



PROJETO ÓTIMO DE LAJES NERVURADAS: CONSIDERAÇÕES DE SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

João Pedro Alexandre Silva Mota^a

Antônio Macário Cartaxo de Melo^a

jpsm07091995@gmail.com

macario@ufc.br

^a Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV), Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, Bloco 728, 60440-900, Ceará, Fortaleza, Brasil.

Abstract. *Este artigo trata da otimização de lajes nervuradas bidirecionais simplesmente apoiadas de concreto armado face à revisão da NBR 6118 de 2014 no que concerne a situações de incêndio (NBR 15200 e NBR 14432). Os padrões de forma até então usados tiveram que ser alterados. Minimiza-se o custo total de concreto, aço e forma, observando exigências de resistência (ELU), rigidez (ELS) e limites de norma. As variáveis de projeto são: distância entre faces de nervuras, largura da nervura, alturas da laje e da mesa, posição da linha neutra nas duas direções e resistência do concreto. Na análise, feita como na laje maciça, usa-se a solução de Navier. Os Algoritmos Genéticos foram selecionados por seu bom desempenho em problemas de engenharia estrutural, principalmente os de natureza discreta, como aqui abordado. Após uma calibração dos parâmetros do AG, dois casos de aplicações foram realizados. Primeiro, aplicaram-se as exigências anteriores à revisão das normas e, em seguida, as exigências vigentes. Os resultados mostraram um aumento inevitável no custo das lajes e o alto custo de aplicação das formas com as dimensões usuais, sendo sugeridas novas medidas.*

Palavras-chave: *Concreto armado, laje nervurada, otimização estrutural, algoritmo genético.*

1 INTRODUÇÃO

A laje nervurada é um sistema construtivo amplamente aplicado a edificações que demandam grandes vãos. A retirada de concreto na região tracionada reduz custos como também o peso próprio e consegue-se um projeto com elevada rigidez. Silva (2010) fez um estudo comparativo entre a aplicação de lajes nervuradas e maciças bidirecionais, observando o consumo de materiais em função do vão, e mostrou a melhor eficiência das lajes nervuradas para grandes vãos.

A referência aos efeitos de situação de incêndio, embora já presentes nas versões anteriores de 2003 e 2007 da NBR 6118, só efetivamente se concretizou com a norma “Edificações habitacionais – Desempenho” de 2013 (ABNT NBR 15575, 2013) e a norma “Projeto de estruturas de concreto: Procedimento” de 2014 (ABNT NBR 6118, 2014). Estas normas fazem referência às normas “Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio” (ABNT NBR 15200, 2012) e “Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações – Procedimento” (ABNT NBR 14432:2001). Visando requisitos de durabilidade e desempenho em situações de incêndio, as dimensões mínimas de alguns componentes estruturais da laje, como largura de nervura e espessura de mesa, foram modificadas, tornando inviáveis as formas com as dimensões usualmente empregadas.

A busca de novos padrões de formas pode ser feita via técnicas de otimização, por meio da minimização de uma função custo da laje nervurada, dependente de um conjunto de variáveis de projeto, geralmente, as dimensões características da laje, respeitando-se as restrições pertinentes.

Em estudos recentes, como de Kaveh (2011) e Galeb (2011) são feitas aplicações de otimização a lajes nervuradas unidirecionais e a pavimentos com lajes nervuradas bidirecionais, respectivamente. Ambos adotaram as dimensões da laje como variáveis de projeto, contudo o primeiro trata as variáveis como de natureza discreta, refletindo a prática de projeto. Os custos de concreto e aço são considerados, sendo que o segundo autor considera também o custo da forma, e verificaram as exigências do ACI 318 nas restrições. Kaveh (2011) usou o Algoritmo de Busca Harmônica e Galeb (2011) o Algoritmo Genético para solução do problema. Os resultados mostraram a eficiência da otimização na busca de soluções ótimas na engenharia estrutural.

A utilização de Algoritmos Genéticos (AG's) na otimização estrutural é crescente e promissora. Silva (2001) mostra via otimização de vigas e pilares o quão robusto e flexível podem ser os AG's. Castilho (2003) compara os resultados obtidos utilizando os AG's com os obtidos pelo método do Lagrangiano Aumentado, mostrando a eficácia dos AG's para otimização de estruturas de concreto protendido pré-moldado. Em Albuquerque (2007), os AG's ganham notoriedade na otimização de pavimentos de concreto pré-moldado, mostrando a possibilidade de utilizá-lo como um sistema de apoio à tomada de decisão.

Neste trabalho, implementou-se uma formulação para otimização de lajes nervuradas bidirecionais, com uma função custo englobando as parcelas do concreto, do aço e da forma, utilizando AG's. As variáveis não se restringiram somente às dimensões da seção da laje, adotou-se também a resistência característica do concreto como variável. As restrições, contemplando exigências relativas à capacidade resistente (ELU), à rigidez (ELS) e limites mínimos e máximos, foram tratadas de duas formas: sem e com as mudanças devidas a situação de incêndio. Os resultados constataram o efeito de tais alterações sobre a prática de projeto atual. Foi feito um estudo de sensibilidade da função custo às variações do vão da laje e novas medidas são sugeridas para as formas.

$$\alpha_{def} = \frac{\Delta\xi}{1+50\rho'},$$

sendo ρ' a taxa de armadura de compressão e $\Delta\xi$ um coeficiente função do tempo que pode ser obtido na Tabela 17.1 na NBR 6118.

Para evitar seções superarmadas, a configuração deformada no ELU é limitada aos domínios 2 e 3 impondo-se que, para a posição da linha neutra nas duas direções,

$$\beta_{x\lim,inf} \leq \beta_x \leq \beta_{x\lim,sup}. \quad (3)$$

Para garantir segurança à ruptura e evitar seções com excesso de armadura, as áreas de armadura devem respeitar, (item 17.3.5 da NBR 6118)

$$A_{s,min} \leq A_s \leq 0,04A_c. \quad (4)$$

Impõe-se ainda: que a espessura da mesa h_f seja maior ou igual a 1/15 da distância entre faces de nervura l_0 (Item 13.4.2.4 da NBR 6118); que o diâmetro da armadura longitudinal ϕ seja menor que 1/8 da altura da laje h_t . (item 20.1 da NBR 6118); e, para acomodar as n barras de diâmetro ϕ no interior da nervura, com cobrimento nominal c_{nom} , que

$$2c_{nom} + (n-1)e_h + n\phi \leq b_w, \quad (5)$$

onde e_h é o espaçamento horizontal entre barras.

As limitações nas dimensões advindas da consideração da situação de incêndio são aplicadas diretamente nos conjuntos de valores possíveis para as variáveis de projeto. O modelo proposto foi implementado em um programa de otimização (BIOS) desenvolvido no LMVC/UFC.

3 ALGORITMOS GENÉTICOS

Os AG's são modelos computacionais para solução de problemas de otimização, pertencentes à classe de algoritmos ditos evolutivos, baseados em uma analogia com a Teoria da Evolução e em princípios da Genética. Assim, eles usam alguns termos como mutação, cruzamento (*crossover*), hereditariedade e seleção natural para simular processos naturais.

Basicamente, os AG's iniciam com uma população aleatória de n_{pop} indivíduos que representam soluções possíveis para o problema. Um indivíduo, definido por um conjunto de valores para as variáveis de projeto (fenótipo), é codificado na forma de um cromossomo (genótipo), usando representação binária, inteira ou real, para manipulação interna do algoritmo. As restrições são tratadas, em geral, na forma de uma função de penalidade exterior adicionada à função objetivo para formar a função aptidão do indivíduo que permite qualificá-lo em relação aos demais. Para garantir melhores resultados, os indivíduos com melhores funções aptidões tendem a permanecer no processo passando suas características para a descendência enquanto indivíduos inviáveis tendem a desaparecer.

Para criação de uma nova população, a cada iteração (geração) os indivíduos são submetidos a um processo de seleção e depois a operadores de cruzamento (*crossover*) e mutação. A probabilidade de seleção pode ser definida com base na função aptidão ou na posição relativa do indivíduo em um ranking. Repetidamente, até atingir uma determinada

taxa (t_{cross}), dois indivíduos são selecionados e têm suas informações combinadas no processo de cruzamento, gerando dois descendentes. Segundo uma dada probabilidade (p_{mut}), os filhos podem sofrer modificações aleatórias com operador de mutação, o qual reduz a probabilidade de convergência prematura para mínimos locais. Em geral, os filhos substituem os pais e, para compor a nova população, selecionam-se os melhores indivíduos da população corrente, uma estratégia chamada de elitismo que impede a perda de qualidade das soluções. O processo se repete até que um critério de parada, geralmente o número máximo de gerações (n_{ger}) é atingido.

Além da simplicidade de implementação, os AG's se destacam por: não necessitarem de derivadas, que oneram computacionalmente a busca; lidar bem com variáveis discretas, muitos mínimos locais e funções descontinuidades ou não diferenciáveis.

4 APLICAÇÕES E DISCUSSÃO

O desempenho dos AG's é dependente do problema. Por isso, o processo de calibração de parâmetros é essencial. Inicialmente, os parâmetros n_{pop} , n_{ger} , t_{cross} e p_{mut} são calibrados considerando uma laje quadrada de 8 m de lado, sujeita a cargas de revestimento (1 kN/m^2), parede (1 kN/m^2) e acidental (2 kN/m^2), além do peso próprio, usando como indicador a taxa de sucesso, definida pelo número de vezes em que a solução ótima de referência foi obtida em relação ao número total de execuções (n_{ex}). Usou-se $n_{ex} = 100$ e os valores para as variáveis indicados na Tab. 2. Primeiro, variou-se $n_{pop} \times n_{ger}$, com $t_{cross} = 0,90$ e $p_{mut} = 0,10$, e a melhor combinação foi de 800 indivíduos e 600 gerações. Em seguida, variou-se $t_{cross} \times p_{mut}$, com $n_{pop} = 800$ e $n_{ger} = 600$, e os melhores resultados foram obtidos a uma taxa de cruzamento de 0,95 e probabilidade de mutação de 0,15. A taxa de elitismo complementa a taxa de cruzamento, sendo de 0,05.

Adotou-se a classe II de agressividade ambiental (cobrimento nominal = 25 mm) e os aços CA-50 para a armadura longitudinal e CA-60 para a de distribuição. O custo unitário de aço foi de R\$ 6,04 /kg, o da forma foi de R\$ 67,40, o do concreto depende de sua resistência, tendo como menor valor R\$ 244,12 /m³ referente a um f_{ck} de 20 Mpa, dados obtidos da tabela SEINFRA 2015.

Tabela 1. Custo de concreto de acordo com a resistência.

f_{ck} (R\$/m ³)	20	25	30	35	40	45	50
	244,12	255,00	265,88	280,50	319,77	373,76	454,41

Em seguida, mantidos os valores dos dados fixos, foram criados dois casos de aplicações. No **Caso 1** foram aplicadas as exigências das normas que vigoravam antes do processo de revisão. As dimensões mínimas da mesa e da nervura eram de 4 e 5 cm, respectivamente. O maior comprimento para a mesa era de 65 cm. No **Caso 2**, as exigências das normas revisadas são consideradas. A dimensão mínima da mesa passa a 8 cm e largura de nervura maior que 12 cm. O comprimento máximo da mesa passa para 90 cm. As dimensões mínimas do **Caso 2**, como largura de nervura, espessura de mesa e cobrimentos, baseiam-se em um Tempo Requerido de Resistência ao Fogo (TRRF) de 60 minutos considerando uma edificação de uso residencial com altura entre 12 e 23 metros (ABNT NBR 14432:2001). Em ambos os casos, varia-se o vão da laje quadrada 4 a 10 m com incrementos de 1 m.

4.1 Caso 1

Por ser um problema discreto, cada variável de projeto possui espaço de busca e passo diferentes, por considerar a prática de projeto. Assim, observando as exigências antes das revisões de norma, os valores usados são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2. Espaços de busca das variáveis: Caso 1

	Variáveis de Projeto					
	(l_0) cm	(b_w) cm	(h_t) cm	(h_f) cm	(β_x)	(f_{ck}) Mpa
Domínio	{40;...;60}	{5;...;23}	{12;...;55}	{4;...;10}	{0;...;0,45}	{20;...;50}
Passo	1	0,5	0,5	0,5	0,001	5

Os resultados do Caso 1 (Tab. 3) mostram valores grandes para l_0 , mas que não atingem o valor limitante (60 cm). Tanto para b_w quanto para h_f , o fator limitante é o cobrimento da armadura longitudinal e de distribuição, respectivamente. O leve aumento observado em b_w é consequência da restrição para acomodação das barras (Eq. 5), pois há demanda de barras longitudinais com maiores diâmetros. Como não se verifica a flexão da mesa, a armadura de distribuição é sempre a mínima ($\phi 4,2$), tendo sempre o mesmo diâmetro.

Tabela 3. Resultados do melhor indivíduo: Caso 1

l_x e l_y (cm)	Variáveis de Projeto							Custo/m ² (R\$)	A_{sx}	A_{sy}
	(l_0)	(b_w)	(h_t)	(h_f)	$(\beta_{x,x})$	$(\beta_{x,y})$	(f_{ck})			
400	52	5,0	18,5	4,5	0,025	0,027	30	110,46	1 ϕ 10,0	1 ϕ 10,0
500	57	5,5	21,0	4,5	0,03	0,032	30	116,66	1 ϕ 12,5	1 ϕ 12,5
600	54	6,0	27,0	4,5	0,025	0,026	30	121,41	1 ϕ 12,5	1 ϕ 12,5
700	52	6,5	24,0	4,5	0,044	0,047	30	130,73	1 ϕ 16,0	1 ϕ 16,0
800	55	6,0	29,5	4,5	0,036	0,039	30	134,90	1 ϕ 16,0	1 ϕ 16,0
900	58	6,0	37,5	4,5	0,028	0,030	30	138,99	1 ϕ 16,0	1 ϕ 16,0
1000	56	6,0	31,5	4,5	0,051	0,056	30	152,45	1 ϕ 20,0	1 ϕ 20,0

Para resistências de concreto maiores que as exigidas pelo cobrimento mínimo, pode-se subtrair até 5 mm do cobrimento da classe adotada. Sendo 25 Mpa, a resistência mínima exigida pela classe II de agressividade ambiental, o modelo optou pelo concreto de 30 Mpa. Isso mostra que é menos oneroso escolher um concreto mais caro que aumentar as dimensões da seção da laje, como largura de nervura e espessura de mesa.

4.2 Caso 2

Com as revisões de norma, modificações nos espaços de busca de algumas variáveis devem ser feitas. A largura b_w deve ser maior que 12 cm e espessura h_f mínima é de 8 cm. Sendo b_w superior a 12 cm, pode-se expandir o espaço de busca de l_0 para 77 cm sem a necessidade de se verificar as nervuras ao cisalhamento como vigas. Contudo, será necessário verificar a resistência à flexão da mesa (ver Tabela 4).

Tabela 4. Espaços de busca das variáveis: Caso 2

	Variáveis de Projeto					
	(l_0) cm	(b_w) cm	(h_t) cm	(h_f) cm	(β_x)	(f_{ck}) Mpa
Domínio	{40;...;77}	{12,5;...;23}	{12;...;55}	{8;...;10}	{0;...;0,45}	{20;...;50}
Passo	1	0,5	0,5	0,5	0,001	5

Assim como no Caso 1 as variáveis b_w e h_f tenderam a permanecer próximos do mínimo permitido. As novas dimensões mínimas mudaram as dimensões da seção padrão da laje, estando agora com maiores l_0 . Apesar disto, o peso próprio da estrutura aumentou, devido ao novo limite mínimo para b_w , demandando maior quantidade de armadura e novas combinações de barras e bitolas (ver Tabela 5).

Tabela 5. Resultados do melhor indivíduo: Caso 2

l_x e l_y (cm)	Variáveis de Projeto								Custo/m ² (R\$)	A_{sx}	A_{sy}
	(l_0)	(b_w)	(h_t)	(h_f)	$(\beta_{x,x})$	$(\beta_{x,y})$	$(\beta_{x,mesa})$	(f_{ck})			
400	67	13,0	22,5	8	0,031	0,034	0,095	25	128,92	1 ϕ 12,5	1 ϕ 12,5
500	70	12,5	26,0	8	0,026	0,028	0,078	30	135,60	2 ϕ 10,0	2 ϕ 10,0
600	73	12,5	31,5	8	0,030	0,033	0,121	25	141,43	1 ϕ 16,0	1 ϕ 16,0
700	75	12,5	44,0	8	0,020	0,022	0,123	25	148,86	1 ϕ 16,0	1 ϕ 16,0
800	76	12,5	37,0	8	0,039	0,043	0,128	25	155,81	1 ϕ 20,0	1 ϕ 20,0
900	76	13,0	47,0	8	0,030	0,032	0,153	25	164,06	1 ϕ 20,0	1 ϕ 20,0
1000	77	12,5	49,5	8	0,033	0,036	0,095	25	171,90	1 ϕ 22,0	1 ϕ 22,0

O f_{ck} na solução ótima foi de 25 Mpa, sendo esse o valor mínimo para a classe II de agressividade ambiental. Diferentemente do Caso 1, onde o modelo preferiu utilizar um concreto de maior resistência para se beneficiar da redução do cobrimento, no Caso 2 essa permuta não se mostra vantajosa, uma vez que as dimensões de largura de nervura e espessura de mesa são suficientes para acomodar as barras. Assim, os cobrimentos não restringem este caso.

Quando comparados os resultados dos dois casos, observa-se um inevitável aumento de custo na produção da laje no Caso 2. A média de aumento observado foi de 14,4% tendo

um desvio padrão de 2%. A maior variação foi de 16,7 % e a menor de 10,0%. Como os custos de forma foram mantidos os mesmos, o aumento percebido veio da variação do consumo de concreto e aço (ver Fig. 2). Os aumentos nas dimensões mínimas de algumas variáveis provocaram o aumento no consumo de concreto, em média 58%, tendo, respectivamente, um máximo e mínimo de 91% e 32%. Para exemplificar, o custo por metro quadrado de concreto para uma laje de 6 m de vão passou de R\$ 23,17 para R\$ 36,05 (ver Tab. 6).

Tabela 6. Consumo de aço e concreto por m²

Vão (cm)	Massa de aço (kg/m ²)		Variação Percentual	Massa de concreto (kg/m ²)		Variação Percentual
	Caso 1	Caso 2		Caso 1	Caso 2	
400	4,11	5,02	22%	171,41	288,13	68%
500	3,87	5,42	40%	220,50	316,10	45%
600	5,11	6,21	22%	220,21	338,96	56%
700	5,19	6,85	32%	206,84	353,83	32%
800	7,02	6,79	-3%	243,71	450,00	91%
900	6,77	9,26	37%	269,48	368,21	33%
1000	9,81	9,19	-6%	245,13	444,50	80%

A variação percentual no consumo de aço por metro quadrado foi menos significativa do que no concreto. Contudo, o preço por metro quadrado do aço é superior ao de concreto, de maneira que pequenas alterações em seu consumo representam grandes variações no custo total da laje. Para o vão de 6 m, por exemplo, o custo de aço por metro quadrado passou de R\$ 30,85 /m² para R\$ 37,48 /m².

A dimensão de forma (l_0) obtida no Caso 1 teve uma média de 60,5 cm. Esse resultado mostra que o modelo condiz com a prática de projeto, uma vez que o valor praticado por uma empresa especializada em Fortaleza era de 61 cm. Os resultados do Caso 2 mostram, contudo, que o tamanho de forma (l_0) utilizada na prática de projeto atual não condiz com o ótimo deste modelo (ver Fig. 3). O valor ótimo encontrado foi de 86 cm, enquanto, o praticado é de 80 cm. Por menor que seja a diferença, o pequeno aumento nessa dimensão da forma pode reduzir o custo de produção de uma laje de 10 m de vão em até 24%.

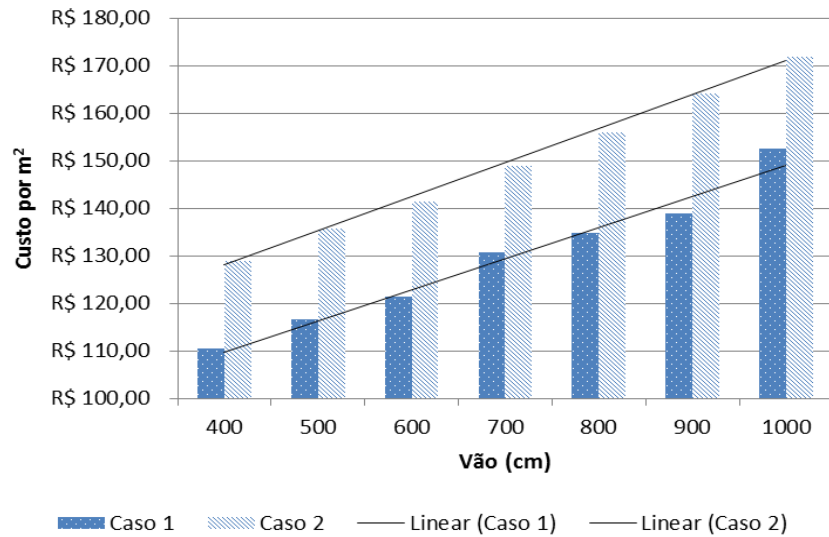


Figura 2. Comparação de custos: casos 1 e 2

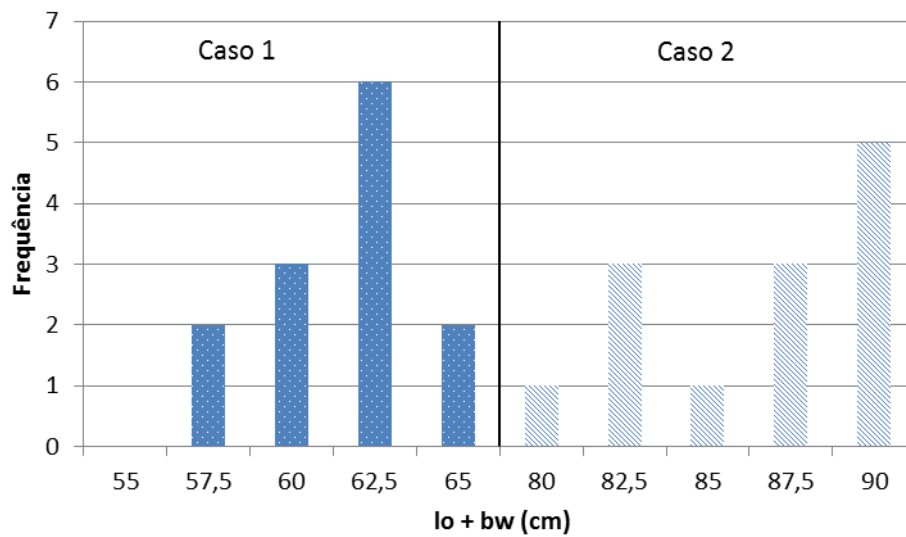


Figura 3. Recorrência de formas: casos 1 e 2

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio financeiro dado pela FUNCAP na forma de bolsa de iniciação científica.

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 14432:2001. *Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio*. Maio, 2012.
- ABNT NBR 15200:2012. *Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio*. Maio, 2012.
- ABNT NBR 15575-2:2013. *Edificações habitacionais – Desempenho. Parte 2: Requisitos para os sistemas estruturais*. Julho, 2013.
- ABNT NBR 6118: 2014. *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Versão Corrigida. Agosto, 2014.
- Albuquerque, A. T., 2007. *Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmos genéticos*. Tese (doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- American Concrete Institute, “*Building Code Requirements for Structural Concrete & PCA Notes on 318.05*”. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2005.
- Araújo, J. M., 2010. *Curso de Concreto Armado*. Rio Grande: Dunas, 2010. v. 2, 3.ed.
- Castilho, V. C., Lima, M. C. V., 2003. *Optimization of precast Prestressed elements using genetic algorithms*. São Carlos, 283p. Ph.D Thesis. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Galeb, A. C., 2011. Optimum design of reinforced concrete waffle slabs. *International Journal of Civil and Structural Engineering*, vol. 1, n. 4.
- Holland, J. H., 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Cambridge, MA: MIT Press. Second edition (1992). (First edition, University of Michigan Press, 1975).
- Kaveh, A., Abadi, A. S. M., 2011. *Cost Optimization of Reinforced Concrete One-Way Ribbed Slabs Using Harmony Search Algorithm*. Centre of Excellence for Fundamental Studies in Structural Engineering.
- Silva, E. E., 2001. *Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos*. Dissertação (mestrado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Silva, L. P., 2010. *Estudo comparativo entre lajes nervuradas e maciças em função dos vãos entre apoios*. 85f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.