



MODELAGEM COMPUTACIONAL E MÉTODO CONSTRUCTAL DESIGN APLICADOS À ANÁLISE DA FLAMBAGEM TÉRMICA DE COLUNAS DE AÇO PERFURADAS

Roberta da S. Michaello

Mauro de V. Real

Elizaldo D. dos Santos

Liércio A. Isoldi

robertaa@rocketmail.com

mauroreal@furg.br

elisaldosantos@furg.br

liercioisoldi@furg.br

Universidade Federal do Rio Grande (FURG) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC)

Av. Itália, km 8, 96203-900, Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brazil.

Daniel Helbig

Luiz Alberto O. Rocha

daniel.helbig@gmail.com

luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Sarmento Leite St. nº 425, 90050-170, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brazil.

Resumo. Quando elementos estruturais hiperestáticos são submetidos a um aumento de temperatura, como os movimentos axiais estão impedidos, se o gradiente positivo de temperatura for maior que a variação crítica de temperatura, surgirá uma solicitação axial de compressão superior à carga crítica e ocorrerá a flambagem térmica. Existem soluções analíticas para a determinação da variação crítica de temperatura de colunas, desde que as mesmas não possuam perfurações ao longo de seu comprimento. Se existirem perfurações, não existem soluções analíticas e a determinação da variação crítica de temperatura pode ser feita através de uma abordagem computacional. Então, no presente trabalho, um modelo computacional verificado será adotado para solucionar o problema da flambagem térmica. Para isso foi empregado o software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Um estudo de caso foi realizado, empregando o método Constructal Design para a determinação da influência na variação crítica de temperatura em uma coluna de aço com perfurações. O tipo e a forma dessas perfurações foram variados, mantendo fixo o volume de material retirado da coluna. Os resultados obtidos mostraram que o método Constructal Design permite a determinação de geometrias otimizadas que conduzem a performances superiores dos componentes estruturais analisados.

Palavras-Chave: *Flambagem térmica, Colunas de aço, Método Constructal Design, Modelagem Computacional.*

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Iyengar (1988), um componente estrutural pode apresentar dois tipos de falha: de material e de forma. Na falha de material, a tensão no elemento estrutural ultrapassa o limite de segurança especificado, resultando na formação de trincas que causam seu colapso. Já na falha de forma, mesmo a tensão não ultrapassando o limite de segurança, o componente estrutural não é capaz de manter sua forma original. A falha de forma depende da geometria da estrutura e do carregamento aplicado, ocorrendo em elementos estruturais esbeltos submetidos a cargas de compressão.

Essa falha de forma é definida, portanto, como um fenômeno de instabilidade estrutural e é chamada de flambagem. Enquanto a carga compressiva em um elemento estrutural esbelto é relativamente pequena, o aumento na magnitude dessa carga resultará somente em uma deformação normal do mesmo, diminuindo seu comprimento. Entretanto, quando um determinado nível de carregamento é atingido, o componente estrutural sofre uma repentina flexão lateral. Esse nível de carregamento é chamado de carga crítica e essa flexão dá origem a grandes deformações, causando o colapso do elemento estrutural (Chajes, 1974).

Normalmente a tensão de compressão em um elemento estrutural é causada por cargas externas aplicadas: carregamento axial, momento fletor, força cortante, carga concentrada ou por combinação desses (Åkesson, 2007). Entretanto existe ainda a possibilidade de um componente estrutural ser submetido a uma tensão de compressão devido a um aumento de temperatura, desde que o mesmo tenha o deslocamento de suas extremidades impedido pela presença de apoios. Nesse caso as tensões de compressão são chamadas de tensões térmicas (Hibbeler, 2010).

Portanto, se o deslocamento axial de um elemento estrutural for restringido e esse componente for submetido a uma variação positiva (aumento) de temperatura, surgirá uma força interna de compressão que, dependendo de sua magnitude, poderá causar flambagem, sendo, nesse caso, chamada de flambagem térmica.

É possível determinar, de maneira relativamente simples, a variação de temperatura que pode causar a flambagem térmica em um componente estrutural. Porém, em várias situações, como por exemplo para a passagem de cabos e tubulações, redução do peso próprio ou até mesmo por questões estéticas, torna-se necessário realizar perfurações nesses componentes, não existindo nesses casos solução analítica para a determinação da variação de temperatura que causaria flambagem.

Sendo assim, foi utilizada a modelagem computacional, através do software ANSYS, para determinar a variação crítica de temperatura, ou seja, a variação de temperatura que causa a flambagem em colunas perfuradas. Um estudo de caso foi realizado, empregando o método *Constructal Design* para a determinação da influência na variação crítica de temperatura em uma coluna de aço com perfurações. O tipo e a forma dessas perfurações foram variados, mantendo fixo o volume de material retirado da coluna.

2 FLAMBAGEM TÉRMICA

Conforme Barron e Barron (2012), a expansão térmica de um componente estrutural, dependendo de suas vinculações, pode causar uma tensão de compressão, existindo a possibilidade de ocorrência de uma instabilidade elástica: a flambagem térmica.

De acordo com Beer e Johnston (1995) e Cassenti (2012), para entender como ocorre a flambagem térmica em uma coluna, considera-se uma barra esbelta de comprimento L , de

material homogêneo e com seção transversal constante ao longo de toda sua extensão, que está, inicialmente, apoiada sobre uma superfície lisa horizontal, conforme a Fig. 1a.

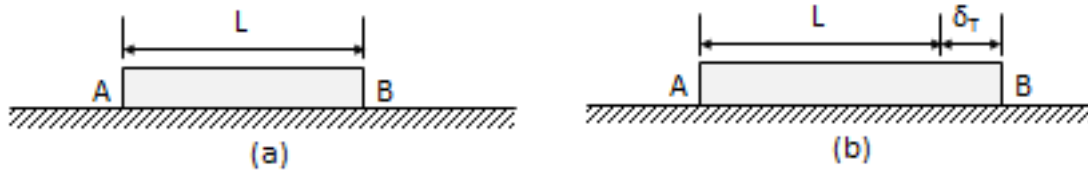


Figura 1. Barra sobre superfície horizontal: (a) sem variação de temperatura e (b) com variação de temperatura (Beer e Johnston, 1995)

Segundo Higdon et al. (1981), praticamente todos materiais, quando não impedidos, expandem-se quando aquecidos e contraem-se quando resfriados. Então, se a barra for exposta a uma variação positiva de temperatura ΔT a mesma sofrerá um alongamento δ_T , como na Fig. 1b, proporcional tanto à variação da temperatura quanto ao comprimento da barra:

$$\delta_T = \alpha \Delta T L \quad (1)$$

sendo: α o coeficiente de dilatação térmica do material. Se a variação de comprimento da barra, dada pela Eq. (1), for relacionada com seu comprimento inicial, é possível determinar a deformação normal térmica da barra:

$$\epsilon_T = \frac{\delta_T}{L} = \alpha \Delta T \quad (2)$$

Neste caso, a barra não possui nenhum tipo de vinculação que impeça sua deformação e, portanto, não existe nenhuma tensão térmica associada. Porém, se essa mesma barra da Fig. 1 estiver rotulada em suas extremidades, como mostra a Fig. 2a, e for submetida à variação positiva de temperatura ΔT , haverá o surgimento de reações de apoio P contrárias ao movimento de expansão da barra, devido à presença dos apoios, como ilustrado na Fig. 2b.

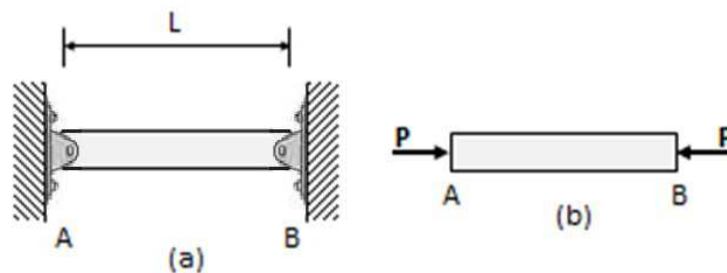


Figura 2. Barra birrotulada: (a) submetida à variação de temperatura e (b) forças de reação geradas (Adaptado de Beer e Johnston, 1995)

Como a barra birrotulada é uma estrutura hiperestática, não é possível somente com as equações de equilíbrio determinar as reações de apoio. Torna-se necessário, então, considerar uma equação de compatibilidade de deslocamentos (Hibbeler, 2010):

$$\delta_{A/B} = \delta_T - \delta_P = 0 \quad (3)$$

onde: $\delta_{A/B}$ é o deslocamento da extremidade A em relação à extremidade B e δ_P é a variação de comprimento causada pela reação de apoio, definida por (Hibbeler, 2010):

$$\delta_P = \frac{P L}{A E} \quad (4)$$

sendo: A a área da seção transversal da barra, e E o módulo de elasticidade do material da barra.

Então substituindo as Eqs. (2) e (4) na Eq. (3), é possível determinar o valor da reação de apoio causada pela variação de temperatura P :

$$P = A E \alpha \Delta T \quad (5)$$

Considerando que para uma coluna birrotulada a carga crítica de flambagem é definida por (Hibbeler, 2010):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad (6)$$

e igualando a carga imposta à barra devido à variação de temperatura definida pela Eq. (5) e a carga crítica dada pela Eq. (6), é possível determinar a variação crítica de temperatura, ou seja, a variação de temperatura que causa a flambagem térmica (Beer e Johnston, 1995; Cassenti, 2012):

$$\Delta T_{cr} = \frac{\pi^2 I}{\alpha A L^2} \quad (7)$$

É possível perceber que a variação da temperatura crítica que causa flambagem térmica não depende do módulo de elasticidade do material, em contraste com o caso em que a flambagem é causada por uma carga externa aplicada, onde a carga crítica é diretamente proporcional ao módulo de elasticidade (Barron e Barron, 2012).

Seguindo procedimento análogo, é possível obter as equações analíticas para a variação de temperatura crítica para a coluna engastada-rotulada (Hibbeler, 2010; Barron e Barron, 2012):

$$\Delta T_{cr} = \frac{2.0457 \pi^2 I}{\alpha A L^2} \quad (8)$$

e para a coluna biengastada:

$$\Delta T_{cr} = \frac{4 \pi^2 I}{\alpha A L^2} \quad (9)$$

3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Muitas vezes é extremamente complexo ou, até mesmo inviável, resolver problemas através de métodos analíticos e/ou ensaios experimentais, entre as diversas razões estão o custo elevado, a falta de equipamentos adequados e a própria impossibilidade de se resolver de maneira analítica e/ou experimental, em algumas situações.

Portanto, cada vez mais são empregadas soluções numéricas a partir da modelagem computacional, devido ao praticamente infinito número de possibilidades, ao custo relativamente baixo e à versatilidade das soluções numéricas quando comparada aos demais métodos (Souza e Barboza, 2014).

Neste trabalho será adotado o software ANSYS para determinar, numericamente, a variação crítica de temperatura, ou seja, a variação de temperatura que causa a flambagem térmica em elementos estruturais esbeltos do tipo coluna. O software ANSYS é uma ferramenta computacional que emprega como método de discretização o Método dos Elementos Finitos (MEF), permitindo análises estruturais lineares e não-lineares em problemas estáticos e dinâmicos, entre outras aplicações (ANSYS, 2005).

Para o estudo numérico do fenômeno da flambagem térmica foi adotada a análise por autovalores e autovetores. As equações de equilíbrio por elementos finitos para este tipo de análise envolvem a solução de equações algébricas homogêneas cujo autovalor mais baixo corresponde à temperatura crítica de flambagem e o autovetor associado representa o primeiro modo de flambagem. Essa solução é análoga à determinação da carga crítica de flambagem mecânica em uma coluna, onde o autovalor mais baixo indica a carga crítica e o autovetor correspondente define o primeiro modo de flambagem (Madenci e Guven, 2006).

Para isso, a diferença entre a temperatura de referência e a temperatura aplicada na placa deve ser de apenas 1 °C, pois os autovalores e autovetores são calculados para uma carga unitária aplicada. Assim, com essa diferença de 1 °C, o primeiro autovalor encontrado será igual à diferença de temperatura que causa a flambagem térmica (Cassenti, 2012). No ANSYS o problema de autovalores e autovetores é resolvido usando o método numérico de Lanczos (ANSYS, 2005).

Segundo Anand Rao et al. (2013), no caso de flambagem do elemento, com extremidades imóveis, sujeitos a um aumento de temperatura uniforme, acima da temperatura ambiente, o problema de autovalores é resolvido através da Eq. (10).

$$[K] \{U\} - \lambda_b [G] \{U\} = 0 \quad (10)$$

onde: $[K]$ é a matriz de rigidez elástica, $[G]$ é a matriz de rigidez geométrica, λ_b é o autovalor indicando a temperatura de flambagem e $\{U\}$ é o autovetor (modo de flambagem).

3.1 Método dos Elementos Finitos

O MEF foi originalmente introduzido por Turner et al. (1956). É uma poderosa técnica computacional de soluções aproximadas para uma infinidade de problemas reais de engenharia. O método tornou-se uma ferramenta essencial no projeto ou análise de um problema físico em várias áreas da engenharia. Um fenômeno físico geralmente ocorre na continuidade da matéria (sólido, líquido ou gás) que envolve diversas variáveis de campo, essas variam ponto a ponto possuindo, assim, uma infinidade de soluções no domínio (Madenci e Guven, 2006).

Em linhas gerais, o MEF é baseado na divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos, transformando o meio

contínuo em discreto. O comportamento de cada elemento é arbitrado de forma aproximada, com a condição de que a malha formada pelos elementos se comporte de forma semelhante ao contínuo original. Na Fig. 3 é apresentado um exemplo que permite a visualização do conceito da divisão de um domínio contínuo em elementos.

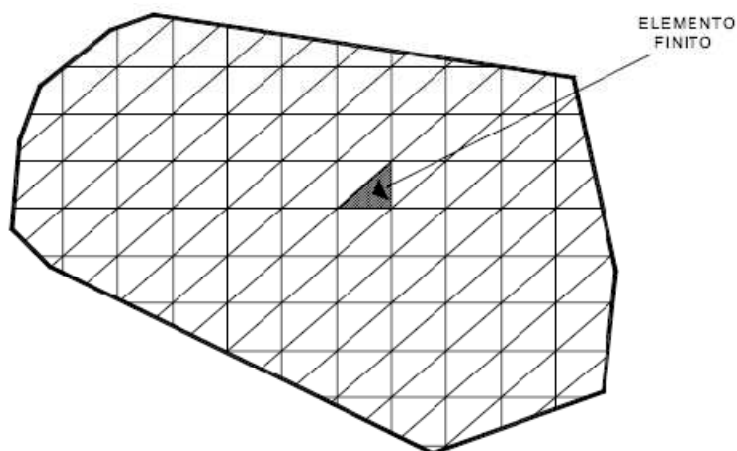


Figura 3. Divisão do domínio contínuo (Vanalli, 2004)

No chamado modelo de deslocamentos do MEF, arbitra-se o campo de deslocamentos nodais e, como consequência, a interação de componentes de tensão entre elementos adjacentes é substituída pela interação de forças nodais entre elementos. Dessa maneira, o equilíbrio infinitesimal que se considera no modelo matemático de meio contínuo é substituído pelo equilíbrio de cada elemento finito isoladamente, trocando-se as equações diferenciais de equilíbrio por equações algébricas de equilíbrio do elemento como um todo. A partir destas equações algébricas escritas para cada elemento, obtém-se o sistema de equações de equilíbrio da malha de elementos. Esse sistema global, após a introdução das condições de vinculação ao meio exterior, permite a determinação da solução em termos dos deslocamentos nodais (Madenci e Guven, 2006).

4 CONSTRUCTAL DESIGN

Segundo Bejan e Lorente (2008), a aplicação da Lei *Constructal* é feita com o método *Constructal Design*, que tem sido usado para analisar e entender muitos fenômenos da natureza. Além disso, tem sido amplamente aplicado em problemas de engenharia, principalmente nas áreas de mecânica dos fluidos e de transferência de calor, para melhoria do seu desempenho.

Como exemplo de aplicações na natureza, da teoria *Constructal*, é possível citar: árvores, folhas, pulmões, escoamento de rios e raios. Existem também aplicações sociais como o fluxo de veículos de transporte e o fluxo de pessoas nas cidades. Observar-se algumas dessas aplicações na Fig. 4. E ainda as aplicações de engenharia (*Constructal Design*) como, por exemplo, resfriamento de circuitos eletrônicos, trocadores de calor em motores, energia das ondas, indústria de refrigeração e dimensionamento de estruturas.

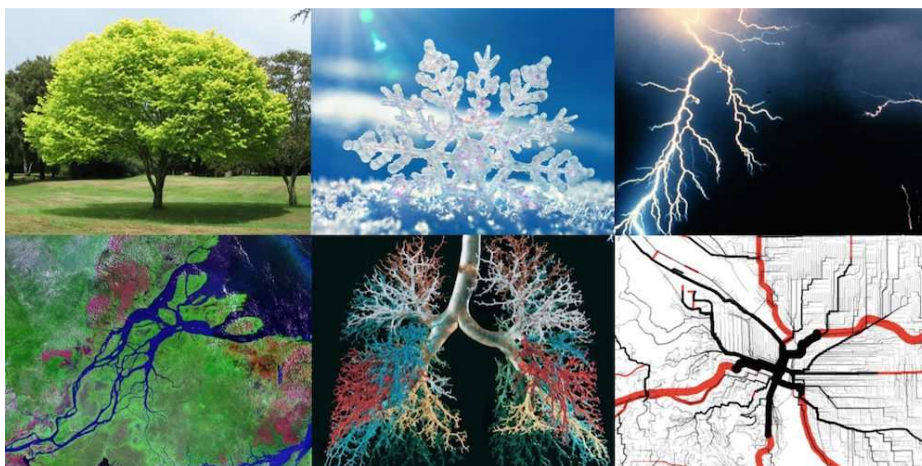


Figura 4. Exemplos de aplicações da Lei Constructal

Esse princípio pode ser aplicado em sistemas de qualquer escala, desde a microscópica até a macroscópica, propiciando o desenvolvimento de estruturas complexas de escoamentos em engenharia e na natureza. Assim sendo, é possível verificar inúmeros exemplos de aplicação do referido princípio, como na Biologia, Geofísica e sistemas naturais nas quais as geometrias se modificam a fim de alcançar um objetivo que é, essencialmente, a minimização da resistência global para suas correntes internas (Bejan, 2000).

Dessa forma, a Teoria *Constructal* conduz engenheiros à descoberta de arquiteturas de fluxo eficientes, quaisquer que sejam eles: fluidos, massa, energia e movimento em geral. Os projetos gerados são validados por comparações com a natureza, em sistemas animados e inanimados (Rodrigues, 2014).

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O componente estrutural estudado é do tipo coluna, feito de aço A-36 com módulo de elasticidade $E = 210$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$ e coeficiente de dilatação térmica $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, a partir de um perfil W310×21. O componente (Fig. 5) possui as seguintes dimensões: comprimento $L = 4.5$ m, altura $d = 303$ mm, espessura da aba $t = 5.7$ mm, largura da aba $b = 101$ mm e espessura da alma $e = 5.08$ mm. Possui ainda área de seção transversal $A = 2680 \text{ mm}^2$ e momentos de inércia $I_z = 37 \times 10^6 \text{ mm}^4$ e $I_y = 0.986 \times 10^6 \text{ mm}^4$.

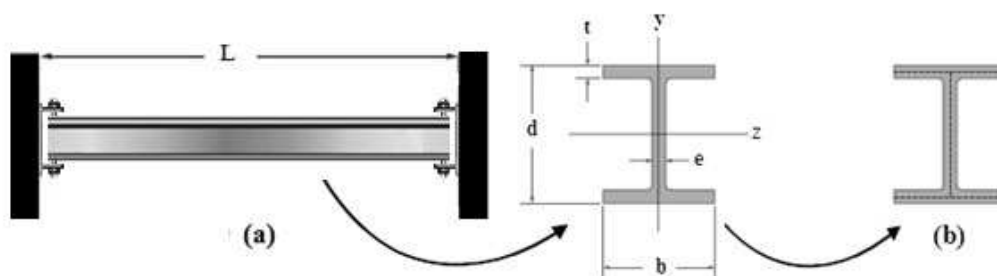


Figura 5. Componente estrutural: (a) Coluna birrotulada, formato e dimensões do perfil e (b) hipótese simplificativa

Para o modelo computacional usado no presente estudo foi adotado o elemento SHELL93, por ser um dos elementos do software ANSYS adequado para a simulação numérica de placas e cascas finas, permitindo que perfurações sejam consideradas ao longo da estrutura. O elemento SHELL93, apresentado na Fig. 6, possui oito nós e seis graus de liberdade por nó, ou seja, três translações nas direções x , y e z (u_x , u_y e u_z) e três rotações em torno dos eixos x , y e z (r_x , r_y e r_z), totalizando quarenta e oito graus de liberdade por elemento (ANSYS, 2005). Esse elemento finito é definido pelo modelo de uma superfície e sua espessura é atribuída durante o processo de modelagem computacional.

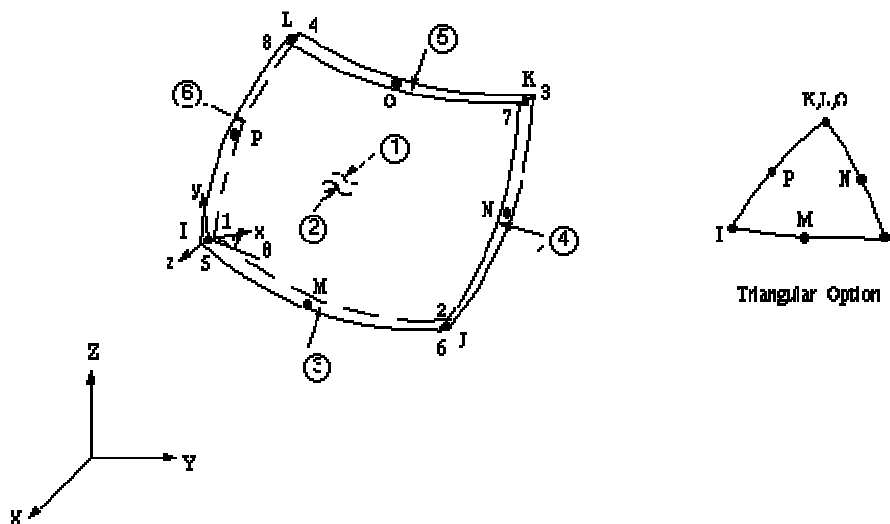


Figura 6. Elemento SHELL93 (Ansys User's Manual, 2005)

5.1 Verificação do modelo computacional

Inicialmente um teste de independência de malha foi desenvolvido considerando o perfil com perfurações. Na sequência, adotando o tamanho de elemento finito definido no teste de independência de malha, a verificação do modelo computacional foi realizada, comparando o valor da variação crítica de temperatura com a solução analítica dada pela Eq. (7).

Sendo assim, na coluna da Fig. 5 foram feitas cinco perfurações circulares, com diâmetro de 250 mm, conforme mostrado na Fig. 7.

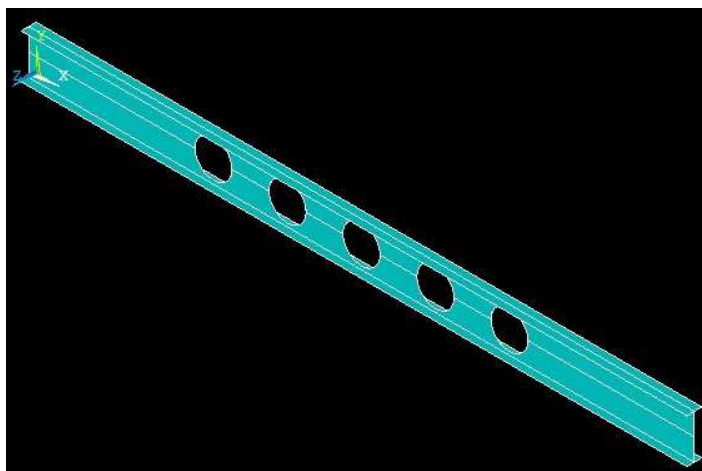


Figura 7. Perfil com área removida.

Para a discretização da coluna da Fig. 7 foram adotados elementos finitos triangulares, pois estes se adaptam melhor a geometrias complexas como as formadas com a inclusão das perfurações. Diferentes malhas foram geradas com o tamanho do elemento finito decrescendo, desta forma obtendo-se uma malha cada vez mais refinada (Tabela 1). Foi gerado então um gráfico relacionando o número de elementos na malha com a respectiva variação de temperatura crítica. Os valores obtidos estão na Tabela 1 e demonstrados no gráfico da Fig. 8.

Tabela 1. Valores obtidos para o teste de independência de malha.

Tamanho do elemento (mm)	Nº de elementos na malha	ΔT_{cr} (°C)	Diferença (%)
100	614	20.961	-----
50	1660	21.181	-1.05%
20	9496	21.232	-0.24%
10	46040	21.269	-0.17%

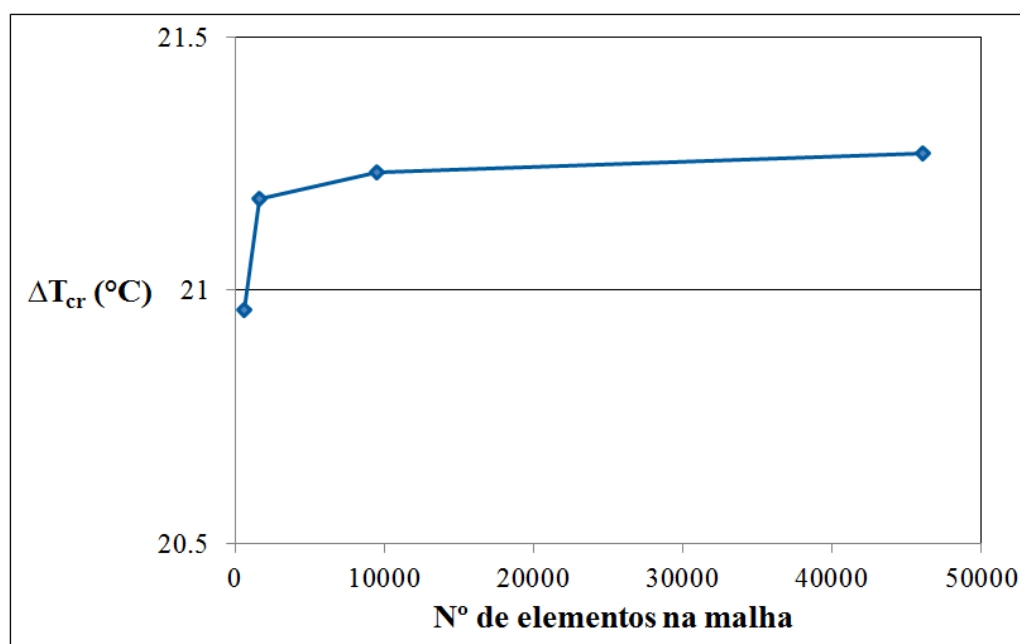


Figura 8. Teste de independência de malha

Observando a Fig. 8 e analisando a Tabela 1 é possível observar que a diferença relativa entre os valores encontrados para as diferentes malhas é pequena. Foi definido então que a malha independente é aquela que possui uma diferença relativa menor que 0.20%, sendo, portanto, a malha gerada com elementos finitos de tamanho 20 mm.

Para a verificação do modelo computacional foi considerada a coluna da Fig. 5, discretizada com elementos finitos triangulares com 20 mm de tamanho característico, gerando uma malha com 10816 elementos. A variação crítica de temperatura obtida numericamente foi de $\Delta T_{cr} = 15.18$ °C, que apresentou uma diferença de 1.61% em relação à

variação crítica de temperatura definida pela Eq. (7), que foi de $\Delta T_{cr} = 14.94$ °C. Na Fig. 9 é apresentada a configuração flambada termicamente para a coluna, que está de acordo com o esperado para a flambagem de uma coluna birrotulada.

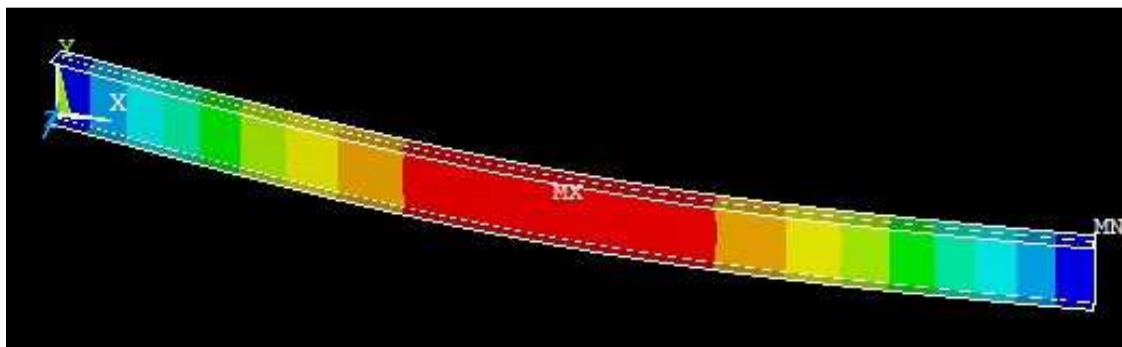


Figura 9. Configuração da coluna sob flambagem térmica

Considerando a diferença entre as soluções numérica e analítica e a configuração flambada na coluna, é possível afirmar que o modelo computacional foi verificado.

5.2 Estudo de caso

Foi feito um estudo de caso removendo 10% do volume total da coluna apresentada na Fig. 5, visando analisar a influência dessa remoção de material na variação crítica de temperatura da coluna. Para todos os casos avaliados foi considerado um componente estrutural birrotulado, com perfurações feitas ao longo da alma da coluna.

Para a determinação do número de furos necessários para alcançar 10% do material, usou-se a seguinte equação:

A fração de volume referente à retirada de material através de perfurações na alma do perfil é dada por:

$$\phi = \frac{V_0}{V} \quad (11)$$

onde: V_0 é o volume do material a ser removido e V o volume total da coluna. No estudo de caso desenvolvido foi adotado um $\phi = 0.10$. Então, a partir da Eq. (11), definiu-se o volume de material a ser removido. Como as perfurações serão inseridas somente na alma, é possível determinar a área total que deverá ser removida. É importante observar que a espessura da alma é diferente das espessuras das abas, sendo a primeira utilizada nos cálculos.

Tem-se, então, os seguintes valores: $V_0 = 1184727.60$ mm³ (volume a ser removido) e $A_0 = 233214.09$ mm² (área a ser removida).

Para determinar o número de perfurações levou-se em consideração a altura da alma (menor dimensão, ver Fig. 5) e utilizou-se o princípio de Saint-Venant para definir a distância mínima das extremidades a partir da qual poderiam ser realizadas as perfurações. Além disso, as perfurações foram realizadas equidistantes, permitindo a realização de quatorze furos. Logo: $A_{furo} = 16658.15$ mm² (área de cada furo).

Foram estudados dois tipos de perfurações: elípticas e retangulares. O número de furos e a área de cada furo foram mantidos constantes, ou seja, $\phi = 0.10$ distribuídos em quatorze perfurações. Para avaliar a influência da forma de cada tipo de furo, foi empregado o grau de

liberdade H_0/L_0 , que relaciona as dimensões características H_0 e L_0 das perfurações, indicadas na Fig. 10.

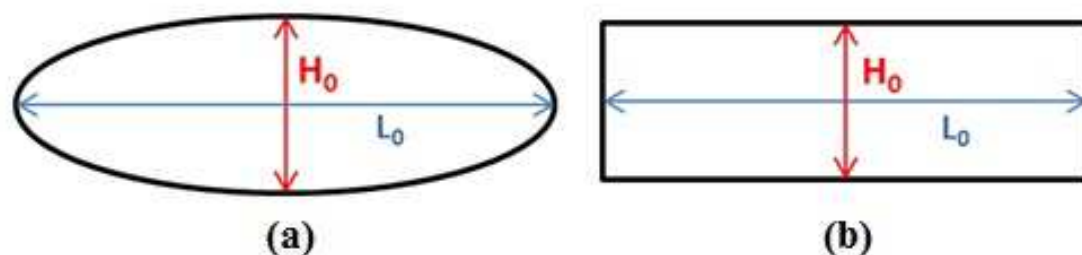


Figura 10. Indicação do H_0 e L_0 das perfurações: (a) Elíptica e (b) Retangular

Foram feitos estudos do comportamento mecânica das colunas perfuradas submetidas à flambagem térmica. Primeiramente, foram feitas perfurações elípticas, diminuindo a cada caso o valor de L_0 e consequentemente aumentando o valor de H_0 , para manter sempre a mesma área da perfuração. Os casos estudados estão apresentados na Tabela 2, com seus respectivos valores para a variação crítica de temperatura. Além disso, esses valores para a ΔT_{cr} foram divididos pela variação crítica de temperatura da coluna sem perfuração, definindo assim a variação crítica de temperatura adimensional $\Delta T_{cr,adm}$.

Tabela 2. Valores obtidos para a variação crítica de temperatura (Perfil com perfuração elíptica)

Caso	L_0 (mm)	H_0 (mm)	H_0/L_0	ΔT_{cr} (°C)	$\Delta T_{cr,adm}$
1e	260.00	81.58	0.31	17.16	1.13
2e	250.00	84.84	0.34	17.24	1.14
3e	230.00	92.22	0.40	17.43	1.15
4e	210.00	101.00	0.48	17.65	1.16
5e	190.00	111.63	0.59	17.95	1.18
6e	170.00	124.76	0.73	18.34	1.21
7e	145.60	145.60	1.00	19.06	1.26
8e	124.76	170.00	1.36	20.05	1.32
9e	111.63	190.00	1.70	21.01	1.38
10e	101.00	210.00	2.08	22.09	1.46
11e	92.22	230.00	2.49	23.36	1.54
12e	84.84	250.00	2.95	24.78	1.63

Com a variação de H_0/L_0 , foram obtidas perfurações com forma de elipse, alongadas horizontalmente ($H_0/L_0 < 1$) ou verticalmente ($H_0/L_0 > 1$), e uma perfuração circular ($H_0/L_0 = 1.00$). As geometrias das estruturas perfuradas, de cada caso, indicadas na Tabela 2, são mostradas na Fig. 11.

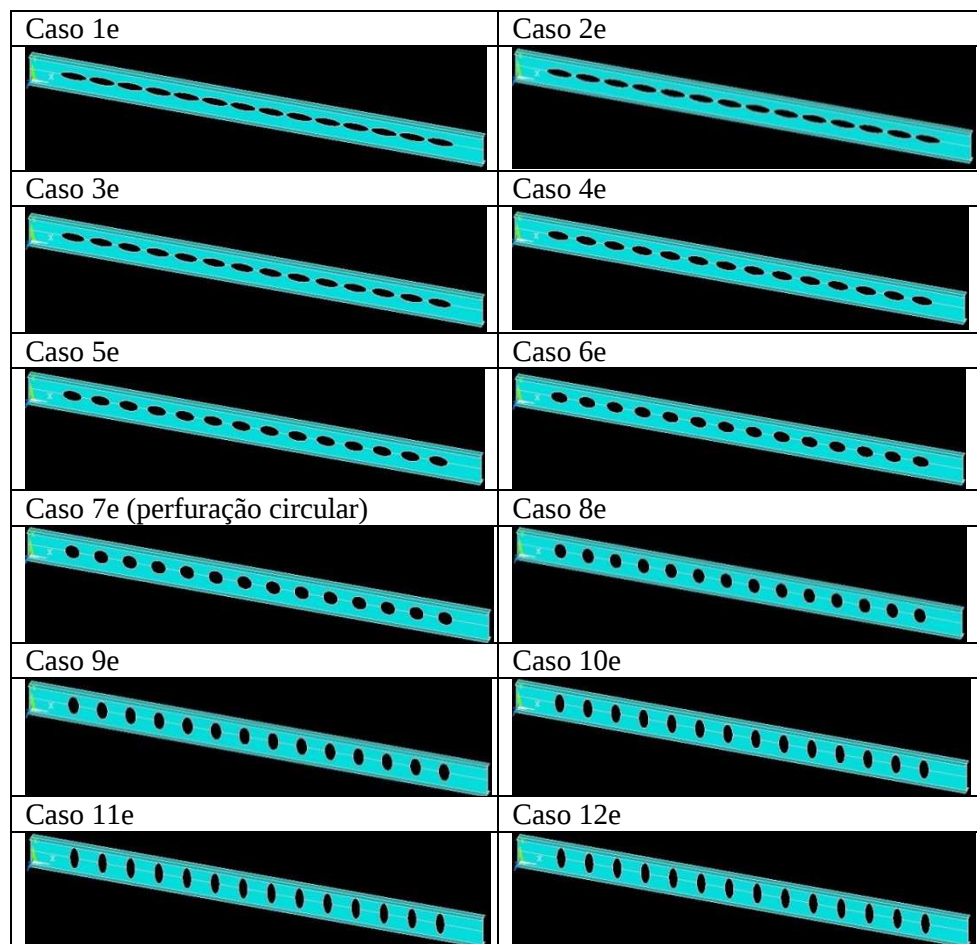


Figura 11. Perfis com perfuração elíptica.

De maneira análoga foi feito o estudo para as colunas com furos retangulares. Os casos estudados estão apresentados na Tabela 3, com seus respectivos valores para a variação crítica de temperatura.

Tabela 3. Valores obtidos para a variação crítica de temperatura (Perfil com perfuração retangular)

Caso	L_0 (mm)	H_0 (mm)	H_0/L_0	ΔT_{cr} (°C)	$\Delta T_{cr,adm}$
1r	250.00	66.63	0.27	17.05	1.12
2r	225.00	74.04	0.33	17.28	1.14
3r	200.00	83.29	0.42	17.55	1.16
4r	175.00	95.19	0.54	17.90	1.18
5r	150.00	111.05	0.74	18.38	1.21
6r	129.10	129.10	1.00	19.01	1.25
7r	111.05	150.00	1.35	19.81	1.31
8r	95.19	175.00	1.84	20.94	1.38
9r	83.29	200.00	2.40	22.26	1.47
10r	74.04	225.00	3.04	23.82	1.57
11r	66.63	250.00	3.75	25.61	1.69

Assim como no caso anterior, variou-se o grau de liberdade H_0/L_0 , obtendo-se perfurações retangulares, alongadas horizontalmente ($H_0/L_0 < 1$) ou verticalmente ($H_0/L_0 > 1$) e uma perfuração quadrada ($H_0/L_0 = 1.00$). As geometrias das estruturas perfuradas, conforme os casos indicados na Tabela 3, são mostradas na Fig. 12.

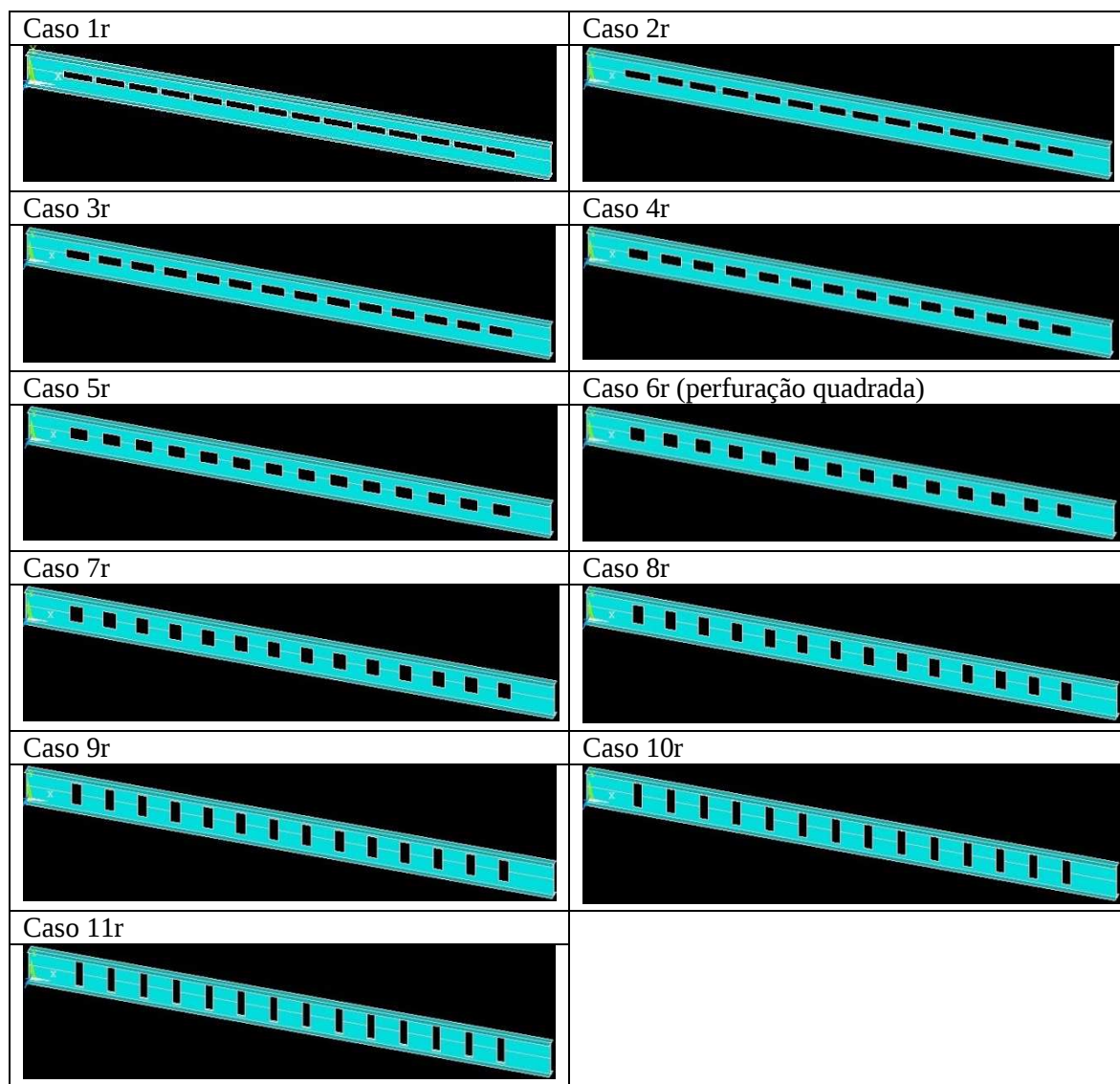


Figura 12. Perfis com perfuração retangular.

Analisando a Tabela 2 é possível perceber que quanto maior for a relação H_0/L_0 maior é o valor da $\Delta T_{cr,adm}$. Essa tendência pode ser comprovada fazendo-se a análise do gráfico apresentado na Fig. 13.

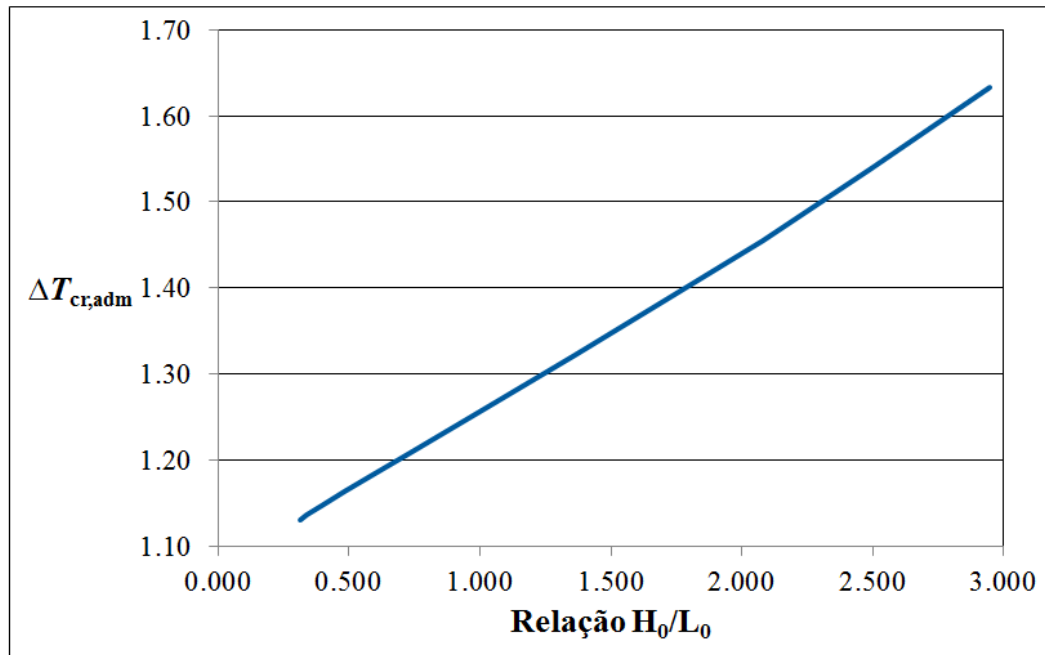


Figura 13. Variação crítica de temperatura para diferentes perfurações elípticas.

A configuração flambada do componente estrutural, para o melhor caso, ou seja, para o caso onde a variação da temperatura crítica é maior, assume a forma mostrada na Fig. 14, que está coerente com o esperado para a configuração flambada de uma coluna birrotulada.

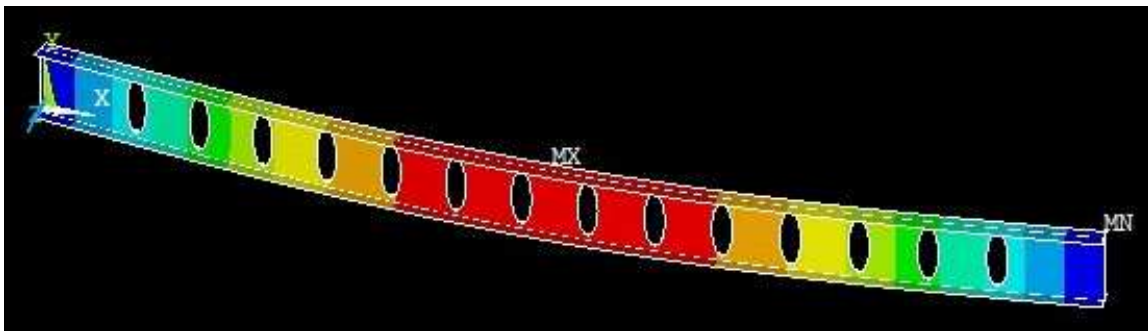


Figura 14. Configuração flambada da coluna com perfurações elípticas para $(H_0/L_0) = 2.95$

Analisando a Tabela 3 e a Fig. 15 é possível perceber que a coluna com perfurações retangulares possui um comportamento mecânico semelhante ao apresentado pela coluna com perfurações elípticas. Ou seja, os valores da $\Delta T_{cr,adm}$ também crescem conforme a relação H_0/L_0 cresce.

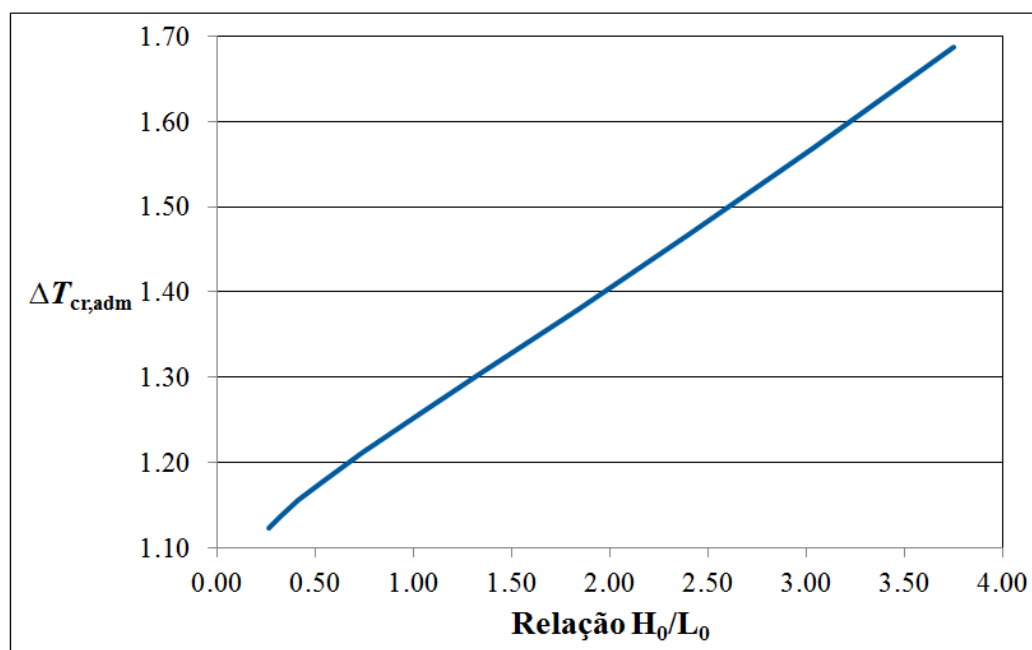


Figura 15. Variação crítica de temperatura para diferentes perfurações retangulares

A configuração flambada termicamente do componente estrutural, para o caso ótimo, assume a forma mostrada na Fig. 16, que está coerente com a flambagem de uma coluna birrotulada.

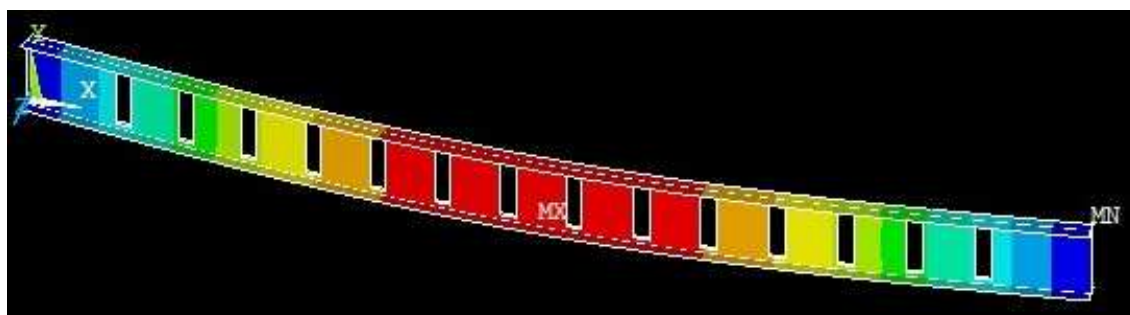


Figura 16. Configuração flambada da coluna com perfurações retangulares para $H_0/L_0 = 3.75$

6 CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi desenvolvido e verificado um modelo computacional capaz de solucionar o problema da flambagem térmica em componentes estruturais esbeltos (colunas), birrotulados. O software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi empregado, sendo usado o elemento finito tipo casca SHELL93 para a discretização do domínio computacional.

Para verificar o modelo computacional proposto, o resultado numérico obtido foi comparado com o resultado analítico. O mesmo está de acordo, sendo a diferença relativa

absoluta menor do que 2 %. Além disso, a deflexão sofrida pelo componente estrutural devido à ocorrência da flambagem térmica está de acordo com a indicação da literatura.

A partir desse modelo computacional foi possível estudar uma situação prática que não possui solução analítica, que é a influência de perfurações, distribuídas ao longo do componente estrutural (coluna formada por um perfil I), na flambagem térmica. Empregando o método Constructal Design, foram analisados e comparados dois tipos de perfurações, retangulares e elípticas. Estudou-se a influência da variação da forma da perfuração na flambagem térmica. Mantendo-se fixo o volume de material retirado da coluna.

Tanto para a perfuração retangular, quanto para a elíptica, quanto maior o valor de H_0/L_0 maior a ΔT_{cr} . O maior e o menor valor encontrados, para a variação de temperatura crítica, foram os obtidos com o maior e o menor grau de liberdade, respectivamente. Os dois valores ocorrerem para a perfuração retangular, o menor é quando $H_0/L_0 = 0.27$, onde a $\Delta T_{cr} = 17.05^\circ\text{C}$ e o maior, quando $H_0/L_0 = 3.75$ o que resultou em uma $\Delta T_{cr} = 25.61^\circ\text{C}$.

Todos os valores encontrados para $\Delta T_{cr,adm}$ são maiores do que 1, ou seja, todos os valores de ΔT_{cr} das colunas perfuradas são maiores que a ΔT_{cr} da coluna sem perfuração.

Os resultados obtidos mostraram que o método Constructal Design permite a determinação de geometrias otimizadas que conduzem a performances superiores dos componentes estruturais analisados.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal do Rio Grande (FURG) e ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem computacional (PPGMC), à Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC), e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio prestado à realização desse trabalho.

REFERÊNCIAS

- Åkesson, B., 2007. Plate buckling in bridges and other structures. Taylor & Francis.
- Anand Rao, K. S. et al., 2013. Thermal Buckling and Free Vibration Analysis of Heated Functionally Graded Material Beams. *Defence Science Journal*, vol. 63, n. 3, pp. 315-322.
- ANSYS., 2005 User's Manual (version 10.0). Swanson Analysis System Inc.
- Barron, R.F. e Barron, B.R., 2012. Design for Thermal Stresses. John Wiley & Sons.
- Beer, F. P., Johnston, E. R. Jr., 1995. Resistência dos Materiais. Makron Books.
- Bejan, A., 2000. Shape and Structure, from engineering to nature, Cambridge University Press.
- Bejan, A. and Lorente, S., 2008. Design with Constructal Theory. Wiley, Hoboken.
- Bejan, A. and Zane, J. P., 2012. Design in Nature, New York, Doubleday.
- Cassenti, B., 2012. Thermal Buckling of a 2D Beam Fixed at Both Ends. University of Connecticut, Disponível em: <http://www.engr.uconn.edu/~cassenti/>
- Chajes, A., 1974. Principles of Structural Stability Theory. Prentice Hall.
- Hibbeler, R. C., 2010. Resistência dos Materiais. Pearson Prentice Hall.

- Higdon, A. et al., 1981. Mecânica dos materiais. 3ª ed. Guanabara Dois S.A.
- Iyengar, N.G.R., 1988. Structural Stability of Columns and Plates. John Wiley & Sons.
- Madenci, E. e Guven, I., 2006. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®. Springer.
- Rodrigues, M. K., 2014. Modelagem computacional aplicada à melhoria do desempenho térmico de trocador de calor solo-ar através do método *Constructal Design*. Dissertação de mestrado em Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande.
- Souza, C. M. e Barboza, V. O., 2014. Simulação numérica aplicada à melhoria do comportamento mecânico de tubos estruturais perfurados submetidos à flambagem elástica. Trabalho de conclusão de curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande.
- Vanalli, L., 2004. O MEC e o MEF aplicados à análise de problemas viscoplásticos em meios anisotrópicos e compostos. Tese de doutorado em Engenharia de Estruturas, Universidade São Paulo.