



ANÁLISE PARAMÉTRICA DA VIBRAÇÃO DO SOLO INDUZIDA PELO TRÁFEGO FERROVIÁRIO

Ana Flávia Paulino de Carvalho

Zenón Jose Guzman N. del Prado

Renata Machado Soares

eng.anaflaviapaulino@gmail.com

zenon@ufg.com

msrenata@gmail.com

Escola de Engenharia Civil – Universidade Federal de Goiás

Avenida Universitária nº 1488, 74605-200, Goiânia, Goiás, Brasil

Resumo. Neste trabalho é desenvolvida uma análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário a partir da representação do trem através de uma carga pontual normal ao solo movendo-se com velocidade constante. O solo é formulado como um sólido elástico, isotrópico e linear e os seus deslocamentos são calculados através do uso da transformada de Fourier, assumindo que a velocidade de tráfego do trem é inferior à velocidade de propagação das ondas de Rayleigh no solo considerado. As influências das vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário são analisadas parametricamente a partir da variação da velocidade do trem, do tipo de solo e da localização do ponto de observação. Os resultados obtidos apresentam a forte influência dos diversos parâmetros no deslocamento do solo.

Palavras-chaves: Vibração, Vibração induzida pela ferrovia, Propagação da vibração, Ferrovia.

1 INTRODUÇÃO

Com a necessidade de efetivar o melhor equilíbrio na matriz de transportes de cargas do Brasil, foi dada ênfase, nos últimos anos, a ações e projetos de adequação e expansão do sistema ferroviário, buscando sua melhor integração multimodal com o sistema rodoviário. A premissa constante de maior agilidade no transporte de mercadorias e de passageiros no setor ferroviário é fonte propulsora para a elevação da velocidade dos trens, o aumento das cargas transportadas e o crescimento dos fluxos de tráfego, fatores que acarretam no aumento da solicitação das vias.

Por outro lado, com o processo de urbanização, são construídas ferrovias cada vez mais próximas de edificações. De acordo com Xia *et al.* (2005), este quadro faz com que a influência das vibrações induzidas pelo tráfego de trens se torne gradativamente mais forte, sendo considerada como um dos principais poluidores ambientais nos países onde a malha ferroviária já é consolidada, despertando assim a atenção das autoridades das cidades, dos engenheiros e pesquisadores.

A limitação dos níveis de vibração é uma das maiores dificuldades para a concepção de ferrovias em áreas urbanas, haja vista o número de variáveis atreladas ao problema, como o tipo de veículo, a velocidade do tráfego, o tipo de solo, bem como o raio de influência desta vibração.

Uma das formas de prever a vibração no solo induzida pela ferrovia é através da sua medição, que requer equipamentos eletrônicos sofisticados. Segundo Yang e Hung (2009), um campo de medição completo e minucioso é a forma mais cara e demorada dentre os métodos de previsão da vibração. Além disso, o acesso à pista para instalação dos instrumentos requer permissão especial e a interrupção do tráfego de trem não é possível com tanta frequência.

O trabalho pioneiro de Lamb (1903) contempla a maioria dos elementos que são essenciais para o estudo analítico da propagação da vibração no solo. Em seu artigo, o autor considerou a vibração supostamente devida a uma força impulsiva aplicada verticalmente em um ponto de uma superfície semi-infinita de um sólido elástico e isotrópico. Variações deste caso também foram discutidas, e então as soluções encontradas foram utilizadas por outros pesquisadores como base para o desenvolvimento de modelos de previsão empíricos.

Sendo assim, diante da complexidade do problema de previsão da transmissão de vibrações no solo, fundamentada na dificuldade de compreensão do comportamento do meio, o modelo de previsão empírico surge como uma abordagem viável, apesar de aproximada. Gutowski e Dym (1976) combinaram no seu trabalho dados de medição com a essência da teoria para desenvolverem um modelo de previsão empírico, o qual é obtido por uma função de atenuação na forma simplificada, levando em consideração os efeitos da atenuação do material e da geometria.

Nelson e Saurenman (1987) apresentaram um procedimento para previsão da vibração e do ruído gerados pela ferrovia utilizando dados empíricos. A partir destes dados, os autores buscaram separar os parâmetros que são inerentes à estrutura de cada ferrovia, como as características do veículo e as condições geotécnicas do solo, e então realizaram testes de impacto para a quantificação dos fatores de correção destes parâmetros a fim de determinar a resposta da vibração no solo.

Madshus *et al.* (1996) desenvolveram um modelo semi-empírico para a previsão da vibração de baixa frequência induzida pela ferrovia em áreas com condições de solo com

baixa capacidade de suporte, para fins de planejamento de uma nova linha ferroviária de alta velocidade na Noruega. Este modelo inclui cinco fatores estatisticamente independentes: o nível de vibração específico do tipo de trem, a velocidade, a distância, a qualidade da pista e a amplificação do edifício.

Hall (2003) utilizou na sua pesquisa o programa computacional ABAQUS e um modelo mais simples baseado no método da viga com fundação Winkler para simular vibrações no solo induzidas por trem. Foi considerado um modelo bidimensional axissimétrico perpendicular ao trem e com carga estacionária para estudar a resposta do solo ao redor da pista, e outro modelo bidimensional ao longo da pista e com cargas móveis para estudar a resposta da estrutura. Já Andersen e Jones (2006) investigaram a qualidade da informação que pode ser obtida a partir de um modelo bidimensional de um túnel ferroviário, comparando com o modelo tridimensional, com a utilização do método dos elementos finitos em conjunto com o método dos elementos de contorno. Os autores concluíram que os modelos 2D produzem resultados qualitativamente coincidentes com os resultados dos modelos 3D na maioria das frequências.

Xia *et al.* (2010) desenvolveram um modelo de interação dinâmica integrando o trem, a pista e o solo a partir da utilização de sistemas massa-mola-amortecedor. Considerando o solo estratificado e tridimensional, concluíram que as vibrações tem uma estreita relação com a velocidade do trem e com as propriedades do solo.

Costa *et al.* (2012) apresentaram um modelo numérico onde a resposta do sistema pista-solo é simulada por um esquema eficiente baseado no acoplamento em 2.5D do método dos elementos finitos e do método dos elementos de contorno. Já a interação dinâmica do trem com a pista é atendida, sendo o trem simulado por um modelo multi-corpo onde as principais massas são conectadas por conjuntos mola-amortecedor.

Posteriormente, Kouroussis *et al.* (2014) apresentaram um modelo de elementos finitos tridimensional completo para a previsão da vibração no solo induzida pela ferrovia, analisando a influência da dimensão do domínio e do tamanho do elemento no intuito de otimizar a precisão e a complexidade computacional, considerando o solo homogêneo ou estratificado.

Este trabalho tem por objetivo desenvolver uma análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário a partir da representação do trem através de uma carga pontual normal ao solo movendo-se com velocidade constante. O solo é formulado como um sólido elástico, isotrópico e linear e os seus deslocamentos são calculados através do uso da transformada de Fourier, assumindo que a velocidade de tráfego do trem é inferior à velocidade de propagação das ondas de Rayleigh no solo considerado.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Considera-se um solo homogêneo, elástico, isotrópico e linear com densidade ρ , coeficiente de Poisson ν e módulo de elasticidade E , conforme configuração da Fig. 1.(a), sendo x , y e z as coordenadas cartesianas. A Lei de Hooke generalizada para este sólido é fornecida pelas Equações (1) a (6), de acordo com Sadd (2005).

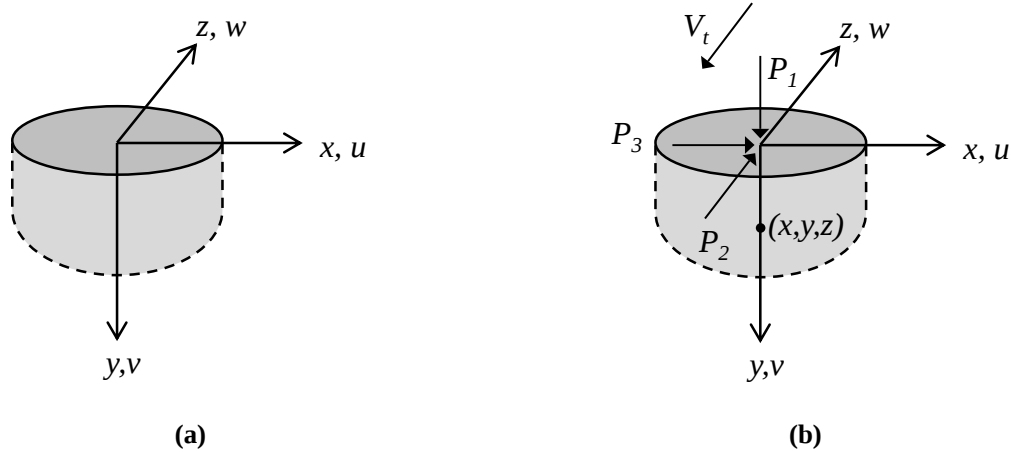


Figura 1.(a) Sistema cartesiano adotado; (b) Configuração das cargas, do trem e do ponto de observação

$$\sigma_x = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1)$$

$$\sigma_y = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2)$$

$$\sigma_z = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4)$$

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (6)$$

onde σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{zx} são as componentes do tensor de tensão, u , v e w são as componentes do deslocamento nas direções de x , y , e z , respectivamente, e λ e μ são as constantes de Lamé, onde λ é a constante de elasticidade e μ é o módulo de cisalhamento ou módulo de rigidez, segundo Sadd (2005).

Neste trabalho, a fim de determinar os deslocamentos no solo induzidos pelo tráfego ferroviário, utiliza-se a formulação de Eason (1965), que considera em seu problema tridimensional um sólido elástico, isotrópico, homogêneo e semi-infinito que possui um carregamento móvel com velocidade constante aplicado na sua superfície.

Assumindo a ausência de forças de corpo, as equações de movimento neste sistema de coordenadas são conforme as Equações (7) a (9).

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \quad (9)$$

onde ρ é a densidade do sólido, t é o tempo e τ é uma coordenada do espaço-tempo do tempo, tal que:

$$\tau = c_p t \quad (10)$$

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (11)$$

sendo c_p a velocidade de propagação das ondas de compressão no solo.

Aplica-se a transformada tripla de Fourier da Eq. (12) nas Equações (1) a (9), transformando-as do domínio do tempo e das coordenadas cartesianas para o domínio da frequência e das coordenadas complexas, gerando assim 9 equações resultantes.

$$\bar{f}(\xi, \eta, y, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z, \tau) e^{i(\xi x + \eta y + \omega \tau)} dx dy d\tau \quad (12)$$

Reescrevendo as equações resultantes da aplicação da transformada tripla de Fourier, obtêm-se as equações em função das componentes transformadas do deslocamento.

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \beta^2 \xi^2 - \eta^2 + \beta^2 \omega^2 \right) \bar{u} - \xi \eta (\beta^2 - 1) \bar{v} - i \xi (\beta^2 - 1) \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (13)$$

$$- \xi \eta (\beta^2 - 1) \bar{u} + \left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 - \beta^2 \eta^2 + \beta^2 \omega^2 \right) \bar{v} - i \eta (\beta^2 - 1) \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

$$- i \xi (\beta^2 - 1) \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - i \eta (\beta^2 - 1) \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \left(\beta^2 \frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 - \eta^2 + \beta^2 \omega^2 \right) \bar{w} = 0 \quad (15)$$

sendo $\bar{u}$, $\bar{v}$ e $\bar{w}$ as componentes do deslocamento no domínio transformado, ξ e η as coordenadas no plano complexo, ω a frequência e:

$$\beta^2 = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\mu} \quad (16)$$

Combinando as Equações (13), (14) e (15), resulta a equação de equilíbrio a seguir.

$$\left(\frac{d^2}{dy^2} - n_1^2 \right) \left(\frac{d^2}{dy^2} - n_2^2 \right) (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) = 0 \quad (17)$$

onde:

$$n_1 = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - \omega^2} \quad (18)$$

$$n_2 = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - \beta^2 \omega^2} \quad (19)$$

sendo n_1 e n_2 parâmetros de simplificação.

A solução da Eq. (17) apropriada para um sólido semi-infinito, com $y > 0$, é definida como:

$$\bar{u} = A_1 e^{-n_1 y} + (B_1 + C_1 y) e^{-n_2 y} \quad (20)$$

$$\bar{v} = A_2 e^{-n_1 y} + (B_2 + C_2 y) e^{-n_2 y} \quad (21)$$

$$\bar{w} = A_3 e^{-n_1 y} + (B_3 + C_3 y) e^{-n_2 y} \quad (22)$$

onde $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$ são constantes independentes de y . Substituindo as Equações (20), (21) e (22) nas Equações (13), (14) e (15), obtém-se expressões para as componentes do deslocamento transformado, que são dependentes das constantes A_3, B_1 e B_2 . Essas constantes são determinadas pelas condições de contorno na superfície do sólido, $y = 0$. Assume-se que as componentes da tensão são prescritas sobre toda a superfície e então essa condição é satisfeita para:

$$\bar{\sigma}_y = -\bar{p}_1, \quad \tau_{zy} = -\bar{p}_2, \quad \tau_{xy} = -\bar{p}_3 \quad (23)$$

sendo $\bar{p}_1, \bar{p}_2$ e $\bar{p}_3$ as componentes da carga aplicada no domínio transformado.

Após encontrar as constantes A_3, B_1 e B_2 através das condições de contorno, obtêm-se as expressões para as componentes do deslocamento transformado no domínio da frequência.

Considera-se uma carga pontual de magnitude P_1 movendo ao longo do eixo z a uma velocidade constante V_t normal à superfície do sólido, como visto na Fig. 1.(b). Assumindo que o carregamento aplicado não possui componentes de cisalhamento, tem-se que $\bar{p}_2 = \bar{p}_3 = 0$, e então p_1 é representada por:

$$p_1 = P_1 \delta(x) \delta(z - V_t t) = P_1 \delta(x) \delta(z - \alpha_1 \tau) \quad (24)$$

onde $\delta(x)$ é a função delta de Dirac e

$$\alpha_1 = \frac{V_t}{c_p} \quad (25)$$

Aplicando a transformada tripla de Fourier, tem-se:

$$\bar{p}_1 = \frac{P_1}{(2\pi)^{1/2}} \delta(\omega + \alpha_1 \xi) \quad (26)$$

Considerando que o carregamento aplicado se resume à carga P_1 , aplica-se então a transformada tripla de Fourier inversa para as componentes do deslocamento transformado e resolve-se a integral em relação à ω , resultando assim nas componentes do deslocamento:

$$u = \frac{P_1 i}{8\pi^2 \mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi}{G} \left\{ \left[\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \right) \right] e^{-m_1 y} - m_1 m_2 e^{-m_2 y} \right\} e^{-i[\xi(z - V_t t) + \eta x]} d\xi d\eta \quad (27)$$

$$v = \frac{P_1 i}{8\pi^2 \mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta}{G} \left\{ \left[\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \right) \right] e^{-m_1 y} - m_1 m_2 e^{-m_2 y} \right\} e^{-i[\xi(z - V_t t) + \eta x]} d\xi d\eta \quad (28)$$

$$w = \frac{P_1}{8\pi^2 \mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m_1}{G} \left\{ \left[\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \right) \right] e^{-m_1 y} - (\xi^2 + \eta^2) e^{-m_2 y} \right\} e^{-i[\xi(z - V_t t) + \eta x]} d\xi d\eta \quad (29)$$

onde:

$$m_1 = \sqrt{\eta^2 + \xi^2(1 - \alpha_1^2)} \quad (30)$$

$$m_2 = \sqrt{\eta^2 + \xi^2(1 - \alpha_2^2)} \quad (31)$$

$$G = \left[\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \right) \right]^2 - m_1 m_2 (\xi^2 + \eta^2) \quad (32)$$

$$\alpha_2 = \beta \alpha_1 = \frac{V_t}{c_s} \quad (33)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (34)$$

sendo c_s a velocidade de propagação das ondas de cisalhamento no solo.

Considerando as integrais das Equações (27), (28) e (29) e as correspondentes componentes de tensão no plano complexo η , elas possuem pontos de bifurcação quando:

$$\eta = \pm i \xi (1 - \alpha_1^2)^{1/2}, \quad \eta = \pm i \xi (1 - \alpha_2^2)^{1/2} \quad (35)$$

e polos nos zeros da função G , que é quando:

$$\eta = \pm i \xi \left(1 - \frac{V_t^2}{c_R^2} \right)^{1/2} \quad (36)$$

onde c_R é a velocidade de propagação das ondas de Rayleigh no solo.

Geralmente $c_R < c_s < c_p$, então para $V_t < c_R$ os polos e os pontos de bifurcação são puramente imaginários, para $c_R < V_t < c_s$ os polos são reais e os pontos de bifurcação são imaginários, para $c_s < V_t < c_p$ os polos e os pontos de bifurcação correspondentes a α_2 são reais porém os pontos de bifurcação correspondentes a α_1 são ainda imaginários, e finalmente para $V_t > c_p$, todos os polos e pontos de bifurcação são reais.

Sendo assim, o presente método se aplica enquanto $V_t < c_R$, deixando de ser aplicável sem modificação para $V_t > c_R$. Para resolver as integrais das Equações (27), (28) e (29), são feitas as mudanças de variáveis como segue:

$$z - V_t t = r \cos \theta, \quad x = r \sin \theta \quad (37)$$

$$\xi = \rho \cos \phi, \quad \eta = \rho \sin \phi \quad (38)$$

Sendo assim, as Equações (37) e (38) são aplicadas nas Equações (27), (28) e (29), tornando-as integrais em relação à ρ e ϕ , conforme Eq. (39) para a componente u do deslocamento.

$$u = \frac{P_1 i}{8\pi^2 \mu} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi}{H} d\phi \int_0^\infty \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \phi \right) e^{-\rho \gamma_1 y} - \gamma_1 \gamma_2 e^{-\rho \gamma_2 y} \right\} e^{-i \rho r \cos(\theta - \phi)} d\rho \quad (39)$$

onde:

$$\gamma_1 = (1 - \alpha_1^2 \cos^2 \phi)^{1/2} \quad (40)$$

$$\gamma_2 = (1 - \alpha_2^2 \cos^2 \phi)^{1/2} \quad (41)$$

$$H = \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \phi\right)^2 + \gamma_1 \gamma_2 \quad (42)$$

Resolvendo a integral da Eq. (39) em relação à ρ , assim como para as demais componentes do deslocamento, é obtido o deslocamento U_i , sendo suas componentes U , V e W os deslocamentos ao longo das direções x , y e z , respectivamente, onde o subscrito $i = x, y$, ou z representa a direção ao longo da qual o carregamento é aplicado, descritos por Yang e Hung (2009).

$$U_y = \int_0^\pi \frac{rH \sin \phi}{K} [(Q_1 - Q_3) \cos(\theta - \phi)] d\phi \quad (43)$$

$$V_y = \int_0^\pi \frac{yH}{K} (Q_1 + Q_2) d\phi \quad (44)$$

$$W_y = \int_0^\pi \frac{rH \cos \phi}{K} [(Q_1 - Q_3) \cos(\theta - \phi)] d\phi \quad (45)$$

$$U_z = y \int_0^\pi \frac{H}{K} (Q_4 - Q_1) \cos \phi \sin \phi d\phi \quad (46)$$

$$V_z = r \int_0^\pi \frac{H}{K} (Q_4 + Q_1) \cos \phi \cos(\theta - \phi) d\phi \quad (47)$$

$$W_z = y \int_0^\pi \left[\frac{H}{K} (Q_4 - Q_1) \cos^2 \phi + \frac{2}{R_2^2} \right] d\phi \quad (48)$$

$$U_x = y \int_0^\pi \left[\frac{H}{K} (Q_4 - Q_1) \sin^2 \phi + \frac{2}{R_2^2} \right] d\phi \quad (49)$$

$$V_x = r \int_0^\pi \frac{H}{K} (Q_4 + Q_1) \sin \phi \cos(\theta - \phi) d\phi \quad (50)$$

$$W_x = y \int_0^\pi \frac{H}{K} (Q_4 - Q_1) \cos \phi \sin \phi d\phi \quad (51)$$

Tendo que os parâmetros são dados a seguir:

$$Q_1 = \frac{\gamma_1 \gamma_2 y^2 (\beta^2 - 1)}{R_1^2 R_2^2} \quad (52)$$

$$Q_2 = \frac{\gamma_1 \left[1 - \alpha_2^2 \left(1 + \frac{1}{4} \beta^2 \right) \cos^2 \phi + \frac{1}{4} \alpha_2^4 \cos^4 \phi \right]}{R_1^2 \left[\gamma_1 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \phi \right) + \gamma_2 \right]} \quad (53)$$

$$Q_3 = \frac{1 - \alpha_2^2 \left(1 - \frac{1}{4} \beta^2 \right) \cos^2 \phi}{R_1^2 \left[1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \phi + \gamma_1 \gamma_2 \right]} \quad (54)$$

$$Q_4 = \frac{1 - \alpha_2^2 \left(1 - \frac{1}{4} \beta^2\right) \cos^2 \phi}{R_2^2 \left[1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \phi + \gamma_1 \gamma_2\right]} \quad (55)$$

$$K = \beta^2 - 1 - \alpha_2^2 \left(\frac{3}{2} \beta^2 - 1\right) \cos^2 \phi + \frac{1}{2} \beta^2 \alpha_2^4 \cos^4 \phi - \frac{1}{16} \beta^2 \alpha_2^6 \cos^6 \phi \quad (56)$$

$$\beta^2 = \frac{c_p^2}{c_s^2} \quad (57)$$

$$R_1^2 = r^2 \cos^2(\theta - \phi) + \gamma_1^2 y^2 \quad (58)$$

$$R_2^2 = r^2 \cos^2(\theta - \phi) + \gamma_2^2 y^2 \quad (59)$$

3 RESULTADOS NUMÉRICOS

Para a obtenção dos resultados numéricos, o trem é representado através da carga pontual móvel P_1 , em um solo denominado argila 1 com as propriedades de coeficiente de Poisson $\nu = 0.25$, densidade $\rho = 2.000 \text{ kg/m}^3$ e velocidades de propagação das ondas sendo $c_R = 92 \text{ m/s}$, $c_s = 100 \text{ m/s}$ e $c_p = 173.2 \text{ m/s}$, de acordo com exemplo abordado por Yang e Hung (2009). Admite-se o sistema de coordenadas estabelecido na Fig. 1.(b) para o ponto de observação de coordenadas (x, y, z) , considerando que o trem se move a uma velocidade variável V_t constante ao longo do eixo z . Em todos os casos, a carga é considerada pontual, unitária e aplicada na direção y , e o deslocamento é adimensionalizado com a constante de $(2/\pi) \text{ m}$.

Na análise paramétrica, avalia-se a influência da variação da profundidade do ponto de observação e da velocidade do trem na resposta final do deslocamento do solo. Sendo assim, considera-se inicialmente o ponto de observação localizado a 1 m de profundidade da pista, em $(x, y, z) = (0, 1, 0)$, e obtém-se o deslocamento vertical V_y em função do tempo, conforme ilustrado na Fig. 2.(a). A velocidade do trem é representada na Fig. 2.(a) variando de 10 m/s, 30 m/s, 50 m/s, 70 m/s e 90 m/s, respeitando a velocidade limite $c_R = 92 \text{ m/s}$.

Variando a velocidade da mesma forma, considera-se o ponto de observação alterando sua profundidade da pista em $(x, y, z) = (0, 2, 0)$ e em $(x, y, z) = (0, 3, 0)$, obtendo assim o deslocamento vertical V_y em função do tempo, ilustrado nas Figuras 2.(b) e 2.(c), respectivamente. Em todas as figuras, o tempo $t = 0$ corresponde ao momento em que a carga pontual passa pela origem ($z = 0$).

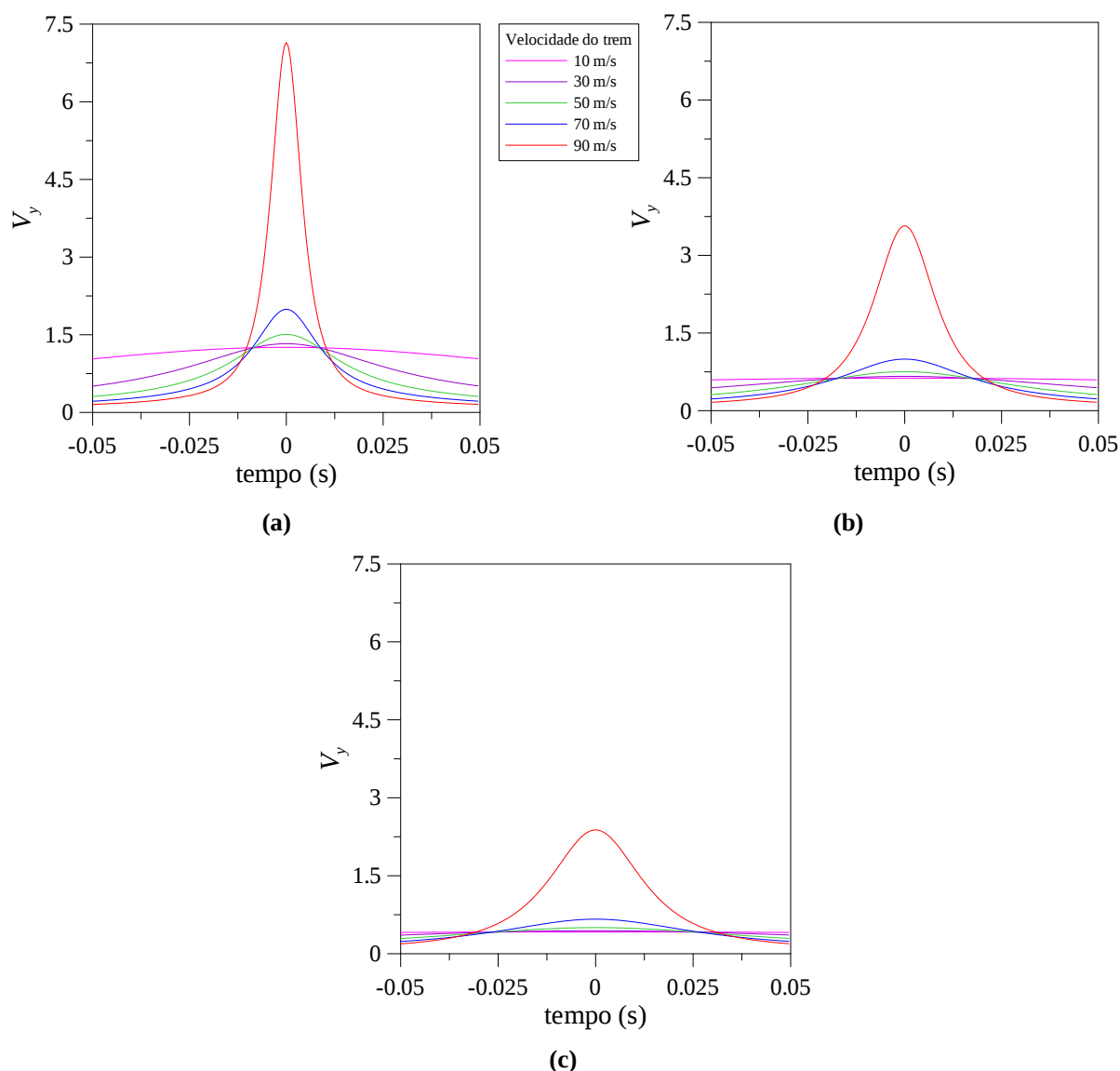


Figura 2. Variação do deslocamento V_y com o ponto de observação em (a) $(x, y, z) = (0, 1, 0)$; (b) $(x, y, z) = (0, 2, 0)$; (c) $(x, y, z) = (0, 3, 0)$

Na Fig. 2, verifica-se um comportamento semelhante para todas as velocidades: o deslocamento vertical do solo aumenta à medida que a carga se aproxima do ponto de observação, atingindo seu valor máximo quando a carga está aplicada sobre ele ($t = 0$); quando a carga se afasta do ponto de observação, o deslocamento diminui, tendendo a zero. Como a carga é pontual, ela atua como um impulso, cuja duração tende a zero, o que explica a concentração dos maiores valores de deslocamentos verticais próximos à origem.

Verifica-se na Fig. 2 que quanto maior a velocidade do trem, maior é o deslocamento vertical máximo do solo, sendo que a velocidade mais alta (90 m/s) corresponde ao maior deslocamento, que vale 7.145 para a Fig. 2.(a), 3.572 para a Fig. 2.(b) e 2.382 para a Fig. 2.(c). Comparando esses valores, nota-se que os deslocamentos verticais do solo diminuem com o aumento da profundidade do ponto de observação através de um comportamento linear.

Alterando-se o sentido do deslocamento para o eixo z , ao longo do qual a carga se move, obtém-se o comportamento dos deslocamentos longitudinais W_y . A análise paramétrica é feita a partir da variação da velocidade do trem, de 10 m/s a 90 m/s, e também da profundidade do

ponto de observação, sendo nos pontos $(x, y, z) = (0, 1, 0)$, $(x, y, z) = (0, 2, 0)$ e $(x, y, z) = (0, 3, 0)$, ilustrados nas Figuras 3.(a), 3.(b) e 3.(c), respectivamente.

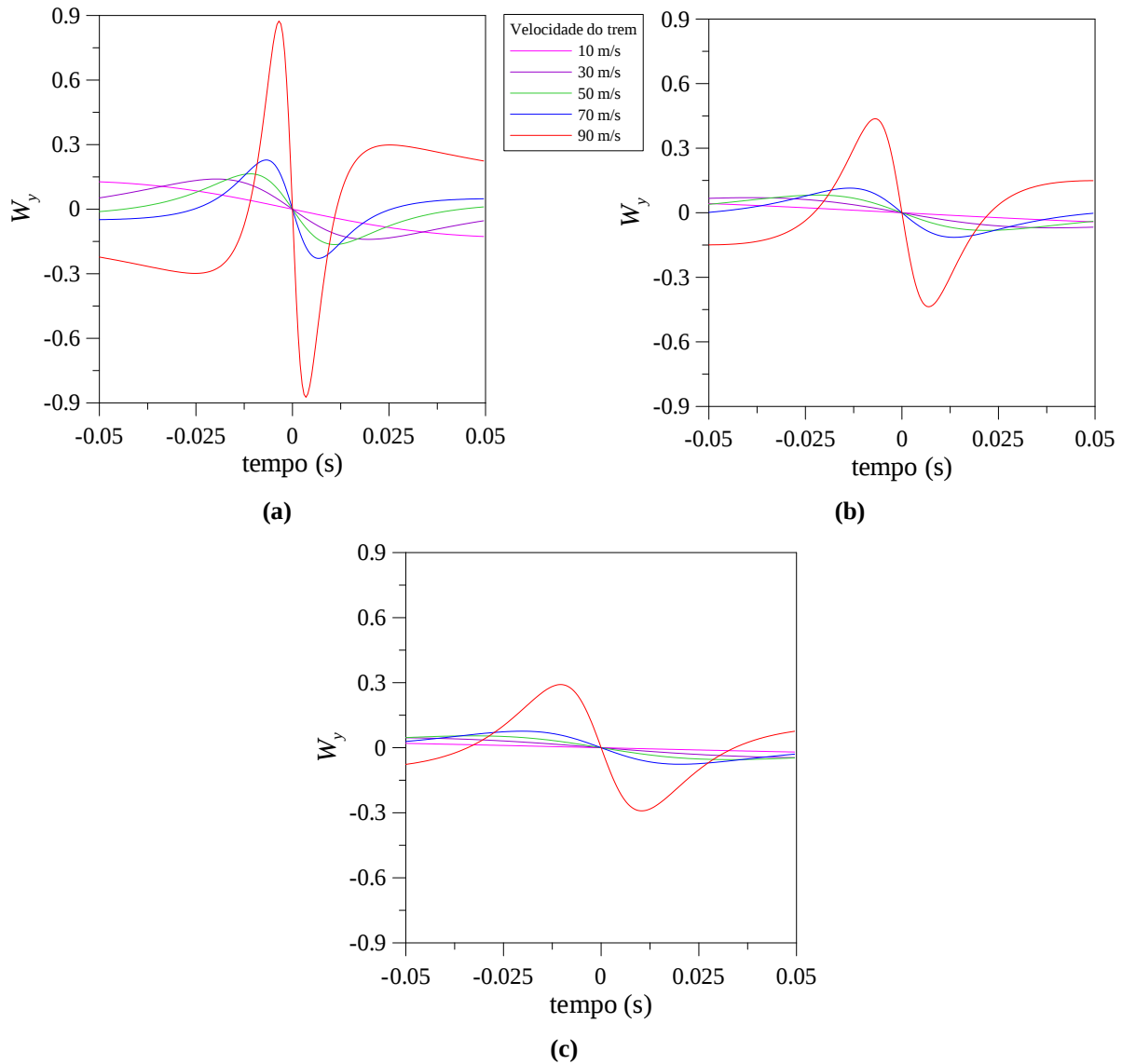


Figura 3. Variação do deslocamento W_y com o ponto de observação em (a) $(x, y, z) = (0, 1, 0)$; (b) $(x, y, z) = (0, 2, 0)$; (c) $(x, y, z) = (0, 3, 0)$

Observando-se a Fig. 3, percebe-se que quando a carga está se aproximando do ponto de observação, o solo apresenta um deslocamento longitudinal de contração, ao passo que quando o trem se afasta o deslocamento longitudinal é de dilatação, sendo que os valores máximos para ambos são iguais e opostos. Já quando a carga está sobre o ponto de observação, o deslocamento longitudinal é nulo, sendo um ponto de inflexão. Conforme já constatado, verifica-se que quanto maior a velocidade do trem, maior é o deslocamento máximo do solo, sendo que a velocidade mais alta (90 m/s) corresponde ao maior deslocamento longitudinal, que vale em módulo 0.874 para a Fig. 3.(a), 0.437 para a Fig. 3.(b) e 0.291 para a Fig. 3.(c). Comparando esses valores, nota-se que os deslocamentos diminuem com o aumento da profundidade do ponto de observação através de um comportamento linear.

Agora, altera-se o sentido do deslocamento para o eixo x , a fim de obter o comportamento dos deslocamentos transversais U_y . Como U_y é nulo para $x = 0$, consideram-se os pontos de

observação em $x = 1$. Sendo assim, na análise paramétrica, varia-se a velocidade do trem de 10 m/s a 90 m/s e a profundidade dos pontos de observação, sendo $(x, y, z) = (1, 1, 0)$, $(x, y, z) = (1, 2, 0)$ e $(x, y, z) = (1, 3, 0)$, ilustrados nas Figuras 4.(a), 4.(b) e 4.(c), respectivamente.

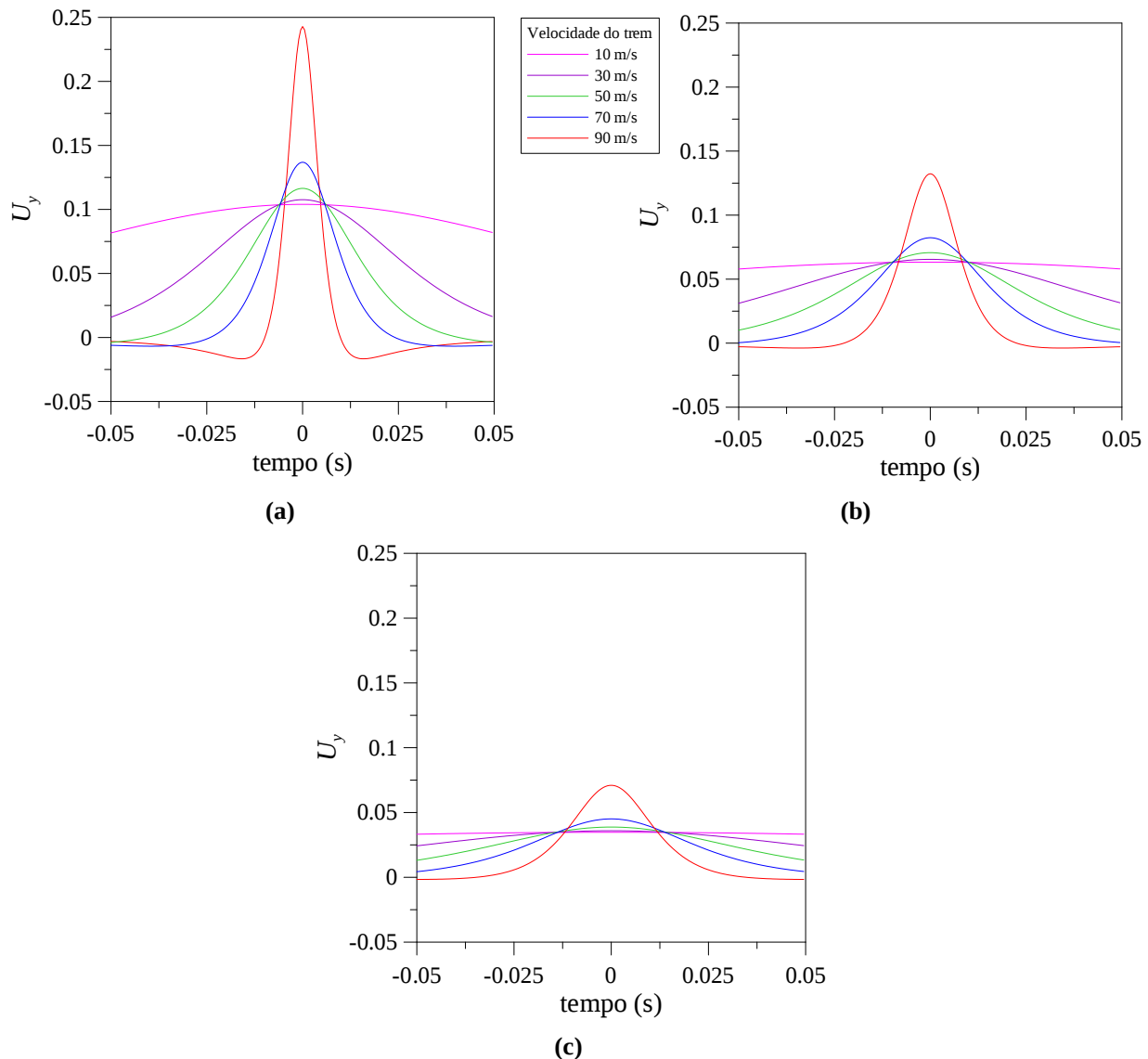


Figura 4. Variação do deslocamento U_y com o ponto de observação em (a) $(x, y, z) = (1, 1, 0)$; (b) $(x, y, z) = (1, 2, 0)$; (c) $(x, y, z) = (1, 3, 0)$

Verificando a Fig. 4, nota-se que os deslocamentos transversais máximos apresentam valores menores do que para os casos anteriores, sendo que, assim como na Fig. 2, ocorrem quando a carga está aplicada no ponto de observação ($t = 0$), e tendem a zero quando se afastam dele. Para as velocidades maiores, tem-se que o solo sofre uma pequena dilatação após passar pela contração provocada pela carga no ponto de observação. Quanto maior a velocidade do trem, maior é o deslocamento máximo do solo, sendo que para a velocidade mais alta os deslocamentos máximos valem 0.243 para a Fig. 4.(a), 0.132 para a Fig. 4.(b) e 0.071 para a Fig. 4.(c), diminuindo com o aumento da profundidade do ponto de observação.

Então, é feita uma análise paramétrica para avaliar a influência do tipo de solo na resposta final do deslocamento. Considerando a velocidade do trem de 90 m/s, são analisados os deslocamentos para os 4 tipos de solo apresentados na Tabela 1, sendo que a argila 1 foi o

solo adotado nos exemplos anteriores e os demais tipos de solo foram extraídos de Ortigao (2007). Os resultados com o ponto de observação $(x, y, z) = (0, 1, 0)$ estão ilustrados na Fig. 5.(a) e (b) para os deslocamentos verticais V_y e longitudinais W_y em função do tempo, respectivamente, enquanto o deslocamento transversal U_y para o ponto de observação $(x, y, z) = (1, 1, 0)$ está ilustrado na Fig. 6.

Tabela 1. Propriedades dos solos adotados

Tipo de solo	c_s (m/s)	c_R (m/s)	c_p (m/s)
Argila 1	100	92	173.2
Argila 2	150	135	1500
Areia	250	225	480
Cascalho	180	162	750

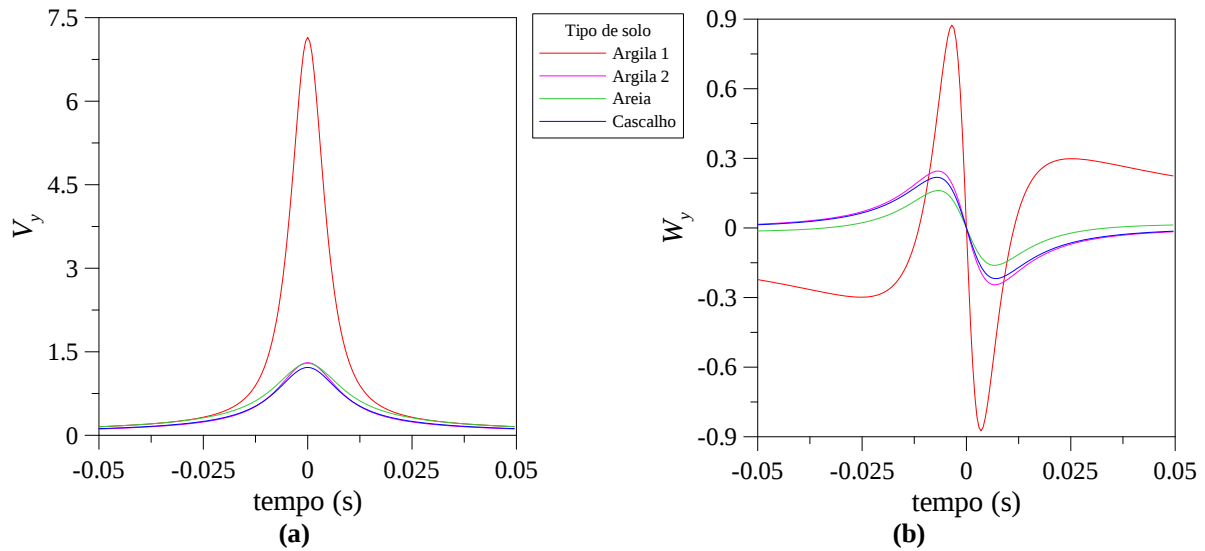


Figura 5. (a) Variação do deslocamento V_y para diferentes tipos de solo; (b) Variação do deslocamento W_y para diferentes tipos de solo

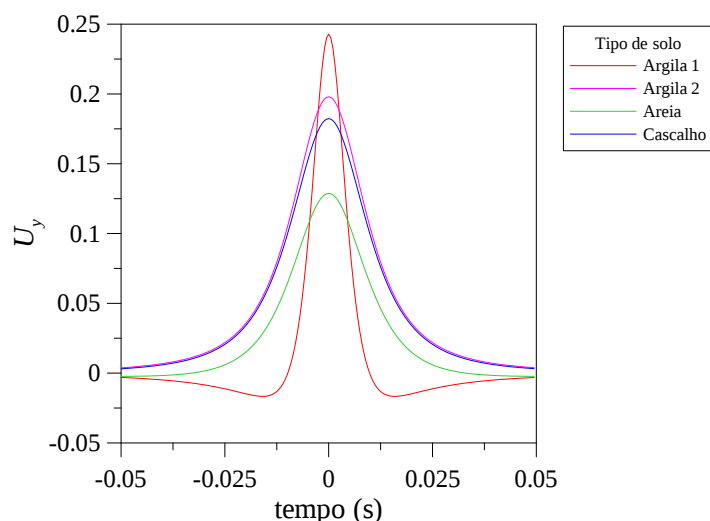


Figura 6. Variação do deslocamento U_y para diferentes tipos de solo

Através das Figuras 5 e 6, pôde-se constatar que o deslocamento máximo ocorre para a argila 1. Apesar de os outros tipos de solo possuírem velocidades maiores para a propagação das ondas, isso ocorre devido ao fato de que a velocidade crítica do tráfego do trem é quando esta se aproxima da velocidade das ondas de Raleigh no solo considerado. Como a velocidade do trem de 90 m/s se aproxima mais da velocidade c_R da argila 1, nela ocorreu o deslocamento máximo. Na Fig. 6 nota-se claramente que o deslocamento é maior para os solos com c_R mais próximos de 90 m/s, sendo em ordem decrescente a argila 1, a argila 2, o cascalho e a areia.

Para confirmar este fato, têm-se na Fig. 7 o deslocamento transversal U_y no ponto de observação $(x, y, z) = (1, 1, 0)$, e na Fig. 8 os deslocamentos verticais V_y e os deslocamentos longitudinais W_y calculados no ponto de observação $(x, y, z) = (0, 1, 0)$, ambos considerando a areia como tipo de solo, cujas velocidades de propagação das ondas estão contempladas na Tabela 1. Foi considerada a velocidade do trem variável de 20 m/s a 220 m/s. Nas Figuras 7 e 8 pôde-se notar que o deslocamento obteve seu ápice quando a velocidade do trem se aproximou da velocidade crítica para esse solo.

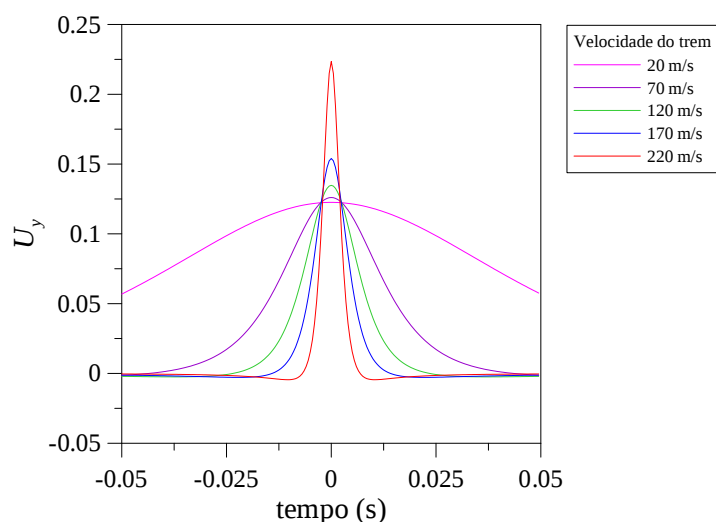


Figura 7. Variação do deslocamento U_y para a areia

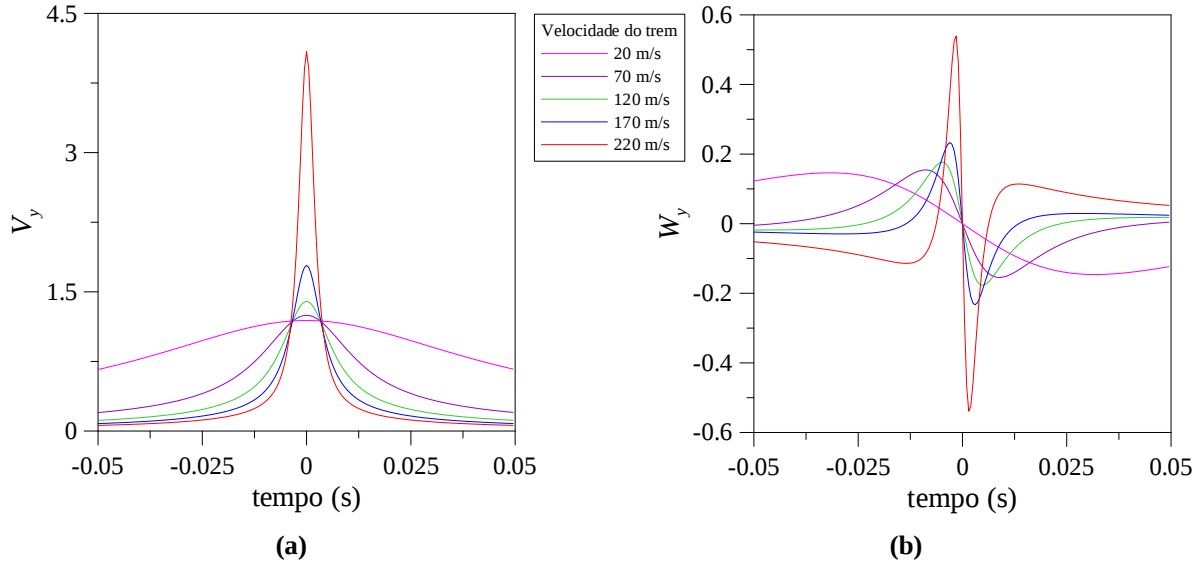


Figura 8. (a) Variação do deslocamento V_y para a areia; (b) Variação do deslocamento W_y para a areia

A fim de verificar a influência da distância longitudinal do ponto de observação à pista na resposta final do deslocamento, é desenvolvida uma análise paramétrica variando a velocidade do trem de 10 m/s a 90 m/s, considerando o solo argila 1. Assim, foram executadas envoltórias para os deslocamentos do solo considerando a coordenada z do ponto de observação variável de 0 a 15 m. Assumindo $x = 0$ e $y = 1$, obtém-se os deslocamentos verticais V_y representados na Fig. 9.(a), e os deslocamentos longitudinais W_y na Fig. 9.(b). Para $x = 1$ e $y = 1$, obtém-se os deslocamentos transversais U_y , representados na Fig. 10.

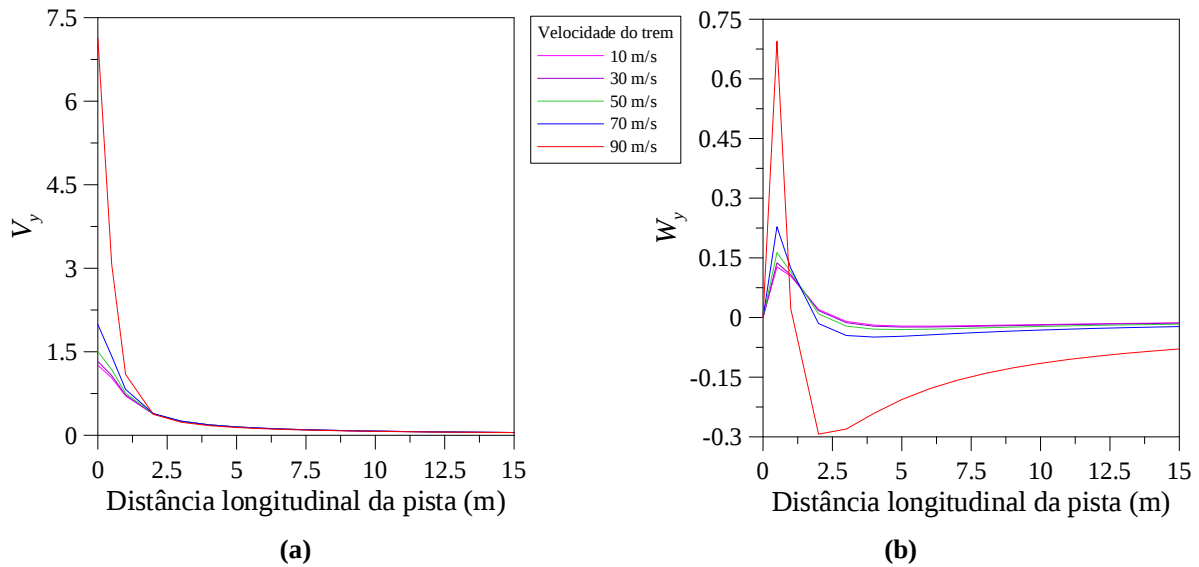


Figura 9. (a) Variação do deslocamento V_y a diferentes distâncias longitudinais da pista; (b) Variação do deslocamento W_y a diferentes distâncias longitudinais da pista

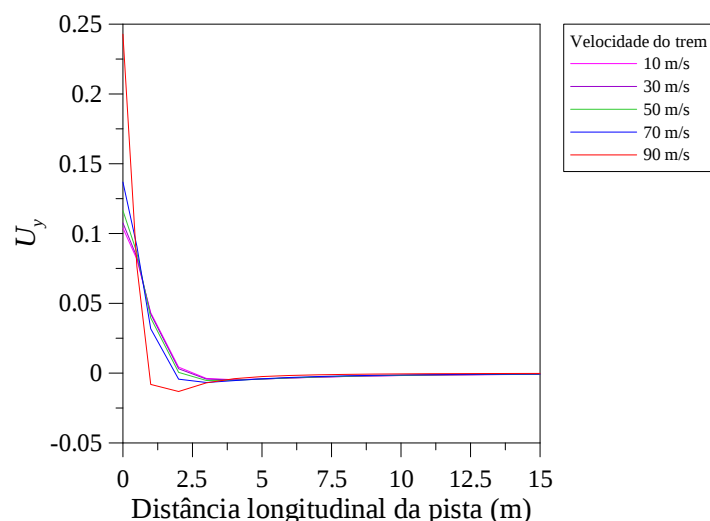


Figura 10. Variação do deslocamento U_y a diferentes distâncias longitudinais da pista

Verifica-se na Fig. 9.(a) que quando o ponto de observação está a uma distância longitudinal nula da pista, os deslocamentos do solo para todas as velocidades possuem seu valor máximo, assim como na Fig. 2.(a) em $t = 0$, quando então começam a diminuir; a aproximadamente 2 m de distância da pista, estes deslocamentos referentes a todas as velocidades atingem valores semelhantes e então tendem a zero à medida que o ponto de observação se afasta.

Na Fig. 9.(b), tem-se que para a distância longitudinal nula da pista, os deslocamentos no solo devido a todas as velocidades são nulos, assim como na Fig. 3.(a) em $t = 0$. A partir de então, nota-se que o solo sofre contração próximo à pista, passa por um descarregamento havendo dilatação e posteriormente atinge um equilíbrio, tendendo a zero.

Na Fig. 10, o comportamento dos deslocamentos transversais do solo é semelhante ao da Fig. 9.(a), porém há um pequeno deslocamento de dilatação até atingirem o equilíbrio, tendendo a zero para todas as velocidades. Nos casos das Figuras 9 e 10, observa-se que os deslocamentos são maiores para as velocidades mais altas.

Para verificar a influência da distância transversal do ponto de observação à pista na resposta final do deslocamento do solo, é feita uma análise paramétrica variando a velocidade do trem de 10 m/s a 90 m/s, considerando o solo argila 1. Assim, foram desenvolvidas envoltórias para os deslocamentos do solo considerando a coordenada x do ponto de observação variável de 0 a 15 m. Assumindo $z = 0$ e $y = 1$, foram obtidos os deslocamentos verticais V_y representados na Fig. 11.(a), e os deslocamentos transversais U_y na Fig. 11.(b). Como já observado na Fig. 3, o deslocamento longitudinal W_y é nulo quando a carga está posicionada em $z = 0$. Sendo assim, considera-se as coordenadas $z = 1$ e $y = 1$ do ponto de observação para os deslocamentos longitudinais W_y , representados na Fig. 11.(c).

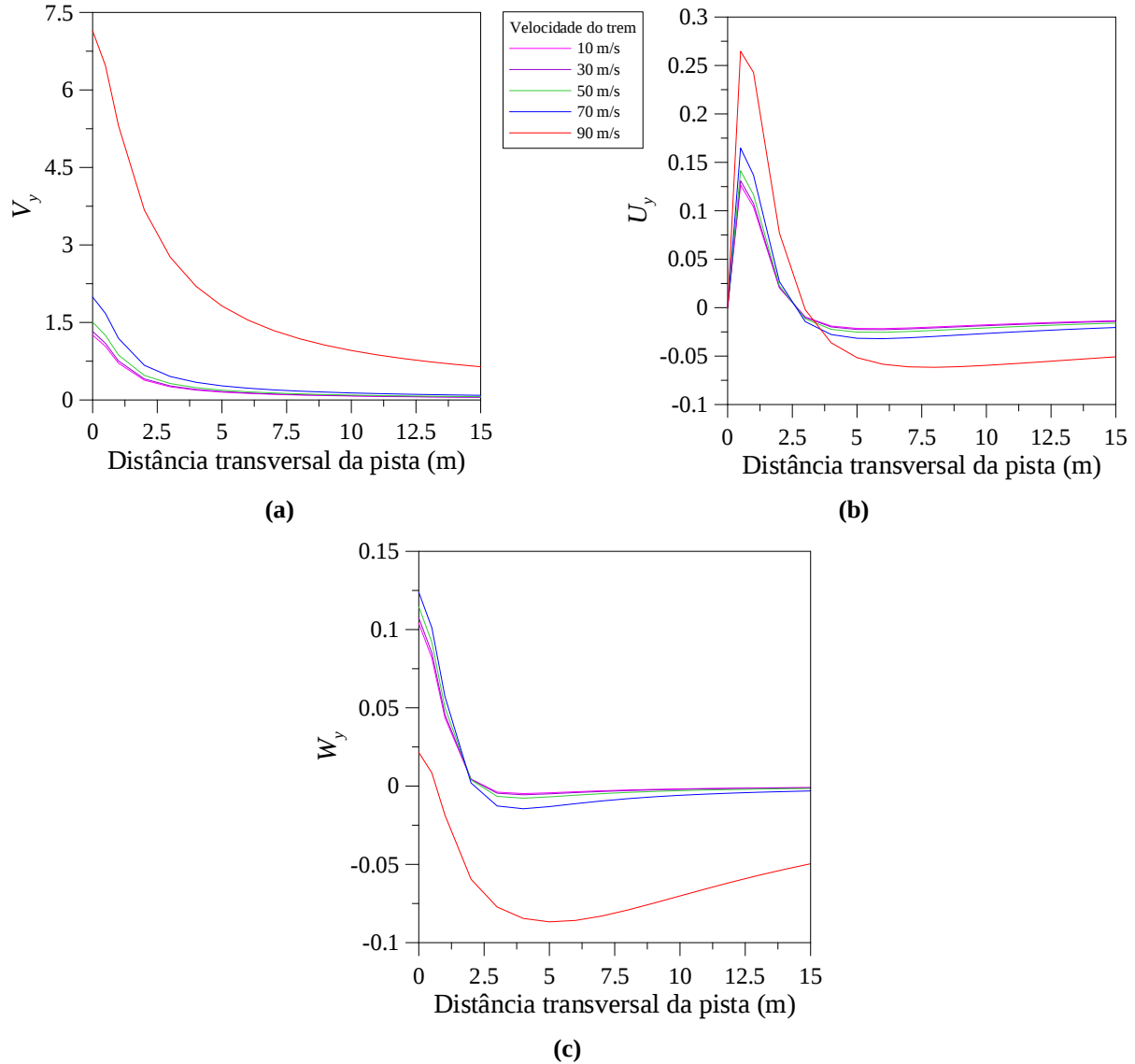


Figura 11. Variação dos deslocamentos a diferentes distâncias transversais da pista; (a) Deslocamento V_y ; (b) Deslocamento U_y ; (c) Deslocamento W_y

Observa-se que a Fig. 11.(a) apresenta comportamento semelhante ao da Fig. 9.(a), onde os deslocamentos verticais do solo iniciam no seu valor máximo quando estão a uma distância nula da pista e então quando se afastam apresentam diminuição tendendo a zero. Porém, o decréscimo do valor do deslocamento vertical com o aumento da distância transversal da pista é mais suave do que o mesmo com o aumento da distância longitudinal da pista. Este fato é notado principalmente para a maior velocidade, equivalente a 90 m/s.

Pode-se perceber a semelhança do comportamento do deslocamento transversal da Fig. 11.(b) com o comportamento do deslocamento longitudinal da Fig. 9(b). Já a Fig. 11.(c) se assemelha à Fig. 10, porém para o deslocamento longitudinal, com a variação da distância transversal da pista, a velocidade de 90 m/s apresenta um deslocamento negativo, diferente dos demais, alcançando valores maiores até tender a zero.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho, apresenta-se uma análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário, onde o trem é representado por uma carga pontual normal ao solo movendo a uma velocidade constante. De acordo com o método utilizado para o cálculo dos deslocamentos do solo, a velocidade do trem é limitada à velocidade de propagação das ondas de Rayleigh no solo considerado. Estes valores relativamente baixos da velocidade são de importância suficiente para justificar uma investigação.

Sendo assim, conclui-se que quanto maior a velocidade do trem, maior é o deslocamento máximo do solo. Por outro lado, quanto maior a profundidade do ponto de observação, menores são os deslocamentos do solo. Ao analisar diferentes tipos de solo, conclui-se que o deslocamento máximo ocorre quando a velocidade de tráfego do trem se aproxima da velocidade de propagação das ondas de Rayleigh no solo considerado. Variando a distância longitudinal e transversal do ponto de observação à pista, tem-se que os deslocamentos tendem a zero com o aumento da distância.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi possível devido ao apoio do Ministério da Educação - CAPES, CNPq e FAPEG.

REFERÊNCIAS

- Andersen, L., Jones, C. J. C., 2006. Coupled boundary and finite element analysis of vibration from railway tunnels: a comparison of two- and three-dimensional models. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293, pp. 611–625.
- Costa, P. A., Calçada, R., Cardoso, A. S., 2012. Track-ground vibrations induced by railway traffic: In-situ measurements and validation of a 2.5D FEM-BEM model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 32, pp. 111-128.
- Eason, G., 1965. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force. *International Journal of Engineering Science*, vol. 2, pp. 581-609.
- Gutowski, T. G., Dym, C. L., 1976. Propagation of ground vibration: a review. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 49, f. 2, pp. 179-193.
- Hall, L., 2003. Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 23, pp. 403-413.
- Kouroussis, G., Van Parys, L., Conti, C., Verlinden, O., 2014. Using three-dimensional finite element analysis in time domain to model railway-induced ground vibrations. *Advances in Engineering Software*, vol. 70, pp. 63–76.
- Lamb, H., 1903. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Philosophical Transactions*, vol. 203, pp. 1-42.
- Madshus, C., Bessason, B., Harvik, L., 1996. Prediction model for low frequency vibration from high speed railways on soft ground. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, n. 1, pp. 195–203.

- Nelson, J. T., Saurenman, H., 1987. A prediction procedure for rail transportation groundborne noise and vibration. In *66th Annual Committee Meeting on the Transportation Research Board*, pp. 26–35.
- Ortigao, J. A. R., 2007. Wave propagation and microstrain behaviour of soils. *Terratek*.
- Sadd, M. H., 2005. *Elasticity: Theory, Applications and Numerics*. Elsevier.
- Xia, H., Cao, Y. M., De Roeck, G., 2010. Theoretical modeling and characteristic analysis of moving-train induced ground vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329, pp. 819–832.
- Xia, H., Zhang, N., Cao, E Y.M., 2005. Experimental study of train-induced vibrations of environments and buildings. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 280, pp. 1017–1029.
- Yang, Y. B., Hung, H. H., 2009. *Wave propagation for train-induced vibrations: A finite/infinite element approach*. World Scientific Publishing Company.