uicker Jr., J. J., Pennock, G. R. and Shigley, J. E., 2010. Theory of Machines and Mechanisms. Oxford University Press, 3rd edition, 734p.