



PROJETO BASEADO EM CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES UTILIZANDO O ANSYS

Adiclenio Domingos da Silva

adiclenio.domingos@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - Campus Recife

Av. Acadêmico Hélio Ramos, s/n, 50.740-530, Pernambuco, Recife, Brasil

Juliana von Schmalz Torres

juliana@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - Campus Caruaru

BR104 Km59, Sítio Juriti, 55.200-970, Pernambuco, Caruaru, Brasil

Silvana Maria Bastos Afonso

smb@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - Campus Recife

Av. Acadêmico Hélio Ramos, s/n, 50.740-530, Pernambuco, Recife, Brasil

Resumo. Nesse trabalho, será tratado o projeto baseado em confiabilidade de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples, visando garantir níveis aceitáveis de segurança. Será tratada a viga referente a um projeto de um edifício residencial de seis pavimentos. O método de iteração linear de Newton-Raphson (NR) será aplicado para se projetar uma das dimensões da viga, a altura da seção. Para isso, será adotado um índice de confiabilidade alvo como critério de limite superior a se atingir na convergência do problema. O NR acionará o método de confiabilidade de primeira ordem FORM (First Order Reliability Method), o qual fornece o índice de confiabilidade da iteração corrente. A rotina computacional iterativa para este problema será implementada no modo *batch* do programa ANSYS. Uma consideração importante é que todo o dimensionamento das vigas em termos de concreto armado será feito de acordo com as recomendações da norma NBR 6118.

Palavras-Chave: Viga, Projeto baseado em confiabilidade, FORM, ANSYS.

1 INTRODUÇÃO

As estruturas existentes estão sujeitas a acidentes e desgastes ao longo da vida útil. Porém, a depender do projeto, o desgaste de um elemento pode não representar a falha da estrutura como um todo, equivalendo apenas a um percentual desta. Através da análise de confiabilidade estrutural é possível avaliar o nível de segurança global da estrutura. Esta informação é relevante na tomada de decisões com relação à operação, à segurança e à programação de reparos para a estrutura (Sagrilo, 2002).

Neste trabalho, a análise de confiabilidade é utilizada como ferramenta de projeto na determinação da altura da seção da viga. O presente estudo leva em consideração as variáveis aleatórias relacionadas com a geometria, com a resistência dos materiais, com as cargas impostas na estrutura e com as incertezas do modelo adotado tanto na resistência e quanto na solicitação. A função de falha é representada pela diferença entre o momento resistente da viga como um todo e o momento solicitante à peça, dado em função das cargas impostas sobre a mesma.

O método de iteração linear Newton-Raphson (NR) acionará o método de confiabilidade de primeira ordem FORM (*First Order Reliability Method*), o qual fornece o índice de confiabilidade da iteração corrente para avaliação da segurança. Na rotina computacional algumas etapas são executadas: a verificação se o elemento estrutural recai no caso da flexão simples, a realização do dimensionamento da área de aço (sendo necessária ser calculada a cada iteração do FORM), bem como a obtenção do momento atuante da viga no programa ANSYS. Aqui o objetivo principal é obter uma altura ideal para a viga, baseando-se em um índice de confiabilidade alvo, o qual deverá ser atingido após a convergência do problema utilizando o NR.

2 AVALIAÇÃO DA SEGURANÇA

Sempre que uma estrutura deixa de satisfazer um de seus objetivos de projeto, dizemos que ocorreu um estado limite. Podemos classificá-los como sendo de dois tipos: Estados Limites Últimos e Estados Limites de Serviços. Os **Estados Limites Últimos** são aqueles relacionados ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação, no todo ou em parte, do uso da estrutura. Já nos **Estados Limites de Serviços** a utilização da estrutura é prejudicada, por apresentar deformações excessivas (englobando as vibrações indesejáveis), ou por apresentar determinado nível de fissuração que pode

comprometer a sua durabilidade. Os métodos de verificação de segurança têm como objetivo avaliar a probabilidade de falha e assim evitar que a mesma ultrapasse um valor limite de acordo com o estado limite em questão. Dentre os métodos de análise nos atentaremos a um dos que compreendem o método probabilístico puro, o Método FORM. Há também, o Método SORM e o Método de Simulação de Monte Carlo (Melchers, 2002).

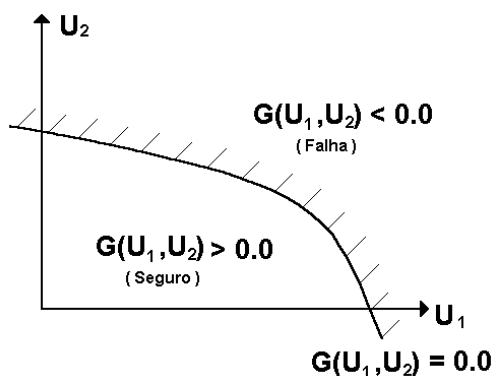
2.1 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A confiabilidade estrutural tem por objetivo principal a avaliação da segurança de uma determinada estrutura, ou que a mesma não falhe no atendimento à sua finalidade construtiva. A confiabilidade pode ser definida como o complemento da sua probabilidade de falha, ou seja:

$$C = 1 - pf \quad (1)$$

Para a determinação da probabilidade de falha é necessário definir uma função de falha. Esta função está representada para o caso bidimensional em função das variáveis aleatórias $\mathbf{U}$ conforme ilustração dada pela Figura 1.

Figura 1 - Definição da função de falha bidimensional



Nesta figura é possível observar a zona de falha, ou seja, onde a função de falha assume valores pertencentes ao domínio de falha ($G(\mathbf{U}) \leq 0$).

A probabilidade de falha, em geral, é dada pela expressão representada na Equação 2.

$$pf = \int_F f_u(\mathbf{U}) d\mathbf{u} \quad (2)$$

Onde: $f_u(\mathbf{U})$ é a função densidade de probabilidades conjuntas de todas as variáveis aleatórias envolvidas na análise e F indica o domínio de falha ($G(\mathbf{U}) \leq 0$).

2.1.1 MÉTODO FORM (*First Order Reliability Method*)

O FORM é o método analítico de confiabilidade de primeira ordem que permite a determinação da probabilidade de falha da estrutura. Para a utilização do Método FORM é necessário transformar as variáveis do problema ao espaço reduzido. Neste espaço as variáveis têm o valor médio igual a zero e desvio padrão igual à unidade.

A idéia principal do Método FORM é obter a distância da função de falha, que adota uma forma linear, até a origem (vide Figura 2). Outra particularidade desse método, é que a função de falha do problema é escrita em função das variáveis aleatórias $\mathbf{V}$ no espaço reduzido em função de $g(\mathbf{V})$. Depois disto, a superfície de falha $g(\mathbf{V}) = 0.0$ é aproximada por uma superfície linear (ou hiperplano) no ponto com a menor distância até a origem, identificado como $\mathbf{V}^*$ (é o ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas). E assim, a probabilidade de falha é obtida como:

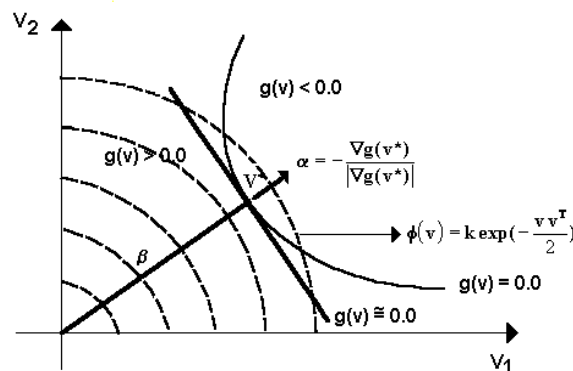
$$pf = \Phi(-\beta) \quad (3)$$

Onde: Φ é a função cumulativa de probabilidades da distribuição normal padrão, β é a distância do ponto $\mathbf{V}^*$ até a origem, chamado de índice de confiabilidade e é calculado como:

$$\beta = |\mathbf{V}^*| \quad (4)$$

O FORM calcula a probabilidade de falha do sistema de forma aproximada e depende da forma da função $g(\mathbf{V})$ no espaço das variáveis reduzidas. Esta aproximação pode ser a favor da segurança quando $g(\mathbf{V})$ for convexa em torno do ponto de projeto ou ser contra a segurança no caso contrário, conforme se observa na Figura 2 (Sagrilo, 2002).

Figura 2 - Representação gráfica do método FORM



Os principais desafios no método FORM são a busca ao ponto de projeto ($\mathbf{V}^*$) e a transformação das variáveis em variáveis normais padrão. Pode-se transformar as variáveis utilizando a distribuições normais equivalentes e o ponto de projeto pode ser obtido através da solução de um problema de otimização P1 (ou programação não-linear) com uma restrição tal que:

$$\begin{aligned} \text{P1: minimize } & |\mathbf{V}| \\ \text{sujeito a } & g(\mathbf{V}) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

O algoritmo de otimização mais utilizado em análises de confiabilidade estrutural para resolver problemas como o definido pela Equação (5) é o desenvolvido por *Hasofer e Lind* (1974) e aprimorado por *Rackwitz e Fiessler* (1978). Este algoritmo é denominado por *HLRF* e é representado pela seguinte equação:

$$\mathbf{V}^{K+1} = \frac{1}{|\nabla g(\mathbf{V}^K)|^2} [\nabla g(\mathbf{V}^K)^T \mathbf{V}^K - g(\mathbf{V}^K)] \nabla g(\mathbf{V}^K)^T \quad (6)$$

Onde: $\nabla g(\mathbf{V}^K)$ é o gradiente da função de falha no espaço reduzido e $g(\mathbf{V}^K)$ é o valor da função de falha, ambos avaliados no ponto $\mathbf{V}^K$ e K representa a iteração correspondente.

3 FUNÇÃO DE FALHA PARA A VIGA SOB FLEXÃO SIMPLES

De uma forma simplificada, pode-se comparar a análise de confiabilidade estrutural como um problema de suprimento versus demanda, isto é, definido como avaliação da probabilidade de que a demanda (a carga máxima na estrutura) exceda a capacidade de suprimento (a resistência da estrutura), durante a vida útil da mesma. Genericamente, para um elemento estrutural qualquer, pode-se definir:

R - capacidade de suprimento, ou seja, resistência do elemento;

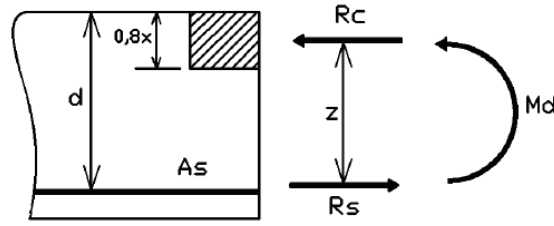
S - demanda, ou seja, solicitação máxima imposta na estrutura.

Assim, podemos escrever a função de falha $G(\mathbf{U})$, com $\mathbf{U} = (R, S)$, da seguinte forma:

$$G(\mathbf{U}) = Z = R - S \quad (7)$$

Partindo de uma seção qualquer de uma viga submetida à flexão simples (Figura 3), é possível encontrar pelo equilíbrio dos esforços, a função de falha do presente estudo.

Figura 3 – Representação das ações atuantes na seção típica da viga



Sendo: R_c a força resultante das tensões de compressão do concreto; R_s a força de tração na armadura inferior; x a posição da linha neutra; d a altura da seção.

Logo, para o caso da flexão simples, tem-se:

$$R_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x \quad (8)$$

$$R_s = R_c = A_s \cdot f_{yd} \quad (9)$$

$$M_d = R_s \cdot z \quad (10)$$

A partir do equilíbrio de forças e momentos da seção representada pela Figura 3, é possível encontrar o momento resistente à flexão para as vigas de concreto armado, dado pela equação (11).

$$M_{res} = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(h - c - \frac{\phi}{2} - \frac{0,5 \cdot A_s \cdot f_{yd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b} \right) \quad (11)$$

Onde: M_{res} é o momento resistente do elemento estrutural; A_s é a área de aço da seção; h é a altura da seção (variável de projeto); c é o cobrimento necessário, dado pela ABNT NBR 6118 (2014) de acordo com a classe de agressividade do ambiente no qual o elemento se encontra; ϕ é o diâmetro da barra longitudinal; f_{yd} é a tensão de escoamento do aço; f_{cd} é a tensão de ruptura do concreto; b é a base da seção transversal da viga.

A solicitação será dada pelos momentos gerados pela atuação das cargas permanentes e variáveis. Desta forma, a função de falha, que é resistência (R) menos solicitação (S), para o caso de vigas submetidas a flexão simples é dada pela Equação 12.

$$Z = R - S = M_{res} - M_{solic} = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(h - c - \frac{\phi}{2} - \frac{0,5 \cdot A_s \cdot f_{yd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b} \right) - (M_G + M_L) \quad (12)$$

Sendo, portanto: M_{solic} o momento solicitante no elemento estrutural; M_G o momento devido à carga permanente; e M_L o momento devido à carga variável.

Vale destacar que, com relação a NBR 6118, foram usadas somente as equações de dimensionamento desta norma sem a aplicação dos coeficientes de segurança. Esta formulação visa avaliar a segurança da estrutura, pois leva em conta as incertezas e as distribuições de probabilidade associadas às variáveis de projeto.

Para um exemplo apresentado pelo *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS, 2001) para o caso de vigas submetidas à flexão, a função de falha foi representada considerando as incertezas do modelo. Estas são dadas por duas variáveis sendo θ_R (incertezas na resistência do modelo) e θ_E (incertezas na solicitação do modelo). Logo, a função de falha definida (JCSS, 2001) para uma viga submetida à flexão simples (sendo esta a função de falha adotada no presente trabalho) é dada por:

$$Z = \theta_R \left[A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(h - c - \frac{\phi}{2} - \frac{0.5 \cdot A_s \cdot f_{yd}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b} \right) \right] - \theta_E \cdot (M_G + M_L) \quad (13)$$

3.1 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Conforme mencionado anteriormente, a variável de projeto deste trabalho é a altura da seção transversal das vigas. Porém, a armadura (A_s) também é variável do problema, sendo dependente da variável anterior. Logo, à medida que a variável de projeto (altura) é atualizada no processo iterativo do Newton-Raphson, a cada iteração da rotina do FORM é necessário calcular a área de aço da seção. Para isto, foi necessário recorrer a uma formulação analítica para determinar o valor para A_s , de tal forma que o valor da variável de projeto fosse alterado a cada iteração.

Para o cálculo das armaduras adota-se uma hipótese (Balling e Yao, 1997): a armadura longitudinal A_s , na localização do momento crítico, é controlada por um dos dois fatores: (a) a resistência à flexão ou (b) a condição de armadura mínima.

3.1.1 RESISTÊNCIA À FLEXÃO

Considerando o fator (a) para o cálculo da armadura, deve-se obter as equações de equilíbrio da viga sujeita à flexão simples, que estão associadas com a configuração da deformada última. Estas aqui são estabelecidas, de acordo com a especificação da norma Brasileira, NBR 6118.

A partir do equilíbrio dos esforços representados na Figura 3, foi possível encontrar a expressão que fornece o valor da área de aço necessário para o caso em que a viga retangular está submetida à flexão simples. Adotando as equações utilizadas por Torres (2002), para o cálculo da área de aço (Balling e Yao, 1997), que compreende uma equação de 2º grau ($\alpha A_s^2 + \beta A_s + \gamma = 0$), deve-se avaliar o valor da expressão $\beta^2 - 4\alpha\gamma$, sendo os coeficientes dados por $\alpha = \frac{f_{yd}^2}{2(0,85)f_{cd}b}$, $\beta = -f_{yd}d$, bem como $\gamma = M_{res}$ (as variáveis envolvidas são as que foram descritas para a equação (11)). Desta forma, têm-se duas condições para o cálculo da área de aço, a depender do valor da expressão $\beta^2 - 4\alpha\gamma$:

Para o caso em que $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geq 0$, a área de aço é dada por:

$$A_s = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad (14)$$

Para o caso em que $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$, a área de aço é dada por:

$$A_s = \frac{-\beta + \sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}}{2\alpha} \quad (15)$$

3.1.2 ARMADURA LONGITUDINAL MÍNIMA

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014) deve ser considerada uma taxa de armadura mínima que varia de acordo com o valor da resistência característica do concreto. Logo, para caso de se considerar o fator (b) da hipótese, determina-se o valor da armadura mínima através da equação a seguir.

$$A_{s,min} = \rho_{min}.b.h \quad (16)$$

Sendo: $A_{s,min}$ o valor da armadura mínima a ser adotada; ρ_{min} o valor da taxa de armadura (NBR 6118/2014, p. 130); b a largura da base da seção transversal; h a altura da seção.

4 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DO PROBLEMA

As propriedades estatísticas (tipos de distribuição, valor médio, coeficiente de variação e desvio padrão) a cerca das variáveis aleatórias são as descritas na Tabela 1. As variáveis aleatórias são: área de aço (A_s), tensão de escoamento do aço (f_y), resistência característica do concreto (f_c), carga permanente (g), carga variável (q), largura da base (b), incerteza na resistência do modelo (θ_R) e incerteza na solicitação do modelo (θ_E).

Tabela 1 – Resumo das variáveis aleatórias consideradas no problema

VA	Distribuição	Unidade	Valor característico	Média	Coeficiente de variação	Desvio padrão	Fonte
A	Determinística	m ²	A_s	A_s	0,015	-	[1]
f_y	Normal	kN/m ²	$f_{yk} = 500.000$	$1,089.f_{yk}$	0,05	-	[1] e [2]
f_c	Normal	kN/m ²	$f_{ck} = 25.000$	$1,196.f_{ck}$	0,15	-	[1] e [2]
g	Normal	kN/m	$g = 16,98$	$1,05.g$	0,1	-	[1]
q	Normal	kN/m	$q = 2,5$	$0,934.q$	0,2	-	[3]
b	Normal	m	$b = 0,25$	b	-	0,01	[1]
θ_R	Log-Normal	-	1,1	1,1	0,07	-	[2]
θ_E	Log-Normal	-	1	1	0,2	-	[2]

[1] Stucchi e Santos (2011)

[2] Probabilistic Model Code (JCSS, 2001)

[3] Narvaéz *et al* (2013)

5 PROJETO BASEADO EM CONFIABILIDADE

A idéia de projetos baseados em confiabilidade vem ganhando um espaço maior com as inovações dos métodos computacionais para análise e projeto, bem como na tecnologia dos computadores. Pode-se assim, considerá-la como uma ferramenta indispensável para qualquer engenheiro, uma vez que considera as incertezas envolvidas para o problema em análise.

Dentro desse contexto, o projeto da altura da viga de concreto armado sob flexão simples será obtido a partir de um índice de confiabilidade alvo ou prescrito (*target*). A formulação é baseada no método de duplo laço, sendo dividida em duas etapas. A primeira busca o ponto de projeto associado às variáveis de projeto a partir do NR, enquanto que a segunda busca o ponto mais provável de falha (MPP), considerando as variáveis aleatórias

associadas à análise de confiabilidade a partir do método FORM. Como o problema só possui uma variável (altura da seção transversal da viga), a solução do mesmo pode ser feita diretamente, aplicando o método de *Newton-Raphson* (Silva, 2014).

A cada iteração do *Newton-Raphson*, o método de confiabilidade FORM fornece o índice de confiabilidade. A combinação destes dois conceitos permite determinar o valor de projeto da altura, atendendo a um critério de segurança baseado num índice de confiabilidade alvo.

$$g_i^R(X, V) = \beta_i(X, V) - \beta^{Alvo}, \quad i = 1, \dots, nit \quad (17)$$

Onde: $\beta_i(X, V)$ é o índice de confiabilidade de cada iteração do *Newton-Raphson*, β^{Alvo} é o índice de confiabilidade alvo e nit é o número de iterações do método de *Newton-Raphson*.

Vale salientar que, a cada iteração um novo valor da variável de projeto (altura da viga) é alcançado e por consequência um novo índice de confiabilidade. Esse cálculo segue até que seja atingido um índice de confiabilidade igual ao valor prescrito (alvo).

O JCSS especifica algumas diretrizes de projeto, disponíveis na norma probabilística do ano de 2006. Entre as especificações da referida norma estão os índices de confiabilidade mínimos para projetos estruturais e probabilidades de falha em função do custo relativo da medida de segurança e consequência de falha, conforme apresenta a Tabela 2.

Tabela 2 - Índices de confiabilidade alvos e probabilidades de falha para os estados limites últimos pelo período de um ano

Custo relativo da medida de segurança	Consequências de falha mínima	Consequências de falha moderada	Consequência de falha elevada
Alto (A)	$\beta = 3,1$ ($p_f \cong 1.10^{-3}$)	$\beta = 3,3$ ($p_f \cong 5.10^{-4}$)	$\beta = 3,7$ ($p_f \cong 1.10^{-4}$)
Normal (B)	$\beta = 3,7$ ($p_f \cong 1.10^{-4}$)	$\beta = 4,2$ ($p_f \cong 1.10^{-5}$)	$\beta = 4,4$ ($p_f \cong 5.10^{-5}$)
Pequeno (C)	$\beta = 4,2$ ($p_f \cong 1.10^{-5}$)	$\beta = 4,4$ ($p_f \cong 5.10^{-6}$)	$\beta = 4,7$ ($p_f \cong 1.10^{-6}$)

O JCSS recomenda para uma estrutura com consequência de falha elevada e um custo pequeno referente à medida de segurança, um valor alvo para o índice de confiabilidade $\beta = 4,7$ (probabilidade de falha de $p_f = 1.10^{-6}$), na condição de estado limite último, como prescrito na Tabela 2.

Segundo Melchers (2002), o índice de confiabilidade (β), para um período igual à vida útil da estrutura, costuma ficar entre 3,0 e 3,5, para edificações comerciais e residenciais. Para o presente estudo foi adotado o valor de 3,4 como índice de confiabilidade alvo, enquadrando-

se dentro do intervalo definido por Melchers. Foram considerados também alguns valores do índice de confiabilidade alvo da Tabela 1 para a obtenção das alturas finais de projeto.

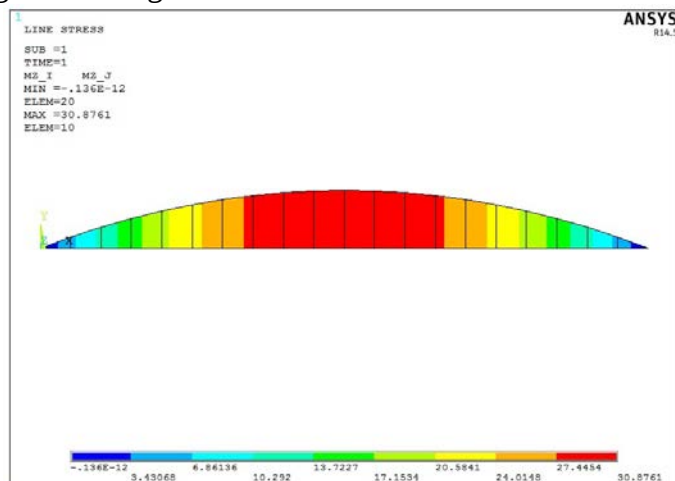
6 ANÁLISE ESTÁTICA DA ESTRUTURA VIA ANSYS

A análise de estruturas é uma das aplicações que pode ser feita utilizando o programa ANSYS. O ANSYS é um *software* de elementos finitos que pode ser aplicado nas mais diversas classes de problemas de engenharia. A máxima sollicitação (momento fletor máximo) imposta sobre a estrutura em análise (viga bi-apoiada) foi obtida utilizando o ANSYS. O momento fletor máximo compõe a função de falha, conforme se observa na equação 13. Toda a programação na linguagem do programa ANSYS foi escrita no modo *batch*.

Para a geração do modelo (geometria e malha de elementos finitos) da viga bi-apoiada (Silva, 2014) foram utilizadas as ferramentas disponíveis no programa ANSYS. Neste programa, foram criadas rotinas na linguagem *APDL (ANSYS Parametric Design Language)* para automatização do modelo. A viga possui o comprimento de 3,5 m e foi discretizada com 20 elementos finitos (BEAM 188).

No algoritmo FORM é necessário fornecer o valor da sollicitação para compor a função de falha do problema. Para o presente trabalho, a sollicitação é o valor do momento fletor máximo. O valor da máxima sollicitação é dado em função de duas variáveis aleatórias que compõem o carregamento da viga: permanente e variável. Como forma de ilustrar os resultados na interface gráfica do programa ANSYS, o diagrama de momento fletor é obtido a partir da análise, a fim de extrair o valor do momento máximo (Figura 4).

Figura 4 - Diagrama de momento fletor obtido via ANSYS



Em seguida, armazenou-se o valor do momento fletor máximo em uma variável (M_N1, que conterá a máxima solicitação) por meio do uso do comando *GET. A seguir são demonstradas linhas de comandos que foram utilizadas para realizar tal operação. Há também opções de armazenar os valores das tensões, dos deslocamentos, não sendo necessários para esta análise.

```
ETABLE,MZ_I,SMISC,6
```

```
ETABLE,MZ_J,SMISC,12
```

```
*GET,M_N1,ELEM,11,ETAB,MZ_I
```

```
*GET,M_N2,ELEM,10,ETAB,MZ_J
```

7 RESULTADOS

De acordo com o exposto, os métodos *Newton-Raphson* e FORM foram aplicados para execução do projeto baseado em confiabilidade das vigas de concreto armado submetidas à flexão simples. Para o presente estudo foi adaptado o algoritmo de confiabilidade FORM, programado na linguagem do *modo batch* do ANSYS (Silva e Torres, 2013). Conforme mencionado, um índice de confiabilidade alvo no valor de 3,4 foi inicialmente adotado. Resultados da altura de projeto da viga considerando outros valores alvos do índice de confiabilidade podem ser vistos na seção 7.5.

7.1 ESTUDO PARA O CASO PADRÃO

Os valores médios descritos na Tabela 1 foram adotados como ponto de partida da análise de confiabilidade. Os resultados provenientes desta análise são aqui denominados de caso padrão. Ao se executar a rotina do *Newton-Raphson*, partindo-se de uma altura inicial de 60 cm (ponto de partida), foi determinado o valor da altura da viga referente ao projeto baseado em confiabilidade utilizando o ANSYS, conforme resultados apresentados na Tabela 3. Os resultados foram alcançados em torno da quarta iteração do *Newton-Raphson*.

Na Tabela 3 podem ser observados os valores do ponto de partida e do ponto de projeto bem como da altura final de projeto. Vale destacar que, para efeito de verificação foram fornecidos outros pontos de partida para a altura da viga e o mesmo resultado da altura final de projeto foi obtido para a viga, aumentando-se o número de iterações para a

convergência. Salienta-se ainda que, a altura final de projeto encontrada ficou acima do valor usual utilizado em vigas de edifícios (na faixa de 60 cm), devendo-se levar em consideração que o pé-direito da edificação definido por tal variável deve ser ajustado em função de não prejudicar a abertura de portas, janelas e outros (Libânio e Santos, 2003).

Tabela 3 – Resultados para o novo ponto de projeto e altura final de projeto obtido pela rotina computacional, de acordo com os valores da Tabela 1.

Variável	Unidade	Ponto de partida	Novo ponto de projeto	Altura final de projeto (cm)
A_s	m ²	0,225E-03	0,240968E-03	
f_y	kN/m ²	544500,0000	523296,4391	
f_c	kN/m ²	29900,00000	29729,93686	
G	kN/m	17,82900000	19,98011340	65,884557
Q	kN/m	2,335	2,482585298	
B	m	0,25	0,2437593853	
θ_R	-	1	1,777049953	
θ_E	-	1,1	1,097314864	

7.2 ESTUDO PARAMÉTRICO COM A CARGA PERMANENTE

Para verificar a influência da carga permanente na altura final de projeto, optou-se por realizar um estudo paramétrico com a carga permanente dada pela Tabela 1. Nesse estudo, foram considerados valores percentuais da carga permanente (80%, 90%, 95%, 97,5%, 102,5%, 105%, 110%, 120%) em relação à carga padrão (100%). A rotina foi executada e os resultados constam na Tabela 4.

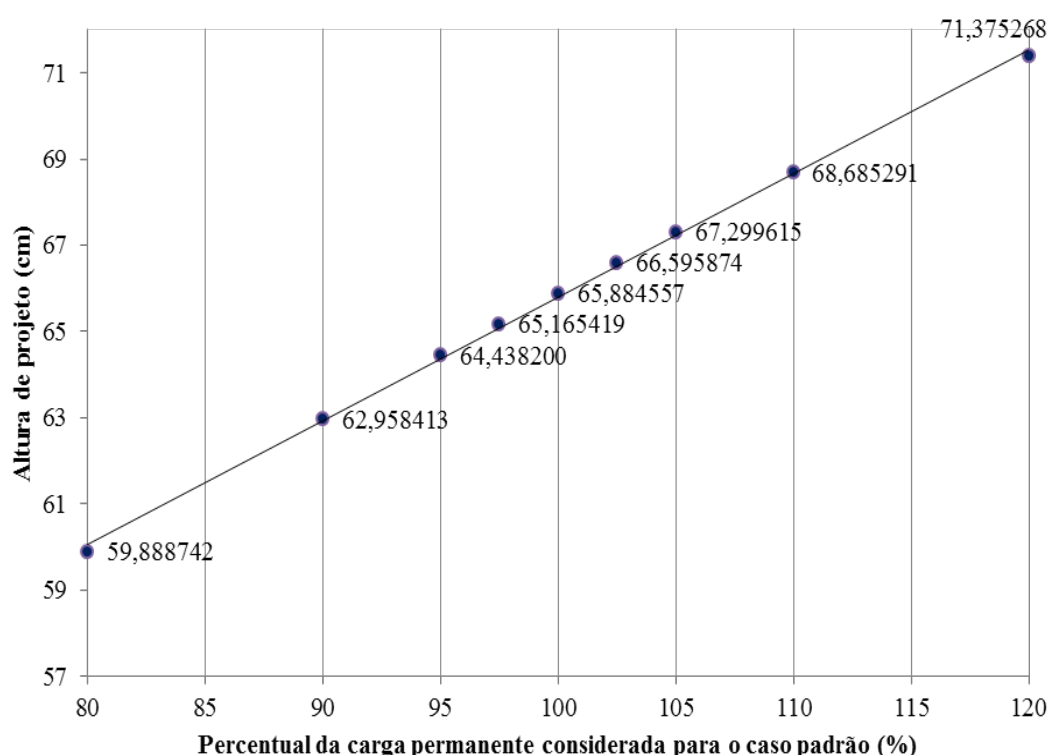
Tabela 4 - Valores obtidos por meio de estudo paramétrico (variando apenas percentuais da carga permanente).

Porcentagem da carga permanente (%)	Altura final de projeto (cm)
80	59,888742
90	62,958413
95	64,438200
97,5	65,165419
100	65,884557
102,5	66,595874
105	67,299615
110	68,685291
120	71,375268

É perceptível que para pequenas variações em percentual a carga permanente, a altura de projeto variou pouco, enquanto que em caso de maiores variações ($> 5\%$) a altura chega a variar aproximadamente 10% do valor padrão (100%).

Para fins ilustrativos, plotou-se um gráfico com os valores do percentual da carga permanente considerada para o caso padrão (%) *versus* altura de projeto como ilustra a Figura 5. Foi observado que a altura final de projeto varia seguindo, aproximadamente, a forma linear.

Figura 5 - Valores obtidos por meio de estudo paramétrico (variando apenas percentuais da carga permanente)



7.3 ESTUDO PARAMÉTRICO COM A RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO

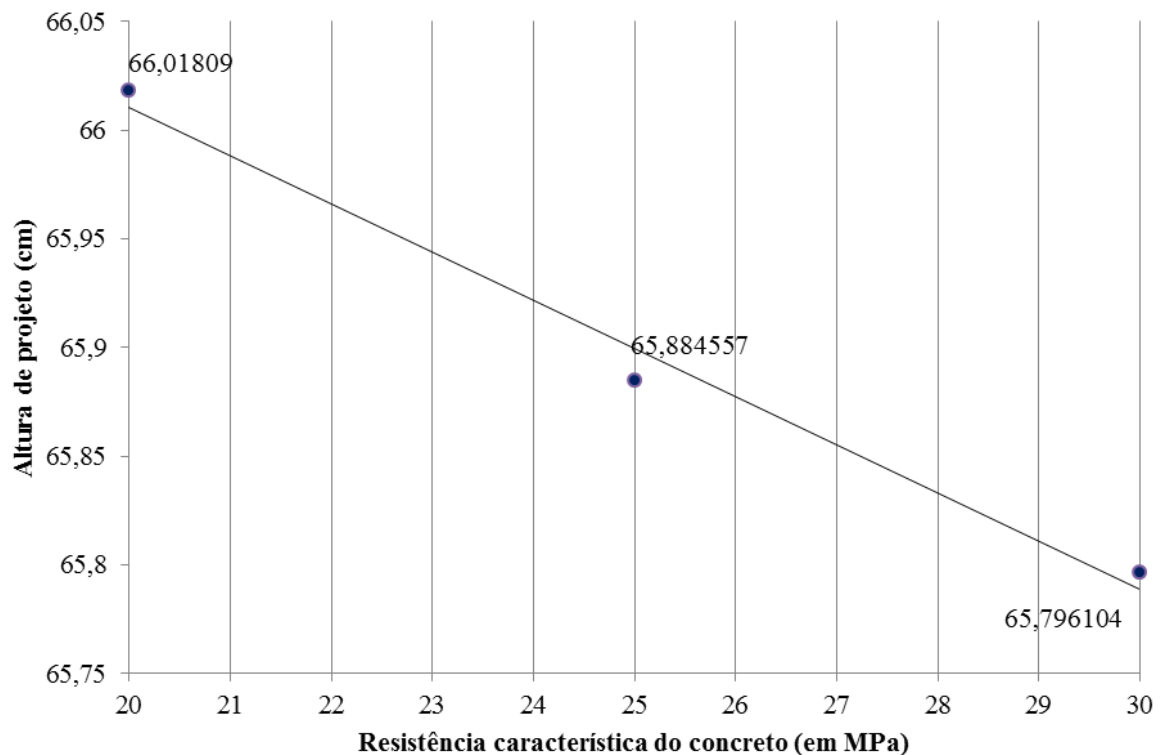
Outro estudo paramétrico realizado foi quanto à resistência característica do concreto. Para melhor avaliar a sua influência na determinação da altura, foram utilizados na rotina os concretos com resistências características a compressão de 20 Mpa (C20) e de 30 Mpa (C30). Os resultados são ilustrados a seguir, onde é possível identificar que é praticamente irrelevante a diferença da altura final de projeto para as diferentes resistências adotadas na

análise. Os resultados são mostrados a seguir, Tabela 5 e Figura 6. Conforme esperado, observa-se que à medida que a resistência do concreto aumenta, a altura da viga diminui.

Tabela 5 - Valores obtidos variando a resistência do concreto.

Valor característico do f_{ck} (em MPa)	Altura de projeto (cm)
20	66,018090
25	65,884557
30	65,796104

Figura 6 - Estudo paramétrico com a resistência característica do concreto (em MPa)



7.4 ESTUDO PARAMÉTRICO COM A RESISTÊNCIA DO AÇO

Nesta seção estão apresentados os valores das alturas de projeto para os diferentes percentuais da resistência do aço CA-50. Foram adotados os percentuais de 90% e 110% do valor padrão da tensão de escoamento (100%). As alturas finais de projeto estão contidas na Tabela 10.

Analisando os valores descritos na Tabela 6, observa-se que a altura de projeto aumenta em 2,40% do valor obtido para o caso padrão, quando se adota o valor de 90% da tensão de

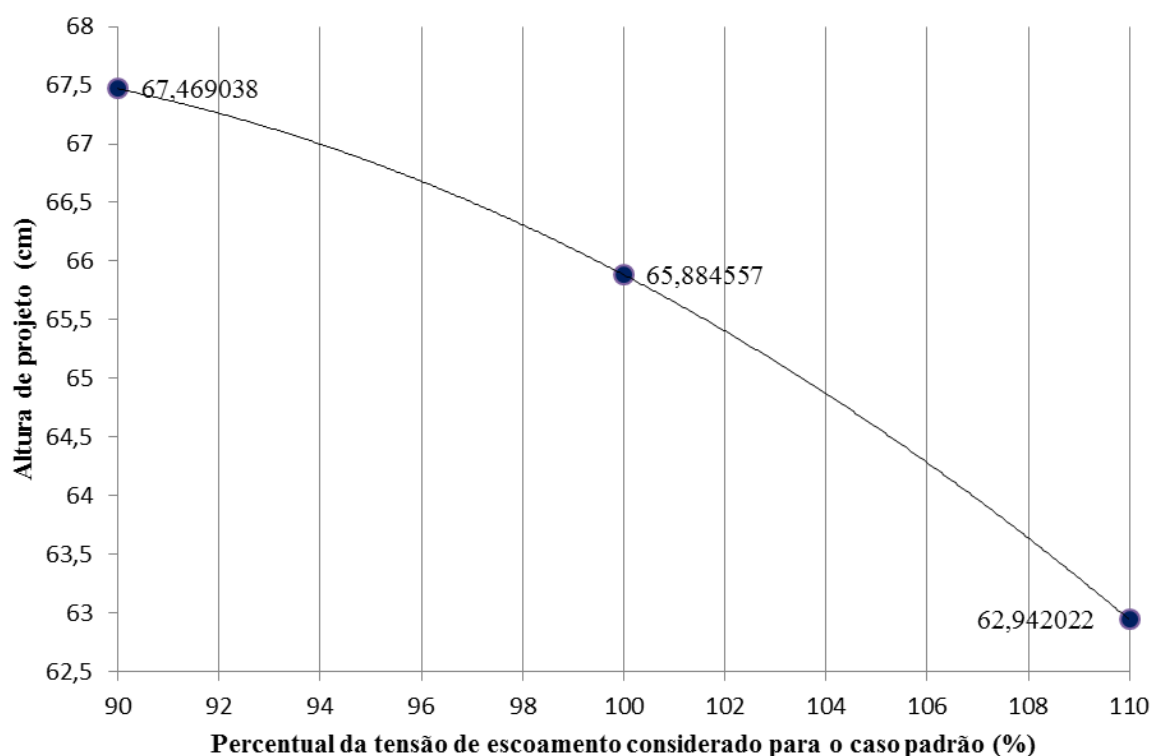
escoamento. Porém, há uma diminuição de 4,47% da altura final de projeto em relação ao caso padrão, quando se adota o valor de 110% da tensão de escoamento.

Tabela 6 - Valores obtidos variando um percentual da resistência do aço

Porcentagem da tensão de escoamento (%)	Altura de projeto (cm)
90	67,469038
100	65,884557
110	62,942022

Na Figura 7, tais resultados também estão ilustrados. Conforme esperado, pode ser observado que a tensão de escoamento do aço e a altura de projeto são variáveis inversamente proporcionais, uma vez que, aumentando-se a tensão de escoamento, a altura final de projeto tende a diminuir, e vice-versa.

Figura 7 - Valores obtidos variando um percentual da resistência do aço



7.5 ESTUDO PARAMÉTRICO CONSIDERANDO OS ÍNDICES DE CONFIABILIDADE SEGUNDO O JCSS

Foi realizado um estudo paramétrico do caso padrão ($\beta = 3,4$) com alguns valores dos índices de confiabilidade alvos apresentados na Tabela 2. Foram adotados os seguintes valores: 3,1 (alto custo relativo da medida de segurança e consequência de falha mínima), 3,7 (custo relativo da medida de segurança normal e consequência de falha mínima ou alto custo relativo da medida de segurança e consequência de falha alta) e 4,2 (custo relativo da medida de segurança pequeno e consequência de falha mínima ou custo relativo da medida de segurança normal e consequência de falha moderada).

Para cada índice de confiabilidade alvo adotado e sua correspondente probabilidade de falha alvo foram obtidas as alturas finais de projeto, conforme representadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores de probabilidade de falha e altura de projeto a partir dos valores de índice de confiabilidade alvo definidos ($\beta = 3,1$, $\beta = 3,7$ e $\beta = 4,2$)

Índice de Confiabilidade	Probabilidade de Falha	Altura de projeto (m)
3,1	0,964575E-03	0,637565
3,7	0,107538E-03	0,680836
4,2	0,133847E-04	0,719130

Nesta tabela, conforme esperado observa-se que, à medida que o índice de confiabilidade alvo aumenta obtém-se uma altura maior para a seção da viga, uma vez que se recorre à exigência de maior segurança. Torna-se, no caso de índices de confiabilidade elevados, praticamente inviável a utilização de tais alturas.

8 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi apresentado um projeto baseado em confiabilidade de vigas submetidas à flexão simples. Este projeto visa determinar uma variável de projeto (altura da seção transversal da viga) de forma que se obtenha um nível aceitável de segurança a partir da definição de um índice de confiabilidade alvo.

Para este projeto específico, foi observado que, a altura da viga variou muito pouco quando foi realizado o estudo paramétrico considerando as diferentes resistências do concreto. Já no caso do aço e da carga permanente ambos apresentaram uma resposta mais significativa à variação percentual, e neste caso, observou-se que com o aumento da carga ou com a diminuição da resistência do aço, a altura final de projeto tendia a ser maior do que no caso padrão e menor em caso contrário. Definindo assim, que estes dois parâmetros exercem uma

maior influência sob a determinação da altura final de projeto. Conforme esperado, ficou constatado que à medida que o índice de confiabilidade alvo aumenta obtém-se uma altura maior para a seção da viga, uma vez que se recorre à exigência de maior segurança.

REFERÊNCIAS

ANSYS, Mechanical APDL Command Reference. Release 15.0. ANSYS, Inc. November 2013.

Associação Brasileira de Normas Técnicas – Norma Brasileira. NBR 6118: *Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro: ABNT, 2014. 256p.

Balling, R. J. & Yao, X. (1996), How to optimize reinforced concrete frames, Guide to structural optimization, ASCE, 123-137.

Joint Committee on Structural Safety (JCSS), 2001. *The Probabilistic Model Code*. ETHZ, Zurich. Disponível em: <<http://www.jcss.byg.dtu.dk>>. Acesso em: 9 jul. 2014, 22:18:00.

Libânio, M.P.; Muzardo, C.D.; Santos, P.S. Vigas – CAPÍTULO 15 - Notas de aula. 30 de Setembro (2003).

Melchers. R.E. *Structural Reliability: Analysis and Prediction*. Chichester: Ellis Horwood Limited, 2002. 400p.

Sagrilo, L. V. S.; Lima, E. C. P., 2002, *Apostila curso confiabilidade estrutural*, Programa de Engenharia Civil, COOPE-UFRJ, Rio de Janeiro.

Sagrilo, L.V.S. *Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando os Métodos Analíticos FORM e SORM*. Rio de Janeiro: UFRJ, 1994. 141p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Silva, A. D.; Torres, J. V. S. *Análise de Confiabilidade de Estruturas Reticuladas via Algoritmo FORM*. In: XX CONIC - Congresso de Iniciação Científica da UFPE, 2012, Recife. XX CONIC, 2012.

Silva, A. D.; Torres, J. V. S. *Aplicação do Método de Confiabilidade FORM na análise de Estruturas Reticuladas com resposta da função de falha via Simulação Numérica*. In: XXI CONIC - Congresso de Iniciação Científica da UFPE, 2013, Recife. XXI CONIC, 2013.

Silva, A. D., 2014, *Projeto baseado em, confiabilidade de vigas de concreto armado submetidas a flexão simples*, Trabalho de conclusão de Curso, Universidade Federal de Pernambuco, Campus do Agreste, Caruaru, Pernambuco.

Stucchi, F. R.; Santos, S. H. C., 2011. “*Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 Based on Reliability Analyses*”. In: 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, 2011, Zürich. 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering. Londres: CRC Press, 2011. v. 1. p. 833-834.

Torres J. V. S. *Otimização de pórticos de concreto armado utilizando o sistema computacional Ansys*. Universidade Federal de Pernambuco, 2002. (Dissertação de Mestrado).